UNIVERSITE AIX-MARSEILLE I - Université de Provence
U.F.R. SCIENCES DE L'EDUCATION

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE AIX-MARSEILLE I

Formation doctorale : SYSTEME D'APPRENTISSAGE
SYSTEME D'EVALUATION
Présentée et soutenue publiquement

Par

Nawal ABOU RAAD

Le 11 octobre 2006

Titre :

LE CALCUL ALGEBRIQUE EN FRANCE ET AU LIBAN
ETUDE COMPAREE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA FACTORISATION
ET DES ERREURS DES ELEVES

Directeur de thèse :

Alain MERCIER

JURY

Mme Sophie René DE COTRET	**Rapporteur**
Mme Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN	**Rapporteur**
M. Hicham BANNOUT	**Examinateur**
M. Yves CHEVALLARD	**Président**

Remerciements

Dans l'accomplissement de cette thèse, je suis redevable à plusieurs personnes que je tiens à remercier tout particulièrement.

Mes remerciements vont d'abord à mon directeur, M. le Professeur Alain Mercier, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de m'encadrer pour ce travail. Par son suivi et ses encouragements constants, il a permis que ce travail aboutisse dans les meilleurs délais. Auprès de lui j'ai approfondi le « métier de chercheur ».

Je tiens aussi à saluer et remercier M.Hicham Bannout, maître de conférence à la Faculté de Pédagogie de Beyrouth, auprès de qui j'ai appris peu à peu l'activité de chercheur. Il a été à l'origine de mon projet et m'a incitée à venir entreprendre un travail de recherche en France.

Je remercie également les Professeurs Marie-Jeanne Perrin-Glorian (IUFM Nord-Pas de Calais), Sophie René de Cotret (Université de Montréal) et Yves Chevallard (IUFM d'Aix-Marseille) pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant ce Jury.

Je dois aussi remercier tous les directeurs de collège ainsi que les professeurs de mathématiques qui ont bien voulu m'accueillir dans leur établissement et dans leur classe pour que j'y fasse mes observations, aussi bien au Liban qu'en France. Je ne peux les nommer ici, ils se reconnaîtront.

Je tiens à remercier pour leurs encouragements une amie libanaise et toutes les familles que j'ai connues en France.

Je remercie enfin tous les membres de ma famille, particulièrement ma sœur aînée et mes parents, ainsi que mes chères amies du Canada et du Liban, pour le soutien que tous et toutes m'ont apporté (à distance) au cours de cette période, toujours un peu délicate, d'élaboration et de rédaction de la thèse.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION **p. 7**
Les objets impliqués dans un travail algébrique……………….. **p. 8**

CHAPITRE I - LE CADRE THEORIQUE

I-1 Introduction....…………………..…………………….……….…. **p. 13**
I-2 L'histoire de l'Algèbre………………………………….……..... **p. 13**
I-3 Transition de l'Arithmétique à l'Algèbre …..……………….…..… **p. 14**
I-4 L'évolution du symbolisme mathématique…………….………..… **p. 16**
I-4-i Le signe (=) ou signe « deux-traits »……………………….…. **p. 16**
I-4-ii Les lettres…………………………………………………….. **p. 17**
I-4- iii Les signes opératoires…………………………………… **p. 18**
I-5 Dialectique Algébrique/Numérique……………………………...… **p. 19**
I-6 Calcul algébrique formel/Calcul algébrique fonctionnel.................... **p. 21**

CHAPITRE II - ROLE DES DELIMITANTS DANS LE TRAVAIL ALGEBRIQUE

II-1 L'histoire des notations et des symboles mathématiques.................... **p. 23**
II-2 Registre combinatoire/Registre signifiant…………………………….. **p. 23**
II-3 Les signes délimitants……………………….………………….…..… **p. 24**
II- 4 Analyse comparative du rapport des enseignants et des enseignés aux délimitants séparateurs et agrégateurs……………………….. **p. 26**
II-5 Conclusion……………………………………………………………… **p. 28**

CHAPITRE III - LA FACTORISATION

III-1 Analyse a priori de la factorisation d'une expression algébrique
III-1-i Polynômes ………………………………………………… **p. 31**
III-2 Problématique de la factorisation ..…..…………………………..….. **p. 32**
III-3 Factorisation des expressions algébriques…………….…………….. **p. 33**
III-3-i Qu'est ce qu'une expression algébrique…………………… **p. 33**
III-3-ii Analyse de la factorisation d'une expression algébrique du point de vue des élèves……………….…………. **p. 35**
III-3-iii Des conceptions de la factorisation des polynômes pour l'enseignement…………………………………………… **p. 39**
A- Un concepteur de logiciel de factorisation………………….. **p. 39**
B- Les professeurs de mathématiques observés……………..….. **p. 40**
III-4 Identités remarquables avec le 2e degré……………………….……….. **p. 42**
III-5 Distributivité…………………………………………….…………….... **p. 44**
III-6 Conclusion………………………………………………….................. **p. 45**

CHAPITRE IV - LES SYSTEMES SCOLAIRES LIBANAIS ET FRANÇAIS

IV-1 Un cadre théorique………………...……………….……………….………… **p. 47**

IV-2 La factorisation : Naissance – Vie durable **p. 48**
A - Les objets latents, mais pertinents pour la factorisation…… **p. 48**
B - Les objets mathématiques, dans les deux pays, dont la fonction didactique nécessite les techniques de factorisation **p. 48**
IV-3 Rapport institutionnel à l'objet « Factorisation » dans l'enseignement des mathématiques au collège des deux pays……… **p. 49**
IV-3-1 Comparaison des programmes…………..……………... **p. 50**
1 - La codification des classes de collège……..……………..... **p. 50**
2 – L'horaire hebdomadaire des mathématiques au collège….. **p. 50**
3 – Le curriculum et ses objectifs……..………………… **p. 51**
4 – Découpage des programmes de mathématique au collège**..** **p. 52**
5 – Les contenus des programmes…………………..…….. **p. 53**
IV-3-2 Conclusion……………………..……….…………... **p. 58**
IV-3-3 Les manuels scolaires
IV-3-3-i Représentation……………...…………...………. **p. 59**
IV-3-3-ii Structure……………………………………...….. **p. 59**
IV-3-3-iii Contenus des manuels…………………………... **p. 60**
1- Manuel libanais (ML)…………………….….. **p. 60**
2- Manuel français (MF)…………………………... **p. 62**
3- Manuel franco-libanais (MFL)…………………… **p. 63**
IV-3-4 Conclusion……………….…………………..……... **p. 65**
IV-4-5 Fréquence d'apparition des différents mots du lexique algébrique conforme à la factorisation dans les manuels
1- Les formules…………………………………… **p. 66**
2- Les codifications……………………………….. **p. 67**
3- Répétition des mots…………………………….. **p. 67**
4- Ostensifs et délimitants…………………………... **p. 69**
IV-3-6 Conclusion……………….……………….…………... **p. 70**
IV-4 Qu'est ce que la factorisation ? ……………….…………………
IV-5 Tableau récapitulatif de la comparaison des deux systèmes systèmes scolaires ………………….…………….….……….... **p. 75**
IV-6 Conclusion……………………………………………….……... **p. 77**

CHAPITRE V - ANALYSE DES SEANCES D'ENSEIGNEMENT DANS LES DEUX PAYS

V-1 La problématique…………………………………….………… **p. 79**
V-2 Un cadre didactique pour les analyses.…………………….…..... **p. 80**
V-2-i Relation didactique : enseignant, enseigné…………...……… **p. 80**
V-2-ii Rôle de l'enseignant……………………..………...….. **p. 81**
V-2-iii Rôle de l'enseigné……………...……...……….…..... **p. 81**
V-2-iv Le socle de nos analyses**.**………………..…….……… **p. 82**
V-3 Le Choix et le cadre méthodologique………………………….. **p. 83**

V-4 Qu'est ce que nous cherchons ?…………………………….………..…….. **p. 85**
V-5 Présentation des données………………………………………………… **p. 85**
V-6 Les notes de cours de chaque enseignant…………………................... **p. 87**
V-6-i Exposé des notes de cours………………………………….. **p. 87**
V-6-ii Commentaires……………………………………………......... **p. 89**
V-7 Analyse des séances d'enseignement…………………………………….. **p. 90**
V-7-I La factorisation par un facteur commun monôme............ **p. 91**
V-7-I-i Introduction de la factorisation par un facteur commun monôme…………………………………… **p. 91**
En France
A – Enseignante EnF1……………………… ;…… **p. 91**
B – Enseignant EnF2……………………………… **p. 96**
V-7-I-ii Application de la factorisation par un facteur commun………………………………………….. **p.104**
En France
A – Enseignante EnF1……………..………………. **p.104**
B – Enseignant EnF2……………………………… **p.112**
Au Liban
C – Enseignante EnFL…………..………………… **p.119**
D – Enseignant EnL…………………………….. **p.123**
V-7-I-iii Tableau comparatif de la pratique enseignante……. **p.131**
V-7-I-iv Tableaux comparatifs du discours des enseignants.. **p.132**
V-7-I-v Conclusion……………………………………….. **p.138**
V-7-II La factorisation par un facteur commun binôme………. **p.138**
En France
A – Enseignante EnF1………………..………… **p.139**
B – Enseignant EnF2……………………………… **p.154**
Au Liban
C – Enseignante EnFL…………………………… **p.163**
D – Enseignant EnL…………………………….. **p.175**
V-7-II-i Tableau comparatif de la pratique enseignante……. **p.185**
V-7-II-ii Tableaux comparatifs du discours des enseignants.. **p.186**
V-7-II-iii Conclusion……………..…………...………… **p.190**
V-7-III La factorisation en utilisant les identités remarquables.. **p.190**
En France
A – Enseignante EnF1..…………………………… **p.190**
B – Enseignant EnF2……………………………… **p.218**
Au Liban
C – Enseignante EnFL…….……………………… **p.257**
D – Enseignant EnL…………………………….. **p.292**
V-7-III-i Tableau comparatif de la pratique enseignante....... **p.327**
V-7-III-ii Tableaux comparatifs du discours des enseignants **p.330**
V-7-III-iii Conclusion……………………...………… **p.343**

CHAPITRE VI - DES MANQUES THEORIQUES POUR L'ETUDE DE LA FACTORISATION

VI- I - Le manque d'une théorie dans l'enseignement de la factorisation des identités remarquables
VI-I-1 Introduction…………………..………………………… **p.345**
VI-I-2 Rapport personnel des élèves à la factorisation de $a^2 + 2ab + b^2$………………………………………………….. **p.345**
VI-I-3 Conclusion…………………………………………………. **p.350**
VI-II La dualité absence/présence du PGCD
VI-II-1 Introduction………………………………………………. **p.351**
VI-II-2 Le PGCD………………………………………………….. **p.351**
VI.II.3 Le PGCD, objet masqué dans l'enseignement de la factorisation en France??... **p.352**
VI-II-4 Conclusion……………………………………………... **p.354**
VI.III – Des nombres absents-présents…………………………………….. **p.355**
VI-III-1 Introduction…………………………………………... **p.355**
VI-III-2 Des observations **p.356**
VI-III-3 Conclusion………………………………………….…..... **p.360**

CHAPITRE VII - RAPPORT DE L'ENSEIGNE A LA FACTORISATION

VII-I Introduction………………………………………………………… **p.361**
VII-II Recueil des erreurs……………………………………………….... **p.362**
VII-III Recueil des questions des élèves……………………………………. **p.368**
VII-IV Conclusion………………………………………………………… **p.371**

CONCLUSION……………………………...………………………….. **p.373**

BIBLIOGRAPHIE……………………………………………………... **p.381**

Introduction

Enseigner les mathématiques n'est pas impossible, mais difficile.

L'importance d'une étude approfondie sur le rapport des élèves à la factorisation des expressions algébriques, à travers leur rapport à l'algébrique, s'est dégagée chez nous à l'issue de différentes recherches en didactique des mathématiques sur l'algèbre et plus spécifiquement sur la factorisation. Tonnelle (1980) a souligné que la factorisation des expressions algébriques constitue un monde clos et fragile pour les élèves de Troisième en France (A9)[1]. Ceci fut repris dans d'autres recherches, comme celles de Bardini (2001) sur le rapport des élèves français de fin de Troisième à la factorisation, et de Abou Raad (2003) sur les difficultés des élèves libanais de EB8 (Quatrième)[2] à la fin de l'apprentissage de la factorisation. Les élèves français de Troisième[3] n'ont pas le moyen de penser avec des théorèmes en situation de factorisation, ils pensent avec des outils acquis à travers l'enseignement (Woillez, 1993 ; Abou Raad, 2004) qui fonctionnent comme des règles décrivant les bons comportements. Les travaux de l'ensemble des auteurs se rejoignent pour montrer que, pour la majorité des enseignants et des élèves, la factorisation est une tâche qui mobilise un ensemble de techniques routinières acquises par répétition des exercices. La réussite de ces techniques est donc proportionnelle à la complexité ostensive des expressions algébriques proposées à factoriser : les théorèmes donneraient des moyens de contrôle a posteriori, mais l'efficacité des routines diminue exponentiellement avec la complexité de l'algorithme dans lequel elles interviennent (Brousseau, 1973).

L'enjeu de notre étude consiste à observer plusieurs classes dans le but de comparer l'enseignement qui s'y donne, dans une approche qui concerne l'apprentissage de la factorisation dans deux pays : la France et le Liban.
La factorisation est un objet de savoir fixé par les programmes : en France, le contenu est fixé en Troisième (A9) alors qu'au Liban il est fixé en EB8 (Quatrième). Notre approche a concerné l'activité de quatre enseignants, sans négliger l'élève dans son apprentissage. La définition de la factorisation donnée par les manuels de Troisième (A9) en France ne parle de la factorisation qu'en termes formels : « Factoriser une expression algébrique, c'est *l'écrire sous la forme* d'un produit de facteurs », les définitions données par les manuels de EB7 (Cinquième) au Liban nomment la transformation par l'opposition somme/produit : « Factoriser : transformer une expression de la forme d'une somme à la forme d'un produit ». Elles portent aussi sur la description formelle de l'expression algébrique, notion en usage dans les manuels français mais qui n'est pas définie. Ceci nous conduit à supposer que *le rapport des élèves à la factorisation est dépourvu de sens algébrique*, puisque les méthodes de factorisation qui leur sont présentées semblent applicables sur toutes les expressions algébriques sans que les élèves ne sachent qu'est ce qu'une expression algébrique autrement que par la consigne qui les désigne : « factorise (ou, développe, réduit) l'expression algébrique ».

---

[1] Nous indiquerons, avec le nom traditionnel des classes du secondaire français (Troisième), l'année d'études entre parenthèses (A9), et pour l'enseignement libanais, avec le nom traditionnel (EB8 pour Enseignement de Base Huitième année) l'équivalent français entre parenthèses (Quatrième).
[2] Au Liban la factorisation est au niveau de la classe de EB 8 (Quatrième).
[3] Etude faite en France dans des collèges lyonnais

Nos recherches précédentes (Abou Raad, 2003, 2004) montrent que les erreurs des élèves des deux pays, à savoir le Liban et la France, sont les mêmes. Nous en avons donc déduit notre deuxième hypothèse de travail : *du point de vue des élèves, le problème dans les deux pays est le même*. Cela signifie, soit que l'enseignement de l'algèbre est le même, soit qu'il y a là un obstacle conceptuel universel. Les deux questions peuvent d'ailleurs être liées. La thèse selon laquelle l'enseignement serait absolument semblable nous intéresse parce que les programmes libanais semblent ressembler trait pour trait aux programmes français d'il y a quelques années. Nous avons ainsi la possibilité de montrer que les dernières réformes françaises visant à « donner du sens » au travail algébrique n'ont rien changé à la situation, tout au moins *du point de vue des élèves*.

Pour valider nos thèses, nous allons ainsi chercher à montrer que les élèves des deux pays se trouvent face à un même problème. Nous commencerons par comparer l'enseignement des deux pays autour des questions suivantes : 1) Comment les professeurs de ces deux pays abordent-ils les objets mathématiques algébriques ? 2) Quelles sont les techniques utilisées dans un travail algébrique et plus spécifiquement dans un travail de factorisation ? 3) Que disent les professeurs sur la factorisation 4) Quelles connaissances font vivre les enseignants en classe dans leurs discours ? Puis nous rechercherons à partir des erreurs, les connaissances que font vivre les élèves dans un travail de factorisation, et à partir des questions qu'ils posent comment ils transforment ce qu'ils pensent. Nous pensons arriver à identifier un problème venu de la manière dont le travail algébrique est enseigné et appris, pour rejeter l'hypothèse selon laquelle les difficultés des élèves relèveraient d'un obstacle épistémologique.

Les objets impliqués dans un travail algébrique

Le symbolisme occupe une part très importante dans le travail mathématique et en particulier dans le travail algébrique. Plusieurs études de différentes disciplines[4] ont abordé la fonction symbolique, son évolution à travers l'histoire, et sa relation avec les sciences. Nous fonderons notre propre travail sur l'ouvrage de Serfati (2005), qui étudie l'invention du symbolisme algébrique par Descartes et son étude systématique par Leibnitz. Nous renoncerons ainsi à produire un travail épistémologique autonome, à partir d'observations didactiques, ce qui n'est pas le choix de la plupart des études didactiques que nous avons consultées. Ainsi Sfard (1991) souligne que dans une activité mathématique deux conceptions s'articulent pour une expression algébrique : procédurale (opérationnelle) et structurale. Elle montre que par exemple, l'expression $5x + 3$ est soit un processus opératoire qui consiste à prendre un nombre le multiplier par 5 et lui ajouter 3, soit un objet considéré comme un tout, ce processus peut être interprété soit comme l'image de x par une certaine fonction, soit comme un nombre congru à 3 modulo 5, etc. La question du statut des expressions algébriques a été aussi abordée par Nicaud (1994), qui a développé le logiciel APLUSIX pour les tâches de factorisation et qui s'appuie sur trois niveaux de traitement sémantique des expressions algébriques. Il considère qu'un travail algébrique s'effectue lorsque l'organisation de ce calcul se fait à l'aide d'un raisonnement stratégique qui porte sur la forme des expressions traitées.
Radford (2002) conçoit qu'il est important pour l'apprentissage des mathématiques de représenter un objet mathématique par un symbole qui émerge de l'objet lui-même. A

[4] Psychologique, philosophique, sociologique, linguistique..

travers une approche sémiotique, il a étudié le rapport des élèves au symbolisme, qui se sont basés sur les *deictics*[5] pour organiser leur travail à travers les symboles et les lettres qui ont un sens indicatif « *indexical meaning* ». Arzarello (2001) a analysé le sens des écritures symboliques en algèbre, comme étant un outil pour décrire des processus algébriques. Il a trouvé dans ses recherches que le sens sous-jacent des expressions algébriques constituait une grande difficulté pour les élèves. Gray et Tall (1994) ont montré que la dimension *processus* du procept domine dans les écritures symboliques ; pour les élèves l'expression « 3 + 2 » n'est pas une représentation symbolique d'un nombre, elle n'est qu'une injonction de calcul. Saenz-Ludlow et walgamuth (1998) ont étudié les conceptions des enfants du CE1 (Grade III) relatives au signe d'égalité. Ce symbole évoque chez les élèves une action, il annonce un résultat. Les élèves restent à un stade « opérationnel » de l'interprétation, du fait qu'ils accordent au signe d'égalité le statut « d'annonce de résultat d'opération ». Son étude a montré que les conceptions opérationnelles devancent généralement les conceptions structurales. Schliemann, Carraher *&* al (2003) ont montré que les élèves résolvent les problèmes dans une voie arithmétique sans se référer aux méthodes de l'algèbre et à leurs symboles. Enfin, l'épistémologie du symbolisme algébrique a été utilisée par Bardini (2003) dans une étude didactique fondée sur l'étude de Serfati. Elle a analysé le rapport des élèves au symbolisme algébrique en partant du fait que les symboles jouent un rôle important dans la constitution des mathématiques et elle en a déduit que le rapport des élèves aux symboles est fragile, particulièrement concernant les parenthèses.

L'arithmétique utilise un ensemble d'outils sémiotiques, très peu nombreux, dont le rôle est de coder les calculs à effectuer : il s'agit de la représentation des nombres entiers et décimaux, qui elle même est récente. Par contamination progressive avec le travail algébrique, elle utilise aussi les symboles comme les signes opératoires, le signe « = » pour indiquer le résultat d'un calcul, les parenthèses pour gérer les priorités opératoires qui sont empruntés à l'algèbre. Mais l'usage arithmétique de ces notations leur fait perdre certaines de leurs propriétés initiales. Le signe « = » devient pour les élèves l'indicateur d'un calcul effectué, ce qui en ferait l'équivalent de la touche « ENTER » ou « ANSWER » des calculatrices comme dans 17 + 5 = 22 + 4 = 26.

L'algèbre est aussi un domaine où nous codons les calculs, mais c'est pour travailler ce codage sans qu'il soit nécessaire d'effectuer ces calculs. De plus, elle fournit un moyen puissant de modélisation, lié à l'usage des lettres pour désigner les constantes et les variables. Elle permet encore d'exprimer des relations entre le connu et l'inconnu, qui sont ensuite traitées à l'aide de procédures spécifiques pour trouver une expression de l'inconnu, par usage des symboles et des signes déjà connus. Le changement de questions lié au passage de l'arithmétique à l'algébrique est souvent traité dans une continuité illusoire dont nous pensons qu'elle fait problème plus qu'elle ne viabilise le chemin.

Pour travailler ces questions d'un point de vue didactique, et observer ce qu'il en est dans les classes, nous avons décidé d'utiliser un système de description qui nous permet de nous libérer des mots mêmes des institutions que nous observons tout autant que des termes mathématiques. Nous pensons en effet, à l'image de Serfati qui a inventé un lexique particulier pour décrire le travail d'étude du symbolisme algébrique par Leibniz, considérant par lui-même que le symbolisme algébrique ne donnait pas les

[5] Radford appelle *dectics* les termes dont la fonction est de pointer une forme visuelle, ils sont des référentiels mécaniques, comme « top row », « bottom row », « that », « this », etc. (Radford, 2002, p17).

moyens de sa description, que les mathématiques ne sont pas un outil pertinent pour décrire les pratiques d'étude des mathématiques.
Dans le cas des mathématiques il y manque la langue naturelle bien sûr, et les gestes qui accompagnent le travail et permettent la communication entre élèves et professeur. Les notions d'ostensif et de non ostensif associé sont particulièrement utiles à ce propos. Dans le cas du symbolisme algébrique nous utiliserons donc les outils proposés par Serfati lorsque nous chercherons à traiter des manipulations formelles et les outils proposés par Bosch et Chevallard (1999), lorsque nous chercherons à traiter de leur sens mathématique. « La fonction sémiotique des ostensifs, leur capacité à produire du sens, ne peut en effet être séparée de leur fonction instrumentale, de leur capacité à s'intégrer dans les manipulations techniques, technologiques, théoriques, […]. L'ostensivité d'un objet lui permet en effet de fonctionner comme *signe* ou plutôt comme *signifiant* » (p 95 et p 109). Bosch et Chevallard ont montré encore que tout objet ostensif est un « ingrédient » nécessaire au fonctionnement cognitif d'une activité mathématique. Il a une *valence instrumentale* qui existe dans les symboles écrits, dans les mots dits, et aussi dans les gestes faits, et une *valence sémiotique* dans un fonctionnement comme *signe d'autres objets.* Tout ostensif ne peut pas vivre sans son non ostensif, sinon chacun sera dépourvu de sens. Par exemple, la recherche d'un facteur commun pour la factorisation de l'expression algébrique **4x – 16,** suppose la manipulation d'ostensifs gestuels sonores « quatre et seize sont divisibles par quatre (et cela suppose que l'on pointe du doigt 4 et 16)**,** alors je prends **4** en facteur (et l'on écrit 4(.....) et le facteur est….». Ces ostensifs évoquent deux objets non ostensifs : « la division » qui correspond à l'idée de partage égal et la « multiplication » qui correspond à l'idée de l'addition répétée. Alors l'écriture **4x - 16 = 4(x – 4)** est vue comme un travail de transformation réglé par un système d'ostensifs. Les auteurs ont montré la co-activation de ces deux types d'objets dans toute activité mathématique et que l'ensemble fonctionne comme éléments implicites des savoirs mathématiques de l'institution. Ainsi, parmi les systèmes d'ostensifs, il en est qui sont reconnus en mathématique, comme le système de notation en algèbre ; mais tous sont des dispositifs qui règlent l'action. Ce sont des techniques de pensée sous le contrôle d'une théorie qui en validera la pertinence. La création didactique d'ostensifs répond aux besoins de l'enseignement de toute matière mathématique (on se rappelle par exemple les arbres de calcul de l'école élémentaire) et on en trouve dans le cas de la factorisation où ils sont supposés aider à l'application des méthodes enseignées. Mais les ostensifs inventés à usage didactique n'auront jamais un statut mathématique et cela comporte un risque : ces ostensifs ne peuvent relever que des règles d'action, ce qui enferme l'élève dans un monde d'interprétations personnelles sans contrôle. L'usage des ostensifs dans l'enseignement dirige l'action de l'élève qui les reproduit sans y penser : « L'élève n'a qu'à vérifier l'exécution des gestes partiels d'une liste à cocher fournie par l'enseignant » (Mercier 1995a). Ainsi la « factorisation », telle qu'elle fonctionne dans l'enseignement de l'algèbre ne peut guère se ramener à une notion mathématique *stricto sensu*[6].
Tonnelle a montré, dans le développement des produits de deux sommes et des identités remarquables que le rapport au travail algébrique se réduit souvent à un rapport à des ostensifs non pertinents d'un point de vue mathématique, ce qui nous conduira à prolonger notre description par une analyse de ce que Serfati appelle le registre « combinatoire » qu'il lie au registre « signifiant », pour que l'écriture mathématique soit le moyen de construire des preuves et de créer des objets. Les signes comme les

[6] Le passage d'un contenu de savoir précis à une version didactique de cet objet peut être appelé justement « transposition didactique *stricto sensu* » Chevallard 1991

lettres, les chiffres, les « figures » multiples : =, +, -, ×, etc sont les éléments constituants du premier registre qui n'est autre qu'un registre purement formel de signes dont l'interprétation se fait dans le second registre. La factorisation place les élèves face à un problème *combinatoire*, il s'agit de faire des transformations combinatoires d'écritures formelles

(ζ) : *Somme (de produits)* $\rightarrow$ *Produit.(de sommes)*

Forme-énoncé **Forme-produit**

La « combinatoire des expressions » assure la solidarité entre ces deux « formes ». Un « jeu de calcul », permet au signe « deux traits », qui sépare les deux écritures, d'assurer qu'elles ont la même substance, en d'autres termes elles sont équi-valentes (équi-substantiées)[7].

La confusion entre ces deux registres est claire. Nous ne donnerons comme exemple que le cas des parenthèses rondes, signe de *délimitation* (nommé ainsi par Serfati) qui sont reconnues, dans le problème qui nous intéresse, comme signe d'*agrégation* (des sommes, qui deviennent ainsi des objets élémentaires), mais qui ont aussi un rôle de *séparateur* (des facteurs du produit) dans un assemblage d'expressions agrégées sur lesquelles nous avons opéré.

Notre étude est donc menée avec une double approche, une approche qui concerne le Savoir et sa transposition (Chevallard, 1991; Mercier, 2002) ainsi que le symbolisme algébrique (Serfati, 2005) et une approche qui concerne l'Enseignant et l'Enseigné dans un double cadre : le modèle de l'action du professeur Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni (2000, 2005) et l'approche anthropologique développée par Chevallard (1995).

Dans le premier chapitre, nous nous intéressons aux deux composantes mathématiques, l'« Arithmétique » et l'« Algébrique » au sein de différentes recherches menées en didactique de l'algèbre. Puisque l'algèbre est un domaine de codage et un moyen puissant de modélisation, nous étudions l'évolution du symbolisme mathématique et son rôle en nous appuyant, en plus du travail de Serfati, sur plusieurs recherches dont le travail s'est basé sur le symbolisme et les écritures algébriques. Pour pouvoir montrer que la factorisation n'est qu'un travail combinatoire formel, nous faisons dans le second chapitre, un panorama des éléments du travail de Serfati qui nous servent ici, sur l'interprétation d'une écriture algébrique dans les deux registres *combinatoire* et *signifiant*. Bien que les symboles aient un rôle important dans le processus de l'apprentissage de l'algèbre, dans le présent travail, nous nous limitons aux symboles les plus fréquents dans une situation de factorisation, les signes « deux traits » (=), et « croix » (+), enfin les « parenthèses rondes » [( ] et [ )] et les crochets ([ ) et ( ]), que Serfati nomme des « *délimitants* ».

En second temps nous analysons dans une étude comparative, le rapport des enseignants et des enseignés aux délimitants : les parenthèses rondes et les crochets qui ont un double rôle dans les différentes écritures algébriques et en particulier dans celles qui représentent une factorisation. Pour raffiner notre questionnement sur la factorisation, une étude a priori de cette notion à la base des deux registres de Serfati fait l'objet du troisième chapitre. Nous essayons de montrer la difficulté de la factorisation par la transformation (ς) en détaillant les procédures de factorisation sur des exemples travaillés dans les classes où ont eu lieu nos observations.

[7] Serfati (2005), chapitre XIII, p 299

Une étude comparative sur les apprentissages scolaires de la factorisation, à travers les curriculums et les manuels scolaires adoptés par les écoles où ont lieu nos observations, est l'enjeu du quatrième chapitre. Cette étude cherche à trouver, si dans les deux pays, la factorisation est une combinatoire de transformation d'écriture**,** et à déterminer quelles sont les bases de son enseignement. Ceci nous a incitée à passer dans les classes pour voir de près comment les enseignants de chaque pays prennent en compte dans leur enseignement la question de la factorisation. Différents épisodes didactiques pour chaque méthode de factorisation sont analysés pour les quatre enseignants. Notre but est de voir comment les enseignants des deux pays présentent la factorisation aux élèves et avec quels outils d'enseignement. Pour ceci, nous suivons la transmission du savoir « Factorisation », dans quatre classes de trois collèges des deux pays : la France (deux classes de troisième) et le Liban (deux classes de EB8). Et puisque notre étude est comparative, nous relevons dans le cinquième chapitre les discours des quatre enseignants en suivant les moments où ils traitent d'une même idée.
Dans le sixième chapitre, nous montrons l'algorithmisation de l'enseignement, dans les deux pays, de la factorisation en utilisant les identités remarquables carrées et la factorisation par un facteur commun. Nous ne négligeons pas le comportement des élèves dans nos analyses de ce chapitre et pour les enrichir, nous recherchons le rapport personnel de six élèves français[8] - de niveaux scolaires différents (3ème, Seconde, première S, Terminale (ES))- à la factorisation de l'identité $a^2 + 2ab + b^2$.
Le septième chapitre, porte sur une étude comparative des erreurs identiques des élèves des deux pays, et sur leurs questionnements d'une même idée.
Et pour clore ce travail, une conclusion donne un aperçu sur tout le travail et une ouverture pour une recherche sur un travail de facettes.

[8] Nos études de cas se limitent aux élèves français cause de notre présence en France aux moments de la rédaction de la thèse.

Chapitre I

Cadre Théorique

L'algèbre indique, elle ne prononce pas ; sa généralité est pour Condillac un modèle : « Généraliser (…) est un écueil dans les langues vulgaires ; mais c'est un grand art dans l'algèbre, et c'est là proprement tout l'artifice de l'analyse ». Or la généralité de l'algèbre lui vient de son indétermination, « chaque lettre désigne (..) en général tous les nombres possibles » (Condillac, cité par Serfati p.315)

I - 1 – Introduction

La majorité des collégiens et des lycéens éprouve des difficultés réelles pour saisir la notion de factorisation. Notre expérience empirique dans les deux pays, la France (enseignement des mathématiques à domicile pour des élèves du collège et du lycée) et le Liban (enseignement des mathématiques au collège, et à domicile pour des élèves du collège et du lycée), nous conduit à dire que l'un des premiers blocages des élèves dans l'apprentissage des mathématiques est la confrontation à ce qui est appelé « Algèbre » mais qui n'a aujourd'hui que fort peu à voir avec ce que ce terme désigne en mathématiques puisqu'il ne s'agit que du calcul dit algébrique ; il porte sur des écritures comportant des paramètres, des inconnues, des constantes et des variables, écritures qui peuvent être des formules d'une ou plusieurs variables, des équations, des identités conditionnelles ou non, etc.

I - 2 - L'histoire de l'Algèbre

Avant de parler du couple « Arithmétique, Algèbre » dans l'enseignement, nous avons trouvé qu'il était nécessaire de faire un aperçu sur l'algèbre dans l'histoire à partir du travail de Serfati[9], qui parle de trois grandes étapes historiquement et fondamentalement distinctes dans le développement historique de l'algèbre :

1. *L'algèbre rhétorique* (avant Diophante, 425 - 410) : il s'agit de calcul entièrement exprimé en mots, ce qui, en l'absence de tout signe, consiste à détailler en langue ordinaire le déroulement complet du calcul.
2. *L'algèbre syncopée* (de Diophante à la fin du XVI^e siècle) : l'exposé de la solution est de nature rhétorique, mais utilise les abréviations introduites par Diophante pour désigner les inconnues.
3. *L'algèbre symbolique* (à partir de Viète) : elle représente toutes les formes et opérations possibles dans une langue de signes entièrement constituée et indépendante de l'expression orale (nous nous intéressons dans ce travail à cette partie)

L'Algèbre, à partir de Viète, est devenue un outil pour prouver des règles en utilisant les lettres non seulement pour désigner des inconnues, mais aussi pour désigner des données. « L'algèbre fournit un moyen plus puissant, essentiellement lié à l'usage des lettres (pour désigner des variables) et à la possibilité de calculer sur les expressions littérales qu'elle conduit à former »[10]. De *L'arithmétique des écoles* (1927), Bernadz (2001) a cité la formule suivante. « Algebra is a science which simplifies problem

[9] Serfati (2005,chap I, p. 38 – 39)
[10] Chevallard (1989, p 64)

solving and generalizes solutions by establishing formulas to solve problems of the same type ». Mais l'utilisation des symboles pour désigner des inconnues et des données afin de résoudre des problèmes rend le calcul plus difficile, preuves en sont les erreurs des élèves, à tous les niveaux à partir du collège. Sfard (1994) considère que l'algèbre est une arithmétique généralisée qui a deux phases : opérationnelle et structurale. L'algèbre ancienne, médiévale et rhétorique a une structure opérationnelle du fait qu'elle opère verbalement pour trouver la valeur de l'inconnue. Diophante le premier a assuré le passage de l'algèbre opérationnelle à l'algèbre structurale en construisant des expressions comme 10 – x. Et Viète (1540 – 1603)[11] a été le premier à faciliter la recherche de l'inconnue au moyen des symboles. Mais l'évolution de l'algèbre ne s'est pas arrêtée à ce point. Sfard (1994) cite pour Gregory (1840 ; as quoted by Novy, 1973, p194) : « Algebra was to become a science which treats the combinations of operations defined not by their nature, that is by what they are or what they do, but by the laws of combinations to which they are subject ». Donc, selon Gregory, l'algèbre est une science qui traite des opérations combinatoires. Toutes ces définitions de l'« Algèbre » montrent que, grâce aux formules et à l'usage des symboles, la résolution des problèmes par une méthode algébrique est plus facile que la résolution des mêmes problèmes par une méthode arithmétique.

I - 3 - Transition de l'Arithmétique à l'Algèbre

Plusieurs recherches ont été faites sur la comparaison du couple « Arithmétique, Algèbre » afin de mieux cerner ce qui pose problème aux élèves dans l'apprentissage de l'algèbre. Les idées se contredisent, certaines parlent d'une continuité entre les deux éléments du couple, par contre d'autres parlent de discontinuité.

Le passage de l'Arithmétique à l'Algèbre est marqué par l'introduction des « signes algébriques » ou « symboles algébriques » qui ont un sens précis en « langage arithmétique » et cela sera modifié dans le « langage algébrique ». Ce passage a été souvent envisagé comme une généralisation des procédures arithmétiques, ce qui peut expliquer probablement pourquoi les élèves ont des difficultés à donner du sens aux nouveaux outils proposés. Or, si l'algèbre permet de résoudre les problèmes de l'arithmétique élémentaire, elle n'est pas une simple généralisation. Gascon (1993-1994) et Chevallard (1989) combattent le modèle épistémologique de l'algèbre comme arithmétique généralisée. Gascon propose un modèle alternatif à l'arithmétique généralisée, l'algèbre élémentaire. Celle-ci est une activité mathématique caractérisée, entre autres, par une symbolisation globale de la relation entre les données et les inconnues du problème. Le langage utilisé contient des variables, des paramètres qui constituent des formules qui sont des modèles algébriques. Pour Chevallard, la résolution de problèmes dans l'arithmétique élémentaire relève essentiellement du champ du discours oral alors que la résolution algébrique s'inscrit dans le champ de l'écriture symbolique. L'algèbre est un domaine où l'on code les calculs dans des ensembles de nombre, mais elle fournit un moyen plus puissant lié à l'usage des lettres pour désigner des variables et à la possibilité de calculer sur des expressions littérales ; « ce qui fait la force de l'algèbre, c'est l'emploi des paramètres ». L'utilisation de l'algèbre est légitimée par la modélisation des systèmes mathématiques. Mercier (1999b) a parlé d'un *manque de théorie du côté de la numération* pour parler de la difficulté de l'introduction de l'algèbre. Il a montré que les élèves utilisent des techniques sans technologies (au sens de Chevallard), dans le domaine de la

[11] Voir Serfati (2005)

numération. Ils ne sont pas capables de faire des généralisations ni d'organiser leurs techniques. Woillez (1993) a montré que la modélisation des raisonnements arithmétiques par l'algèbre ne pourra avoir lieu en l'absence de référence (p 104). La pensée arithmétique est nécessaire à la construction de la pensée algébrique « L'arithmétique élémentaire n'est pas seulement un ensemble de connaissances procédurales ; certaines des connaissances développées dans l'arithmétique élémentaire sont aussi des connaissances relatives aux relations. De plus, certains des raisonnements mis en œuvre vont être modélisés par l'algèbre ». Pour Tall (1999) le passage de l'arithmétique à l'algébrique, et de l'algèbre au calcul, a été cause d'un changement dans la nature du procept[12], les symboles n'ont plus la même signification. En arithmétique, tous les symboles induisent une réponse, alors qu'en algèbre, ils forment des expressions algébriques qui induisent des processus potentiellement exécutables. Pour Sfard (1994), l'algèbre est en continuité avec l'arithmétique. L'algèbre, identiquement à l'arithmétique, manipule des nombres et des relations numériques, mais elle pose des questions de types différents pour traiter des algorithmes « Arithmetic algebraic to the extent that it provides opportunities for making and expressing generalizations » (Carraher, 2001).

Ainsi, nous pouvons dire que la continuité apparente entre Arithmétique et Algèbre est marquée par l'utilisation des lettres, qui seront des variables, des paramètres ; le signe égal (=) et les signes opératoires (+, -, ´). Alors que, la discontinuité se marque par la création de nouveaux objets mathématiques (équations, expressions, fonctions) qui se servent des signes usuels de l'arithmétique en se donnant du sens indépendant des procédures qu'ils représentent dans la résolution de problèmes. Une fausse continuité et une discontinuité sont marquées par Kieran (1994). La première réside dans le partage des mêmes symboles et signes, et aussi par la présence des lettres dans des significations différentes. Alors que le déplacement de conceptions procédurales vers des conceptions structurales, l'utilisation de nouveaux objets (expressions, équations, inéquations,...), la mise en œuvre des démarches de résolution différentes du travail arithmétique, la représentation formelle des problèmes et l'utilisation des procédures formelles pour les résoudre, tous marquent la discontinuité entre l'arithmétique et l'algèbre.

Les difficultés des élèves en algèbre proviennent en partie des représentations de l'algèbre comme une généralisation de l'arithmétique. L'enseignement ne donne aucune place à la difficulté des élèves dans la transition de l'arithmétique à l'algébrique. Les enseignants estiment que montrer le fonctionnement est suffisant pour l'apprentissage ; l'algorithmisation de la factorisation des expressions algébriques et de la résolution des équations et des inéquations en sont la preuve. Mais les erreurs récurrentes des élèves et même persistantes chez certains montrent bien la difficulté de maîtriser le calcul algébrique dépourvu de sens, puisqu'à travers la pratique d'un calcul algébrique, ils doivent contrôler les résultats obtenus. Ce contrôle impose de comprendre les règles qui gouvernent la formation et le traitement des expressions algébriques « En termes de modélisation, l'introduction des paramètres fait passer d'une modélisation « arithmétique », où les énoncés du langage ordinaire, …, à une modélisation

[12] Le *procept* est une collection de *procepts élémentaires* d'un même objet « A *procept* conists of a collection of *elementary procepts* that have the same object ». Ils définissent un *procept élémentaire* par l'amalgame de trois composantes : le processus, l'objet et le symbole « An *elemntary procept* is the amalgam of three components : a *process* that produces a mathematical *object*, and a *symbol* that represents either the process or the object » (Gray and Tall 1994, p 121)

« algébrique » où les énoncés cèdent la place à des expressions littérales sur lesquelles opère le calcul algébrique et qu'on pourra évaluer en fin de calcul, en revenant alors aux nombres particuliers définissant l'état du système auquel on s'intéresse »[13]

I - 4 - L'évolution du symbolisme mathématique

La plupart des symboles du calcul ont été inventés entre la fin du XV^e^ siècle et la fin du XVIII^e^ siècle, pour symboliser une idée ou une chose (Radford, 2002), alors que l'arithmétique existait depuis toujours. L'histoire nous montre comment le symbolisme a évolué dans une quête de précision et de simplicité des formes et des calculs. Nous nous intéressons aux symboles algébriques qui outillent un travail de factorisation. Notre étude sera chronologique et épistémologique, en se guidant sur le travail de Serfati.

I - 4 - i - Le signe (=) ou signe « deux-traits »[14]

« L'égalité est marquée en Europe au XVII^e^ siècle par le symbole ∞ par lequel les astronomes désignent la constellation du Taureau. Mais le mot latin "aequalis" en toutes lettres se rencontre aussi, il est progressivement abrégé en æ et devient, finalement, le signe "=". Il semble avoir été inventé par le mathématicien anglais Robert Recorde[15] (1510-1558), professeur à Oxford et à Londres. Le symbole ∞ désigne alors le nombre 1000. C'est J. Wallis qui, vers 1660, l'élève au rang "d'infini" ; auparavant, cette notion d'infini n'avait pas d'existence » (site Nedstat Basic).

Le signe « deux traits » créa, depuis Recorde[16] dans une ligne, deux places fixes, pouvant être occupées de la même façon par une « forme » en *amont* différente de celle en *aval*. Il a été la constitution d'une écriture mathématique autonome, séparée du langage rhétorique. Serfati considère[17] tout comme Descartes que l'énoncé « égaler les résultats des deux instructions précédentes[18] est mathématiquement accompli ». Dans les textes rhétoriques, depuis les mathématiques grecs, une mise en égalité entre résultats avait constituée une procédure constante (deux plus trois font cinq, la racine carrée de 144 vaut 12, etc), elle était exprimée par les verbes d'action « *font*, *égalent*, *valent*, *aequales*, *aeaquari*, *esgale*, *faciunt*, *ghelicjk*, *gleicht*, *fara*, etc. » (Serfati p. 130). Dans les exemples précédents, les verbes « font » et « vaut » affectent un attribut (cinq, 12) à un sujet, qui est lui même le résultat d'une instruction élémentaire (ajouter deux à trois, extraire la racine carrée de 144). Comme la proposition mathématique est une proposition de la langue naturelle, la procédure de la mise en égalité, qui se limite à des instructions opératoires, est considérée comme inachevée, puisque la réciproque est invalide dans ce langage.
Le signe (=) comprend, comme l'observe Serfati, non seulement, la mise en relation d'égalité des résultats, mais aussi le jugement de la validité de l'égalité. Ce signe est une « figure » qui comme tous les signes opératoires a une fonction combinatoire : créer deux places, *amont* et *aval*, de niveaux différents. En arithmétique, il marquait le résultat d'un calcul : 2 + 3 = __, et 2 + __ = 5, dans le premier il indique le résultat de la

---

[13] Chevallard (1989, p 65)
[14] Nous adopterons cette notation tout le long de ce travail conformément à Serfati
[15] Le signe (======) a paru en 1557 dans son ouvrage « Whetstone of white » (Serfati p 131)
[16] Le signe égal de Record était plus long que l'usuel de nos jours : « ======» (Serfati p 133)
[17] Serfati chap VI, p. 129
[18] « Soit *z* le signe d'une grandeur inconnue ; effectuer le carré de *b*, moins *a*, multiplié par *z* et constituer son résultat » est la première instruction. « Retrancher 2 de *z* et constituer son résultat » est la deuxième instruction.

somme de 2 et de 3, dans le second le résultat est un nombre ajouter à 2 pour avoir 5. Par contre en algèbre, il a différents sens : dans $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ le signe (=) indique une égalité pour toutes les valeurs de x alors que dans $x^2 + 2x + 1 = 0$ l'égalité est vraie uniquement pour deux valeurs de x.

Dans l'écriture 3 + 5 = 7 + 1, les élèves ne voient pas que le signe (=) indique « l'identité quantitative[19] » de l'*amont* et de l'*aval*. Ils le voient comme un séparateur entre deux opérations. C'est ce que Serfati[20] voit aussi, il dit que le « deux-traits » a un pouvoir plutôt séparateur qu'agrégateur, et il est plus élevé que celui de tous les autres signes opératoires.

Selon Sfard (1991), les élèves sont incapables d'interpréter la division de deux entiers comme une fraction, ils la voient uniquement comme un processus et non comme une entité statique (p 11). La dualité opérationnel/structural pour tout concept mathématique se manifeste, dans le sens du signe (=) qui peut être à la fois un signe d'opération faite et un symbole de relation entre deux quantités

> « This duality of interpretation corresponds to the already noticed and discussed dual meaning of the equality sign "=" can be regarded as a symbol of identity or as a "command" of executing the operations appearing at its right side » (Sfard 1991, p 6])

Cette dualité indique que le signe (=) en algèbre peut signifier aussi bien une action (x + 2x = 3x), qu'une équivalence ($(a+ b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$).

Pour Kieran (1981), les élèves donnent au symbole (=) le sens d'annonce d'un résultat qu'il a dans un calcul arithmétique. Elle a mené une expérimentation sur des élèves du collège et du lycée, dans le but de changer leur conception sur le signe (=). Son travail atteste que ces élèves trouvent toujours dans le signe (=) un séparateur et non un symbole d'une relation symétrique et transitive. En revanche, ils acceptent d'opérer sur des énoncés tels que 4 + 5 = 3 + 6, ils justifient cette égalité en disant que les deux membres, comme ils ont la même valeur, sont égaux.

De même, Saenz-Ludlow et Walgamuth (1998) ont analysé les interprétations du signe (=) par des élèves du primaire (3-8ans). Les élèves ne voient pas que le symbole (=) représente une relation d'équivalence, il est rarement interprété comme tel. Dans l'écriture 6 + 6 = 6 + 6 ou 6 ´ 6 = 6 ´ 6, ils n'accordent au signe (=) que le résultat de l'opération, ils ne voient pas le sens de ce symbole. Les auteurs ont suivi, tout le long de l'année scolaire, l'évolution de la conception du signe (=) chez les élèves de la classe CE2 (grade III). Ils ont trouvé qu'au début de l'année, le signe (=) est pour les élèves le résultat des opérations arithmétiques (10 + 5 = 15). Il leur était difficile d'accepter l'égalité entre deux quantités écrites différemment (6 + 6 = 5 + 7 ou 50 + 53 = 53 + 50), ils n'acceptaient pas de dire verbalement que : « cinq plus sept et six plus six sont égaux, ou désignent le même nombre ».

Woillez (1993), dans un travail sur la transposition, a montré que le sens arithmétique du signe (=), paraît non pertinent dans un contexte algébrique. Ce symbole prend un sens local, du fait qu'en transposant, les termes d'une égalité changent. Cette égalité paraît fausse pour les élèves. Ils traitent les termes de chaque côté de l'égalité comme étant les termes d'une même somme.

I - 4 - ii - Les lettres

Dans l'histoire les experts ont catégorisé les lettres de différentes façons dans des travaux mathématiques. Viète, l'inventeur du langage algébrique, fut le premier à

[19] Saenz-ludlow (1998)
[20] Serfati (2005, chap VI, p. 133)

introduire les lettres pour des notations mathématiques, à partir desquelles, il forme des mots, puis des formules sur lesquelles il opère. Il a proposé une codification littérale pure, au moyen des voyelles majuscules A, E, I, O, etc. Descartes a utilisé les lettres dans deux sens : 1) les lettres a, b, c pour désigner les « données », 2) les lettres x, y, z pour des inconnues. Ceci entraîne que les lettres seront interprétées comme substances. En arithmétique, nous utilisons les lettres, mais dans un but de désigner des mesures comme 3 m pour dire trois mètres, ou des étiquettes comme 3 m pour dire 3 mobylettes. Cette différence a été étudiée par Kieran (1990). En probabilité si je compte des tirages à pile ou face : « tirer six fois une pièce », nous permet d'écrire (p + f) 6 = pppppp + fppppp + pfpppp+ ppfppp+ pppfpp + etc, signalons que p désigne « PILE » et f « FACE », qui sont loin d'être des nombres ! Alors que, la proposition $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ est une propriété à établir pour *toutes* les valeurs des grandeurs données a et b. Aucun intérêt n'est donné à la nature de ces écritures (à ce qu'elles désignent). Nous pensons que l'apprentissage de routines réglées est lent et soumis aux lois en la matière (Brousseau, 1973) : le résultat ressemble à un développement parce qu'il est fondé sur le corps d'expériences que les élèves forment durant leur passage à l'école. Plusieurs études ont montré que les évolutions des conceptions des élèves sont des effets de l'enseignement et non pas liées à un développement cognitif naturel (Pascal, 1980). Kuchman a montré que les lettres ont le statut d'un objet pour la majorité des élèves puisque dans leur livre d'algèbre, en première leçon, nous retrouvons cet exemple « 5x + 8x = 13x is justified by analogy with 8 minutes added to 5 minutes equals 13 minutes »[21]. Il a trouvé dans une de ses études que plus que 75% élèves anglais traitent les lettres dans des équations comme des objets et plus spécifiquement « lettre-objet » en utilisant les premières lettres des mots de la consigne[22]. Pour cette étude, il a proposé une classification des différents statuts des lettres :

1. Lettre évaluée : la lettre est remplacée par une valeur numérique
2. Lettre non considérée : la lettre est ignorée dans le calcul
3. Lettre-objet : la lettre est un objet concret, c'est une étiquette
4. Lettre comme inconnue spécifique : la lettre désigne un nombre inconnu
5. Lettre comme un nombre généralisé : la lettre peut prendre plusieurs valeurs
6. La lettre-variable : la lettre est utilisée dans un contexte fonctionnel

I - 4 - iii - Les signes opératoires

C'est à la fin du XV^e siècle que les premiers signes opératoires comme la « croix » (le signe de l'addition (+) de nos jours) et le « trait » (le signe de la différence (-) de nos jours), parurent. Les quatre signes d'opération (l'addition, la soustraction, la division, et la multiplication) furent connues à la fin du XVII^e siècle. Dans le registre combinatoire, chaque signe opératoire est une « figure » dont la fonction est de créer deux places ouvertes, avant et après lui. Ces signes sont appelés *assembleurs* dont l'ordre fixe l'ordre d'exécution des instructions : (2 + x) **.** 3,5 s'interprète ainsi « ajouter l'entier de signe 2 au nombre inconnu de signe x. Constituer le résultat. Multiplier ensuite le résultat obtenu par le nombre de signe 3,5 » (Serfati pp 88-89). Plusieurs recherches didactiques ont étudié la conception des élèves des signes opératoires en algèbre et surtout le signe de l'addition, puisque la « croix », en arithmétique, traduit

---

21 Review of ***Orleans-Hanna*** Algebra Prognosis Test by DIETMAR KUCHEMANN, Lecturer in Mathematics Education, University of London Institute of Education, Bedford Way, London, United Kingdom, 1980

22 http://www.swan.ac.uk/education/pgcemaths/pk/difficulties/algebra/s_ane1.html

l'opération de l'addition de deux nombres a et b, et en algèbre, elle est le résultat de la somme de a et de b. Dans « 2 + 3 » qui évoque à la fois le processus de l'addition de deux nombres, et le concept de la somme, les élèves y voient un calcul dont le résultat est « 5 », et non une des représentations du nombre « 5 » [Gray et Tall (1994), Tall *&* al. (1999), Sfard (1991)].

I - 5 - Dialectique Algébrique/Numérique

L'analyse du couple « Arithmétique-Algèbre » fait apparaître un autre couple « Algébrique-Numérique ». La relation entre les éléments de ce deuxième couple provient de la relation entre l'« Arithmétique » et la « Théorie des nombres ». Le calcul numérique a pour caractère l'achèvement des calculs, par exemple, une réponse tel que « 4 + 8 » n'est pas acceptée, puisqu'il y a un calcul encore à faire. Dans la théorie des nombres, c'est-à-dire l'étude de la factorisation des nombres, du PGCD, etc, un recours aux représentations géométriques des nombres se fait jour avec les Pythagoriciens : par un travail arithmo-géométrique, ils ont démontré que la somme de deux nombres impairs 5 et 7 est un multiple de quatre et aussi qu'elle est la différence de deux carrés 5 + 7 = $4 \times 3 = 4^2 - 2^2$. Soit 5 ronds et 7 ronds

O O O O O

O O O O O O O

En réunissant ces ronds, nous obtenons une représentation de 5 + 7

O O O O O O O O O O O O

Nous pouvons les grouper en trois groupes de quatre

O O O O	O O O O	O O O O

Si nous les disposons en une forme carrée, nous observons qu'il manque un carré de quatre ronds, ce qui prouve que $5 + 7 = 4^2 - 2^2$.

O O O O	O O O O
O O O O	w w w w

Alors qu'aujourd'hui, en utilisant le langage algébrique, nous démontrons la même propriété par formulation du problème en premier, puis par résolution de manière systématique, $(2p + 1) + [2(p + 1) + 1] = 4p + 4 = 4(p + 1)$ que Leibniz appelle « combinatoire »[23], c'est-à-dire systématique sous la forme normalisée $(2p - 1) + (2p + 1) = 4p$. Le langage numérique donne pour un même nombre deux noms différents « 4 +

[23] Serfati (2005, chap XI, p. 254)

8 », et « 12 », qui sont équivalents, ils désignent le même nombre, mais ils diffèrent par leur nom, alors que l'arithmétique « algébrique » distingue ces noms puisqu'ils ne montrent pas la même chose. « $4 + 8 = 2^2 + 2^3$ » montre que 12 est une somme de puissances de deux. Le langage algébrique permet de former l'information monstrative pertinente de l'expression par effet de simplification : $(2p – 1) + (2p + 1) = 4p$ (désigne un multiple de 4), ou de complexification : $4p = (p + 1)^2 – (p – 1)^2$ (est une différence de deux carrés).

L'écologie des savoirs étudiée par Chevallard[24] lui a permis d'établir que, dans le monde mathématique, l'algèbre se construisait dans le prolongement de l'arithmétique, tout en s'y opposant. Il a mis en évidence que l'algébrique est un outil de l'étude du numérique, et inversement, pour que le fonctionnement de cet outil soit efficace, qu'il faut étudier cet outil, par exemple se poser les problèmes de factorisation des expressions algébriques pour pouvoir résoudre les équations algébriques. Dans ce même travail sur les curriculums, il a montré que le numérique concret doit permettre à l'élève d'acquérir l'algébrique abstrait. « L'algébrique apparaît comme la « théorie » de cette « réalité » que serait le numérique »[25]. Les problèmes concrets jouent encore, dans l'enseignement de l'algèbre, le rôle de relais entre l'arithmétique et l'algébrique. Pour faire comprendre à l'élève que $x – y = x + (-y)$, des exemples numériques tel que $13 - 7 = 13 – (+7)$ lui viennent en aide. Ceci se voit clairement dans l'enseignement de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, où le passage à l'abstraction est considéré facile. « L'algébrique n'est qu'une sténographie essentialisante, qui décrit, résume et sépare l'essence de l'accident »[26].
Kieran[27] suggère que l'arithmétique sert le plus souvent de point de départ pour la présentation des notions algébriques. Elle pointe aussi une rupture entre les deux, quand elle affirme: « The cognitive demands involved in operating on algebraic expressions as objects with operations are quite unlike the operations of arithmetic ».
Broin (2002) dit que c'est par la voie de l'arithmétique que les élèves rentrent dans l'algèbre. « Le passage se fait, non en rupture avec l'arithmétique, mais dans une fausse continuité, puisque les nombres dont disposent les élèves sont des nombres arithmétiques ».

Pour les professeurs, l'Algèbre au collège apparaît comme l'accomplissement de l'Arithmétique dans les classes primaires. Le travail algébrique exige de l'élève du collège le savoir pratique des symboles comme les signes opératoires, le signe égal, les parenthèses, les lettres. Ces objets sont connus en primaire. Car progressivement nous observons l'introduction de symboles algébriques dans le travail arithmétique même du primaire, comme le signe « = » mais aussi les signes « + » et « - » qui n'appartenaient pas à l'arithmétique il n'y a pas un demi siècle. L'usage « naturalisé » de ces signes ne se fait pas dans le monde algébrique et produit sans doute un grand nombre de problèmes que nous observons ensuite, puisqu'ils doivent être réinterprétés. De ce fait, les connaissances arithmétiques des élèves peuvent être des obstacles pour les savoirs algébriques, d'autant plus que ces deux mondes sont aujourd'hui mélangés étroitement. Car nous *connaissons* aussi les symboles algébriques, lorsque nous les pratiquons depuis cinq ans à l'école, mais nous les connaissons selon la pratique que nous en avons. Ces obstacles se manifestent par le passage rapide 1) des problèmes d'arithmétique de l'école primaire à des problèmes de combinatoire dont la difficulté augmente très vite[28]

[24]Chevallard, La transposition didactique (1991)
[25] Chevallard (1984, p 78)
[26] Chevallard (idem, p 81)
[27] Kieran (1992, p 392)
[28] Chevallard (1989, p 62)

2) du langage rhétorique en arithmétique au langage symbolique, donc à l'écriture des relations littérales qui mettent en jeu des nombres réels en algèbre 3) du particulier au général en utilisant des symboles algébriques.

I - 6 - Calcul algébrique formel/Calcul algébrique fonctionnel

Les expressions algébriques sont de nouveaux objets introduits par l'algèbre qui constitue un apprentissage nouveau à l'entrée au collège. Ces objets sont construits sans aucune explication, avec des nombres, des signes opératoires qui appartiennent aussi à l'arithmétique. Ils sont alors préconstruits et l'élève doit les apprendre comme tel, il est guidé par un « code de bonne conduite du calcul algébrique » parce que l'enseignement du calcul algébrique au niveau du collège est formel (Tonnelle, 1980 ; Bardini 2001). Cette idée est soutenue par Chevallard (1989), il donne la différence entre calcul formel et calcul fonctionnel en opposant leur cadre. Le cadre formel, est le cadre d'enseignement dans lequel se placent les premiers exercices de manipulations algébriques au collège comme exemple les exercices de développement, de factorisation et de simplification des expressions. Dans ce cadre, les comportements de l'élève ne sont pas guidés par un but, son travail est automatique, il se présente comme une liste d'étapes à enchaîner. L'apprentissage formel met aisément l'élève en échec, il ne lui donne qu'un savoir sans puissance de réalisation. Alors que le cadre fonctionnel suppose de l'élève des prises des décisions en fonction d'un but clair et de recherche de différentes formes des expressions, il est le véritable lieu de l'apprentissage. L'étude de Julien[29] sur un exercice extrait d'une épreuve du brevet en est la preuve.

« a) x désignant un nombre réel quelconque, développer $(x + 5)^2$

b) Expliquer pourquoi $(x + 5)^2$ est toujours strictement supérieure à 10x »

75% des élèves ont réussi la première question, pour 9% pour la deuxième qui demande un emploi fonctionnel du calcul algébrique.

Nous allons essayer de montrer dans cette étude que la factorisation qui n'a qu'un usage fonctionnel au lycée où son emploi est nécessaire pour le calcul des limites des fonctions, au collège son emploi est formel.

[29] Jullien M.(1989-1990)

Chapitre II

Rôle des délimitants dans le travail algébrique

> ***« Grâce aux signes délimitants, il est possible en algèbre de distinguer processus et résultat d'une expression »*** **(Serfati)**

L'approche historique permet de faire mieux connaître les apports des différentes cultures et civilisations à la construction des mathématiques. Dans le cadre de son ouvrage *La révolution symbolique*, Serfati décrit toute l'histoire du symbolisme mathématique et son rôle dans les mathématiques. Nous avons choisi de le suivre dans son étude épistémologique de l'évolution de l'écriture symbolique mathématique pour montrer que le travail algébrique, entre autre la factorisation, n'est qu'un travail combinatoire formel.

II - 1 - L'histoire des notations et des symboles mathématiques

Le langage mathématique a subi des changements fondamentaux tout au long de l'histoire. L'introduction des grandeurs symboliques est représentée par des variables ; le travail mathématique nécessite de combiner ces variables dans des formules pour faire des calculs et résoudre des équations.

Selon Serfati (2005) : Diophante fut le premier à symboliser l'inconnue qu'il a utilisé pour résoudre des problèmes dont la solution n'est qu'un entier ou un décimal. Par contre Al-Khawarizmi, le créateur de l'algèbre, a introduit la résolution des équations sans utiliser aucun symbole, uniquement du discours. Il nomma l'inconnue par « chose » (say). Plus tard, les italiens parlent de « cosa » et les allemands de « coss », etc. Donc, tout problème à inconnue ne peut être résolu sans symboliser cette inconnue qui fut représentée par χ (signe pour la « chose ») avant Viète qui en 1591 représenta l'inconnue par un symbole constant. Il a constitué le premier apport symbolique, il a utilisé, en écriture majuscule, les voyelles pour désigner les grandeurs cherchées (A, E, I, O, U, Y), et les consonnes pour désigner les grandeurs données (B, C, D, F, etc), il a réalisé des progrès en matière de calcul algébrique et d'application de celui-ci à la géométrie des Grecs. Dans la première moitié du dix septième siècle, Fermat, et plusieurs autres mathématiciens, simplifièrent les notations de Viète en remplaçant les majuscules par des minuscules. Et c'est Descartes, qui a introduit les dernières lettres minuscules x, y, z dans sa géométrie. Notons que ces lettres sont encore en vigueur aujourd'hui.

Cette étude montre que l'arithmétique existe depuis très longtemps, puisque les symboles algébriques et les lettres ont été inventés à partir du début du XVI^{e} siècle. Donc, les hommes d'avant ont fait pendant des siècles de l'arithmétique pure. Et de nos jours les mathématiques ne peuvent pas se passer des symboles et des notations, tellement ceux-ci sont nécessaires pour le travail algébrique.

II - 2 - Registre combinatoire/Registre signifiant

Que désigne $x^2 + 3$? Rien, car la lettre « x » indique un nombre, mais ne le désigne pas. Serfati (2005) dit que Leibniz fut le premier à dégager l'existence des deux

registres, combinatoire (symbole) et signifiant (chose), pour conclure que l'écriture mathématique est le moyen de construire des preuves et de créer des objets. Dans son ouvrage, Serfati a décrit les liaisons entre ces deux registres. Le premier est un registre purement formel des signes, il s'organise autour des signes de diverses sortes : lettres, chiffres, « figures » multiples : =, +, -, ´ , etc. Alors que le second registre est celui de l'affectation, de l'interprétation des signes exposés. Le discours mathématique écrit ou parlé, s'accompagne d'une certaine confusion entre combinatoire et signifiant : c'est le représentant qui est confondu avec le représenté. Le lexique ne connaît que le terme du registre signifiant, comme exemple : le couple des parenthèses rondes, ouvrante et fermante, qui est un signe d'une écriture symbolique, est reconnu comme signe d'*agrégation* dans le registre signifiant (sa fonction est de constituer des blocs de termes pour être calculés ensemble). Et il est aussi dénommé : signe de *délimitation* (nommé ainsi par Serfati) dans le registre combinatoire (il a une fonction consistant à jalonner le texte symbolique). La confusion entre signifiant-signifié se remarque dans plusieurs autres signes, comme le signe de la « croix » (+), il a des significations diverses, il désigne une addition pour toujours, mais combinatoirement, c'est un signe qui crée deux places, avant (*amont*) et après lui (*aval*), dans la ligne du texte. Ses places seront occupées par des « chiffres » et/ou des « lettres ». Il en est de même pour les autres signes opératoires et notamment le signe les « deux-traits » (=). Devant un texte mathématique, nous nous trouvons placés devant un ensemble structuré de signes pour lesquels il faut rechercher une interprétation, c'est-à-dire une signification ayant un référent pour déchiffrer les opérations afin de les effectuer. Ainsi déchiffrer l'assemblage 4 + 5, c'est reconnaître sa structure combinatoire, c'est-à-dire, reconnaître la « figure », qui est le signe de la « croix », et les chiffres qui occupent les places de l'*amont* et de l'*aval*, puis interpréter ce déchiffrage, c'est-à-dire lui apporter une signification. Comme la « croix » traduit une addition, alors l'interprétation significative est « ajouter le nombre de signe 4 à celui de signe 5 ».
L'interprétation d'une écriture mathématique, peut donner place à une procédure autant qu'à un résultat. Interpréter l'assemblage 4 + 5, c'est opérer, c'est-à-dire exécuter une action, ceci nous amène à dire que c'est une *procédure*, et que l'effectuation est l'entier de signe 9. Ce même signe est le *résultat* des instructions 11 – 2, 3 ´ 3, $\frac{72}{8}$ dont les procédures sont différentes. Sur le plan combinatoire, ces quatre écritures sont différentes, mais sur le plan signifiant, elles sont toutes des écritures arithmétiques de l'entier de signe 9.

II - 3 - Les signes délimitants

Crochets et parenthèses se partagent, en mathématique des rôles successifs ou simultanés. En géométrie leur rôle est explicité. Plusieurs notions ont chacune une notation par exemple : (AB) est la notation d'une droite alors que [AB] est la notation d'un segment ; [Ax) est la notation d'une demi-droite, etc. En algèbre, les crochets et les parenthèses ne dénotent pas des notations, leur rôle est plutôt enseigné. Dans les petites classes, comment se débarrasser des parenthèses est à enseigner, alors qu'au collège, en plus de cela, il est enseigné aussi comment se débarrasser des crochets aussi. Pour cela il est très important de connaître l'utilisation des crochets et des parenthèses dans les écritures. Signalons que les parenthèses en algèbre sont, généralement, plus utilisées individuellement comme $(a + b)^2$, alors que la présence des crochets est liée à celle des parenthèses comme $[2(a + b)]^2$.

Dans ce qui suit, nous allons explorer le travail de Serfati sur l'histoire des parenthèses et crochets qu'il appelle « délimitants ». Il entend par délimitants l'ensemble des signes associés à un même assembleur. Les signes de délimitation structurent le texte en prescrivant un ordre séquentiel à toute liste d'instructions constitutives du texte symbolique mathématique. Les principaux signes, dont la fonction est combinatoire sont : la barre horizontale ou *vinculum* (le lien), soulignant ou surlignant, les points séparateurs, les parenthèses rondes qui sont toujours en vigueur et qui étayent la factorisation.

Nous allons exposer l'usage de ces signes sur un exemple de Bombelli cité par Serfati (2005, p 86): Le *vinculum* (ou lien) soulignant était présent dans son manuscrit l'*Algebra*, il a écrit $\underline{2px}$ .3,5, alors que Leibniz (qui appelle les signes délimitant *comprehensio*, *op. cit* p 87 et 91) a utilisé le surlignant pour le même exemple $\overline{2+x}$ .3,5. Descartes (*op.cit* p 87) a employé les points séparateurs 2 + x . . 3,5, et à partir du XVI^{e} siècle jusqu'à nos jours ces signes furent remplacés par les parenthèses (2 + x) . 3,5.

Le couple de parenthèses rondes, ouvrantes et fermantes, est un signe de l'écriture mathématique symbolique, dénommé par Serfati, 1) selon le registre combinatoire, signe de *délimitation* ou délimitant, dans sa fonction combinatoire de jalonner le texte symbolique, il conduit à la description non ambiguë d'une suite ordonnée d'instructions élémentaires, l'ordre de l'exécution des instructions va de soi et les résultats seront immédiatement distingués 2) selon le registre signifiant, signe d'*agrégation* dans sa fonction de constituer des blocs de termes qui doivent être calculés ensemble. Dans ce même registre, ce signe a une seconde fonction, l'objectivation des résultats. Signalons que dans toute écriture symbolique mathématique, il doit y avoir autant de parenthèses ouvrantes que de fermantes. Mais dans certaines expressions, les parenthèses en signe d'agrégation chargent l'écriture, André en a parlé et les a listées en tant que « pléonasmes »

> « … Chacune des expressions $\frac{(a-b)}{(c-d)}, \left(\frac{a-b}{c-d}\right)$ …représente le quotient de a – b par c – d. …Mais, les parenthèses sont inutiles, la barre horizontale du rapport remplissant fort bien, outre son rôle habituel, celui de signe de groupement. Toutefois ces parenthèses n'ont d'autre inconvénient que de charger l'écriture ; l'emploi qu'on en fait n'est point fautif ; il ne constitue qu'un *pléonasme* » (cité par Serfati, La révolution symbolique, 2005, p 104)

Leibniz (1646-1716)[30] a préconisé l'emploi des parenthèses à la place de la barre horizontale pour connaître la priorité du calcul, en d'autres termes savoir quels sont les termes qui opèrent ensemble. Par exemple : l'écriture $a,\ \overline{bc + e\overline{f + g}}$, fut remplacée par a(bc + e(f + g))

André (1909) a utilisé un jeu de délimitant ordonné en trois niveaux, toujours en vigueur en nos jours : parenthèses, crochets, accolades. Il dit dans son livre *Choix des Signes de Coordination* :

> « Lorsque nous aurons à superposer des signes de groupement, nous devrons, en allant du dedans au dehors, les placer toujours dans cet ordre : barre horizontale, parenthèses, crochets, systèmes d'accolades. Ce n'est que dans le cas où il faudrait en superposer un plus grand nombre que nous serions forcés de créer des signes nouveaux » (*op cit* en bas de la page 99)

Donc, les parenthèses servent à constituer de nouvelles unités de signification. Par exemple a + b est une somme de deux termes, par contre (a + b) est un terme

[30] Baruk (1992), Dictionnaire des Mathematiques

constitué par la somme de a et de b (les parenthèses ici agrège le nombre). Les crochets remplacent les parenthèses dans leur rôle d'agrégateur, quand ces dernières ont un rôle de séparateur. Comme exemple : pour calculer $(a + b + c)^2$, nous sommes amenés à l'écrire $[(a + b) + c]^2$ pour pouvoir appliquer la formule du carré d'une somme $(a + b)^2$, ce qui fait que : $(a + b + c)^2 = [(a + b) + c]^2 = (a + b)^2 + 2 (a + b) c + c^2$
La présence des parenthèses, nous ramène à un nouveau calcul qui nous donne $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$, par suite $(a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$.

II - 4 - Analyse comparative du rapport des enseignants et des enseignés aux délimitants séparateurs et agrégateurs

Observons dans ce tableau[31] comment les enseignants avec le jeu des délimitants, parenthèses rondes et crochets, qui répondent au besoin de l'enseignement de la factorisation, hiérarchisent des assemblages dûment complétés.
Nous avons utilisé les abréviations suivantes pour les enseignants.

EnL	L'enseignant libanais
EnFL	L'enseignante libanaise qui travaille avec le manuel MFL
EnF1	L'enseignante française de la classe normale
EnF2	L'enseignant français de la classe d'accueil

EnL	EnFL	ENF1	EnF2
$(x + 3)^2 + (5x - 7)^2 = [(x + 3) + (5x - 7)]\,[(x + 3) - (5x - 7)]$ **On utilise les crochets ici, parce que, dans a et b il y a des parenthèses (3, 48)**	$(x + 3)^2 - 9 = [(x + 3) - 3][(x + 3) + 3]$ **Je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses (5, 164)**	$(2a - 5)(4a - 3) - (2a - 5)(3a - 1) =$ $(2a - 5)[(4a - 3) - (3a - 1)]$ **Il y a des fois des parenthèses, donc, il faut mettre un étage de plus, alors vous pouvez mettre des grandes parenthèses, si vous voulez. Mais il faut faire apparaître, le deuxième facteur de mon produit. Donc, entourer mes expressions entre parenthèses, deux parenthèses ou deux crochets. (4, 3)**	$((2x + 1) - (x - 1))((2x + 1) + (x - 1))$ **Entre parenthèses ou entre crochets, ça revient au même. (7, 263)**

Nous voyons bien que le travail des quatre enseignants a la même structure combinatoire. Ils font appel aux crochets pour faire des assemblages dûment complétés. **EnF2** utilise les parenthèses rondes à la place des crochets, il fait comprendre aux

[31] Cette présentation facilite la description comparée de l'action de chaque professeur. Les nombres entre parenthèses représentent par ordre (de même pour les restes des tableaux): le numéro de la séance d'enseignement, le (ou les) tour(s) de parole.

élèves qu'il n'y a aucune différence entre les délimitants, contrairement à André[32] qui a classé les crochets à un niveau supérieur aux parenthèses. Ce niveau, que **EnF1** symbolise par des « grandes parenthèses » et qu'elle caractérise dans un sens métaphorique par « étage », avait pour fonction de faire comprendre aux élèves l'utilité et l'utilisation des délimitants : ils sont utiles pour faire apparaître les facteurs du transformé et nous les utilisons à chaque fois qu'il y aura dans un même assemblage plus qu'un couple de parenthèses rondes.

Observons encore une fois **EnF1** dans une autre situation où elle suit le classement des délimitants proposé par André.

(5, min 6 sec 3, p2) Factorisation de l'expression $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$

17	**En**	…Alors, quand on démarre d'une expression développée, où il y a rien, on a une expression factorisée avec des parenthèses. Quand je factorise, je passe de rien à une parenthèse. Je rajoute une couche de parenthèses. Si, j'ai déjà une couche de parenthèses, je vais en rajouter une deuxième, et donc cette fois ci, je vais factoriser à l'aide, de, cro, chets. . Alors, attention, c'est là, le point où en général ça accroche. Quand j'ai rien, j'ai des parenthèses, quand j'ai déjà des parenthèses, je mets des crochets. Mes crochets ici (elle trace en jaune [ ])

Dans ce tour de parole, l'enseignante explique aux élèves la superstructure (des assemblages de plus haut niveau, Serfati, p 101) des expressions factorisées. Elle parachève l'assemblage par des délimitants initialement absents : « quand j'ai déjà des parenthèses, je mets des crochets ».

Observons maintenant le comportement de quelques élèves libanais (ce sont les élèves de **EnFL**) avec les délimitants dans la factorisation de **A= (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4)**.

(4, min 25 sec 20)
..//..

56	**Ma**	..//.. (elle écrit A =(x + 4)(x – 2) + 3)
57	**En**	Et comment tu écris le x moins deux ?
58	**Be**	Il faut des parenthèses
59	**En**	x moins deux plus trois, alors, qu'est ce que je dois ajouter là **Ma** ? (elle montre la partie entre (x + 4) et (x – 2))
60	**Be**	Parenthèses
61	**Da**	Crochets
62	**Ma**	Crochets
63	**En**	Des crochets, mets tes crochets (**Ma** trace les crochets ainsi A = [(x + 4) (x – 2) + 3]) Où tu mets les crochets (d'un ton fort) (**Ma** la regarde ne sachant quoi faire, alors l'**En** efface le premier crochet et le trace ainsi A = (x + 4) [(x – 2) + 3])

Nous nous sommes approchée de **Da** pour voir son cahier, et nous avons trouvé qu'il a fait ses assemblages correctement, en se servant des crochets et des parenthèses rondes. En revanche **Be**, à côté de qui nous étions placée, avait tracé les crochets sur son cahier correctement aussi, et il a crié deux fois « *parenthèses* ». Ceci nous permet de

[32] « Lorsque nous aurons à superposer des signes de groupement, nous devrons, en allant du dedans au dehors, les placer toujours dans cet ordre : barre horizontal, parenthèses, crochets, système d'accolades. » (Choix des Signes de Coordination, André 1909 ; cité par Serfati, La révolution symbolique, 2005, p 99)

dire que le travail de factorisation est basé sur les objets visuels, les élèves savent reproduire les mêmes écritures et dessiner les mêmes figures, sans connaître ni leur nom, ni leur usage. Preuve en est le tracé des crochets de **Ma** (TP 63). Elle trace le délimitant signalé par son camarade et, sous la demande de l'enseignante, sans aucun respect de la hiérarchisation des délimitants qui semble n'avoir aucun sens pour elle. L'attitude de l'enseignante est à signaler, il ne faut pas changer le « paysage » qu'elle a tracé pour les élèves pendant l'explication. Implicitement, elle déclare : « Les crochets ne doivent pas être remplacés par les parenthèses, chacun a sa place et il faut respecter l'ordre de ces écritures ».

Dans ce qui suit, nous exposons un corpus d'une observation de classe faite dans une école française (l'enseignante est **EnF1**)

(5, min 23 sec 5, p2) Factorisation de $(7x + 3)^2 – 25x^2$

61	**En**	..//.. Bon, alors, le sept x plus trois au carré moins vingt cinq x au carré, (elle écrit : $(7x + 3)^2 – 25x^2$) ça vous inspire quoi ?
62	**An**	On peut mettre des parenthèses
63	**En**	On peut mettre des parenthèses, mais autour de quoi tu veux mettre des parenthèses ?
64	**Pi**	Autour du moins vingt cinq x deux
65	**En**	Pas autour du moins, on peut mettre des parenthèses là, si on veut (elle trace les parenthèses : $(25x^2)$). Alors ça vous inspire quoi ça ?
66	**Ch**	La dernière
67	**En**	La dernière identité remarquable. J'ai deux termes, j'ai deux termes. J'ai un moins, ça ne peut être que la dernière. Alors, une parenthèse, un
68	**An**	[il y a une parenthèse ?
69	**En**	Un crochet, pardon, il faut que je reste logique avec moi-même. Et un deuxième crochet (elle trace : [ ][ ]). Dans un des deux crochets on met plus, dans l'autre crochet, on met moins (elle trace : [+][–]). Alors, sept x plus trois au carré, c'est le carré de quoi ?

An demande de tracer des parenthèses « Autour du moins vingt cinq x deux », dans un but de reconnaître la méthode de factorisation convenable. Une question didactique se pose : Si l'enseignante avait tracé les parenthèses autour du moins vingt cinq x deux, comme le voulait **An**, est ce que cet assemblage lui avait permis de reconnaître l'identité correspondante ? Désormais, l'enseignante agrège vingt cinq x deux ainsi $\mathbf{(25x^2)}$ en laissant le moins devant la parenthèse, pour avancer son temps didactique et ne pas expliquer ce qui est supposé acquis. Ce nouvel assemblage a aidé **Ch** à reconnaître l'identité remarquable carrée utile pour la factorisation de $\mathbf{(7x + 3)^2 – 25x^2}$.
Par contre, pour hiérarchiser les niveaux des assemblages dûment complétés, l'enseignante propose des parenthèses pour agréger les facteurs. Mais pour **An**, il doit y avoir des crochets, c'est le « paysage » qu'il a en mémoire visuelle. L'enseignante qui se trouve en rupture de contrat avec elle-même, agit rapidement et trace les crochets et les signes à l'intérieur pour compléter son « paysage » ([+][-]). Pour elle, ce « jeu des délimitants » est important pour que l'action de factorisation soit réussie

II - 5 - Conclusion

L'usage des délimitants est un « bricolage » autant pour les enseignants que pour les élèves. Cet usage est une technique pragmatique pour les quatre enseignants. Le rôle

des délimitants et la figure des assembleurs est la même dans les deux pays : les crochets ont pour fonction de séparer les assembleurs et les parenthèses rondes agrègent les termes de l'assembleur délimité par les crochets.
Les élèves se montrent intéressés à un « jeu de notation ». Ils se trouvent attachés à l'usage des délimitants sans accorder aucune importance quant à leur nom, qu'ils n'expliquent rien de leur fonction : ils ne disposent que de l'expression « Mettre entre parenthèses ou crochets ». Ils pensent pourtant que la présence des délimitants et surtout des parenthèses rondes les aide à calculer.
L'usage des délimitants est aussi important pour les calculatrices qui effectuent le calcul par ordre d'alignement, que pour les logiciels, comme exemple le logiciel APLUSIX qui se trouve incapable de factoriser une expression telle que **(x + 1)(2x – 4) + x + 1**, par contre il reconnaît **(x + 1)** comme facteur commun pour **(x + 1)(2x – 4) + (x + 1)**. Les délimitants permettent en effet un contrôle automatisé de l'ordre de traitement des opérations.

Chapitre III

La factorisation

Qui dit factorisation, dit-il identités remarquables ?

III - 1 - Analyse a priori de la factorisation d'une expression algébrique

III - 1 - i - Polynômes

L'histoire des polynômes est inséparable de celle de l'algèbre. Les polynômes, dans leur rôle pour résoudre des équations, se trouvent confondus avec les fonctions polynômes. Les coefficients sont des réels ou des complexes. Mais plus tard, avec le développement de l'algèbre abstraite, les coefficients appartiennent à des anneaux commutatifs unitaires[33] et le polynôme est défini comme expression formelle de la forme :

$$\mathbf{f = a_0 + a_1X + \ldots + a_{n-1}X^{n-1} + a_nX^n}$$

Serfati (2005, p 344) affirme que « tout polynôme est une certaine somme de série entière, et toute série entière, une certaine " fonction"… ». Ainsi, un polynôme est une somme d'au moins deux monômes de la forme $\mathbf{aX^n}$ où $\mathbf{X}$ représente une lettre ou le produit de deux lettres ou plus, et $\mathbf{n \geq 0}$. Factoriser ce polynôme revient à l'écrire sous la forme d'un produit de polynômes dont les degrés sont strictement inférieurs à son degré.
Les fonctions polynômes, en France, étaient des objets proposés à partir du collège ; selon Tonnelle, elles y étaient préconstruites.[34] Au collège, et pour une fin de factorisation, le terme de polynôme est aujourd'hui remplacé par « expressions algébriques » et « expressions littérales », et l'enseignement propose la factorisation de ces expressions. Les notions de « degré » et de « forme » ne sont donc jamais abordées au niveau du collège, grâce à ce subterfuge. Par contre au Liban, ces notions ainsi que les polynômes se trouvent toujours dans les nouveaux programmes (1997) du collège, au niveau de la classe de EB7 (Cinquième), par l'introduction de la fonction monôme avec les différentes opérations qu'elle peut subir, entre autres la factorisation. Ainsi, à ce niveau, la factorisation *par un monôme* se fait dans le cadre des expressions algébriques. Puis en EB9 (Troisième), l'enjeu de la factorisation est non seulement les expressions algébriques, mais aussi les polynômes, pour rechercher leurs « zéros » par mise en produit de binômes de degré un.

Pour pouvoir décrire les pratiques des systèmes d'enseignement et de leurs agents dans une forme commune, nous considérerons, dans la suite du travail, l'idée que toute « expression algébrique » scolaire a trois formes d'écriture équivalentes : « la forme-énoncé » qui est une somme de produits; la « forme-polynôme » (ou forme-développée) ; et la « forme-produit » (ou forme factorisée), qui est le produit de sommes. Exemple :

$(2x + 3)(x + 5) – (x + 5)^2 =$	$x^2 + 3x – 10$	$= \quad (x + 5)(x – 2)$
Forme – énoncé	**Forme – polynôme**	**Forme – produit**

[33] L'ensemble de polynômes muni de l'addition et du produit de deux polynômes est un anneau commutatif unitaire.
[34] Les concepts introduits par l'observation d'un exemple sont dits « préconstruits », c'est un procédé courant puisque c'est ainsi que, au quotidien, on procède : « Une tablette ? Regarde, en voilà une, ici ! »

Le polynôme obtenu, par développement de la « forme-énoncé » et par développement de la « forme-produit », est le même. Pour cela certains enseignants, dans une fin de contrôle des réponses, surtout pour le Brevet[35], demandent à leurs élèves de s'habituer à ce genre de contrôle pour assurer le gain des notes.

III - 2 - Problématique de la factorisation

La factorisation, dans le registre combinatoire, est une *métamorphose*[36] qui, à la suite de plusieurs exécutions donne une autre « forme », remplace la « forme-énoncé » (somme) par la « forme-produit » (produit) dite transformée, selon Serfati, en gardant la *salva veritate* (égalité dans la perspective de Leibniz étudiée par Serfati, 2005). Dans ce qui suit, nous allons essayer de montrer que la factorisation n'est pas sous le contrôle d'une théorie, mais plutôt qu'elle est présentée en un savoir-faire pratique. Nous empruntons à Serfati la distinction entre registre *combinatoire* (déchiffrer) et registre *signifiant* (interpréter) d'une écriture mathématique.

Observons cet exemple où le jeu de délimitant hiérarchise les assemblages d'une factorisation par un binôme : Soit à factoriser $\mathbf{3x^2 + 6x + 3 + (x + 1)(5x - 7)}$
L'élève, lecteur de cette expression, doit, pour faire de cette expression une « forme » interprétable, rétablir des assemblages par des signes de délimitation, les parenthèses rondes, qui sont absents $\mathbf{(3x^2 + 6x + 3) + (x + 1)(5x - 7)}$. Ceci lui permettra d'abord, sur le plan combinatoire, de déchiffrer le premier assemblage que plusieurs élèves font mentalement $\mathbf{(3x^2 + 6x + 3) = (3 \times x^2 + 3 \times 2x + 3 \times 1) = 3(x^2 + 2x + 1)}$, pour ensuite interpréter le nouvel assemblage $\mathbf{(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)^2}$. Ainsi, l'expression par la transformation (ζ) en partie est devenue une « forme » interprétable : $\mathbf{3(x + 1)^2 + (x + 1)(5x - 7)}$. Un jeu d'agrégation et de séparation accompagnera la transformation de cette expression toujours par le moyen de (ζ) : $\mathbf{(x + 1)[3\ (x + 1) + (5x - 7)]}$. Combinatoirement, le deuxième assemblage qui, dûment complété par des délimitants (les parenthèses) est de niveau trois,[37] se décrit par trois territoires, les deux premiers sont ceux du « point » invisible,[38] son exécution est loin de l'ambiguïté grâce aux signes d'agrégations, par contre le signe « croix » occupe le dernier territoire. Comme le « point » agrège davantage que la « croix », alors l'exécution se fait ainsi : faire le produit de **3** et $\mathbf{(x + 1)}$, faire le produit de $\mathbf{(+1)}$ et $\mathbf{(5x - 7)}$, ce travail constitue un nouveau résultat qui nous fait passer à une deuxième procédure avec l'assembleur de niveau trois la « croix » qui exprime une addition. Un seul délimitant, un couple de crochets ou de parenthèses rondes est sur scène : $\mathbf{[3x + 3 + 5x - 7]}$. Mais, à ce niveau là, pour éviter l'ambiguïté de l'addition des termes semblables, de nouveaux assemblages doivent se faire, toujours avec des délimitants, les parenthèses rondes qui objectivent le résultat en séparant les nombres connus des nombres inconnus $\mathbf{[(3x + 5x) + (3 - 7)]}$. Dans cette écriture les signes assembleurs sont de même nature, tous sont des « croix », de nouvelles parenthèses agrègent les résultats de l'addition de **3x** et **(5x)** et de **3** et **(-7)**,

[35] Les questions au brevet (libanais et français) sont en majorité du style, développer, puis factoriser l'expression suivante.
[36] Serfati appelle métamorphose une transformation de l'« objet-source » vers le transformé (La révolution symbolique, 2005, p 287)
[37] Serfati définit le niveau des assembleurs ainsi : « ….devant une 'forme' a priori syntaxiquement correcte, ….,.les premiers à être considérés sont ceux de premier niveau, c'est-à-dire ceux contenus entre deux signes d'un même délimitant … » (idem, pp 93-94)
[38] idem p 119

et le résultat est **(8x – 4)**. Ainsi, l'expression initiale après avoir subi la transformation (ζ), et à la suite d'un « jeu de calcul »[39] qui a permis d'assurer la « forme » du résultat final **(x + 1) (8x – 4)** se trouve équivalente à ce résultat. Donc, ces deux formes peuvent être assemblées sur une même ligne et mise en relation par le signe « deux traits » : $\mathbf{3x^2 + 6x + 3 + (x + 1)(5x - 7) = (x + 1)(8x - 4)}$.
L'enseignement de classe, dans les deux pays, n'accepte pas ce résultat et pénalise les élèves. Sur le plan combinatoire, il faut déchiffrer le deuxième assemblage qui n'est pas dûment complété : $\mathbf{8x - 4 = (4 \times 2x - 4 \times 1)}$. Ce déchiffrage permet d'interpréter cet assemblage et de factoriser par **4** pour avoir une nouvelle « forme-produit » que les enseignants optimisent. L'écriture de la « forme-produit » **(x + 1) 4 (2x – 1)** est refusée. Les enseignants insistent à changer l'emplacement du facteur nombre entier **4** pour avoir la « forme » **4(x + 1)(2x – 1)**.
La transformation (ζ) et le « jeu de calcul » ont assuré la « forme-produit » du résultat, où aucun déchiffrement ne peut plus se faire. Cette « forme » est équivalente à la « forme-énoncé », et la « forme » et sa « transformé », sont mises en relation grâce au signe « deux-traits » : $\mathbf{3x^2 + 6x + 3 - (x + 1)(4x - 5) = 4(x + 1)(2x - 1)}$.

Une question se pose par rapport à l'élève : « *Pourquoi ne nous arrêtons pas à* **(x + 1) (8x – 4)** *puisque on a un produit de facteurs* ? ».

La réponse de l'enseignante **EnF1** est la suivante : « *Je voudrais l'attention de tout le monde. Pour un élève de troisième, pour un élève de troisième, le fait d'arriver là, sans se tromper, ça nous réjouit profondément et je dirai qu'on est tenté de mettre tous les points. Et cet élève de troisième, qui a terminé son chapitre, et bien il ne fait plus de factorisation jusqu'à l'entrée en seconde. Quand il arrive en seconde, eh ben, le prof de seconde il est plus tout aussi content. Alors, vous avez fait les sept huitième du travail. Maintenant, il faut regarder, si, dans chacune des parenthèses ici, on peut pas factoriser encore un tout petit peu plus,…* » (séance 5, Tp 77, p2, p. 637)

Une question relative au « savoir professionnel »[40] se pose. L'ignorance institutionnelle d'un phénomène éducatif de la part de l'enseignante assure, par un contrat didactique, le fonctionnement implicite de la technique : la « factorisation maximale ». Le manque d'une théorie pour cette technique prive le travail de sens. L'enseignante a un moyen pour déchiffrer **(8x – 4)** en **(4 × 2x – 4 × 1)**, si la question de factorisation de ce binôme se pose. Par contre, elle se trouve dépourvue d'outil pour le travail combinatoire : le déchiffrage de **(8x – 4)** dans **(x + 1)(8x – 4)**. Ce savoir n'est exposé nulle part. Implicitement, l'enseignante se base sur ses connaissances mathématiques historiques (connaissances d'élève) qu'elle conjugue avec ses connaissances épistémologiques et didactiques pour mettre en œuvre le savoir de la « factorisation maximale ». Explicitement, elle publie ce savoir en classe et force les élèves, par menace, à l'appliquer, pour que le professeur de seconde soit content, dit-elle. Or c'est par habitus professionnel qu'elle force les élèves à apprendre la factorisation maximale, sans donner un sens à ce travail pour les convaincre.

[39] Serfati appelle « jeu de calcul » les opérations signifiantes qui assurent que la « forme » et sa « transformée » sont équivalentes (idem pp 298-299)
[40] Mercier (1994a)

III - 3 - Factorisation des expressions algébriques

III - 3 - i - Qu'est ce qu'une expression algébrique :

« **Expression algébrique** : Symbole ou ensemble de symboles numériques ou algébriques (constantes ou variables) qui peuvent être reliés entre eux à l'aide de symboles d'opérations ».[41]

Depuis que les théories algébriques ont été retirées des programmes, au début des années 80, les auteurs des programmes français ont dû inventer une manière de désigner l'objet d'étude formé par les équations, les formules, etc. Le travail algébrique se retrouve ainsi placé selon le cas sous la rubrique « travaux numériques » ou celle de « l'organisation des données ». Dans ces cadres, les polynômes ne trouvent plus de place, et les formules deviennent des « expressions littérales » représentant un nombre. D'autres objets furent introduits pour permettre un enseignement d'algèbre, entre autres les « expressions algébriques » (d'une variable) au début du collège, qui seront désignées en Première Scientifique, en France, comme des « polynômes ». Les expressions algébriques ne sont jamais définies, elles sont caractérisées par les objets avec lesquels elles sont construites : des lettres, des nombres, des symboles et des signes opératoires sont reconnus en premier en arithmétique. Cette manière montre une fausse continuité entre l'arithmétique et l'algèbre, qui fait problème. Pour les élèves en effet, 123 est le nombre propre du nombre qui en langue naturelle se nomme « cent vingt trois ». 123 n'apparaît pas comme une des manières de coder le nombre, en le chiffrant (Serfati p 66). En arithmétique, on pourrait pourtant imaginer que $1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1$ est aussi une manière de désigner le nombre 123. Cela permettrait de comprendre que la désignation algébrique $x + 77 = 200$ réfère elle aussi à ce nombre : faute de comprendre cela, l'équation $x + 77 = 200$ n'a de sens que résolue et la formule $100 + 23$ appelle avant toute chose une addition. Telles quelles, ce sont des formes vides, ce ne sont pas des symboles.

Les recherches en didactique se sont intéressées à l'étude des conceptions que développent les élèves vis à vis des expressions algébriques lors de la résolution d'un problème algébrique. Nous nous arrêtons devant le travail de Sfard (1991) qui souligne que dans une activité mathématique, selon le besoin, deux conceptions s'articulent pour les expressions algébriques : soit de façon structurale, comme un objet, soit de façon opérationnelle comme un processus. Par exemple l'expression $4x + 1$ est un processus opératoire si on considère cette expression comme étant le quadruple d'un nombre augmenté de un, et c'est un processus structural, un objet qui peut être considéré comme un tout si on considère cette écriture comme le résultat d'une opération, ou comme l'image de x par une fonction, ou comme une chaîne de symboles sur lesquels on peut opérer à l'aide des règles adéquates. Ses études ont montré que l'élève agit en premier sur les conceptions opérationnelles qui précèdent généralement les conceptions structurales. Une formule est en premier un programme de calcul, un format.

Nicaud (*op.cit*) a distingué trois niveaux différents de traitement sémantique des expressions algébriques qui correspondraient à des compétences algébriques différentes :

- Niveau 1 : attribution des valeurs aux variables intervenant dans une expression algébrique

[41] http://pages.infinit.net/ppat2000/lexique/E/expression_algebrique.htm

- <u>Niveau 2</u> : transformation d'une expression en une expression équivalente par un calcul direct (développement, factorisation)
- <u>Niveau 3</u> : organisation des étapes d'un calcul algébrique à l'aide d'un raisonnement stratégique.

Nicaud considère que le réel travail d'algèbre s'effectue, lorsqu'une partie significative de l'activité se situe au troisième niveau, mais il ne définit pas ce qu'est une expression ou un calcul algébrique.

Arzarello (2001) a aussi étudié la notion de sens d'une expression algébrique. Selon lui, ce sens est donné à travers les règles de calcul explicitées. Ainsi $4x + 2$ et $2(2x + 1)$ qui dénotent la même fonction, mais ces deux écritures ont deux sens opératoires différents, ce qui induit deux sens algébriques différents : $4x + 2$ est une somme, par contre $2(2x + 1)$ est un produit. Arzarello soutient l'idée que le sens d'une expression algébrique dépend du domaine mathématique dans lequel elle apparaît. $n(n + 1)$ possède plus qu'un sens : $n (n + 1)$ dénote le même objet qui est représenté par l'ensemble $A = \{0, 2, 6, 12,\dots\}$, dans le cadre de la théorie élémentaire des nombres le sens de $n(n + 1)$ correspond au produit de deux nombres consécutifs, et dans la géométrie élémentaire $n(n + 1)$ exprime l'aire d'un rectangle de dimensions $n + 1$ et n.

En revanche Tonnelle évoque des indices formels sur les expressions algébriques. Ainsi pour factoriser $9x^2 – 25$, l'élève, à l'aide des indices constitués du nombre de termes de l'expression et des formes carrées, applique l'identité remarquable carrée :

$A^2 – B^2 = (A – B)(A + B)$ et reconnaît que A c'est 3x, et B c'est 5.

III - 3 - ii - Analyse de la factorisation d'une expression algébrique du point de vue des élèves

Proposer à l'élève une expression algébrique à factoriser, revient à le placer en situation de devoir déchiffrer, c'est-à-dire connaître la structure combinatoire, puis l'interpréter, c'est-à-dire apporter signification formelle. Ainsi, l'élève fera appel à la transformation (ζ) en remplaçant la « forme-énoncé » qui est une somme de produits par la « forme-produit » qui est le produit, d'au moins deux facteurs (sommes) de degré **1**. Pour réussir la transformation, l'élève doit reconnaître le modèle de l'expression, puis choisir une des deux méthodes de factorisation étudiées, qui chacune impose à l'élève de faire un nouveau choix. Ce choix exige la connaissance et la mémorisation des différentes règles de manipulation, purement formelles[42].

La factorisation, dans les deux pays, utilise deux règles identiques [43] de réécriture :

1. Celle qui fait appel à la notion de carré.
2. Celle qui fait appel à un facteur commun.

La notion de carré est pertinente dans les règles utilisant les IRC. Pour factoriser $25x^2 – 9$, l'élève doit expliciter les racines de $25x^2$ et de 9, en utilisant la formule productive $A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$, qui pourtant n'est jamais écrite par les enseignants, et par suite n'est jamais écrite par leurs élèves. Par la transformation (z), à travers la règle de factorisation en utilisant une IRC[44], l'élève transformera à coup sûr

[42] Chevallard (1989)

[43] Au Liban, l'enseignement place entre les mains des élèves, à travers les exercices, une troisième règle : regroupement des termes pour créer un facteur commun binôme, ou une identité remarquable différence de deux binômes carrés.

[44] Nous allons dans le travail utiliser l'abréviation IRC pour designer une (ou des) identité(s) remarquable(s)

$25x^2 - 9$ en un produit de deux sommes de degré **1**. Mais il ne peut valider sa production par lui-même que s'il dispose en privé de la formule productive implicite qui énonce les propriétés à vérifier au delà de la forme « produit de deux sommes » constituée par des délimitants, deux couples de parenthèses rondes accolées et qui doit être lue et interprétée comme « somme bien transformée en produit de sommes » : il doit, pour vérifier, penser que 5x est racine de $25x^2$ et 3 est racine de 9.
Ainsi, la transformation (ζ) qui se fait en utilisant les identités remarquables place l'élève, qui est arrivé à la réponse standard, devant un « feu rouge », un indicateur d'arrêt. Elle ne se fait qu'en une seule étape(« du tac au tac » selon **ENF2**) pour passer de l'écriture « forme-énoncé » qui est une forme développée de l'identité remarquable ; à l'écriture « forme-produit » qui est une forme factorisée de cette identité.

La mise en facteur d'un diviseur commun est importante dans la factorisation des expressions algébriques qui ne font pas appel à la notion de carré. Il faut alors déterminer « le facteur » qui appartient à tous « les termes de l'expression ». Pour ceci, l'élève doit déchiffrer et interpréter l'écriture somme par transformation de chaque terme de cette somme en un produit de deux nombres, de sorte à créer le même multiplicateur dans toute l'écriture : $25x^2 - 15x = 5x \times 5x - 5x \times 3$. Le « nombre » 5x est le même multiplicateur de 5x et de 3, par suite 5x est le « facteur commun ». Dans ce cas encore, la réécriture de $25x^2 - 15x$ en $5x\ (5x - 3)$ fait passer l'élève d'une forme somme de produits à une autre forme qui lui est équivalente parce qu'elle produirait le même résultat numérique, mais qui est différente formellement, elle est à présent un produit de sommes. Ces deux écritures seront liées par le signe « deux-traits » $25x^2 - 15x = 5x\ (5x - 3)$.

Comme les déchiffrements, qu'un élève doit faire, sont fonction de la méthode de factorisation à utiliser et que celle-ci dépend de l'expression algébrique « forme-énoncé », nous pouvons comprendre que certains élèves tournent en rond, ne sachant pas déchiffrer l'expression, ce qui n'est pas enseigné autrement que « sur le tas ». Nous allons exposer les problèmes qu'un élève rencontre sur des exemples significatifs, tirés de nos observations de classe.

Exemple 1 : Soit à factoriser $12a^2 - 14a$ (expression travaillée en France dans la classe de **EnF1**)
L'élève va en premier déchiffrer la taille de l'expression : c'est un [binôme][45], puis le signe opérationnel : c'est le « trait » (-) signe d'une différence. Donc, deux possibilités :

1. utiliser l'identité $a^2 - b^2$ pour factoriser : l'élève est censé reconnaître les formes carrées pour déchiffrer l'exposant 2 pour chaque [monôme]. Les parenthèses sont nécessaires pour agréger les termes considérés comme racines carrées sous les carrés. L'expression « forme-énoncé » doit pour cela subir une transformation formelle, pour obtenir une expression qui lui est toujours égale : $a^2 - b^2 = (a)^2 - (b)^2$. Puisque, à son avis, 12 ne peut pas se déchiffrer en un produit d'un nombre par lui-même, donc 12 ne pourra pas être égal à $(\sqrt{12})^2$. Alors, l'élève renonce à utiliser l'identité remarquable pour factoriser.
2. factoriser par un facteur commun [monôme] de la forme $\mathbf{aX^n}$**.** En premier, l'élève doit déchiffrer le signe opératoire (×) entre le nombre et les lettres de chaque [monôme], qui est remplacé par un blanc, puis le coefficient numérique comme résultat d'un assemblage de produit de deux nombres. Ainsi,

[45] Nous notons ainsi, par commodité pour l'exposé, les objets qui ont un nom pour nous mais qui n'en ont pas pour l'élève (nous sommes ici en France, où monôme n'existe pas plus que polynôme). Ce dernier doit donc travailler avec des objets qui demeureront pour lui, anonymes.

l'expression « forme-énoncé » subira une transformation formelle interprétable : $12a^2 - 14a = (2 \times 6 \times a \times a) - (2 \times 7 \times a)$. Ce déchiffrement permettra à l'élève de déduire que $2a = 2 \times a$ est le facteur commun, puisqu'il apparaît dans les deux assemblages. Ainsi, l'expression « forme-énoncé » après avoir subi la transformation (ζ) et à la suite d'un « jeu de calcul » qui a permis d'assurer le résultat en « forme-produit » se trouve équivalente à $2a(6a - 7)$. Donc, ces deux formes peuvent être assemblées sur une même ligne et mises en relation par le signe « deux-traits » : $12a^2 - 14a = 2(6a - 7)$

Exemple 2 : Soit à factoriser $\mathbf{(4x - 5)(2x + 3) + (4x - 5)}$ (expression travaillée en France dans la classe de **EnF2**)
Les parenthèses rondes vont inciter un grand nombre d'élèves à développer. Le premier déchiffrement pour les autres élèves sera : reconnaître la méthode de factorisation qui n'est autre que celle de la recherche du facteur commun. Elle est ciblée par la présence du terme $(4x - 5)$ dans chacun des deux assemblages. Ce terme est apparent, « ils le voient ». Une transformation aura lieu, elle s'accompagnera d'un jeu d'agrégation avec un couple de parenthèses rondes, et de séparation avec un couple de crochets : $(4x - 5)[(2x + 3) + 1]$. Syntaxiquement, cette « forme » est correcte, mais l'enseignement demande d'interpréter le second assemblage, qui est de second niveau et qui est interprétable. Un changement de l'emplacement des délimitants permettra de déchiffrer ainsi $[2x + (3 + 1)]= (2x + 4)$. Combinatoirement, ce résultat n'est pas dûment complété puisque cet assemblage peut être interprété et subir un nouveau déchiffrage, en explicitant le signe de la multiplication $(2 \times x + 2 \times 2) = 2(x + 2)$. Ainsi la « forme » du résultat final est atteinte grâce à la transformation (z) et à la suite d'un « jeu de calcul ».
L'expression « forme-énoncé » se trouve en lien avec le résultat produit par le signe « deux-traits » : $(4x - 5)(2x + 3) + (4x - 5) = 2(4x - 5)(x + 2)$.
Mais il faut bien s'arrêter devant la réponse produite par de nombreux élèves, $(4x - 5)[(2x + 3)]$ qui est a priori pour eux une « forme » correcte « c'est un produit ». La difficulté de la combinatoire réside dans le déchiffrage du deuxième terme de l'expression « forme-énoncé ». L'assemblage $(4x - 5)$ est loin d'être interprété comme le produit de $(4x - 5)$ par 1. Les élèves ne voient pas que le signe « croix », qui assigne, dans la « forme-énoncé », deux places, avant et après lui (l'*amont* $(4x - 5)(2x + 3)$, et l'*aval* $(4x - 5)$), sera conservé et assignera aussi les mêmes places dans la « forme-produit », mais pour un *amont* et un *aval* différents des premiers.

Exemple 3 : Soit à factoriser $\mathbf{4(2x - 1)^2 - 9(3x + 4)^2}$ (expression travaillée au Liban dans la classe de **EnL**)
L'élève doit reconnaître la structure combinatoire de cette expression, pour pouvoir interpréter et apporter des significations. Il va commencer par reconnaître la « forme » de l'expression à partir d'une « figure » ; le signe « trait » qui assigne deux places avant et après lui dont les assemblages sont des carrés. Ce travail formel outille le choix, à deux volets, de la méthode de factorisation. La taille de l'expression et les exposants 2 facilitent le choix, parmi trois possibles, de l'identité $a^2 - b^2$. En premier déchiffrement, l'élève va associer une propriété arithmétique aux deux nombres 4 et 9 ; $4 = 2^2$ et $9 = 3^2$, pour ensuite interpréter le nouvel assemblage $2^2(2x - 1)^2 - 3^2(3x + 4)^2$. Un jeu d'agrégation et de séparation accompagnera la transformation de cette expression toujours par le moyen de (ζ) : $[2(2x - 1) + 3(3x + 4)][2(2x - 1) - 3(3x \quad 4)]$. Combinatoirement, chaque assemblage est de niveau trois, il se décrit par trois territoires : les deux premiers sont ceux du point « invisible » et grâce aux délimitants : les parenthèses, l'exécution est loin de l'ambiguïté. Par contre les deux signes « croix »

et « trait » occupent chacun le troisième territoire de chaque assemblage. Et comme le « point » agrège davantage que la « croix », alors l'exécution, à l'intérieur de chaque assemblage se fait ainsi : faire le produit de 2 et (2x – 1), faire le produit de 3 et (3x + 4) ; le nouveau résultat permet d'enlever les parenthèses [4x – 2 + 9x + 12][4x – 2 – 9x – 12]. Cette procédure permet de passer à une deuxième, avec les deux assembleurs de niveau trois la « croix » et le « trait ». Mais, à ce niveau là, pour éviter l'ambiguïté de l'addition des termes semblables, de nouveaux assemblages peuvent se faire, toujours avec les parenthèses qui objectivent le résultat en séparant les nombres connus des nombres inconnus, de nouvelles parenthèses agrègent les résultats du rassemblement [(4x + 9x) + (–2 + 12)][(4x – 9x) + (–2 – 12)]. Ainsi, l'expression initiale après avoir subi la transformation (z), et à la suite d'« un jeu de calcul » qui a permis d'assurer la « forme » du résultat final (13x + 10)(-5x - 14), se trouve équivalente à ce résultat. Donc, ces deux formes peuvent être assemblées sur une même ligne et mises en relation par le signe « deux-traits » : $4(2x – 1)^2 – 9(3x + 4)^2 = (13x + 10)(-5x - 14)$.

Exemple 4 : Soit à factoriser $\mathbf{(x + y)^2 + (x – y)^2 – 2(x + y)(x – y)}$ (expression travaillée au Liban dans la classe de **EnFL**)
L'élève, lecteur de cette expression, doit sur le plan combinatoire, déchiffrer l'expression pour savoir quelle méthode il va utiliser pour factoriser. Puisqu'il ne voit pas le même binôme partout dans l'expression, il choisit à utiliser une des trois identités. Il aura une difficulté à reconnaître la forme de cette expression, puisque jusqu'à présent les lettres a et b des deux identités remarquables carrées d'une somme symbolisent des monômes. La transformation de la « forme-énoncé » en une « forme-produit » par la transformation (ζ) ne nécessite aucun « jeu de calcul », par contre elle demande de l'élève une interprétation sur la « forme ». En premier, l'élève doit reconnaître les « figures » : deux « croix » et un « trait », ce qui lui permet de cibler l'identité $(a – b)^2$. Dans le résultat, les parenthèses rondes agrègent toujours les nombres, et les crochets les assemblent pour l'exposant 2 : $[(x + y) – (x – y)]^2$. Ainsi, les deux « formes » (« forme-énoncé » et « forme-produit ») peuvent être mises en relation par le signe « deux-traits » et assemblées sur une même ligne : $(x + y)^2 + (x – y)^2 – 2(x + y)(x – y) = [(x + y) – (x – y)]^2$.
Il faut signaler que certains élèves trouvent qu'il est plus simple de transformer la « forme-énoncé » en une « forme-polynôme » qu'en une « forme-produit ». Et leur déchiffrement se base sur les délimitants, les parenthèses rondes qui agrègent trois assemblages.

Exemple 5 : Soit à factoriser $\mathbf{x^2 – 10x + 25 – 4y^2 – 4y – 1}$ (expression travaillée au Liban dans la classe de **EnL**)
Sur le plan combinatoire, l'élève doit déchiffrer cette expression pour l'interpréter en termes de factorisation. La « forme » de l'expression (énoncé) ne donne aucun signe pour savoir la méthode de factorisation. Une agrégation des termes est nécessaire pour délimiter les assemblages et une factorisation par (-1) doit se faire dans le second assemblage pour pouvoir agréger les trois derniers termes de l'énoncé : $(x^2 – 10x + 25) – (4y^2 + 4y + 1)$. Ainsi l'expression est devenue une « forme » interprétable et la « forme » de chaque assemblage est un signe pour le choix de la méthode : $(x – 5)^2 – (2y + 1)^2$. Cet assemblage est dûment complété pour être interprété par la transformation (z). Un nouveau déchiffrement servira à l'interprétation de cette expression, dont la « forme » cible l'identité $a^2 – b^2$. Un jeu d'agrégation et de séparation accompagnera la transformation de cette expression toujours par le moyen de (z) : [(x – 5) + (2y + 1)][(x – 5) – (2y + 1)]. Le premier assemblage est de niveau 1, l'exécution de l'addition

symbolisée par le signe « croix » qui sépare l'*amont* de l'*aval* produit l'annulation des agrégateurs pour créer d'autres qui assemblent les termes semblables : [(x + 2y) + (– 5 + 1)]. Par contre le deuxième assemblage est de niveau deux, son premier niveau est celui du « point » invisible qui agrège davantage le signe « croix » : faire le produit de (-1) et de (2y + 1). Ce travail enlève les parenthèses [x – 5 – 2y – 1]. Pour l'exécution du second niveau symbolisé par le signe « trait », et pour éviter l'ambiguïté de l'addition des termes semblables, de nouveaux assemblages peuvent se faire, toujours avec les parenthèses qui objectivent le résultat en séparant les nombres connus des nombres inconnus [(x – 2y) + (– 5 – 1)]. L'exécution de la procédure suivante par les signes « croix » et « trait » annule tous les délimitants présents et les remplace par un couple de parenthèses rondes qui agrègent les résultats de l'addition des termes semblables de chaque assemblage : (x – 2y – 4)(x – 2y – 6). Ainsi, l'expression initiale après avoir subi la transformation (ζ), et à la suite d'un « jeu de calcul » qui a permis d'assurer la « forme-produit » se trouve équivalente à ce résultat. Donc, ces deux formes peuvent être assemblées sur une même ligne et mises en relation par le signe « deux-traits » : $x^2 - 10x + 25 - 4y^2 - 4y - 1 = (x + 2y - 4)(x - 2y - 6)$.

III- 3-iii - Des conceptions de la factorisation des polynômes pour l'enseignement

A- Un concepteur de logiciel de factorisation

Nicaud (1994) a développé un logiciel pour des tâches de factorisation. Il définit l'action *factoriser* comme l'application d'une règle de factorisation et il définit la tâche *factoriser* ainsi : « factoriser une expression **E** consiste à chercher à réécrire **E** sous forme factorisée-au-maximum et réduite ».

Le modèle APLUSIX RDM-94 est un modèle d'un système du projet APLUSIX[46] qui remplit des fonctions, de présentation de résolution et d'encadrement d'activités de résolution dans le domaine des factorisations de polynômes. Le modèle porte sur les expressions.

> « Par exemple, en factorisation de polynômes, on se donne une expression *e* qui représente un polynôme et on cherche une expression *s* représentant le même polynôme et ayant une forme particulière appelée forme factorisée. Avec ce point on factorise des expressions polynomiales et non des polynômes. Il est possible d'adopter un point de vue moins centré sur les expressions, de considérer que l'on factorise des polynômes et que *factoriser le polynôme P* c'est trouver des « polynômes premiers » $R_1 \ldots R_k$ tels que $P = R_1 \times \ldots \times R_k$ » (Nicaud op.cit, p 83)

Nicaud définit différents modèles nécessaires au travail algébrique dans le cadre des polynômes. Dans le premier, les variables sont remplacées par des nombres pour évaluer une expression algébrique. Le second est le modèle de réécriture, après transformation de l'expression, modulo une relation d'équivalence. Et enfin, le modèle stratégique est le modèle de réorganisation des différentes étapes du calcul algébrique[47].

---

[46] Modélisation en EIAO, les modèles d'APLUSIX, Nicaud (1994)

[47] Ces modèles se rapprochent des modèles dont parle Chevallard (1984). Il dit que l'emploi des paramètres fait la force de l'algèbre. Le calcul sur les nombres se fait en arithmétique par un langage ordinaire appelé « langage numérique ». Le modèle algébrique est outillé par le « langage algébrique » dont la fonction est de montrer les équivalences entre les expressions après transformations. Mais entre

Les règles de factorisation dans le modèle APLUSIX sont :

1– Les règles de mise en facteur : Cette règle permet de factoriser $\mathbf{(x + 1)^2 + 3(x +1)}$ par la mise en facteur de $\mathbf{(x + 1)}$**.** En revanche, cette règle ne permet pas de factoriser par $\mathbf{(x + 1)}$ la « forme-énoncé » $\mathbf{(x + 1)(2x – 4) + x + 1}$.
2– Les règles issues des identités remarquables de degré deux

Nous nous arrêtons en premier devant la définition de la factorisation de Nicaud : « *factoriser une expression **E** consiste à chercher à réécrire **E** sous forme factorisée-au-maximum et réduite* ». Cette définition se rapproche des définitions que nous avons retenues des trois manuels sujets de notre étude (comme exemple : Factoriser une expression algébrique c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs) par la « réécriture » de l'expression, mais la différence est large avec le reste. La factorisation au maximum[48] et la forme réduite ne sont annoncées dans aucune des définitions institutionnelles. Par contre, elles sont une exigence des enseignants qui présentent aux élèves un savoir-faire pratique pour une situation de factorisation que Gélis appelle « Principe Stratégique »[49].

Nous nous arrêtons ensuite devant la première règle de factorisation. L'exemple proposé nous déclare l'importance des délimitants. Nicaud n'a pas pu trouver une programmation qui puisse lire les assemblages non assemblés comme $\mathbf{(x + 1)^2(2x + 4) + x + 1}$. Ce qui montre le rôle important des délimitants.

B - Les professeurs de mathématiques observés

Dans ce qui suit, nous allons exposer les définitions de la factorisation données par les enseignants pour expliquer la factorisation. Nous n'avons pas trouvé un discours semblable pour l'enseignant **EnFL**, du fait que la factorisation est expliquée en EB7 (Cinquième).

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
La factorisation : on a la réponse, on a la forme développée, je veux l'écrire sous forme de produit, ça veut dire, une parenthèse fois une parenthèse. **(2, 416)**		**Factoriser, ça veut dire, je démarre avec une somme algébrique. Chaque morceau de ma somme algébrique, doit être lui même le résultat d'une mul, ti, pli, cation** **(4, 115)**	**Qu'est ce que ça veut dire factoriser Multiplier. C'est-à-dire que l'expression que vous allez obtenir, …, des expressions entre parenthèses, et entre chaque parenthèse, vous allez avoir des signes, des signes multiplier. Par exemple, si vous avez** (x + 7)(3x + 2)(4x – 1) **entre**

ces deux modèles, Chevallard propose d'introduire l'arithmétique « algébrique » avec un langage numérique pour montrer que deux écritures d'un même nombre ne sont pas équivalentes.

[48] Nous définissons la « factorisation maximale » comme étant la « forme-produit » où les termes de chaque assemblage sont premiers entre eux.

[49] « Principe stratégiques : Dans un problème de factorisation d'expressions polynomiales, il est intéressant de chercher à appliquer en priorité, à quelque nœud de l'arbre de résolution que ce soit, des factorisations et des réductions au sens fort » (Gelis,1995, p 86)

			chaque parenthèse vous avez un signe multiplier. Donc ça, ça veut dire factoriser. **(7, 315, 319, 321)**

Il est clair :

1. qu'il n'y a aucune différence dans les définitions de la factorisation par les divers enseignants : factoriser c'est « multiplier », « avoir un produit »
2. que les délimitants parenthèses rondes sont un outil très important pour la factorisation. L'écriture en « produit », est caractérisée par la présence des couples de parenthèses rondes. La présence de ces couples l'un après l'autre sous entend une multiplication entre les nombres qu'ils agrègent, et ainsi le signe (′) a une action sans apparaître.

Dans le tableau suivant, nous allons montrer comment les enseignants libanais, dont la technique de factorisation relève d'une théorie, celle du PGCD, demandent la factorisation au maximum sans la déclarer, ni faire un appel aux savoirs anciens. Par contre les enseignants français dont la technique de factorisation est une pratique routinière, l'enseignement du PGCD est absent des programmes pour la factorisation, insistent à factoriser au maximum et demandent de « *factoriser le plus possible* », ainsi que la recherche du « *terme le plus grand possible* ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$5x – 10\,x^2 =$ $x(5 – 10x)$ **x c'est paaaas le faaaacteur commun. Il y a encore le cinq** **(2, 306)** $(x + 5)[2x + 6] = 0$ **Est-ce que là, ma factorisation est finie ? Tu peux encore factoriser quelque part** **(7, 203)**	$21z – 7z^2$ **Par qui tu factorises** ?... **Sept et qui encore ?...** **(4, 28, 31)** $(x – 5)[3x + 3] = 0$ **Je n'ai pas terminée la factorisation, x moins cinq, facteur de, trois x plus trois.** **(7, 130)**	**Et quand on vous demande de factoriser une expression, le mot sous entendu, mais obligatoire, c'est factoriser le plus possible, factoriser au maximum.** **(3, 117)** $(7x + 3)^2 – 25x^2 =$ $[12x + 3][2x + 3]$ **Je voudrais l'attention de tout le monde**. **Pour un élève de troisième, …le fait d'arriver là, sans se tromper, ça nous réjouit profondément et je dirai qu'on est tenté de mettre tous les points, mais vous avez fait les sept huitième du travail**. **(5, 88, p2)**	$6x^2 + 18x = x(6x +18)$ ou, $2x(3x + 9)$, ou $6x(x + 3)$ **De mettre en facteur le plus, la plus grande quantité, le terme le plus grand possible, … les trois réponses sont des factorisations** **Donc différentes factorisations,** **disons que l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le plus grand, le nombre le plus grand possible,** **(4, 63, p2)** $6x^2 + 18x =$ $x(6x + 18)$ **Tu nous écris x facteur de six x plus dix huit. Donc, c'est une factorisation.**

			On peut, peut-être pousser l'élégance, en allant un tout petit peu loin (4, 75)

Le comportement des quatre enseignants est le même, ils demandent tous la factorisation au maximum, sans se référer à aucune théorie. Ce savoir n'a pas de place dans les contenus ni des programmes, ni des manuels. Il est le savoir privé des enseignants, c'est sûrement leur savoir d'élèves. Le problème didactique est le suivant : Pourquoi faut-il factoriser au maximum ? Les enseignants libanais ne proposent aucun commentaire, alors que les enseignants français semblent avoir une réponse : il faut factoriser au maximum par « *élégance* », « *pour avoir tous les points* », « *parce que factoriser sous entend factoriser le plus possible,…* ».

Les élèves des deux pays doivent factoriser au maximum, les professeurs les convainquent que le « panorama » n'est satisfaisant, que si la « forme-produit » est une factorisation au maximum, sans comprendre pourquoi. Ils le font pour faire plaisir aux enseignants, gagner des points en évaluation et parce que cette exigence est cohérente avec les pratiques arithmétiques qui consistent toujours à désigner un nombre par son écriture réduite.

III - 1 -iii - Identités remarquables avec le 2^e^ degré

« *Les identités remarquables sont "des formules magiques", qui me servent pour **mes exercices de développement et de factorisation** : 3 formules au total à apprendre <u>absolument</u> par coeur : le principe des identités remarquables : pour un énoncé de développement ou de factorisation donné, un résultat tout fait - Extraordinaire non ??* » [50]

Nous allons voir plus tard que les enseignants ont la même opinion. Ils insistent à connaître par cœur les trois formules des identités remarquables.

Les deux identités remarquables $(a + b)^2$ et $(a – b)^2$ se déduisent du binôme de newton en donnant à **n** la valeur **2** (toutes les illustrations ci-dessous sont retirées du site :http://villemin.grard.free.fr/Wwwgvmm/Identité/Identité ?Ident.htm#aplupsb)

<u>Binôme de Newton</u>

$$(a + b)^n = a^n + C^1_n a^{n-1}b + C^2_n a^{n-2}b^2 + + C^{n-2}_n a^2b^{n-2} + C^{n-1}_n ab^{n-1} + b^n$$

Ainsi, nous obtenons pour tout nombre a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$$

Et l'identité $a^2 – b^2$ s'obtient d'après l'identité formelle en donnant à **n** la valeur **2**

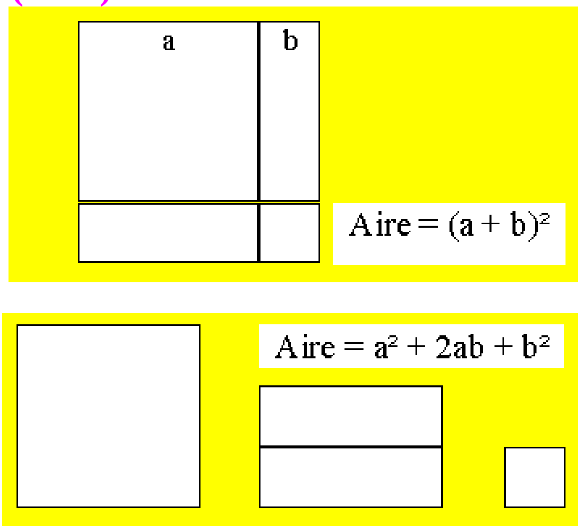
$$\boxed{a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})}$$

Et aussi, nous obtenons pour tout nombre a et b : $a^2 – b^2 = (a + b)(a – b)$

[50] wanadoo.fr/stefbase/maths/Algebre/bases%20de%20calcul.htm

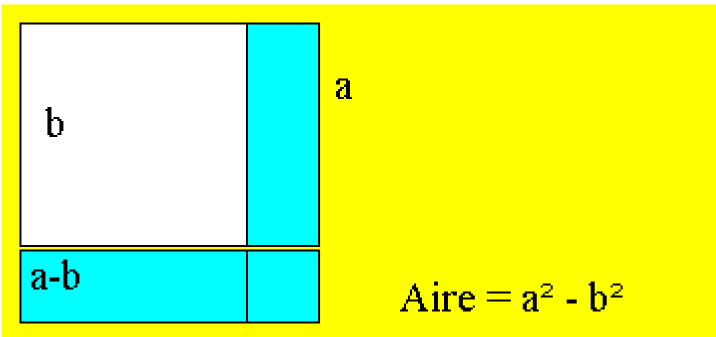
Ces égalités algébriques peuvent être regardées comme un modèle géométrique. L'égalité entre $(a + b)^2$ et $a^2 + 2ab + b^2$ est pertinente pour montrer que le système peut apparaître comme le modèle de son modèle[51]. Al-khawatizmi a considéré de pareils modèles pour étudier et résoudre l'équation du second degré. Observons les deux tableaux ci-dessous

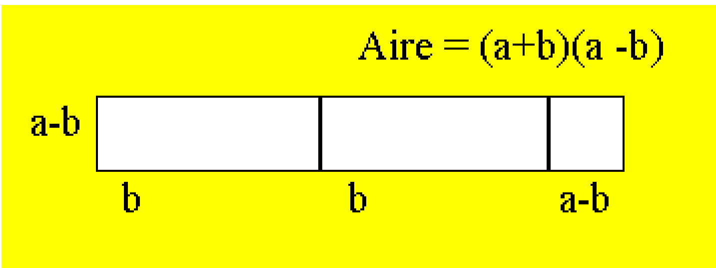
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

On considère la partie bleue





Ainsi, les rapports entre les compositions d'aires modélisent l'égalité algébrique $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, et fondent certains enseignements pour développer $(a + b)^2$, $(a – b)^2$ et $(a + b)(a – b)$. Par contre, aucune modélisation n'est utilisée pour enseigner la factorisation de $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 – 2ab + b^2$, $a^2 – b^2$.

---

[51] Chevallard (1989, p 56)

$(a + b)^2$ et $a^2 + 2ab + b^2$ dénotent la même fonction, par contre elles n'ont pas le même sens algébrique. Elles sont égales, et leur égalité est doublement importante : 1) conceptuellement, c'est un sujet d'étude premier 2) sur le plan combinatoire, l'égalité met en évidence les étapes successives du déchiffrement et de l'interprétation dans le système de Descartes[52] (1637), l'inventeur de l'écriture symbolique, et le premier à considérer que le « Carré » peut être égalé à la « Chose », parce qu'il pense en nombre et non pas en grandeur.

$$
\begin{aligned}
(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) && \text{(L1)}\\
&= a.a + a.b + b.a + b.b && \text{(L2)}\\
&= a^2 + ab + ab + b^2 && \text{(L3)}\\
&= a^2 + 2ab + b^2 && \text{(L4)}
\end{aligned}
$$

Dans la première ligne (L1), la forme symbolique du « Carré » est un assemblage *dûment complété*[53] qui ne contient qu'un seul signe d'agrégation. La présence des délimitants : les deux couples de parenthèses rondes sont indispensables pour que l'opération « multiplication », dont le signe (×) est absent, vienne avant « l'addition ». Ces délimitants ont permis d'avoir une « forme » interprétable. Cette opération nous fait passer à la seconde ligne (L2), où le signe (×) est toujours absent, et le blanc entre les deux lettres identiques nous fait passer au « Carré ». En (L3), le seul signe assembleur qui opère est la « croix », qui rassemble les termes semblables et nous permet de trouver la « forme-développée » en (L4).

III - 5- Distributivité

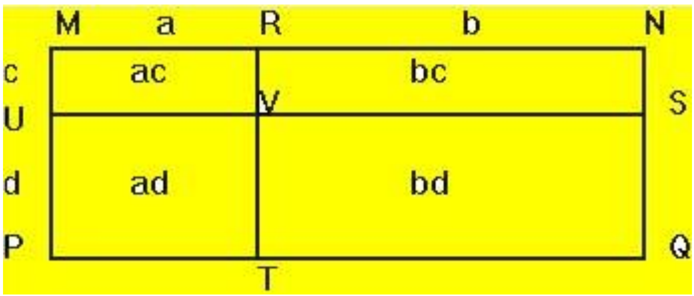
Dans l'ensemble des réels, la loi multiplicative est distributive sur la loi additive

$\forall$ **(x, y, z)** $\in \mathbb{R}^3$**, x** $\times$ **(y + z) = (x** $\times$ **y) + (x** $\times$ **z)**

Puisque cette égalité est vraie pour toutes les valeurs de x, y et z, alors c'est une identité qui est une conjugaison de lettres, de nombres et de termes, et c'est le signe de deux « traits » qui les relie. Elle est démontrée par une modélisation géométrique : (a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd ; cette égalité modélise le rapport des aires. Nous illustrons la démonstration dans le cas où : x = (a + b) et (y + z) = (c + d)

Remarque :

Aire (MNQP)=Aire(MRVU)+Aire(UVTP)+Aire(RNSV)+Aire(VSQT)



---

[52] Serfati, (2005)

[53] « Nous appellerons forme symbolique mathématique, ou « forme », tout assemblage dûment complété, c'est-à-dire complété par tous les signes possibles de délimitation, y compris les plus extérieurs » ex : 2 + (a.y) est un assemblage (de second niveau), et (2 + (a.y)) la « forme » associée. (Serfati, 2005 chap V, p 93)

(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd
http://fitoussi.serge.free.fr/Quatrieme/expressions.htm

Cette modélisation est le support de l'enseignement du développement par distribution de **k (a + b) = ka + kb** et de **(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd**, par contre nous ne retrouvons aucune modélisation pour la factorisation de **ka + kb** et de **ac + ad + bc + bd.** Car le travail sur les aires est limité à l'ostension des démonstrations, procédé par lequel il demeure seul à toucher à la démonstration puisque les factorisations par **k** pourraient être traitées si les élèves avaient la possibilité de dire « deux rectangles ayant un côté de même longueur peuvent être réunis en un seul... »

III - 6 - Conclusion

Nous pouvons imaginer combien est grande la difficulté pour factoriser puisqu'elle n'est en rapport qu'avec la structure combinatoire de chaque expression. La force des règles hiérarchiques implicites se renforce par des délimitants explicites, afin de dûment compléter un assemblage. La reconnaissance de la méthode de factorisation est basée sur la « forme » de l'expression, devant laquelle les enseignants s'arrêtent dans certains cas pour ajouter un « savoir-énoncer » (Mercier 1997) « *Je compte combien il y a de termes* [.]*, il y en a trois. Trois termes, c'est soit la première, soit la deuxième.. »*[54] ; « *il n'y a pas de double produit, alors c'est a deux moins b deux* »[55] …Mais ce « savoir-énoncer » ne peut pas être outillé de termes techniques efficaces faute de leurs définitions théoriques. Les enseignants, pour faciliter la tâche de factorisation, sont conduits à inventer chacun pour soi, des règles formelles de « savoir-vivre »[56] .
La pratique opératoire de la factorisation est donc régulée par un nombre d'étapes successives : première étape : visée de la « forme », seconde étape : trouvaille de la méthode de factorisation, puis déchiffrement pour une représentation dûment complétée, et pour finir, effectuation du calcul. La première difficulté vient de ce que les moyens de contrôle du calcul doivent être introduit avant de s'y engager. Mais une seconde difficulté se présente : le calcul peut ne pas être terminé pour certaines expressions dont la « forme-produit », combinatoirement, n'est pas dûment complétée. Alors pour pousser la factorisation au maximum, il faut faire subir au résultat un nouveau déchiffrage, et puis une nouvelle interprétation. Est ce que l'élève peut savoir qu'il est arrivé à la réponse « forme-produit » standard ? Est-il face au « feu rouge » ? Comment peut-il le savoir ? Si non, quand arrêtera-t-il le déchiffrement ainsi que l'interprétation ?

Pour répondre à ces questions, nous allons dans la partie qui suit, mener l'étude des programmes des deux pays : objectifs, étude des contenus, étude des manuels et rechercher comment la factorisation est présentée. Est-elle une manipulation réglée ?

[54] Cinquième séance d'enseignement, période 1, enseignant **EnF1**, TP 85-87, annexe p.626
[55] Première séance d'enseignement, enseignant **EnFL**, TP 580, annexe p. 536
[56] Mercier (1997) appelle les règles de bon comportement : règles de « savoir-vivre ».

Chapitre IV

Les systèmes scolaires libanais et français

La didactique est caractérisée par l'étude des différentes relations entre les trois composantes (enseignant, enseigné et savoir), du « système didactique » de Chevallard. Une grande partie des apprentissages des élèves relève de leur territoire privé[57], alors que le travail scolaire est une tâche coopérative entre l'enseignant et les élèves. Avant d'exposer à travers des corpus le processus poursuivi par les enseignants pour modéliser le savoir de la factorisation et d'analyser comment les élèves à leur tour abordent des questions pour apprendre les connaissances visées par l'enseignement, nous allons ouvrir une parenthèse pour faire, une étude comparative sur les apprentissages scolaires de la factorisation. Nous étudions ici les programmes et les manuels du Liban et de la France adoptés par les écoles où ont eu lieu nos observations de classe, puisque l'un des objets des nos questionnements didactiques est : les manières d'étudier des savoirs de chaque pays.

IV - 1 - Un cadre didactique

L'un des enjeux fondamentaux de l'enseignement des mathématiques au collège est la « Factorisation ». Les enseignants repèrent depuis longtemps des difficultés rencontrées par les élèves. Il paraît, paradoxalement que certaines performances des élèves se dégradent au lycée (cycle secondaire au Liban), et au collège, après l'apprentissage des techniques de la factorisation[58]. Les difficultés de l'apprentissage de la factorisation en troisième ont été étudiées dans quelques recherches francophones [Tonnelle (1989), Bardini (2000), Abou Raad (2003 et 2004)] et dans de nombreuses recherches anglophones, bien qu'elles portent plus généralement sur la manipulation des expressions algébriques [Sfard (1991, 1994), Kieran (1992, 1994), Schliemann (2003), Carraher (2001)]

En France, les premiers apprentissages de la factorisation, sont esquissés en Cinquième (A7) pour opérer sur les expressions algébriques : réduire les termes semblables de l'expression après l'avoir développée, après l'introduction de l'algèbre et du travail algébrique en Sixième (A6). C'est en Troisième (A9) que l'apprentissage des techniques de la factorisation se fait : l'étude se limite à deux méthodes : l'utilisation de la distributivité dans le sens opposé au développement, et l'utilisation des identités remarquables carrées.

Au Liban comme en France, l'algèbre est introduite en EB6 (Sixième), mais les premiers apprentissages de la factorisation par un monôme sont esquissés en EB7 (Cinquième), et deviennent plus intenses à partir de la classe EB8 (Quatrième). En plus des deux méthodes de la factorisation en France, la méthode par regroupement des termes de l'expression a sa place dans l'enseignement libanais.

---

[57] « Un élève apprend le plus souvent tout autre chose que ce qui lui est officiellement donné à apprendre, parce que ce n'est pas à propos des objets enseignés eux-mêmes que se manifeste l'ignorance, mais parce que c'est la présence des objets enseignés qui induit l'ignorance d'autres objets : les objets pertinents » Mercier (1992, p 293)

[58] 15% seulement des élèves français à l'entrée en seconde ont réussi la factorisation de $(x + 5)^2 - 4$; d'après l'évaluation de DPD en 1997

Dans les deux pays, l'objectif de cet apprentissage est la résolution des équations de degré supérieur à un, qui commence dès le premier apprentissage de la factorisation. Au lycée, dans les deux pays aussi, la factorisation devient un outil pour opérer sur des expressions polynomiales. Les lycéens peuvent s'emparer de la factorisation pour rechercher les racines d'un polynôme du second degré, ils apprennent aussi la forme canonique de ces équations et du discriminant Δ. Mais, dans plusieurs autres domaines algébriques ainsi que géométriques l'utilisation de la factorisation est une étape indispensable pour l'achèvement de la résolution du problème.

IV - 2 - La factorisation : Naissance – Vie durable

Tout objet mathématique ne peut être observé isolé, il est toujours accompagné d'autres objets qui servent à le mettre en œuvre, et qui facilitent son emploi, et lui à son tour servira à la manipulation d'autres objets. Une étude des programmes des deux pays[59] nous a aidée à viser l'écologie institutionnelle de la factorisation. Nous avons recensé les objets mathématiques pertinents pour la naissance de la factorisation avant les classes d'enseignement[60], puis ceux qui permettent à cet objet de vivre aux niveaux plus élevés.

A - <u>Les objets latents, mais pertinents pour la factorisation</u>

1. Nous allons citer les objets mathématiques communs dans les deux pays à partir de la classe de Sixième (A6) en France et de la classe EB6 (Sixième) au Liban.
    - nombres et calcul numérique
    - opérations +, ´ , - et les lois de priorité de ces opérations dans un calcul.
    - division par un entier
    - nombres relatifs et opérations sur ces nombres
    - développement de k(a + b)
    - puissance d'un exposant entier ou relatif
    - racines carrées
    - calcul sur des expressions algébriques : développer et réduire
    - test d'une égalité

2. Le programme libanais prévoit en plus de ce qui est cité en haut deux autres savoirs
    - PGCD, PPCM de plusieurs entiers naturels
    - Factorisation : facteur commun : expressions de la forme ka + kb

B - <u>Les objets mathématiques, dans les deux pays, dont la fonction didactique nécessite les techniques de factorisation</u>

1. le travail sur les fonctions dans
    - la détermination du domaine de définition des fonctions comme les fonctions rationnelles, irrationnelles, logarithmiques, exponentielles, trigonométriques, trigonométriques inverses, etc.

---

[59] En France, programme B.O. N° 10, 15 Oct, 1998, et l'accompagnement des programmes de Troisième (A9).
Au Liban, programme édité le 8 Mai 1997, Décret loi n° 10227, par le Centre de Recherches et de développements Pédagogiques CRDP

[60] Classe de Troisième (A9) en France, et classe de EB8 (Quatrième) au Liban.

- le calcul des limites, où nous rencontrons des formes indéterminées. Une factorisation est nécessaire pour enlever l'indétermination.
- l'étude du sens de variation d'une fonction (pour étudier le signe de sa dérivée)
- l'étude du sens de variation d'une suite
- la recherche des coordonnées des points d'intersection de deux courbes, d'une courbe avec l'axe des abscisses, et aussi l'intersection d'une courbe avec une droite quelconque (asymptote oblique, tangente,…)
- l'étude de la position d'une courbe par rapport à une autre, ou par rapport à une droite

2. la résolution des équations, des inéquations et des systèmes d'équations ou d'inéquations en « lnx », « exp(x) » qui se ramènent aux équations, aux inéquations et à des systèmes d'équations ou d'inéquations en X

3. la résolution des équations dans l'ensemble des complexes

4. La factorisation peut être une procédure de résolution en géométrie analytique, surtout quand il s'agit de trouver les points d'intersection d'un cercle et d'une droite, d'une sphère et d'une droite.

Nous avons remarqué que dans l'enseignement secondaire et surtout en classes Terminales, dans la partie « Analyse », les élèves rencontrent, au moins, par jour, un problème qui nécessite la maîtrise de la factorisation. Mais il faut signaler, que certains de ces problèmes nécessitent la résolution des équations ou des inéquations du second degré qui peuvent être résolues sans procéder par factorisation et ceci en utilisant la forme canonique d'une équation du second degré par l'usage de « Delta » (Δ). Par contre si le polynôme est de degré supérieur à deux, « Delta » n'est plus la seule issue.

La vie de la factorisation ne finit pas avec la fin des études scolaires, elle se prolonge à des niveaux plus élevés. Plusieurs algorithmes de factorisation sont à la portée des étudiants : Le crible quadratique, le crible du corps de nombres, la factorisation par courbes elliptiques[61], etc.

IV - 3 - Rapport institutionnel à l'objet « Factorisation » dans l'enseignement des mathématiques au collège des deux pays.

Les curriculums fixent des savoirs pour lesquels l'institution liste les objets à connaître. Pour certains savoirs, nous retrouvons des indications sur les techniques nécessaires pour l'apprentissage, techniques que l'enseignant introduira suivant ses objectifs. L'étude du rapport institutionnel (Chevallard, 1992) à l'objet « factorisation » sera faite à partir des textes officiels et des manuels scolaires. Le recours à ces deux sources institutionnelles nous a paru primordial pour comparer les systèmes d'enseignement et mettre en évidence certains aspects caractéristiques des deux institutions. Nous allons exposer les contenus des programmes et des manuels adoptés par les classes où ont eu lieu nos observations. Pour enrichir la comparaison, nous n'allons pas seulement exposer les contenus proposés, mais nous allons aussi montrer les méthodes pédagogiques suggérées pour transmettre les savoirs algébriques.

[61] Les détails de ces algorithmes sont sur le site : http://www.bibmath.net

IV - 3 - 1 - Comparaison des programmes

« Les programmes qui comprennent le curriculum, les contenus, les objectifs, les activités, la répartition horaire sont nationaux »[62]

Avant de commencer l'analyse des programmes, signalons que la structure du système éducatif diffère d'un pays à un autre. En France, la classe de Sixième (A6, cycle d'adaptation), la classe de Cinquième (A7) et la classe de Quatrième (A8) (les deux ensemble forment le cycle central) et la Troisième (A9, cycle d'orientation), sont les quatre classes du collège. Au Liban, les classes parallèles sont : EB7 (Cinquième), EB8 (Quatrième), EB9 (Troisième). Ces classes constituent le cycle moyen de l'éducation de base[63]. Par contre, la classe de EB6 (Sixième) ne fait plus fait partie de ce qui est connu sous le nom de « collège », elle est dans le cycle II de l'éducation de base.

Le programme libanais est adapté en gros au programme français avec un certain retard dans l'évolution. Au Liban, dans les quarante dernières années, il y a eu deux changements de programme, le premier en 1967, avec l'introduction de la théorie des ensembles et les mathématiques modernes, et le second en l998. Par contre en France on reconnaît plusieurs changements tout le long de cette période.

Regardons de près les similarités et les différences dans les programmes et les contenus des manuels des deux pays

1. <u>La codification des classes du collège</u> est la première différence qui s'est dévoilée dans nos textes : La numération des classes en France (Troisième), Par contre au Liban, le code est une abréviation de « Education de Base » suivie du niveau de la classe (EB9).

2. <u>L'horaire hebdomadaire des mathématiques au collège</u>

La première différence à noter est la durée de la période d'enseignement : en France la période est de cinquante minutes, alors qu'au Liban, elle est de cinquante cinq minutes. Une deuxième différence se dévoile dans le tableau ci-dessous.

Classes du Collège	**France**	**Liban**
Sixième	**4h**	
Cinquième / EB7	**3h 1/2**	**5h**
Quatrième / EB8	**3h 1/2**	**5h**
Troisième / EB9	**4h**	**5h**

Nous remarquons qu'un élève de collège français ou libanais reçoit le même nombre d'heures (15 h) d'apprentissage de mathématiques tout le long du collège. Les quinze heures sont réparties en France sur quatre classes de façons équitables par paire de classes, c'est le cycle central qui a le moins de nombre d'heures que les deux autres classes du collège. Alors qu'au Liban, les quinze heures se répartissent sur les trois classes de l'éducation de base d'une façon équitable.

La lecture du tableau ci-dessus, nous mène à se poser la question suivante : Le nombre d'heure est-il proportionnel aux contenus des programmes de chaque classe ? L'exposé des contenus, peut être nous permettra de trouver la réponse.

---

[62] Panorama des mathématiques dans l'éducation française de la maternelle à l'université (2004)

[63] Le système éducatif libanais, après la maternelle, est composée de deux grandes parties : 1) Education de base, qui comporte trois divisions : Enseignement primaire, cycle I ; Enseignement primaire, Cycle II ; Enseignement moyen, Cycle moyen. 2) Education secondaire qui comporte les trois années secondaires.

Le curriculum et ses objectifs

Liban (1997)	France (1998)
Le curriculum[64] prévoit des mathématiques qui contribuent essentiellement à la formation d'un citoyen à part entière capable de **réflexion critique et d'autonomie** Objectifs **1.** Formulation des objectifs :…Il ne s'agit plus d'apprendre des mathématiques toutes faites, mais de les faire par soi-même. A partir de situations réelles dans lesquelles les élèves soulèvent des questions, posent des problèmes et formulent des hypothèses et les vérifient,… Notre intention est aussi de former les élèves à la communication : lire un texte mathématique, le comprendre, l'interpréter, utiliser des symboles, des graphiques, des tableaux, etc., rédiger une démonstration, expliquer une situation, etc. restent des objectifs essentiels de l'enseignement. **2.** Refonte des contenus :..Tout abus théorique a été aboli ; toute virtuosité dans l'accomplissement des tâches a été bannie…. **Les sujets traités ne sont pas jugés d'après leur intérêt théorique mais pratique**. **3.** Méthode d'enseignement : ..La méthode consiste à partir de situations réelles, vécues ou familières pour montrer qu'il n'y a pas de divorce entre les mathématiques et la vie quotidienne. Cette pratique des mathématiques conduira l'élève à l'intelligence des méthodes conceptuelles dont il comprendra l'efficacité grâce au transfert des	Le curriculum prévoit des mathématiques qui contribuent à la formation du futur citoyen capable de développer des qualités **d'initiative, d'imagination et de créativité …** Objectifs 1. Finalités et objectifs : …Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre… Le collège doit développer la pensée logique… Les élèves doivent devenir progressivement capables d'observer les réalités, d'analyser des idées et des concepts, de les organiser pour construire des raisonnements,…Les élèves doivent enfin apprendre à travailler par eux-mêmes... Il ne suffit pas de savoir, il faut savoir travailler. **2.** Les mathématiques comme discipline de formation générale : au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement…A travers la résolution de problèmes , la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique,… **3.** Progression des apprentissages et de l'enseignement : L'enseignement prend en compte une connaissance préalable des élèves et de leurs acquis :

[64] Les détails des Curriculums des deux pays sont en Annexe I pp 391 – 397

apprentissages réussis.	…l'enseignement peut-il être organisé au plus près des besoins des classes,.. **Les compétences exigibles sont énoncées en terme de savoir et savoir-faire mathématiques**.
Les mathématiques doivent offrir aux élèves • Des connaissances utiles à la vie sociale. • Des outils nécessaires à l'appréhension d'autres disciplines : la physique, la chimie, etc. • Des moyens efficaces pour comprendre et explorer le monde réel.	Les mathématiques du collège ont trois fonctions • Comme discipline d'expressions • Comme outil aux services des autres domaines • Comme discipline de formation générale

Nous voyons bien que les textes des deux curriculums insistent sur la formation intellectuelle de l'élève, et concourent à celle d'un citoyen ayant les mêmes caractéristiques dans les deux pays. Les programmes libanais sont conçus de façon à ce que l'élève n'apprenne pas des mathématiques toutes faites, mais qu'il les fasse par soi-même, et les programmes français sont conçus pour permettre une véritable activité mathématique à l'élève. Donc, la noosphère, des deux pays, cherche à offrir des mathématiques qu'il faut rechercher, découvrir et manipuler, et non admettre et retenir. Au collège, les mathématiques doivent apparaître à la fois comme discipline fournissant des outils utiles dans la vie courante ou dans d'autres domaines et comme discipline ayant sa propre autonomie. Jusque là, la similarité entre les objectifs des deux programmes est bien claire.

Du point de vue des objectifs des sujets traités, une similarité implicite est remarquée. Au Liban, ils visent une pratique, un travail de manipulation et de découverte, ils signalent que le travail théorique n'est plus dans la liste des objectifs, alors qu'en France, ils ne parlent pas de théorie, uniquement d'un travail de pratique basé sur les savoirs. Mais, à notre avis, ces deux phrases sont dans le même cadre : travail d'activités et de recherche des connaissances pour faire progresser l'apprentissage.

3. Découpage des programmes de mathématique au collège

Durant les quatre années du collège en France organisées en trois cycles, et durant les trois années du cycle moyen au Liban, les programmes sont découpés en trois rubriques de nominations uniquement similaires en une, celle des « Travaux géométriques ».

Liban	France
• **Arithmétique et Algèbre**	• **Travaux numériques**
	• **Organisation et gestion de données, Fonctions**
• **Statistique** (gestion des données)	
• **Travaux géométriques**	• **Travaux géométriques**

Une différence est nette dans la conception de l'enseignement. Le terme « Arithmétique » n'est pas présent dans les noms des rubriques en France, il est camouflé par la rubrique « Travaux numériques ». De même, le terme « Algèbre » se cache dans « Organisation et gestion des données, Fonctions ». Alors que la rubrique des travaux géométriques est la même dans les deux pays. Au Liban, une sorte de consensus implicite fait que l'« Arithmétique » et l'« Algèbre » sont indissociables, l'une vit par la continuité de l'autre. Pouvons-nous penser que, le « jeu » de mots en France camoufle la même idée. Peut être, le reste de l'étude nous aidera à le dévoiler.

<u>Objectifs de la rubrique « Travaux numériques » du programme français</u> :

- *« acquérir les différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;*
- *se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;*
- *assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes »*

<u>Objectifs du domaine « Numérique » du programme libanais</u> :

Dans le curriculum libanais, les objectifs ne sont pas indiqués par rubrique, mais par domaine. Il y en a sept : Raisonnement mathématique, Résolution de problèmes, Communication, Spatial, Numérique, Mesure et Statistique. Nous allons nous arrêter devant le domaine « Numérique » parallèlement à la rubrique « Travaux numériques » du programme français.

« *Le curriculum propose que dans le domaine Numérique, les élèves soient capables de :*

- *Trouver et utiliser des relations entre les nombres.*
- *Etendre les techniques opératoires à des expressions littérales.*
- *Trouver des valeurs approchées d'un résultat ».*

Ainsi, nous pouvons dire que le renforcement du sens des opérations et des écritures numériques et littérales est un objectif commun aux deux curriculums. Ceci par l'acquisition des nombres, de leurs traitements et représentations d'une part, et par l'acquisition du langage algébrique et de son emploi d'autre part.

4. <u>Les contenus des programmes</u>

Dans ce qui suit nous allons exposer uniquement une coupe transversale des deux rubriques « Arithmétique et Algèbre » du programme libanais, et « Travaux numériques » du programme français, qui engendrent les notions qui nous intéressent dans notre étude (Les progressions du contenu et les compétences exigibles détaillées sont présentées en Annexe III, pp 402 – 407)

- **Liban**

Cinq concepts engendrent le contenu du programme libanais

- Les nombres
- Opérations
- Proportionnalité
- Expressions algébriques
- Equations et inéquations

Nous donnerons, dans le tableau ci-dessous, le contenu de chaque concept par ordre d'exposition. Le nombre entre parenthèses indique le nombre d'heures, suggéré par les rédacteurs du programme, pour l'enseignement de chaque concept. Signalons que le nombre d'heures d'enseignement de la rubrique « Arithmétique et Algèbre » est dégressif. Quatre-vingt-quinze heures pour la classe EB7, quatre-vingt cinq pour la classe de EB8 et soixante dix heures pour la classe de EB9.

- **France**

La répartition des concepts diffère d'un cycle à un autre. Pour les classes de Quatrième (A8), il n'y a que deux concepts, alors que pour les classes de Cinquième (A7) et de Troisième (A9), il y en a quatre.
Les détails se trouvent dans les tableaux ci-dessous.

Classe de EB7	Liban **Arithmétique et algèbre**	France **Tavaux numériques**	Classe de 5ème
	I – Nombres 1 – <u>Entiers Naturels</u> **(10h)** - Nombres entiers - Décomposition d'un entier en facteurs premiers 2 – <u>Fractions</u> **(10h)** - Réduction des fractions 3 – <u>Décimaux</u> **(5h)** - Ecriture décimale d'une fraction	**I – Enchaînement d'opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs** 1 – Convention de propriétés entre opérations 2 – Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition	
	II – Opérations (30h) 1 – Soustraction et multiplication des nombres relatifs 2 – Puissances d'exposant entier positif d'un nombre positif 3 – Facteur commun Factorisation	**II – Nombres en écriture fractionnaire** 1 – Multiplication 2 – Comparaison, addition et soustraction, les dénominateurs étant égaux ou multiples	
	III – Proportionnalité (10h) 1 – Grandeurs directement proportionnelles	**III – Nombres relatifs en écriture décimale**	
	IV – Expressions algébriques (15h) 1 – Calcul sur des expressions algébriques	**IV – Initiation à la résolution d'équations**	
	V – Equations et inéquations (10h) 1 –Equations se ramenant à ax = b		

Classe de EB8	**I – Nombres** 1 – <u>Entiers Naturels</u> **(5h)** - PGCD et PPCM de plusieurs entiers 2 – <u>Fractions</u> - Fractions littérales **(5h)** - Fractions composées 3 – <u>Décimaux</u> **(5h)** Compatibilité de l'ordre avec les opérations 4 – <u>Racines carrées</u> **(10h)** Racines carrées d'un nombre positif **II – Opérations (5h)** 1 – Puissances d'exposant entier positif d'un nombre relatif 2 – Puissances d'exposant entier négatif de 10 **III – Proportionnalité** 1 – Grandeurs inversement proportionnelles **(5h)** **IV – Expressions algébriques (20h)** 1 – <u>Identités Remarquables</u> - Expressions littérales sous forme fractionnaire **V – Equations et inéquations (15h)** 1 – Equations du type : $(ax + b)(cx + d) = 0$ 2 – Equations et inéquations du premier degré à une inconnue	**I – Nombres et calcul numérique** 1 – Opérations (+, -, ×, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée) 2 – Puissances d'exposant entier relatif 3 – Notion scientifique des nombres décimaux. Ordre de grandeur d'un résultat 4 – Touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice **II – Calcul littéral** 1 – Développement 2 – Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre Applications 3 – Résolution de problème conduisant à des équations du premier degré à une inconnue	**Classe de 4ème**

Classe de EB9	**I – Nombres (5h)** 1 – Nombres réels - Nombres rationnels et irrationnels **II – Opérations (10h)** 1 – Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction 2 – Calcul sur les réels **III – Proportionnalité (5h)** 1 – Fonctions linéaires et proportionnalité **IV – Expressions algébriques (10h)** 1 – Expressions algébriques comprenant des radicaux 2 – Polynôme à une variable **V – Equations et inéquations (40h)** 1 – Equations du type $\frac{ax+b}{cx+d}=0$ 2 – Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues 3 – Systèmes d'inéquations du premier degré à une inconnue	**I – Ecritures littérales ; Identités Remarquables** **II – Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)** 1 – Racine carrée d'un nombre positif 2 – Produit et quotient de deux radicaux **III – Equations et inéquations du premier degré** 1 – Ordre et multiplication 2 – Inéquation du premier degré à une inconnue 3- Systèmes de deux équations à deux inconnues 4 – Résolution des problèmes du premier degré ou s'y ramenant **IV – Nombres entiers et rationnels** 1 – Diviseur commun à deux entiers 2 – Fractions irréductibles	Classe de 3ème

Il est clair que la différence est large entre les deux contenus, et qu'il faudra plus d'heures d'enseignement que prévu pour accomplir tout le contenu des programmes libanais.

Évidemment, nous nous intéressons surtout aux notions liées à la factorisation, mais ceci n'empêchera pas de mettre le point sur toutes les différences. De plus la classe de Sixième (A6) n'aura pas de place dans l'étude (sauf si besoin de s'y référer) vu que la classe de EB6 (Sixième) n'est pas dans le même cycle.
Une première remarque est à faire : Au Liban, l'enseignant ne dispose pas du temps nécessaire pour l'apprentissage de chaque notion ; celui-ci est fixé dans les programmes. En revanche, en France, la liberté de négociation du temps d'apprentissage est à la portée de l'enseignant. Certains concepts, notions et thèmes[65] sont présents dans les programmes libanais[66], alors qu'ils sont absents des programmes français et vice versa. Nous ferons abstraction du concept de proportionnalité, puisqu'il n'est pas en relation avec la notion sujette de cette recherche, et en France, il fait partie de la rubrique : Gestion de données, fonctions.

[65] Nous avons choisi pour concept les grandes parties de la rubrique, pour notion les grandes parties de chaque concept, et pour thèmes les objets de la notion.
[66] Nous allons utiliser l'abréviation **PL** pour les programmes Libanais, et **PF** pour ceux français.

Dans ce qui suit, les détails comparatifs seront présentés par classe.
En Cinquième (A7) et en EB 7 (Cinquième) : Les **PL** parlent du facteur commun et de la factorisation, alors que les **PF** parlent de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition qui n'a aucune place dans les **PL**, même en classe de EB6. Les **PF** parlent d'« entiers », alors que les **PL** parlent des « entiers naturels ». Un aperçu sur le programme français de la classe de Sixième (A6) nous a confirmé l'absence complète du terme « entiers naturels ». Une deuxième absence des **PF**, nous a attiré l'attention : la décomposition en facteurs premiers qui est supposée être une technique très utile pour la recherche du facteur commun monôme, qui figure dans l'enseignement libanais et dont l'utilité serait dans les classes suivantes pour la recherche du plus grand commun diviseur (PGCD) et du plus petit commun multiple (PPCM). Au Liban, en EB7 (Cinquième), le travail sur les expressions algébriques est une continuité du calcul sur les expressions littérales en EB6 (Sixième), ainsi que la notion de puissances. Par contre, ce concept et cette notion n'ont pas de place dans les **PF**.

En Quatrième (A8) et en EB8 (Quatrième) : À ces niveaux, la différence est nette dans le nombre de concepts. Deux en France pour cinq au Liban. Les notions du concept des nombres diffèrent d'un pays à l'autre. L'absence des deux thèmes PGCD et PPCM est à signaler en France, alors que ce sont une continuité des classes précédentes au Liban[67]. La notion : racines carrées a sa place en EB8 (Quatrième), par contre en Quatrième (A8), la place est cédée à la calculatrice. Les identités remarquables apparaissent uniquement en EB8 (Quatrième), ainsi que la résolution des équations-produits nulles et des inéquations du premier degré à une inconnue.

En Troisième et en EB9 : La notion des systèmes d'équations du premier degré à une inconnue est l'unique notion commune aux deux programmes. Pour le reste, il n'y a aucune similarité. Tout ce qui est proposé en France à ce niveau forme une connaissance antérieure pour les élèves de EB9 (Troisième) : les identités remarquables, les calculs sur les racines carrées, les nombres réels ainsi que le calcul sur ces nombres, les systèmes d'inéquations du premier degré à une inconnue, et les équations du type $\frac{ax+b}{cx+d}=0$.

IV – 3 - 2 - Conclusion

L'étude des deux programmes révèle que les notions et les thèmes communs entre les deux pays sont rares. L'absence de la notion du PGCD, du PPCM, des polynômes, des entiers naturels, des réels, etc, dans les **PF**, nous permet d'observer le « manque de savoir » théorique dans le système d'enseignement des mathématiques français. Les contre-réformes en France n'ont pas tenté de trouver une dimension technologique aux savoirs mathématiques. Ils ont remplacé la théorie par des savoirs techniques nouveaux qui s'ajoutent aux savoirs précédents. L'un de ces savoirs techniques est « la factorisation ».
Une deuxième absence à ne pas rater, celle de la « factorisation au maximum ». Nous n'avons trouvé dans les deux programmes, aucune trace pour cette notion, donc son absence des manuels nous paraît normale. Par suite, ce savoir ne provient que des *habitus* des enseignants relatifs à la factorisation. Comme si conduire une factorisation à

[67] Le PGCD et le PPCM de deux entiers font parties du programme de la classe EB6 (Sixième)

ce terme ultime était l'emblème du « savoir factoriser ». Et en effet c'est le cas puisque cela suppose la mobilisation du PGCD.

Tandis qu'il paraît aux gens que le curriculum libanais suit de près le curriculum français, cette étude révèle une différence assez large entre les deux. La différence se dévoile par le nombre des années d'étude au collège, le nombre d'heures de cours hebdomadaires, et par les contenus des programmes. Les connaissances nouvelles pour les élèves français sont en majorité des connaissances antérieures pour les élèves libanais. Ceci s'explique par la différence des niveaux de classe des deux pays pour l'enseignement de la factorisation.

IV – 3 - 3 - Les manuels scolaires

IV-3-3- i - Représentation

Le manuel scolaire est un support didactique auquel se réfèrent les enseignants, ce qui fait de lui un outil qui conditionne le processus enseignement/apprentissage, et permet leur articulation. Il détermine le parcours de l'élève pour parvenir au savoir. Certains manuels scolaires, utilisés au Liban, sont adaptés au programme français.

L'étude que nous mènerons se fera dans les manuels adoptés par les trois écoles des deux pays où ont eu lieu les observations de classe.

Nous nous trouvons, dans cette étude, devant trois types de manuels :

1. Manuel libanais (ML) qui est obligatoire pour toutes les écoles publiques : Construire les Mathématiques, Centre national de Recherche et de développement Pédagogiques, Classe EB8
2. Manuel Franco-libanais (MFL) adopté par certaines écoles privées : Théma Cinq sur cinq, Mathématiques EB8, adaptation au programme libanais, Librairie Antoine, Hachette Edicef.
3. Manuel français (MF) adopté par certaines écoles françaises : Collection Cinq sur Cinq, Math 3^{e}**,** Hachette Education

IV-3-3- ii - Structure

Un élément nous a semblé intéressant : la structure des chapitres qui est différente entre le ML et le MF, et qui est identique en majorité entre le MF et MFL.

Manuel Libanais	Manuel Franco-libanais	Manuel Français
Titre du chapitre Introduction Objectifs acquis Objectifs à acquérir	Titre du chapitre QCM	Titre du chapitre QCM
Activités	Revoir …..et découvrir	Revoir …..et découvrir
Cours	-------	------------
Bilan-méthode	Retenir	Ce qu'il faut savoir
-------	Apprendre à résoudre	Apprendre à résoudre
Exercices	-------	------------
Auto-Evaluation	-------	------------
Problèmes	Exercices et problèmes : - Vrai ou faux - De tête ou à la machine	Exercices et problèmes : - Vrai ou faux - De tête ou à la machine

	- Avec un ordinateur - Lire, comprendre, rédiger - Enigme du chapitre	- Avec un ordinateur - Lire, comprendre, rédiger - Enigme du chapitre
Espace-jeu	Math-info	Renforcement

Dans les trois manuels, c'est la volonté de mettre l'élève en condition de construire et d'enrichir ses connaissances qui est prioritaire. De plus, le MF et le MFL dévoilent, dans la partie « Apprendre à résoudre »[68] l'idée d'un savoir-faire. Ces pages apprennent aux élèves les méthodes de résolution. Il y a un effort dans la direction de l'élève, effort qui n'apparaît pas dans le ML.

Il y a un nombre considérable de pages d'activités dans ces deux manuels, contrairement au ML où les activités ne sont que sur une seule page (Le contenu des quatre premières parties du manuel libanais n'est pas vaste).
Dans les deux manuels français et franco-libanais, à un rythme régulier, est inséré un bilan, qui propose des exercices pour s'entraîner de façon plus autonome.

IV-3-3- iii - Contenu des manuels

Pour pouvoir évaluer les effets de l'enseignement reçu par les élèves des deux pays, il faut regarder de près les contenus des manuels scolaires qui pourront influencer la formation des enseignés. La notion de factorisation constitue le centre de cette analyse. Nous regarderons non seulement les contenus, mais la manière dont ces contenus sont proposés pour dévoiler les méthodes didactiques implicitement suggérées.

1 – Manuel libanais (ML)

Nous allons faire un relevé de la présentation du chapitre « Expressions algébriques », dans le manuel de la classe EB7 (Cinquième) et du chapitre « Identités remarquables », dans le manuel de la classe de EB8 (Quatrième).
Le nombre des activités varie entre deux et quatre, elles sont réparties en « Activités de rappel » et « Activités préparatoires ». Dans la partie « Cours » des deux manuels, il y a toujours un encadré en couleur autour de la définition (les détails des définitions seront étudiées dans la partie IV) et de la propriété. Les termes « règle » et « théorème » sont absents des deux chapitres. Des écritures en caractères gras dans les textes, et en rouge dans les exemples donnés dans le cours, sont fréquentes, pour notifier leur importance.

- Dans le chapitre « Expressions algébriques », nous retrouvons quatre définitions :

1. La définition d'un monôme, suivie d'une seule propriété : la multiplication de deux monômes.
2. La définition de deux monômes semblables, suivie d'une seule propriété : l'addition ou soustraction de deux monômes.
3. La définition d'une expression algébrique suivie de trois parties non codifiées :
    - Somme de deux expressions algébriques
    - Produit d'un monôme par une expression algébrique
    - Produit de deux expressions algébriques : développement

[68] Pour le MF, voir Annexe VI p 420, et pour MFL, voir dans Annexe V p 412

4. la définition du développement de deux expressions algébriques suivie d'une partie non codifiée « Factorisation » et à la fin, un encadré aussi non codifié donne la définition d'un facteur commun à deux monômes.

Dans la partie « Bilan-méthode », qui regroupe dans un encadré colorié en bleu, l'essentiel à apprendre, on trouve les définitions des termes suivants sans codification : « développer », « factoriser », « réduire », « facteur commun », ces mots sont écrits en caractères gras et italique, ils sont suivis d'exemples expliquant ces définitions, comme : « ***Facteur commun*** : un facteur commun à deux termes est le terme algébrique dont la partie variable est constituée par les variables communes, chacune prise avec la plus petite puissance. Exemples : Un facteur commun des deux termes $2x^3y$ et $5x^2y^2$ est x^2y ». Puis les étapes de « ***Effectue*** : 1. Développer ; 2- Regrouper les termes semblables ; 3- Réduire les termes semblables » aussi suivies d'un exemple détaillé en désignant le nom de chaque étape.

A droite des deux premières définitions, l'élève peut lire :

« *Développer* $\longrightarrow$

$$x(y + z) = xy + xz$$

$$x(y - z) = xy - yz$$

$$(x + y)(u + v) = xu + xv + yu + yv$$

$\longleftarrow$ *Factoriser* »

Des flèches de distribution sont tracées en rouge dans les deux premières formules, par contre celles de la troisième formule sont en bleu. La flèche après « développer » est en rouge, et celle avant « factoriser » est en bleu.

Dans la partie « Exercices », codifiée par « Rappel et entraînement », nous trouvons cinquante deux expressions partagées entre huit exercices, dont cinq sont codifiés chacun par une annonce, exemple « *Développement et réduction* ». Deux des trois exercices non codifiés portent sur la factorisation : recherche d'un facteur commun entre deux termes algébriques (Comme exemple : « $6ab^2$ et $9a^2b$ »*, et mise en facteur des expressions (comme exemple : « $9x^5 - x^4y$ »). L'expression « termes algébriques » n'a qu'une seule place dans les pages précédentes à celles des exercices. Nous l'avons repérée dans l'introduction, et plus spécifiquement dans le texte des objectifs de ce chapitre. En première ligne, nous lisons : « *A la fin de ce chapitre, je serai capable :*

→ *de comprendre la signification de : terme algébrique, monôme, coefficient, ….* »

Nous trouvons légitime que l'élève se pose les questions suivantes : Qu'est ce qu'un terme algébrique ? Pourquoi il n'a pas été défini comme les autres ? Quelle est la différence entre « un monôme » et « un terme algébrique » ? Pourquoi $5x^2$ est un *monôme* dans le « Cours », et dans l'exercice $5x^2$ est appelé « un terme algébrique »* ?

La dernière page de ce chapitre est la page des « Problèmes » (quatre) et de l'Espace-jeu (deux) et tous représentent un travail algébrico-géométrique.

- Dans le chapitre « Identités remarquables », les deux « Activités de rappels » groupent un travail de factorisation par un facteur commun. Alors que les

« Activités préparatoires » représentent un travail géométrique sur le calcul des aires des carrés et des rectangles pour trouver que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$. La partie « Cours » est une seule page jaune. Trois encadrés roses sont codifiés par « Propriété » numérotée, et le contenu du texte explique : le carré d'une somme, le carré d'une différence et le produit de la somme de deux nombres par leur différence. Les formules des IRC sont dans un encadré rouge sur fond blanc. Dans le « Bilan-méthode », nous lisons : « *Si a et b sont deux nombres, on a : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$; $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$. Ces formules sont utilisées dans le développement et la factorisation* » Les deux pages des exercices groupent cent quatre expressions algébriques réparties sur onze exercices et dix expressions arithmétiques, à factoriser. Les quatre problèmes sont un mélange de travail arithmétique, algébrique et géométrique.

2 – Manuel français (MF)

Avant de détailler l'analyse du chapitre « Calcul littéral » de la classe de troisième, nous voulons signaler que les manuels parlent de « factorisation » en Cinquième (A7), mais dans l'objectif de réduire les termes semblables d'une expression développée $3x + 5x = (3 + 5)x = 8x$

Dans le MF, il y a toujours un encadré en couleur autour de la définition, la propriété et les formules, mais contrairement au manuel libanais, les encadrés ne sont pas codifiés. Aucun signe existant ne désignera à l'élève les définitions, les propriétés et les règles. L'énoncé est annoncé par un titre écrit en gras et en bleu pour tous les textes, par exemple « Factoriser une expression algébrique ». Ceci nous mène à penser que le contenu est privilégié par rapport au statut de l'énoncé, en d'autres termes par rapport à sa fonctionnalité mathématique.

- Chapitre « Identités remarquables, Equations-produits » : le QCM fait le point sur les connaissances acquises en cinquième sur le développement par distribution. Trois des six questions sont des sommes algébriques et l'élève doit choisir la « forme-produit » correcte parmi quatre. Il est supposé développer les réponses proposées pour trouver la « forme-énoncé ». Le but des auteurs de ce manuel est de préparer les apprentissages du chapitre.

  Neuf activités s'étalent sur quatre pages :
  - La première est une activité de rappel sur le développement et la réduction
  - Les trois activités suivantes font découvrir à l'élève le développement des identités remarquables carrées par des illustrations géométriques : calcul des aires des rectangles et des carrés.
  - La cinquième activité est du type arithmétique : calcul mental en utilisant les identités remarquables.
  - La sixième activité place les élèves dans une nouvelle situation : la distinction des expressions développées de celles factorisées.
  - L'activité suivante initie l'élève à la factorisation par un facteur commun arithmétique et algébrique.
  - La huitième activité, dans un travail algébrique, initie l'élève à reconnaître que l'identité $(a + b)(a – b)$ se développe $a^2 – b^2$
  - La dernière activité est sur les équations-produits.

A la fin de certaines activités, nous trouverons des encadrés coloriés en jaune, et codifiés par « Commentaire ». Un des commentaires est à signaler : « *Il est indispensable de bien connaître (« par cœur ») les trois développements correspondants aux trois produits : $(a + b)^2$; $(a – b)^2$ et $(a + b)(a – b)$. Les trois égalités obtenues constituent les **identités remarquables*** » (M1)

Les formules à retenir sont encadrées, écrites en caractères gras sur un fond blanc, alors que les pages de la partie « Retenir » sont jaunes. Des exercices résolus en détail et commentés viennent à la suite de chaque encadré. « *Savoir factoriser pour résoudre une équation* » est l'annonce de la page « Apprendre à résoudre ». Quatre équations de degré deux, sont résolues et commentées. Des encadrés fléchés bleus et jaunes notent l'importance et le type des commentaires ; les bleus montrent le zéro du second membre, alors que les jaunes notent le facteur commun ou la formule des identités carrées utilisée dans l'exercice avec identification des termes a et b de la formule à ceux de l'expression algébrique « forme-énoncé ». Un encadré bleu, de six lignes codifié en rouge par « Méthode » explique aux élèves l'objectif de ces exercices. Nous avons recopié le texte tel qu'il est :

« **Méthode**

Ces quatre exercices montrent l'importance et l'intérêt d'une factorisation en deux facteurs du 1^er^ degré pour ensuite résoudre « facilement » une équation-produit.

En effet, ces quatre équations sont du second degré, et, en classe de 3^e^, on ne sait les résoudre qu'en effectuant une factorisation préalable.

C'est pour cela que, dans de nombreux exercices, on demande :

1° *de factoriser l'expression E* ; **2°** *de résoudre l'équation E = 0* » (M2)

Soixante dix huit exercices des domaines : algébrique, arithmétique et géométrique sont proposés dans les pages de la partie « Exercices et problèmes ». Ils sont groupés sous des titres différents pour faciliter la tâche de résolution. Ces titres sont écrits en rouge, comme : « *Les identités remarquables* », « *Factoriser* »[69], etc. Ce dernier titre annonce deux énoncés « *…en reconnaissant un facteur commun* » (16 expressions distribuées sur quatre exercices) et «*…en reconnaissant le développement d'une identité remarquable* » (18 expressions pour cinq exercices).

Sept exercices arithmétiques sont proposés pour utiliser le développement des identités remarquables carrées. Les six derniers exercices groupés dans la dernière page de cette partie, sont codifiés par « Vu au brevet ».

La page « Math-info » parle de Pascal et de son « fameux » triangle. Il est laissé aux élèves de trouver le développement de $(a + b)^5$ et $(a + b)^6$, et leurs réponses sont données en bas de la page dans le sens opposé de la lecture de la page.

3 – Manuel franco-libanais (MFL)

- Chapitre « Identités remarquables, Equations-produits » : le QCM fait le point sur les connaissances acquises en cinquième sur le développement par distribution. Trois des six questions sont des sommes algébriques et l'élève doit choisir la forme-produit correcte parmi quatre. Il est supposé développer les

[69] Nous allons uniquement regarder les exercices relatifs à la factorisation

réponses proposées pour trouver la forme-énoncé. Le but des auteurs de ce manuel est de préparer les apprentissages du chapitre.
Quatre activités introduisent la leçon :

- Les deux premières activités font découvrir à l'élève le développement des deux identités remarquables carrées $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$ par des illustrations géométriques : calcul des aires des rectangles et des carrés.
- La troisième activité, dans un travail algébrique, initie l'élève à reconnaître que l'identité $(a + b)(a - b)$ se développe $a^2 - b^2$
- La dernière activité est sur les équations-produits.

Signalons que ces activités sont les mêmes que celles données dans le manuel français

Les formules à retenir sont encadrées, écrites en caractères gras sur un fond blanc, alors que les pages de la partie « Ce qu'il faut savoir » sont jaunes. Des exercices résolus en détail et commentés viennent à la suite de chaque encadré.
« *Reconnaître un facteur commun* » ; « *reconnaître le développement d'une identité remarquable* »[70] ; « *Savoir factoriser pour résoudre une équation* » sont les annonces des deux pages « Apprendre à résoudre ». Les exemples (les mêmes que le MF) sont résolus et commentés. Des encadrés fléchés bleus et jaunes notent l'importance et le type des commentaires ; les bleus montrent pour les deux premières annonces le facteur commun, par contre ils montrent le zéro du second membre des quatre équations du second degré de la troisième annonce, et les jaunes notent le facteur commun ou la formule des identités carrées utilisés dans l'exercice avec identification des termes a et b de la formule à ceux de l'équation « forme-énoncé ». Un encadré de six lignes codifié en rouge par « Méthode » explique aux élèves l'objectif de ces exercices. Nous avons recopié le texte tel qu'il est :
« **Méthode**
Ces quatre exercices montrent l'importance et l'intérêt d'une factorisation en deux facteurs du 1^er^ degré pour ensuite résoudre « facilement » une équation-produit.
En effet, ces quatre équations sont du second degré, et, en classe de 3^e^, on ne sait les résoudre qu'en effectuant une factorisation préalable.
C'est pour cela que, dans de nombreux exercices, on demande de :
1° *factoriser l'expression E* ; **2°** *résoudre l'équation E = 0* » (M2)

Soixante cinq exercices des domaines : algébrique, arithmétique et géométrique (ils sont les mêmes que le MF, donnés dans un ordre différent) sont proposés dans les pages de la partie « Exercices et problèmes ». Certains exercices sont donnés sous titres différents, écrits en bleu, comme : « *Les identités remarquables* », « *Factoriser* », etc. Ce dernier titre annonce deux énoncés « *…en reconnaissant un facteur commun* » (16 expressions distribuées sur quatre exercices) et «*…en reconnaissant le développement d'une identité remarquable* » (18 expressions pour cinq exercices).
Sept exercices (mêmes exercices que le MF) arithmétiques sont proposés pour utiliser le développement des identités remarquables carrées.

[70] Ces deux annonces sont les mêmes que le MF, mais elles se trouvent dans la partie « Retenir », titrée « *Factoriser une expression algébrique* »

Jusque là, les contenus de ces pages sont les mêmes dans le MF et le MFL.

La dernière page de ce chapitre est conforme au programme libanais. Neuf exercices groupés sous deux titres : « *Expressions fractionnaires* » ; « *Factorisations* » remplissent la page de « Renforcement ». Les expressions fractionnaires à simplifier sont rationnelles et il est demandé de l'élève de rechercher les valeurs de x pour lesquelles les expressions existent. Chacune des expressions algébriques proposées à factoriser dans quatre exercices, demande en premier la factorisation par un facteur monôme, puis la factorisation par un binôme ou l'utilisation d'une identité remarquable.

Remarque : Dans la partie « Exercices et Problèmes » du MF du chapitre sujet de notre étude, nous avons retracé un exercice « *Avec ordinateur* », et à sa fin, les auteurs du manuel expose un exemple de programmation.
Il est nécessaire de signaler que les exercices de programmation n'ont pas de trace dans les ML et MFL. Une heure de cours d'informatique[71] fait partie de la répartition hebdomadaire, mais la majorité des écoles libanaises, dans les secteurs privés et publics n'a pas de salles d'informatique, ni de postes d'ordinateur à la portée des élèves, contrairement à la France.

IV - 3 - 4 - Conclusion

Aucun des deux manuels français (MF) et franco-libanais (MFL) ne définit les expressions algébriques, elles sont préconstruites. Ils s'en servent comme étant un objet évident identiquement au « point » et à l'« axiome ». En revanche cette définition a une place dans le manuel libanais (ML) de EB7 (Cinquième).
L'absence de la démonstration de la factorisation dans les trois manuels est remarquable. La factorisation est présentée comme l'opération inverse du développement par distribution. Les techniques de factorisation s'enrichissent dans le registre combinatoire par des « formules », et par un ostensif graphique, la flèche, descripteur de la règle d'action. « Il n'y a rien à comprendre », il suffit de « retenir ». L'élève français et franco-libanais doit reconnaître la formule adéquate à travers les représentations des expressions en ajustant son regard sur les caractères significatifs de la formule et de son organisation générale (voir Annexe p 419, Commentaire !). Cependant, aucun sens pratique n'est attribué à la factorisation dans le manuel libanais, tandis que dans les deux autres manuels, un « commentaire » (voir Annexe p 423, Méthode en bas de la page) explique aux élèves l'intérêt et l'importance de la factorisation. Implicitement, les auteurs veulent dire, que la factorisation sera un outil indispensable, dans certains apprentissages futurs.

IV - 3 - 5 - Fréquence d'apparition des différents mots du lexique algébrique conforme à la factorisation dans les manuels

Pour comparer l'organisation didactique visée pour l'enseignement de chaque pays, en ce qui concerne la factorisation, nous allons exposer dans un tableau suivi d'un commentaire, les points qui nous ont semblé important à retenir des contenus de chaque chapitre.

[71] Cette matière est nouvellement introduite dans les programmes de 1997

1. Les formules

Manuel → La formulation ↓	**Libanais**	**Franco-libanais**	**Français**
de l'identité de la distributivité	* $x(y + z) = xy + xz$ * $x(y – z) = xy – yz$ * $(x + y)(u + v) =$ $xu + xv + yu + yv$	* $ka + kb = k(a + b)$ * $ka – kb = k(a – b)$	* $ka + kb = k(a + b)$ * $ka – kb = k(a – b)$ * $(a + b)(c + d) =$ $ac + ad + bc + bd$
des identités carrées	Si a et b sont deux nombres, on a * $(a + b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$ * $(a – b)^2 =$ $a^2 – 2ab + b^2$ * $(a + b)(a – b) =$ $a^2 – b^2$	* $(a + b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$ * $(a – b)^2 =$ $a^2 – 2ab + b^2$ * $(a + b)(a – b) =$ $a^2 – b^2$	* $(a + b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$ * $(a – b)^2 =$ $a^2 – 2ab + b^2$ * $(a + b)(a – b) =$ $a^2 – b^2$

La variation de choix pour les lettres des formules est remarquable dans le ML contrairement aux deux autres manuels. Les auteurs des ML sont-ils cohérents avec eux-mêmes en utilisant les deux premières lettres de l'alphabet français, pour les IRC, et les trois dernières pour la règle de distributivité ? Les auteurs des MF et MFL apparaissent cohérents dans tous les symboles utilisés.

Dans la formulation de l'identité de distributivité, nous pouvons en effet nous interroger sur le choix et la désignation des lettres. Est-ce que les auteurs des manuels des deux pays pensent au même objet ? Quelle est la différence entre la lettre « x » et la lettre « k » ? Est-ce que ces lettres se substituent par le même objet ? Radford (2002) dans la dualité objet/symbole, dit que le symbole s'approprie les propriétés de l'objet. Un objet ne peut pas avoir deux symboles, or « x » et « k » représentent le même objet, qui peut être un monôme ou un binôme. Il en est de même pour y, z et a, b. Il faut donc chercher ailleurs la différence. Nous pouvons penser que les lettres a, b, etc. sont des noms génériques pour des nombres, tandis que x, y, z sont des paramètres tels que nous les trouvons dans les formules de physique sauf qu'ici ce sont des paramètres quelconques ce qui explique l'usage de lettres réservées à la notation des variables. Notre idée trouve un élément de preuve dans la remarque selon laquelle « a et b sont deux nombres », qui figure dans l'ouvrage libanais utilisant ailleurs x, y, z, u, des notations permettant de montrer la symétrie et les autres régularités des formules comme dans$(x + y)(u + v) = xu + xv + yu + yv$. Nous y voyons sans doute une distance plus grande avec le travail algébrique réel, dans les manuels nouveaux qui spécifient le facteur k dans $k(a + b)$, et la trace des pratiques expertes dans le traitement spécial réservé aux théorèmes de distributivité du manuel libanais le plus traditionnel : les identités remarquables limitées aux cas de degré deux y sont, comme il est normal, une curiosité pour débutants, des lemmes ou des propriétés plus que des théorèmes ou des axiomes.

2. Les codifications

Manuel → **Utilisation ↓ du mot**	**Libanais**	**Franco-libanais**	**Français**
Définition	* 4 fois dans le chapitre « EA »[72] * 0 fois dans le chapitre « IR »	0 fois	0 fois
propriété	* 2 fois dans le chapitre « EA » * 3 fois dans le chapitre « IR »	0 fois	0 fois
Règle	0 fois	0 fois	0 fois
Théorème	0 fois	0 fois	0 fois

Les auteurs du ML ont utilisé la codification « Définition » pour définir certains termes mathématiques, comme « expression algébrique », « monôme », etc. Par contre, le texte codifié par « propriété » engendre des propriétés opérationnelles, dont certaines ne sont pas démontrées, mais explicitées par un exemple, comme « $3xy^2$ et $-2xy^2$ *sont deux monômes semblables* ». Les trois propriétés démontrées en EB8 (Quatrième) sont celles du développement des IRC par la propriété de la distributivité.
Nous voyons bien que les rédacteurs des MF et MFL sont en accord, aucun texte verbal n'est présenté pour être retenu par les élèves, il n'y a ni théorèmes, ni règles à démontrer et à retenir.

3. Répétition des mots

Manuel → **Utilisation ↓ du mot**	**Libanais**	**Franco-libanais**	**Français**
Expression algébrique	Dans les pages du cours : - EB7 : 22 fois - EB8 : 4 fois	3 fois dans les pages du cours	5 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 3 fois -EB8 : 0 fois	7 fois dans les énoncés des exercices	7 fois dans les énoncés des exercices
Expression numérique	Dans les pages du cours : - EB7 : 0 fois - EB8 : 0 fois	0 fois	0 fois
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 0 fois	0 fois	0 fois

[72] EA : Expressions algébriques

	-EB8 : 1 fois		
Expression	Dans les pages du cours : - EB7 : 3 fois - EB8 : 0 fois	11 fois dans les pages du cours	17 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 2 fois -EB8 : 0 fois	17 fois dans les énoncés des exercices	17 fois dans les énoncés des exercices
Facteur	Dans les pages du cours : - EB7 : 0 fois - EB8 : 3 fois	6 fois dans les pages du cours	8 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 1 fois -EB8 : 0 fois	1 fois dans les énoncés des exercices	1 fois dans les énoncés des exercices
Facteur commun	Dans les pages du cours : - EB7 : 4 fois - EB8 : 2 fois	5 fois dans les pages du cours	5 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 1 fois -EB8 : 1 fois	1 fois dans les énoncés des exercices	1 fois dans les énoncés des exercices
Factorisation au maximum	0 fois	0 fois	0 fois
Termes	Dans les pages du cours : - EB7 : 11 fois - EB8 : 0 fois	1 fois dans les pages du cours	1 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 2 fois -EB8 : 0 fois	0 fois	0 fois
Double produit	Dans les pages du cours : - EB7 : 0 fois - EB8 : 2 fois	1 fois dans les pages du cours	1 fois dans les pages du cours
	Dans les énoncés des exercices - EB7 : 0 fois -EB8 : 0 fois	1 fois dans les énoncés des exercices	1 fois dans les énoncés des exercices

Nous retrouvons dans les contenus des chapitres, sujets de notre étude, des MF et MFL, des utilisations différentes pour « expression » et « expression algébrique », dont les définitions n'ont pas de trace. Alors que dans le ML, classe EB7 (Cinquième), nous avons trouvé une définition pour le mot « expression algébrique »[73]

Comme exemple d'utilisation :

1. dans les pages du chapitre : ka + kb est une « expression algébrique », et k(a + b) est une « expression » factorisée (voir MF pp 35 et MFL p 156) ; $a^2 - 2ab + b^2$ est une « expression algébrique », et $E = x^2 - 16x + 64$ est une « expression » de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ » (voir MFL p 158)
2. dans les exercices E = (a + 1)(b + 1) est une « expression », de même que « double produit » ; A = (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4) est une « expression algébrique » alors que E = (x – 3)(x + 3) – (x + 4)(x – 4) est une « expression » (voir p 38, ex.11, et p 39, ex. 16 du MF, ces mêmes expressions sont dans MFL à la p 160 et 161).

La lecture du tableau nous révèle des résultats contraires, pour « expression » et « expression algébrique ». Le premier est prioritaire pour les MF et MFL, alors que le second est prioritaire dans les ML.
Il paraît que la problématique essentielle est le passage d'un enseignement où le calcul joue le rôle d'une mécanique à un enseignement où les énoncés du langage ordinaire se traduisent par des expressions littérales sur lesquelles opère le calcul algébrique. Ce « jeu » de mot dans le lexique peut-il désigner la même propriété[74] ? L'analyse didactique nous incite à voir si les enseignants vont « jouer » le même « jeu » en classe, et si les élèves participeront à ce jeu.

Le mot « terme » est le plus répété dans le ML, classe EB7 (Cinquième), il est utilisé beaucoup plus pour parler des « termes semblables », mais aussi nous lisons « termes algébriques » (3 fois), et « termes » (2 fois), comme « *Un facteur commun à deux termes* ». Dans les autres manuels, il est suivi du mot « semblables » (termes semblables). Nous voyons dans cet usage l'existence d'un élément théorique minimal dans la classe de EB7 : les objets qui figurent dans une expression algébrique doivent être pensés comme les termes de cette expression. Cela permet de mettre à distance l'idée que ces « termes » seraient toujours des nombres et cela désigne aux élèves la spécifité du travail algébrique. Parallèlement la disparition de cette notion dans les nouveaux programmes français empêche de désigner aux élèves le fait que les expressions sur lesquelles ils travaillent sont algébriques : si les termes de l'expression sont des nombres, l'expression elle-même devient « expression numérique ».

4. Ostensifs et délimitants

Pour ce tableau, nous avons regardé seulement les contenus des pages du cours des trois manuels.

---

[73] « L'expression obtenue en additionnant ou en soustrayant des monômes s'appelle une expression algébrique », ML, classe EB7 (Cinquième).

[74] Julien (1989-1990) a fait intervenir la notion de « nom-bien-choisi-pour-montrer-une propriété » (par exemple 16 est un nom bien choisi du nombre *seize* pour montrer qu'il est pair, car se terminant par 6, mais ce nom est mal choisi, si l'on veut montrer qu'il est un carré - au contraire de 4^2) » (petit x, n° 24, p.76)

	Manuel →	Libanais	Franco-libanais	Français
Ostensifs	**Encadrés**	Oui	Oui	Oui
	Codifications	Oui	Non	Non
	Couleurs	Oui	Oui	Oui
	Flèches	Oui	Oui	Oui
	Commentaires	EB7 : Oui EB8 : Non	Oui	Oui
	Rappel	Non	Oui	Oui
	Ecritures en différents formats	Oui	Oui	Oui
	Exemples de factorisation résolus	EB7 : Oui EB8 : Non	Oui	Oui
Délimitants	**Parenthèses**	Oui	Oui	Oui
	Crochets	EB7 : Oui EB8 : Non	Oui	Oui

La similarité dans ce tableau est remarquable, et elle a le plus haut score par rapport aux tableaux précédents. La case « commentaires » du tableau regroupe les textes codifiés par « commentaires », des remarques et des rappels encadrés et écrits sur différents fonds de couleur pour expliquer les démarches de résolution des exemples donnés dans le cours. En classe de EB8 (Quatrième), nous remarquons que les délimitants « crochets » sont absents du fait qu'aucun exemple n'est résolu dans le cours. Par contre les parenthèses rondes sont utilisées dans la représentation des formules et des expressions algébriques proposées dans les exercices.

IV - 3 - 6 - Conclusion

La manière dont les contenus sont proposés dévoile le fait qu'en France, plus qu'au Liban, le langage algébrique n'est pas une théorie à maîtriser, aucune signification théorique n'est attribuée à la pratique de ce langage.

La comparaison des contenus des programmes des trois classes du collège révèle la vastitude remarquable des contenus des **PL,** contrairement aux contenus des chapitres du ML. Par contre, les contenus des **PF** ne sont pas autant vastes que les contenus des chapitres du MF qui, eux-mêmes, sont plus vastes que ceux du MFL. Le MFL étant d'origine française, il se rapporte typiquement au MF, nous pouvons même dire qu'il en est une copie conforme dans son contenu.

Les IRC, dans les trois manuels, sont exprimées par des « formules ». Leur développement est explicité, contrairement à la factorisation qui n'est démontrée nulle part. L'apprentissage visé par les deux institutions n'est basé que sur les « formes ». Ce qui confirme que l'enseignement de l'algèbre se limite à l'enseignement d'une manipulation formelle.

Les polynômes n'ont pas d'existence dans **PF** du collège. Ils ne sont plus les « préconstruits » que Tonnelle a observés. Leurs remplaçantes sont les « expressions » qui sont elles aussi « préconstruites », surtout dans les **PF** où elles n'ont aucune trace descriptive. Le grand nombre des expressions algébriques données à factoriser dans les parties exercices, nous permet de dire que les auteurs des trois manuels des deux pays objectivent le fait que l'apprentissage ne doit se faire que par répétition de la pratique.

Les lettres sont des symboles à rôle important pour le travail algébrique. Toutes les formules sont présentées avec des lettres. Les mêmes lettres sont utilisées dans les trois manuels pour les identités remarquables, mais c'est seulement dans le ML qu'elles sont des nombres généralisés.

Les auteurs des trois manuels manipulent des ostensifs différents, entre autres des couleurs variées dans la même page, afin de mettre en relief les parties importantes, ce qui à leur avis facilitera l'apprentissage.

IV - 4 – Qu'est ce que la factorisation ?

Une définition s'appuie sur des termes qui ont été définis antérieurement. Mais certains objets mathématiques ne peuvent pas être définis, comme (droite, point, etc). Dans ce qui suit nous exposerons, comme elles sont données dans deux dictionnaires et dans les trois manuels ML, MFL et MF des deux pays, les définitions des mots suivants : « factorisation, », « factoriser », « facteur », « expressions ». Notre objectif est la possibilité de reconnaître les causes des erreurs des élèves qui surgissent à tout instant dans les différentes situations de factorisation, et perturbent l'enseignant dans son enseignement, les élèves dans leur apprentissage, et les placent dans des ambiguïtés. Pour la maîtrise de cette recherche, nous allons exposer et analyser des corpus pour voir comment sont enseignées ces définitions ? Comment les enseignants formulent les exigences pour qu'elles soient mémorisées et employées au moment voulu ? Comment ces définitions sont-elles comprises ?

1) Selon le Petit Robert[75]

« ***La factorisation*** *est une écriture (d'une expression) sous la forme d'un produit de facteurs.* » Nous retrouvons aussi, dans la même page du dictionnaire une autre explication pour le mot factorisation. Cette explication fait partie du paragraphe qui donne la signification du mot facteur qui couvre plusieurs domaines. Nous lisons pour

---

[75]Le Nouveau Petit Robert : *Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française* (2003)

le domaine mathématique : « ***facteur*** *:* **1**. *Math Chacun des éléments constitutifs d'un produit* (***coefficient, multiplicande***, ***multiplicateur ; diviseur, quotient***)…*Mise en facteur commun d'une expression arithmétique ou algébrique*→ ***factorisation*** »

Terme : « Monôme en relation avec d'autres. *Les termes d'une somme, d'un polynôme, d'une équation. Les deux termes d'une fraction*, son numérateur et son dénominateur »

Expression : « Formule par laquelle on exprime une valeur, un système, *Expression algébrique, rationnelle, irrationnelle*. Réduire à sa plus simple expression : réduire (qqch) à la forme la plus simple, élémentaire »

2) Selon le « Trésor de la langue française informatisée »[76]

Facteur **:** *« ALG., ARITHM.* Chacun des termes d'un produit. *Facteur(s) commun(s) à plusieurs produits; mise en facteurs d'une expression algébrique; décomposition (d'une expression) en facteurs premiers. Soit (...) le polynôme du degré m,* $x^m - ax^{m-1} + bx^{m-2} - cx^{m-3}$ *+ etc. (...), que nous supposerons composé des m facteurs simples* $x - \alpha$, $x - \beta$, $x - \gamma$, $x - \delta$, *etc.* (LAGRANGE, *Résol. équations num.,* 1808, p. 187)….
Rem. Dans la notation arithm. ou alg., un terme d'un produit qui n'est pas relié au terme suivant par le signe X (« multiplié par ... »), se lit : « ..., *facteur de...* » : 3(x-2)(y+3) se lit : « Trois, facteur de *x* moins deux, facteur de *y* plus trois » »

Expression : « *Expression algébrique.* Indication d'un calcul à effectuer sur des nombres qui peuvent être, en totalité ou en partie, remplacés par des lettres. *Expression algébrique, rationnelle, irrationnelle* (OLMI-JULY 1970) »

3) Selon http://perso.wanadoo.fr/stefbase/maths/Algebre/Factorisation.htm

« ***Factoriser une expression*** c'est mettre en évidence un facteur commun dans 2 (ou plus) expressions multipliées »

4) Selon les manuels ML, MFL et MF :

Lorsque nous « faisons » des mathématiques, mais surtout lorsque nous les enseignons, nous devons avoir toujours une certaine idée de la nature des objets avec lesquels nous opérons. Pour ceci, regardons de près si ceci est à la portée des enseignants et des enseignés.

Nous exposerons, dans des tableaux individuels, les différentes définitions retrouvées dans chacun des chapitres des trois manuels, qui ont été étudiés plus haut.

[76] Logiciel, Editions CNRS

4) i – Factoriser

Manuel Libanais	Manuel Franco-libanais	Manuel Français
EB7 : **Factoriser** : Transformer une expression de la forme d'une somme à la forme d'un produit, c'est l'opération inverse du développement EB8 : Pas de définition	**Factoriser une expression algébrique** Factoriser une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs	**Factoriser une expression algébrique** Factoriser une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs

La définition de la factorisation donnée dans les MF et MFL nous fait comprendre que la factorisation d'une expression algébrique est une simple écriture en un produit. Par contre, la définition du ML nous fait comprendre que la factorisation est une action de transformation de forme par la dualité somme/produit, et elle est le mouvement inverse du développement. Ce mouvement, au moins, fait appel à la mémoire d'une autre action algébrique qui apparaît comme une opération réversible et intègre la factorisation dans une structure plus globale qui deviendra « le calcul algébrique ». On remarquera donc que le schéma ci-dessous tient lieu de discours, dans le ML : c'est sans doute le résultat d'une négociation locale, car le schéma a disparu des manuels français.

a) * Dans le ML, Classe de EB7 (Cinquième), en Bilan-méthode, en face de la définition, nous lisons

Développer $\longrightarrow$

$$\mathbf{x(y + z) = xy + xz}$$
$$\mathbf{(x + y)(u + v) = xu + xv + yu + yv}$$

$\longleftarrow$ **Factoriser**

* Dans le ML, classe de EB8 (Quatrième), à la fin de l'explication des trois propriétés du développement des trois IRC, nous lisons en Bilan-méthode :

Si a et b sont deux nombres, on a : $\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ $\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ **;** $\mathbf{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$ **Ces formules sont utilisées dans le développement et la factorisation**

b) Dans le MF et le MFL : la définition est suivie du tableau suivant qui laisse voir la différence entre une « expression algébrique », qui camoufle une « expression développée », et une « expression factorisée » dont on peut se demander si elle est toujours algébrique.

	Expressions algébriques	Expressions factorisées
Factoriser avec la règle de distributivité	**ka + kb = k(a + b)** **ka – kb = k(a – b)**	
Factoriser avec les identités remarquables	$\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$ $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$ $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$	

Aucun des trois manuels ne définit les « fameuses Identités Remarquables carrées », ne démontre leur transformation de la « forme-développée » de produits à la « forme-produit » de somme et ne parle de leur utilité pédagogique sur laquelle enseignant et enseigné s'interrogent. Le seul conseil que l'enseignement donne, est de les connaître par cœur (commentaire M1, p 59, MF) et surtout de savoir les utiliser, car dans la pratique, elles permettent souvent de se sortir assez aisément d'une situation.

Une activité du MF est absente du MFL, cette activité présente 12 expressions algébriques qui vont par deux, et l'élève dans un tableau à deux colonnes doit les classer en « expressions factorisées » ou « expressions développées ».

4) ii – Facteur commun

Manuel Libanais	Manuel Franco-libanais	Manuel Français
EB7 : Un facteur commun à deux termes est le terme algébrique dont la partie variable est constituée par les variables communes chacune prise avec la plus petite puissance **Exemple :** Pour factoriser une somme de deux termes algébriques, on cherche un facteur commun $2x^3y + 5x^2y^2 = x^2y(2x + 5y)$	**Reconnaître un facteur commun** ***Exemple 1*** Factoriser l'expression A : A = (x + 1)(x + 2) + 3(x + 2) (x + 2) est le facteur commun (cette phrase est un encadré bleu avec deux flèches qui montrent les (x + 2) dans A) etc… ***Exemple 2*** Factoriser l'expression B : $B = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ La démarche du travail est la même que celle de A	**Reconnaître un facteur commun** ***Exemple 1*** Factoriser l'expression A : A = (x + 1)(x + 2) + 3(x + 2) (x + 2) est le facteur commun (cette phrase est un encadré bleu avec deux flèches qui montrent les (x + 2) dans A) etc… ***Exemple 2*** Factoriser l'expression B : $B = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ La démarche du travail est la même que celle de A

Nous nous retrouvons toujours devant un travail formel dans le MF et le MFL, c'est à travers les applications qu'aura lieu l'apprentissage. Alors que, dans le ML, l'enseignement renforce l'apprentissage par un seul exemple détaillé après avoir défini le « facteur commun » d'une manière fort technique.
Aucune trace n'est trouvée, dans les trois manuels, pour la signification du mot « facteur », ainsi que du mot « terme ».

4) iii – Expression algébrique

Manuel Libanais	Manuel Franco-libanais	Manuel Français
EB7 : L'expression obtenue en additionnant ou en soustrayant des monômes s'appelle une expression algébrique	Pas de définition	Pas de définition

4) iv – Monôme

Manuel Libanais	Manuel Franco-libanais	Manuel Français
EB7 : Toute expression présentée sous forme de produit d'un nombre par des lettres représentant des nombres s'appelle monôme	Pas de définition	Pas de définition

La notion de polynôme rejetée des **PF** est utilisée implicitement dans la factorisation. L'enseignement français évite d'appeler les polynômes par leur nom, il se contente de les montrer et d'opérer sur eux (cas des IRC). Par contre le MFL bien qu'il soit identique au MF dans la majorité de son contenu, nous avons trouvé dans le manuel de la classe de EB7 (Cinquième), dans le chapitre « Expressions algébriques », sous titre « **Vocabulaire :** Des expressions telles que $2x^3$ ou $-3x^5$ sont des monômes », suivi des définitions « Réduction d'un produit de monômes, et Réduction d'une somme de monômes », accompagnées d'exemples résolus. Et dans le manuel de la classe de EB9 « Troisième », dans le chapitre « Calculs algébriques », nous avons retrouvé la définition de « Polynômes identiques », ainsi que deux exercices résolus : le premier sous titre « Savoir additionner deux polynômes », et le second sous titre « Savoir multiplier deux polynômes ». Tout ceci dit, nous n'avons pas retrouvé des traces pour « monôme » et « polynôme » dans le chapitre sujet de notre étude de la classe de EB8 (Quatrième). Cette absence est à signaler aussi pour le ML au même niveau. Le cas étant pareil que le MFL, les auteurs parlent de « monôme » en EB7 (Cinquième) et de « polynôme » en EB9 (Troisième).

IV - 5 - Tableau récapitulatif de la comparaison des deux systèmes scolaires.

Pour les manuels, nous rappelons qu'au Liban, en plus du manuel national, des manuels français sont adoptés dans certaines écoles privées, et certains de ces manuels sont adaptés au programme libanais que nous avons appelé « Franco-libanais » (MFL). Le manuel français (MF) et le manuel franco-libanais se rapprochent beaucoup. La différence sera signalée à l'instant. Si non, tout ce qui est pour les manuels dans la colonne « Liban » se rapporte au manuel libanais (ML) et tout ce qui est dans la colonne « France » se rapporte aux deux manuels français et franco-libanais.

<table>
<tr><th></th><th>Liban</th><th>France</th></tr>
<tr><td rowspan="9">Programmes</td><td>Cycle moyen ; trois ans
EB7, EB8, EB9</td><td>Collège ; 4 ans
Sixième, Cinquième, Quatrième, troisième</td></tr>
<tr><td>5 h par classe</td><td>4h, 3h ½, 3h ½, 4h (par ordre de classe)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Différence de deux objets pertinents pour la factorisation</td></tr>
<tr><td>1- PGCD, PPCM de plusieurs entiers naturels
2-Factorisation : facteur commun : expressions de la forme ka + kb</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Mêmes objets mathématiques dont la fonction didactique nécessite les techniques de factorisation</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les programmes ont les mêmes objectifs</td></tr>
<tr><td colspan="2">les programmes sont découpés en 3 rubriques de nominations uniquement similaires en « Travaux géométriques »</td></tr>
<tr><td>Cinq concepts pour le cycle moyen, dont les notions et les thèmes s’élargissent d’une année à l’autre</td><td>La répartition des concepts diffère d’un cycle à un autre</td></tr>
<tr><td>Niveau de l’apprentissage de la factorisation : classe de EB7 et de EB8</td><td>Niveau de l’apprentissage de la factorisation : Classe de troisième</td></tr>
<tr><td rowspan="11">Manuels</td><td>Deux types de manuels scolaires :
National et International</td><td>Un seul type de manuel scolaire :
National</td></tr>
<tr><td colspan="2">La structure des chapitres diffère entre les manuels, mais elle est presque la même pour les MF et MFL</td></tr>
<tr><td colspan="2">Différence large dans les contenus des chapitres relatifs à la factorisation entre le ML, et les deux autres manuels dont la différence dans les contenus est minime</td></tr>
<tr><td>Plusieurs définitions et propriétés sont signalées</td><td>Pas de présence de définitions et de propriétés</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aucune présence de théorèmes et de règles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Présence importante d’ostensifs graphiques</td></tr>
<tr><td>Pour les formules de la règle de distribution, les lettres utilisées sont x, y et z</td><td>Pour les formules de la règle de distribution, les lettres utilisées sont k, a et b</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pour les formules des identités remarquables, les mêmes lettres sont utilisées : a, b et c</td></tr>
<tr><td>1) ML : 14 exercices d’application
2) MFL : 65 exercices d’application identiques à ceux du MF, plus 9 exercices de renforcement qui s’adaptent au programme libanais.</td><td>MF : 78 exercices d’application</td></tr>
<tr><td>Aucun exercice « avec Ordinateur » dans les deux manuels ML et MFL</td><td>Un exercice « avec Ordinateur »</td></tr>
<tr><td>Aucune explication sur l’intérêt et l’importance de la factorisation</td><td>Un texte explique aux élèves l’intérêt et l’importance de la factorisation, à la fin du chapitre dans ML et dans MFL</td></tr>
</table>

IV - 6 - Conclusion

Par la transposition didactique, les savoirs découpés aux fins d'enseignement doivent constituer des ensembles fortement organisés par des relations de dépendance fonctionnelle. Or notre étude des curriculums français du collège a montré que des savoirs arithmétiques ont disparu, comme les multiples et les diviseurs, ainsi que la technique de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers et la recherche du PGCD qui manquent aux élèves français dans un travail de factorisation. En revanche, les savoirs qui outillent la factorisation ne manquent pas à l'organisation actuelle libanaise. Les curriculums ne prennent pas en charge de manière suffisamment rigide la démonstration de la nécessité des transformations des savoirs. Les programmes d'enseignement des mathématiques des deux pays sont détaillés dans leur rédaction, le **PL** beaucoup plus que le **PF**, mais ils révèlent un manque théorique dont l'algébrique est le lieu. Les contenus des deux programmes et les scénarios des trois manuels ne prennent pas en charge la construction des règles de factorisation des IRC. Ils trouvent seulement la nécessité de faire savoir à l'élève les règles de développement. La factorisation est réduite à un savoir technique opératoire.

Cet aperçu nous permet de dire que la factorisation, avec ses deux méthodes, n'est qu'une combinatoire de transformations d'écriture, dépourvue de tout sens algébrique du fait qu'aucune démonstration ne la justifie, elle n'est qu'un ensemble de techniques à « apprendre et retenir ». Ces techniques se hiérarchisent par des délimitants : les parenthèses rondes et les crochets. Différents ostensifs (des encadrés, des couleurs, etc) marquent les parties à retenir du cours.

Nous essayons d'exposer des modèles des actions observées dans des situations de factorisation après avoir développé une analyse a priori du problème qu'un élève rencontre.

Chapitre V

Analyse des séances d'enseignement dans les deux pays

V - 1 - La problématique

Les résultats de nos deux précédents travaux, où nous avons observé les élèves, nous ont poussée à approfondir nos recherches sur la factorisation, mais dans l'idée de compléter le « système didactique » de Chevallard, puisque la didactique est caractérisée par l'étude des différentes relations entre les trois composantes (enseignant, enseigné et savoir).
Le premier travail a été fait au Liban où nous avons étudié la difficulté de la factorisation à la fin de l'apprentissage en classe de quatrième, notre échantillon était à peu près de six cents élèves de douze écoles libanaises privées et publiques. Nous avons trouvé que les élèves rencontrent différentes difficultés : la taille des nombres (surtout les nombres plus grand que 100), la taille de l'expression (nombre de termes supérieur à 2), la nature des lettres (les moins usuelles t, m, n, p,…), l'exposant des variables d'un monôme (exposant supérieur à 2).
Le second travail fut en France, nous avons montré, à partir d'une expérimentation faite sur quarante cinq élèves de trois classes de troisième de collèges différents de Lyon, que les élèves n'ont pas le moyen de penser avec des théorèmes, en situation de factorisation ils pensent avec des outils acquis à travers l'enseignement, ils recherchent des éléments pertinents (un carré, un signe, une somme, etc) pour appliquer des règles dont certaines sont de leur invention, leur travail s'organise autour de la forme de l'expression.
Ces travaux nous autorisent à dire que les difficultés de la factorisation et les erreurs reproduites sont, apparemment, les mêmes pour les élèves des deux pays. Ceci nous incite à rechercher si les élèves, du fait de l'enseignement, développent les mêmes connaissances algébriques. Pouvons-nous changer l'enseignement pour changer le rapport des élèves à ces connaissances ? Pour ceci nous avons pensé qu'il faut suivre la transmission du savoir « Factorisation », ainsi que les phénomènes liés à la diffusion de ce savoir dans plusieurs épisodes didactiques[77] de différentes classes de collèges des deux pays : la France et le Liban, pour savoir comment les professeurs de chaque pays prennent en compte dans leur enseignement la question de la factorisation.

Nous cherchons à connaître, à travers les erreurs, le savoir algébrique des élèves et spécifiquement leur savoir sur la factorisation. Nous voulons, par l'étude comparée des productions des élèves des deux pays, voir ce qui est commun dans les réponses fausses, ainsi que la différence entre elles et leurs causes. Ces réponses pourront nous renseigner sur les particularités de l'enseignement de chaque pays.
Pour cela, nous sommes allée voir les enseignants dans leur enseignement et les élèves dans leurs productions dans les deux pays.

[77] « Un épisode didactique est cet instant particulier où l'introduction d'un objet de savoir nouveau et les questions que pose son usage imposent la réorganisation (partielle) de certains rapports aux savoirs anciens. La progression du temps didactique, qui se mesure à l'apparition des objets d'enseignement nouveaux, produit donc des épisodes didactiques ». (Mercier, 1994b, p 263)

V - 2 - Un cadre didactique pour les analyses

Dans nos analyses, nous allons nous inspirer des travaux didactiques réalisés dans les deux cadres anthropologiques et didactiques. Le processus de la transposition didactique se résume en trois dimensions 1) la mise des savoirs scientifiques en textes à enseigner suivant des objectifs conçus pour l'enseignement. Ces textes sont ensuite ordonnés dans des chapitres en respectant la liste programmée par les concepteurs des programmes. 2) Ce processus est maintenant poursuivi en classe par l'enseignant, dont la tâche principale est la contextualisation des savoirs et la réorganisation des objets de savoir présentées dans les programmes et les manuels. 3) C'est à l'élève qu'il revient ensuite d'aborder les savoirs que l'enseignement lui présente pour apprendre les connaissances visées.
Dans le processus didactique, toute étude didactique ne peut se faire sans se poser la question sur les places qu'occupent les enseignants et les enseignés (élèves) et sur leur rôle dans la relation didactique. « Il convient de noter que les deux registres en lesquels, à chaque instant, se spécifie la différence des places de l'enseignant et de l'enseigné, sont inscrits dans le détail du contrat didactique » (Chevallard, 1991, p.75)

V - 2 - i - Relation didactique : Enseignant, Enseigné

L'espace d'une institution didactique se caractérise par l'existence de deux positions : enseignant et enseigné qui constituent deux registres épistémologiques différents. L'enseignant est responsable du maintien d'une relation ternaire entre les élèves, le savoir et lui. Cette relation est connue par la relation didactique entre l'organisation de la classe et l'avancement du savoir, alors que l'enseigné a la responsabilité de l'apprentissage et de la pratique des savoirs proposés par l'enseignement. Ce partage du rapport institutionnel est, dans la théorie de la transposition didactique, la clé de la *topogenèse* qui permet de traiter certaines questions d'enseignement.
« Enseignant et enseigné occupent des positions distinctes par rapport à la dynamique de la durée didactique : ils diffèrent par leurs rapports spécifiés à la *diachronie* du système didactique, à ce qu'on peut nommer la *chronogenèse*. Mais *ils diffèrent aussi selon d'autres modalités* : selon leurs *places* respectives par rapport au savoir en construction, par rapport à ce qu'on peut appeler la *topogenèse* du savoir, dans la *synchronie* du système didactique » Chevallard (1991, p 72)
Pour la mise en place de la relation didactique enseignant/enseigné, et pour la description du travail de l'enseignant, nous allons considérer les trois dimensions envisagées par Chevallard (1991) ; Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, (2000, 2005) et Mercier (2002), ils donnent les définitions les plus récentes de la chronogenèse, de la topogenèse et de la mésogenèse :

1. « La *chronogenèse* désigne la progression dans le savoir proposé par le professeur et étudié par les élèves. Ce *progrès* dans la matière de l'enseignement produit, pour les élèves comme pour le professeur, une temporalité propre aux institutions didactiques. Le professeur doit assurer l'avancée du temps didactique (expression synonyme de chronogenèse)
2. La *topogenèse* désigne la partition de l'activité entre le professeur et les élèves. Dans une relation didactique, le professeur doit (par exemple, en assurant la chronogenèse) définir et occuper sa *position*, partager avec les élèves des tâches

leur permettant d'occuper en retour leur position dans l'espace didactique, d'assumer ce qui relève de leur responsabilité.
Un mouvement topogénétique peut être 1) descendant : le professeur exprime une certaine forme de symétrie avec l'élève, la distance topogénétique est réduite 2) ascendant : de la position d'élève à la position de professeur, la distance topogénétique est accrue
3. La *mésogenèse* désigne le processus par lequel le professeur aménage un milieu avec lequel il attend que les élèves interagissent *pour apprendre*.

V - 2 - ii - Rôle de l'Enseignant

« Le rôle du professeur se laisse exprimer en termes de types de tâches, ou plus exactement de praxéologies » (Chevallard 1997)
Pour déterminer la fonction professorale en classe, Chevallard (1995) développe un modèle théorique de trois niveaux (techniques, technologies et théories) où il modélise l'activité de l'enseignant au moment de la présentation et de la réalisation de la tâche devant les élèves. Il distingue deux types de tâches : les tâches routinières et les tâches problématiques. Les premières ne posent pas de problème, les individus possèdent déjà un savoir faire (fermer le robinet, se laver le visage, écrire sur un cahier…), alors que les deuxièmes posent un certain nombre de difficultés pour accomplir la tâche (résoudre un problème, utiliser un nouveau dispositif expérimental…).
A chaque tâche l'enseignant met en œuvre une technique, qui selon Chevallard (1995), « est un ensemble réglé de gestes que l'on accomplit dans un certain dispositif ». L'idée avancée par Chevallard est qu'une technique peut être à son tour une tâche à accomplir et que pour une seule tâche nous pouvons utiliser différentes techniques. A chaque technique, il associe une technologie qui « est le discours qui rend compréhensible la technique utilisée par l'enseignant » (idem). Et à chaque technologie il associe une théorie qui « est la justification de la technologie à l'ordre de la noosphère de l'institution » (idem)
Pour Mercier (1998) le professeur doit mener deux tâches de front.

- « Il doit *assurer une progression visible et tonique du temps didactique* car c'est l'enjeu officiel de son activité, et les élèves sont attentifs à ce que le professeur assure la réalisation de ce premier enjeu, qui conditionne le second.
- Il doit organiser la progression du temps didactique *de manière à faciliter l'étude du savoir que les élèves auront à conduire, pour réaliser l'apprentissage* »

L'action de l'enseignant consiste à jouer à la fois sur le contrat didactique[78] (topogenèse et chronogenèse) et sur le milieu (mésogenèse). Son travail consiste aussi à proposer aux élèves une manipulation des systèmes d'ostensifs relatifs aux savoirs.

V - 2 - iii - Rôle de l'Enseigné

Dans le système didactique, l'enseigné est « l'autre » de la relation (Mercier, 1986). « L'élève est alors la personne venue s'assujettir dans l'institution, comme

---

[78] Brousseau (1998) a construit la notion de contrat didactique qui surdétermine les interactions entre le professeur et les élèves et qui s'exprime par le temps et le lieu didactique.
- Le milieu est un système d'évidences qui ne peuvent être perçues comme telles sans l'existence d'un contrat : d'où la nécessité des indications Topaze et Jourdain dans le travail de professeur.
- Le contrat est un système d'habitudes qui doivent évoluer si l'élève veut apprendre. Une rupture du contrat produit la confrontation à des milieux nouveaux.

Enseigné. Comme personne, l'élève n'est pas réduit aux caractères institutionnels de la place qu'il occupe : la relation didactique dont il participe n'est donc pas entièrement décrite par une description du système didactique, même si celui-ci en constitue le noyau dur » (Mercier 1992). Son rôle est d'accéder au savoir, il doit apprendre le cours exposé par l'enseignant et appliquer ses apprentissages dans la résolution des problèmes proposés par l'enseignant. Il est assujetti à poser des questions que l'enseignant peut résoudre. Son rapport au savoir est un rapport personnel, il participe à l'avancement du temps didactique du fait qu'il apprend à un rythme personnel, il est responsable de la construction de son temps d'apprentissage.

V - 2 - iv - Le socle de nos analyses

Sur la base de ce qui précède, nos analyses se placent 1) en partie dans le cadre de l'approche anthropologique développée par Chevallard. Nous décrirons, dans certaines situations, les techniques didactiques et les tâches de l'enseignant sans qu'elles soient en bijection. Nous mettrons en évidence des caractéristiques de l'action didactique de l'enseignant dans les relations entre techniques et ostensifs. 2) dans le cadre des travaux de Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2000 ; 2005). Ces travaux s'appuient sur l'identification des contraintes de fonctionnement des systèmes didactiques (chronogenèse et topogenèse), et sur la description de régulation menée par le professeur (mésogenèse et recherche du contrat didactique). Leur étude sur l'action didactique en mathématiques est fondée explicitement sur la théorie des situations et sur l'approche anthropologique, auxquelles ils ont emprunté divers instruments conceptuels. Au sein du système didactique, le professeur doit agir (*définir, réguler, dévoluer, instituer*) pour :

- produire les lieux du professeur et de l'élève (effet de topogenèse)
- produire les temps de l'enseignement et de l'apprentissage (effet de chronogenèse)
- produire les objets des milieux des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogenèse)

Les auteurs ont établi trois niveaux de description de l'action générique du professeur :

1. Niveau 1 **(ND1) :** pour les structures fondamentales de l'action : définir, réguler, dévoluer, instituer.
2. Niveau 2 **(ND2) :** pour les types de tâches d'enseignement : dénomination, organisation de l'action dans le milieu, analyse de l'action, etc)
3. Niveau 3 **(ND3) :** pour les classes des techniques topogénétiques, chronogénétiques et mésogénétiques.

La modélisation de l'action du professeur repose sur les structures de l'action dans la relation didactique dont les éléments sont cités plus haut et de plus sur deux types d'entités : des tâches et des techniques. Ces dernières sont les « manières de faire » que déploie le professeur dans son activité et qui supposent certaines tâches « ce qui est à faire ». Les types de tâches expriment sur diverses dimensions (le langage, la communication, l'action, le rapport aux objets) les structures de la relation didactique, qui s'inscrivent de manière déterminée dans la topogenèse et la chronogenèse. Les auteurs ont identifié plusieurs types de tâches telles que la dénomination, la détermination de l'action, l'organisation de l'action dans le milieu, l'intégration des objets, etc.

Les auteurs ont analysé l'action du professeur de deux manières indépendantes :

1. analyse ascendante, clinique, indiciaire, inductive d'une pratique donnée. Cette analyse permet d'identifier les périodes *transformatrices* du travail qui correspondent à la *mésogenèse*, ainsi que les techniques de déplacement du partage topogénétique ou de modification chronogénétique.
2. analyse descendante que permet le langage de la modélisation théorique.

Une quatrième technique s'ajoute : la technique « linguistique » (utilisation des pronoms « je, on, vous », le temps des verbes,..), elle actualise la trilogie (relation : professeur, élève, classe) fondamentale des interactions didactiques.
« Enseigner c'est à la fois gérer l'avancée chronogénétique, la partition topogénétique, et le rapport effectif des élèves à la situation didactique et à ses milieux, sans que ces trois actions puissent être clairement séparées » (idem)

Comme l'enseignement des mathématiques est en jeu dans chaque séance, et comme cet enseignement est loin de se faire uniquement par l'oral, nous avons suivi l'utilisation du tableau tout le long de chaque séance, et nous avons noté tous les écrits des enseignants et des élèves. Pour ceci, nos analyses se placent en partie dans le cadre du travail de Robert et Vandebrouck[79] (2003). Ce travail a étudié les caractéristiques, en les comparant, de l'utilisation du tableau noir par trois enseignants d'une même école et d'une même classe. Les auteurs ont montré que le tableau avait trois fonctions selon l'usage de chaque enseignant :

1. « lieu de travail » : l'enseignant utilise le tableau comme lieu de travail, sans jamais rédiger proprement devant les élèves. Cet usage permet de donner à voir un processus plus qu'un produit.
2. « lieu de savoir » : l'enseignant utilise le tableau pour écrire le fruit des cheminements et des explications orales. Ces écrits sont porteurs du savoir, les formules décontextualisées sont apparentes. Les élèves ont devant leurs yeux un modèle magistral applicable.
3. « lieu d'écriture » : le tableau est un simple lieu d'écriture, l'écrit est identique à l'oral, et il n'y a pas de travail spécifique sur ou à partir de cet écrit. L'enseignant écrit les éléments qui doivent être pris par les élèves.

V - 3 - Le Choix et le cadre méthodologique

Etudier les pratiques enseignantes requiert deux choix méthodologiques : observer les pratiques enseignantes à partir d'une ingénierie didactique proposée par le chercheur, ou bien observer la pratique quotidienne de l'enseignant et de ses élèves. Nous avons choisi le deuxième type d'observation dans un but de comparaison entre deux pays, en se penchant à la fois sur :

1. les discours de l'enseignant et des élèves en classe, recueillis à différents moments de plusieurs séances d'enseignement observées
2. les attitudes et les interactions des enseignants et des élèves en situation
3. les documents écrits produits par les enseignants

Combien d'enseignants faut-il observer pour comparer avec fruit, et avoir des résultats significatifs ? Il nous a semblé pertinent, pour mieux comprendre le fonctionnement des apprentissages, de prendre un nombre restreint d'enseignants. Pour ceci, nous avons suivi quatre enseignants expérimentés[80] (minimum cinq ans

[79] Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *RDM*, v.23, n° 3, pp 278 - 424
[80] Ce qui caractérise le professeur expérimenté, « c'est sa capacité à articuler le temps de l'apprentissage

d’expérience), deux français et deux libanais, dans leur enseignement, non seulement de la factorisation, mais aussi du développement et de la résolution des équations produits. Et pour un enseignant français, en plus, son travail sur le calcul littéral. Ce choix n’a pas été fait au hasard, nous avons en effet choisi :

- en France : deux enseignants de la même école, mais dans deux classes de types différents : une classe normale (12 h d’observation) et une classe d’accueil qui groupe des français et des étrangers anglophones de tous les pays du monde (13h d’observations). Le manuel est la collection Cinq sur Cinq : Hachette (que nous avons appelé MF). Ce choix a été fait dans le but de considérer, en plus du comportement des élèves français, le comportement des élèves étrangers avec le savoir « Factorisation ».
- au Liban : deux enseignants de deux écoles différentes, privée et publique, et avec des manuels différents. Les auteurs d’un de ces manuels (que nous avons appelé manuel libanais ML) sont les concepteurs du programme libanais, alors que le second manuel (que nous avons appelé manuel franco-libanais MFL) est le même que celui de la France mais adapté au programme libanais par un auteur libanais. Douze heures d’observation chez chaque enseignant. Ce choix a été fait dans l’intention de comparer d’abord les manuels, ensuite l’enseignement et le comportement des élèves.

Notons que les manuels sont choisis par l’établissement, mais les enseignants ont la liberté de passer des photocopies, sous forme de fiches, aux élèves tirées d’autres ouvrages.

Nous avons expliqué à chacun des quatre enseignants notre objet de recherche qui ne contient aucune volonté de juger leur enseignement. Ils se sont montrés compréhensifs, et accueillants. Dans chaque classe, au début de la première séance, nous avons expliqué aux élèves la raison de notre présence parmi eux, en insistant sur le fait que nous ne jugions ni leur travail ni celui du professeur. Notre objectif était de voir comment ça se passe, quelles sont leurs difficultés dans la factorisation, etc. Nous avons précisé que nous ne citerons aucun nom ni des élèves et ni des enseignants. Ils seront nommés par deux lettres (ou trois si plusieurs élèves portent le même nom) de leur nom dans les transcriptions, par suite aucun lecteur ne pourra les identifier. Dans une des classes de France, au cours des trois premières séances, les élèves parlaient à voix basse, nous avons eu des difficultés à transcrire leurs questions. Pour cela, nous leur avons montré la transcription de la première séance, pour les assurer qu’aucun nom n’est déclaré. Et depuis ce jour, les élèves se sont sentis plus à l’aise en présence des appareils d’enregistrement.

Nous avons procédé à un enregistrement audio des séances. Chaque enseignant était muni d’un micro-cravate d’un enregistreur digital, et un autre enregistreur classique était placé parmi les élèves pour capter le son de toute la classe. Assise au fond de la classe, nous étions en France seule sur une table ; par contre au Liban, nous étions entourée des deux côtés par des élèves. Nous avons noté toutes les écritures du tableau. Nos déplacements pour observer le travail individuel des élèves étaient rares pour ne pas perturber certains élèves qui refusaient de nous laisser voir leur production.

---

au temps didactique : il passe du temps d'horloge sur les objets de savoir (nouveaux) qui font avancer le temps didactique, tandis qu’il passe vite sur les objets (obsolètes, supposés connus) qui arrêtent le temps et il se limite au rappel des gestes utiles à la tâche qu'il donne » (Mercier, 1999a, p 63)

Nous avons transcrit toutes les séances de nos observations pour l'enseignant français **EnF2**, mais pour les trois autres, nous n'avons pas pu faire le même travail, le temps nous a manqué. Pour cela, nous avons transcrit certaines séances d'enseignement au complet, et pour d'autres nous avons transcrit uniquement les épisodes didactiques qui répondent à nos questions. Dans certains de nos tableaux, il y aura le minutage à la place du tour de parole, car à certains moments, nous nous sommes trouvée devant le besoin d'avoir juste certaines phrases des parties non transcrites.
Nous avons groupé les séances par méthode de factorisation commune aux deux pays :

1. La factorisation par un facteur commun comporte deux sous- méthodes
   - Factorisation par un monôme de la forme $\mathbf{aX^n}$ pour $n \geq 0$
   - Factorisation par un binôme du premier degré en x de la forme **(ax + b)**
2. La factorisation en utilisant une des trois IRC.

Nous avons montré successivement le travail de chaque enseignant, dans différentes séances d'enseignement, sur chaque méthode de factorisation. A la fin de chaque partie, nous avons relevé dans des tableaux, tout ce que nous avons trouvé comme réponses à nos questionnements, ainsi que les questions similaires et les erreurs des élèves des quatre classes.

V - 4 - Qu'est ce que nous cherchons ?

Dans une approche qualitative, à partir des observations des enseignants dans leur enseignement de la factorisation (observations qui constituent notre principale source de données) nous avons recherché en les articulant progressivement entre eux :

1. la représentation de la factorisation, son sens, son écologie,
2. les outils de l'enseignement : les techniques de travail, les formules, les consignes, les applications, les ostensifs,….
3. les discours similaires des quatre enseignants pour une même idée.

Pour savoir si les erreurs des élèves sont le produit de l'enseignement, ou une difficulté particulière du travail algébrique, nous avons suivi les élèves dans leurs discours et dans leur travail en classe, à côté des enseignants, dans les mêmes observations des séances d'enseignement, pour rechercher :

1. le rapport des élèves aux objets algébriques, à travers la factorisation, les erreurs, les difficultés,
2. le sens de la factorisation dont témoignent les élèves,
3. les outils de production : techniques, connaissances antérieures, règles, formules,…

V - 5 - Présentation des données

Nous avons rencontré chaque enseignant à des reprises différentes, avant et après le cours, pour des durées différentes selon leur disponibilité. Les multiples entretiens représentent plus de 5 heures. Les enseignants libanais n'ont pas beaucoup parlé. Nos questions avant le premier cours ont porté sur les points suivants :

- la place qu'ils accordent au calcul littéral, à la factorisation,
- la manière dont l'enseignant pense donner son cours, les activités prévues,
- les connaissances antérieures outillées pour le cours,
- les difficultés prévues,
- les changements dans leur cours au fil des années,

- les outils d’enseignement privilégiés.

Nos questions à la fin de chaque cours ont porté sur l’évaluation de leur cours et du travail des élèves.

Nous résumons dans ce qui suit, à partir des entretiens, les convergences et les divergences entre les quatre enseignants. Nous utiliserons dans toute la suite du travail les abréviations suivantes

EnL	L’enseignant Libanais qui travaille avec le manuel ML
EnFL	L’enseignante libanaise qui travaille avec le manuel MFL
EnF1	L’enseignante française de la classe normale
EnF2	L’enseignant français de la classe d’accueil
Dev	Développement
Fact	Factorisation

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Enseignants français</td><td colspan="2">Enseignants libanais</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Divergences</td><td>EnF1</td><td>EnF2</td><td>EnL</td><td>EnFL</td></tr>
<tr><td colspan="2">Plan du cours écrit et fiches d’exercices</td><td>Pas de plan du cours écrit, ni de fiches d’exercices</td><td>Plan du cours écrit et aucun document supplémentaire</td></tr>
<tr><td>Fait une activité du livre</td><td>Fait des activités introductives préparées par lui même</td><td>Fait les activités du livre</td><td>Ne fait aucune activité du livre</td></tr>
<tr><td>Le calcul algébrique sert dans la vie courante, pour calculer par exemple le nombre de voyage</td><td>Le calcul littéral est très important</td><td>Le calcul littéral est pour montrer aux élèves qu’on ne calcule pas seulement sur des nombres mais aussi sur des lettres</td><td>Le travail algébrique doit se faire automatiquement, l’outil de ceci est le grand nombre d’exercices</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pas de récompense pour des réponses correctes</td><td colspan="2">Motiver les élèves par récompense : ajout de points</td></tr>
<tr><td colspan="3">Travail collectif</td><td>Travail collectif en poussant les élèves à enseigner à sa place</td></tr>
<tr><td>Aucune prévoyance des difficultés</td><td>Difficultés prévues dans le calcul algébrique : $2x + 3x$</td><td>Difficultés prévues avec le double produit dans le Dev des IRC $(a + b)^2 = a^2 + b^2$</td><td>Difficultés prévues avec le double produit dans le Dev des IRC $(a + b)^2 = a^2 + b^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pas de changement de travail en classe d’une année à l’autre</td><td colspan="2">Changement de travail en classe au cours des années et au cours de la même année</td></tr>
</table>

		d’une section[81] à une autre
Convergences	Contrainte du temps. Trop à faire et nombre d’heures insuffisant Insatisfaction du travail	
	La factorisation est le sens inverse du développement, elle outille des objets différents dans les classes supérieures	
	Rappel sur les connaissances antérieures en cours du travail	
	Devoirs pour la maison	
	Conscience de la non acquisition de certains élèves	

V - 6 - Les notes de cours de chaque enseignant

L’étude des pratiques d’enseignement des mathématiques qui relève de la didactique des mathématiques est le moyen d’accéder aux types de tâches, sur lesquels se fondent le travail professoral pour transmettre les savoirs mathématiques. L’intention d’enseigner demande à l’enseignant une organisation d’un travail personnel pour la réussite de son action professorale.
Nous disposons des notes de préparation du cours[82] des enseignants qu’ils nous ont fournies avant de passer en classe, lors du premier entretien. Tous nous ont dit qu’ils ne disposent pas de cahier de préparation, et qu’ils ne préparent pas un « scénario », ils se contentent d’écrire des notes. Nous allons dans ce qui suit exposer l’organisation du travail préparatif de chaque enseignant avant de passer en cours. Nous avons souhaité les placer dans un tableau, pour faciliter la comparaison, mais après essaie, nous avons changé d’avis, les colonnes sont étroites et longues.

V - 6 - i - Exposé des notes de cours

Nous n’allons pas recopier les notes complètes, nous expliquons entre parenthèses les parties non relevées (en cas de besoin des détails se référer aux pages 409 - 416). Nous avons reproduit les écritures telles qu’elles sont.

- **EnL :** Il ne dispose d’aucune note de cours.

- **EnFL :** Une feuille de cahier, écrite à la main, sur laquelle nous lisons :

1) Titre : « Chapitre XI – Identités Remarquables – Equations produits »
2) Deux objectifs

[81] **EnL** enseigne deux classes de quatrième, **EnFL** enseigne cinq classes de quatrième
[82] Voir Annexe VII, p 421 la préparation de EnFL. Annexe VIII, pp 422 - 424 la préparation de EnF1 avec les fiches d’exercices qu’elle a distribuées aux élèves, et Annexe IX, pp 425 - 426 la préparation de EnF2 avec les fiches de cours et d’exercices distribuées aux élèves.

3) Deux pré-requis
4) Exercices résolus :

- page 160 (elle a désigné 38 numéros d'exercices qu'elle a choisis parmi 65)
- page 94 n° R16
- page 167 n° B1 etc (elle a choisi 8 exercices parmi 16)

5) Durée : du mardi 1 mars 2005, au, mercredi 16 mars 2005

❖ **EnF1 :** Quatre pages écrites à la main. Deux nous intéressent ici, les deux autres parlent des équations produits.

1) Titre : Calcul algébrique : Développer – Factoriser
2) Développer un produit (produit ® somme)

- $k(a + b) = ka + kb$ Coller niveau 1 gauche
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

3) Les égalités remarquables

- carré d'une somme : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (double produit)
- carré d'une différence $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
- Produit de la somme de 2 termes par leur différence ou différence de 2 carrés $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$

Coller niveau 2 gauche

4) Factoriser une somme algébrique (somme® produit)
(Elle expose les cinq méthodes classifiées à sa façon)
Coller niveau 1 droite ; puis Coller niveau 2 droite

1. carré d'une somme :
pour tous les nombres a et b on a :
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
ex $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$; $(3a + 4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2$
(Elle fait de même pour le reste des identités avec d'autres exemples)

5) Factoriser une expression :

1. mettre un nombre en facteur (2 exemples résolus)
2. mettre une puissance en facteur (2 exemples résolus)
3. mettre une somme algébrique en facteur (un exemple résolu)
4. retrouver une égalité remarquable (un exemple résolu)

❖ **EnF2 :** Trois documents écrits sur ordinateur. Le premier document (Doc1) est de 3 pages. Les deux autres (Doc 2 et Doc 3 sur les équations produits) sont d'une seule page (nous allons nous occuper uniquement du Doc 1 qui parle du Développement et de la Factorisation)

Doc 1 pp1 et 2

1) Titre : Développement – Factorisation
2) Introduction :

- Activités arithmétiques pour introduire la distribution
- Deux dessins de rectangles avec des dimensions a, b, k, et a + b, k
- deux colonnes :
  - Développement : produit → somme algébrique
    et en dessous les formules de la distribution simple et double à développer avec les lettres a, b, c, et d.
  - Factorisation : somme algébrique → produit
    et en dessous les formules de la distribution simple et double à

factoriser avec les lettres a, b, c, et d.
Le facteur commun k, et (c + d) sont écrits en caractère gras, et en dessous une explication verbale de la méthode de factorisation par un facteur commun (Voir Annexe IX p 425)

3) Un exercice arithmétique de 3 expressions à calculer sans calculatrice en utilisant la propriété de distribution.
4) Deux exercices chacun de 16 expressions à factoriser en utilisant la propriété de distribution.
5) Un exercice de 16 expressions à développer en utilisant la propriété de distribution.
6) Un nouveau titre « Identités Remarquables »

Développement	Factorisation
produit ® somme	somme® produit
$(a + b)^2 =$ $(a - b)^2 =$ $(a + b)(a - b) =$	

7) Un exercice de 16 expressions à développer en utilisant les identités remarquables.
8) Un exercice arithmétique de 3 expressions à calculer sans calculatrice en utilisant les identités remarquables
9) Un exercice de 16 expressions à factoriser en utilisant les identités remarquables
10) Un exercice à trou à compléter en utilisant les identités remarquables

<u>Doc 1 pp 3</u>
Nous retrouvons la correction de tous les exercices des deux premières pages.

V - 6 - ii - Commentaires

Nous avons vu différents types de préparations qui relèvent des enseignants qui se considèrent « expérimentés » : préparation orale (**EnL**) et préparations écrites différentes : annonce seulement des titres et des sous-titres (**EnFL**), plus ou moins courtes (**EnF1** et **EnF2**). Par suite, il y a plutôt des divergences que des convergences d'un pays à l'autre. Notre choix s'est penché sur l'importance qu'il y a à signaler :

1. des divergences :
    - dans l'attachement ou le non attachement aux manuels : l'unique référence des enseignants libanais est le manuel, alors que les enseignants français ont préparé des fiches d'exercices à distribuer aux élèves, qu'ils utilisent d'une année à l'autre et qui seront la source des applications après le cours en classe et des devoirs à la maison.
    - préciser dans la préparation la durée de l'apprentissage ainsi que les exercices d'application : **EnFL**, contrairement aux deux enseignants français, dans ses notes de préparation, fait état du temps didactique qu'elle va devoir gérer et des exercices qu'elle compte faire durant ce temps.

2. une convergence et une divergence entre les enseignants français : nous retrouvons la même notation pour la transformation (ζ) et celle de son opposé :

somme → produit ; produit→ somme, par contre le langage mathématique utilisé n'est pas le même, **EnF1** utilise somme, et **EnF2** utilise somme algébrique. Signalons que **EnF1** utilise « factorisation d'une somme algébrique » en première page de son cours, et « factoriser une expression » en deuxième page.

V - 7 - Analyse des séances d'enseignement

Conventions de notation
Dans tous les protocoles, nous avons identifié par

En	L'enseignant
El	Un élève non identifié
Els	Plusieurs élèves s'exprimant en même temps
An ;Mar ; …	Les élèves de la classe sont identifiés par deux ou trois lettres
[......]	Mot ou phrase que nous n'avons pas compris
..//..	Suite d'un tour de parole

Entre parenthèses, nous avons reproduit les écrits du tableau, et les phénomènes que nous avons vus et que l'enregistrement audio ne peut pas montrer. Notre objectif est de décrire en détail chaque séance d'enseignement.

Dans le but de donner un accès direct aux analyses, nous avons groupé les séances d'enseignement suivant les méthodes de factorisation :

- Factorisation en utilisant un facteur commun. Cette partie est découpée en deux : la factorisation par un facteur commun monôme, et la factorisation par un facteur commun binôme.
- Factorisation en utilisant une identité remarquable.

Nous avons rassemblé dans chaque partie toutes les séances correspondantes pour chaque enseignant que nous avons analysées individuellement. Le travail est le même pour les quatre enseignants.
Plusieurs tableaux comparatifs mettront fin à chaque partie : Un tableau pour la pratique enseignante et plusieurs autres comparent le discours des quatre enseignants, pour une même idée.
Les synopsis des différentes séances analysées pour chaque enseignant sont présentés dans des tableaux à quatre colonnes :

1. la première colonne indique le moment, en minutes et en secondes, du début de chaque épisode (2 ; 3 désigne que cet épisode commence à la seconde 3 de la minute 2 de la séance d'enseignement).
2. la deuxième colonne indique le premier et le dernier tour de parole (TP) de chaque épisode.
3. la troisième colonne décrit le phénomène principal de chaque épisode. Les épisodes sujets d'étude sont écrits en caractères gras.
4. la dernière colonne décrit le contenu didactique de chaque épisode.

Nous avons découpé chaque séance afin d'identifier des épisodes didactiques relatifs à la factorisation qui seront l'objet d'une analyse soutenue et des épisodes qui ne concernent pas notre sujet soit parce qu'ils n'ont pas de contenu didactique soit parce que leur contenu ne concerne pas la factorisation. L'intérêt de ce type de découpage est de donner un accès direct aux données et de fonder le deuxième geste d'analyse, qui est la rédaction de l'intrigue didactique relative à notre objet, en forme de récit. Le synopsis et le récit donnent le moyen de comparer rapidement des séances diverses, ce que nous ferons en fin de chapitre.

V -7- I - La factorisation par un facteur commun monôme

Nous avons remarqué que les enseignants français ont travaillé la factorisation par un facteur commun sous forme « supposée » être un « cours » avant de faire des applications. Alors que les enseignants libanais ont dépassé cette étape, du fait que la factorisation est un savoir ancien. Nous allons exposer en premier comment les deux enseignants français ont introduit la factorisation par un facteur commun, puis le travail des exercices des quatre enseignants sur cette méthode.

V -7- I- i - Introduction de la factorisation par un facteur commun monôme

- **En France**

A - Classe de troisième (normale), 3ème séance d'enseignement enseignante EnF1

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
0		Donner le devoir pour les vacances de la Toussaint	Développement des expressions algébriques
5 ; 39	1 - 115	Correction du devoir du jour sur le développement des produits remarquables (p.38 n°6, 8 et 9)	L'enseignante fait une correction orale et donne des remarques sur des erreurs répétitives. Elle indique le changement du signe du double produit dans $\mathbf{(t + 5)^2}$ et $\mathbf{(t - 5)^2}$. Pour les expressions à nombres fractionnaires (n° 9), elle fait passer les élèves au tableau pour la correction. Ils calculent les carrés, en premier, en laissant, (identiquement au travail de l'enseignante) un trou au milieu pour le double produit qu'ils calculent en dernier (Ex : $\mathbf{(t + 5)^2 = t^2 + \quad +25}$). L'enseignante rappelle les deux méthodes de développement possibles : « ou on développe le tout, ou on utilise la formule ».
20 ; 28	116 - 125	**Introduction de la factorisation et de ses différentes méthodes**	L'enseignante demande aux élèves de prendre leur cahier de « cours » pour recopier du tableau, à la fin de l'explication, ce qu'ils ont à étudier. Sous titre « Factoriser une somme algébrique », elle expose cinq méthodes de factorisation. Elle écrit en même temps qu'elle parle. <u>Méthodes</u> • Mettre un nombre en facteur

			• Mettre une lettre, une puissance en facteur • Mettre en facteur une somme algébrique • Retrouver une égalité ou une identité remarquable • Combiner plusieurs méthodes La partie « cours » se limite à ce paragraphe « évidement tout repose sur les exercices » dit-elle.
27	125 - 164	**Application des méthodes de factorisation 1, 2**	L'enseignante a dénoté par méthode 1 : la factorisation par $\mathbf{ax^n / n = 0}$, et méthode 2 : la factorisation par $\mathbf{ax^n / a = 1}$. Elle prend la charge du tableau, qui lui sert de « lieu de savoir » et de « lieu de travail ». Elle ne laisse pas aux élèves le temps de chercher, elle établit une interaction guidée, et en profite pour faire des rappels sur des connaissances antérieures et des remarques sur des erreurs fréquentes. Elle demande aux élèves de coller la colonne droite du niveau 1 découpée de la photocopie des exercices. Elle factorise rapidement la première expression de la colonne **7a + 21**, puis passe à la deuxième **27x + 36** sur laquelle elle s'attarde un peu. Elle a essayé de convaincre les élèves par la « factorisation au maximum », sans dire le sens de ce travail.
34 ; 5	164	**L'enseignante place les élèves en situation de travail**	L'enseignante demande aux élèves de travailler sur leur cahier les expressions 3, 4, 5, et 6 de la colonne, qu'elle écrit au tableau et ajoute l'expression **4a + 4**
36 ; 50	165 - 197	**Correction des expressions données aux élèves à factoriser**	L'enseignante garde la charge de mobilisation de la technique de factorisation. Elle essaye d'interagir avec les élèves. Elle ne rate pas l'occasion de faire des rappels sur des connaissances antérieures et des remarques sur des erreurs fréquentes.
42 ; 7	197 - 205	**Ré-explication de la factorisation au maximum**	Les élèves sont en difficulté avec la « factorisation au maximum ». Ils préfèrent factoriser par l'un des diviseurs communs. L'enseignante pour changer le rapport des élèves à ce savoir, reprend la factorisation de **27x + 36** en parlant du « plus grand facteur commun possible » sans l'enseigner. Elle facilite la tâche aux élèves en leur conseillant de le trouver par déchiffrement en plus qu'une fois. Mais il faut pousser jusqu'au bout le travail.
43	205 - 226	**Application de la méthode de factorisation 3**	L'enseignante a dénoté par méthode 3 : la factorisation par un binôme de la forme **(ax + b)**. Elle fait passer les élèves à l'expression huit, de la même colonne **5(x + 1) + x(x+ 1).** Elle annonce que c'est une « nouveauté » pour la classe de troisième. Les élèves sont agités. Pour assurer l'apprentissage de cette technique, elle formule le travail une première fois par une modélisation algébrique, en remplaçant **(x +**

			1) par a, et une deuxième fois en factorisant **5 × 15 + 3 × 17** pour dire que **(x + 1)** qu'elle appelle « parenthèse » ne se décompose pas.
47	227 - 245	**Ré-explication de la factorisation par un binôme**	L'enseignante reprend la technique de factorisation de **5(x + 1) + x(x+ 1)** suite à la réflexion d'un élève « je n'ai rien compris ». Elle recommence son explication par factorisation de **3 × a + 4 × a = a (3 + 4)**, et remplace **a** par **(x+ 1)**, en disant que le facteur commun n'est pas une lettre, c'est « l'intérieur de toute la parenthèse ».

Sur la base du synopsis il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique relative à la factorisation par un facteur commun.

L'enseignante donne un devoir pour les vacances de la Toussaint, puis termine la correction du devoir précédent, sur le développement de produits remarquables. La factorisation est le thème du jour (min 20), il est introduit dans la continuité avec le développement et le cours se limitera à la liste des cinq techniques qui devront être disponibles, liste écrite au tableau et recopiée dans le cahier de cours. L'agitation des élèves, qui ont reconnu le début mais posent des questions sur la combinaison des méthodes, conduit semble-t-il l'enseignante à accélérer l'entrée dans le travail proprement dit : les exercices (min 27). La progression des exercices est celle du cours : d'abord la factorisation par un nombre et par une lettre. Les élèves les cherchent individuellement avant correction au tableau, la correction des premiers exercices donnant lieu à une nouvelle explication de la règle de factorisation au maximum (min 37), qui pose problème. L'étude de la factorisation par une somme algébrique, qui est de fait l'élément nouveau de la séance et l'enjeu de l'enseignement, sera enfin engagée suivant le même schéma : travail personnel des élèves sur l'expression numéro 8 de la fiche de travail « 5(x + 1) + x(x + 1) » puis, correction collective (min 43 ; 50) car personne n'a de solution. L'enseignante s'engage alors dans une explication fondée sur l'usage d'une lettre auxiliaire « a » représentant (x + 1), mais de nombreux élèves annoncent n'avoir « rien compris », ce qui provoque des fou-rires. L'usage d'une identité remarquable et l'usage de plusieurs méthodes combinées ne seront pas étudiés dans cette séance.

Min 20 sec 28 Episode 3

115	**En**	..//.. Prenez vos cahiiiiers de cours (4 sec après) Cahiers de cours (10 sec plus tard) Alors, à partir d'aujourd'hui, au lieu de développer des produits, c'est-à-dire, au lieu de transformer des produits en somme algébrique, on va factoriser des sommes. C'est-à-dire que, aujourd'hui, on va factoriser une somme algébrique, on va la transformer en un, pro, duit Jusqu'à présent, on est passé d'un produit à une somme, maintenant on va passer d'une somme à un produit
116	**Els**	[d'une somme à un produit
117	**En**	Bon, les développements, le développement on l'a pas commencé à zéro cette année, vous saviez déjà développer des choses, vous saviez développer des produits Ben, les factorisations, c'est pareil, vous connaissez déjà certaines méthodes de factorisation On fait, grand, grand, je sais pas quoi ? (elle annonce le numéro de la partie à écrire sur le cahier de cours) Factoriser, une, somme, algébrique, grand trois, factoriser une somme algébrique (Elle écrit

		au tableau tout en dictant : III Factoriser une somme algébrique) Chuchuchu, alors méthodes (elle écrit dans le paragraphe : Méthodes :) Alors, là, il faut apprendre, il faut apprendre les méthodes qu'il faut utiliser. Non seulement les méthodes, mais l'ordre dans lequel il faut les essayer. Si vous ne respectez pas, je dirai, les différentes étapes, vous pourrez, éventuellement, réussir à factoriser, mais vous ne factorisez pas, forcement le plus possible Et quand on vous demande de factoriser une expression, le mot sous entendu, mais obligatoire, c'est factoriser le plus possible, factoriser au maximum Alors, évidement les méthodes [….] en minime, c'est vrai que vous connaissez. Donc, vous, ce que vous arrivez à mettre en facteur, c'est fois un nombre Je ne vais pas mettre factoriser, je vais mettre, mettre un nombre en facteur, mettre un nombre en facteur (12 sec plus tard) On fera des exercices. Vous avez fait ça, peut être, en classe de cinquième Deuxième chose à tenter, du point de vue mathématique, c'est pas correct ce que je vais écrire, mais c'est le plus parlant, mettre une lettre, et éventuellement une puissance, c'est-à-dire x, x carré, en facteur Alors, ensuite, là ooon, là on attaque les nouveautés Alors, nouveauté, mettre en facteur carrément une somme algébrique Une autre nouveauté, retrouver une égalité ou une identité remarquable Et puis, le dernier petit point qui veut tout dire et rien dire, c'est combiner plusieurs méthodes. Ça veut dire que vous avez à mettre en même temps en facteur, un nombre et une lettre par exemple, vous pouvez bien vous retrouvez avec comme facteur commun cinq x au carré, vous savez combiner les méthodes un et, deux (avec son crayon, elle met le doigt sur les deux premières méthodes écrites au tableau) (elle a écrit en même temps qu'elle parlait à côté de Méthodes : • Mettre un nombre en facteur • Mettre une lettre, une puissance en facteur • Mettre en facteur une somme algébrique • Retrouver une égalité ou une identité remarquable • Combiner plusieurs méthodes)
118	**Je**	C'est quoi ça
119	**En**	Un et deux, vous savez faire
120	**Je**	Eh, ben, combiner c'est quoi ?
121	**En**	Ben, combiner c'est connu, mais, retrouver une identité remarquable ou mettre un nombre et une identité remarquable, on n'a jamais fait là-dessus Alors, on va faire des exemples tout de suite (elle attend 20 sec pour que les élèves finissent de copier les différentes méthodes de factorisation) La partie cours est finie, évidement, évidement tout repose sur les exemples Vous êtes encore en possession de deux petits morceaux de photocopies. Tous les deux commencent par factorisation, donc, vous commencez par coller factorisation niveau un, c'est-à-dire, là où le premier calcul est sept a plus vingt et un (elle lit la première expression de la colonne)
122	**Ax**	C'est une identité
123	**En**	C'est pas du tout une identité remarquable
124	**Pi**	Pourquoi ?
125	**En**	Car il n'y a pas un carré (1 min de silence)

Dans un processus chronogénétique / topogénétique, au TP 115, l'enseignante fait passer les élèves d'un savoir connu et pratiqué tout le long du collège « Le développement », à un nouveau savoir « La factorisation ». Elle définit la factorisation par référence au développement, comme opération inverse. Elle définit la factorisation d'une somme algébrique par une « transformation » (TP 115), « un passage » (TP 115) d'une somme en un produit, les deux termes sont présents dans le même tour, ce qui implique à la fois leur équivalence et l'absence de la définition de la transformation. Rapidement, au TP 117, l'enseignante fait appel à une technique pédagogique de réduction du nouveau à l'ancien : « *les factorisations, c'est pareil, vous connaissez déjà*

certaines méthodes », c'est comme pour le développement dit-elle. Ce commentaire introduit l'objet en affirmant sa familiarité, par un procédé qui est juste l'inverse de ce que propose, par exemple, la Théorie des Situations Didactiques (TSD): pas question ici de milieu antagoniste impliquant l'invention d'une manière de faire nouvelle au contraire. Mais cette avancée masquée suscite la méfiance des élèves plus que leur confiance. Le discours de présentation des méthodes se poursuit 7 minutes : car ces méthodes ne sont pas présentées comme des alternatives ou un progrès, elles forment un tout qu'il faut expérimenter dans l'ordre strict de l'exposé, comme une série de tentatives (le mot est de l'enseignante) pour factoriser en réussissant ce qui fait la difficulté de l'opération, factoriser le plus possible : « *il faut apprendre, il faut apprendre les méthodes qu'il faut utiliser. Non seulement les méthodes, mais l'ordre dans lequel il faut les essayer* »
Les élèves ont l'habitude de recopier le cours du tableau sur un cahier nommé « cahier de cours », le titre est « Factoriser une somme algébrique » bien que le terme « somme algébrique » n'ait pas été défini dans le cours. En disant que la factorisation sera incomplète si les élèves n'apprennent pas et n'utilisent pas les méthodes et leur ordre d'essayage, elle dévoile le code implicite du mot « Factoriser », ce code qui ne se trouve nulle part dans les programmes, alors que l'enseignement de classe pénalise les élèves dans le cas où ils ne pousseraient pas la factorisation au maximum : « *quand on vous demande de factoriser une expression, le mot sous entendu, mais obligatoire, c'est factoriser le plus possible, factoriser au maximum* »)
Toujours au TP117, elle expose au tableau toutes les manières de factoriser, dans un ordre qu'elle impose. Elle fait remarquer aux élèves celles qui sont connues et celles qui sont nouvelles, mais se comporte comme si l'organisation était naturelle. On remarque alors que l'enseignante abuse du langage parlé et le combine avec le langage mathématique : « *du point de vue mathématique, c'est pas correct ce que je vais écrire, mais c'est le plus parlant* »; puis, elle désigne « les produits » par des « choses ». C'est que nous sommes dans la description d'une pratique experte, pas dans un moment théorique.
Je (TP 120), produit alors une question typiquement chronogénétique : sa réflexion fait suite à des affirmations de l'enseignante sur des savoirs antérieurs des élèves (TP117 « *vous savez combinez les méthodes un et deux* » ; TP119 et TP121 «*combiner c'est connu, mais, retrouver une identité remarquable ou mettre un nombre et une identité remarquable, on n'a jamais fait là-dessus* » et elle anticipe sur les difficultés nouvelles. Mais en réponse à **Je** il n'y a pas d'explication possible sinon la « démonstration » pratique de ce qu'il y a à faire dans tel cas.
Pour que l'apprentissage se fasse, l'enseignante se réfère donc aussitôt aux applications (TP 121) : « *on va faire des exemples tout de suite.* » C'est un moyen de gagner du temps sur l'agitation de la classe, qui se demande où le professeur l'emmène : faire des exercices, c'est « concret » c'est-à-dire que c'est bon pour les interrogations écrites qui donnent des notes. Ainsi, le sens des écritures inconnues va se dévoiler dans l'action : on va bien voir ! La tentative de cours et le commencement de désignation des objets se sont vite perdus dans une espèce de précipitation, un recul face au problème que pose un exposé théorique…
Aux TP 123 et 125, on entre donc en matière pratique. L'enseignante énonce implicitement une nouvelle manière de reconnaître une identité remarquable (il y a un carré : on ne peut dire « l'expression est de degré deux » qui appartient à un monde technologique). Car les élèves tentaient de rattacher l'exercice posé aux exercices corrigés en début de séance, comme pour nier la nouveauté des tâches auxquelles ils vont devoir s'affronter.

Il s'agit donc, dans cet enseignement, d'entrer dans un monde de routines qui ne sont pas même des techniques relevant d'un espace de justification. Il n'y a rien à dire, il n'y a qu'à faire, pour apprendre à faire ! « Tout est dans les exercices » a dit l'enseignante.

B - Classe de troisième (Classe d'accueil), 3ème séance d'enseignement, enseignant EnF2

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
4	1 - 3	Développement par distribution de (a + b)(c + d)	C'est la première séance après les vacances de Noël. L'enseignant invite **Er** au tableau pour corriger le devoir du jour p 38 n° 2. Il rappelle les élèves des activités faites sur deux séances sur le calcul avec les lettres, et demande à **Er** s'il se rappelle comment fonctionnent les règles de développement et de factorisation. Il se place en élève, et cède la topogenèse à **Er** pour expliquer ce développement à tout le groupe classe dont il fait partie.
6 ; 2	3 - 31	**Introduction de la factorisation**	L'enseignant montre le développement, qui à son avis est simple, en traçant une flèche de **(a + b)(c + d)** vers **ac + ad + bc + bd** (E1), et la factorisation en traçant une flèche dans le sens opposé. Il écrit par-dessus les flèches le nom de chaque transformation. Il ne lui semble pas que le travail de factorisation de (E1) est facile, dit-il.
7 ; 50	31 - 107	Correction de l'exercice 2 de la page 38 qui porte sur le développement par distribution	**Er** toujours au tableau, corrige la première expression. Il recopie de son cahier le développement de la première expression de l'exercice 2 en utilisant la distribution. L'enseignant s'arrête sur l'utilité des parenthèses dans un développement pour faire les changements de signe convenablement. **Cha** est invitée pour corriger la deuxième et dernière expression du même exercice. Elle écrit toutes les détails du développement par distribution [**(3x + 4)(1 – x)…..= 3x × 1…**] Une discussion tourne autour de l'écriture et du sens mathématique de « deux x au carré ».
39 ; 20	181 - 207	**Travail sur la propriété de la distributivité simple, dans les deux sens, par illustration géométrique**	L'enseignant reprend le travail primitif d'**Er** qui est toujours au tableau. Il appelle **(a + b)(c + d)** « formule », et rappelle l'ensemble classe de la formule **k(a + b)** vue en 5ème (A7). Il fait le lien entre ces deux formules : **k** remplace **(c + d)**. Il institutionnalise (il travaille avec **k(a + b)**) de nouveau le sens du développement et de la factorisation en traçant les flèches dans les deux sens, et en écrivant en lettres majuscules les noms de chaque transformation. Il dessine un rectangle de dimensions **k** et **a**, et il dialogue avec le groupe classe pour calculer l'aire de ce rectangle. Puis il trace un

			deuxième rectangle collé au premier de dimensions **k** et **b**, et démontre la formule **k(a + b) = ka + kb**.
44 ; 37	207	Institutionnalisation de la propriété de la distributivité simple	Avant la sonnerie de la cloche, l'enseignant institutionnalise la formule **ka + kb = k(a + b)** qui provient du calcul de l'aire d'un rectangle de dimensions **k** et **(a + b)**.

Sur la base du synopsis il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique relative à la factorisation par un facteur commun.

L'enseignant avant de corriger le devoir du jour, sur le développement par distribution, fait un rappel sur le calcul avec des lettres (travail fait sur deux séances avant les vacances de Noël. Notons que c'est la première séance d'enseignement après les vacances), et sur la règle de distribution de (a + b)(c + d) en s'approchant en un premier temps (min 6) de la factorisation qu'il remet pour plus loin, du fait que la factorisation par groupement des termes est absente du programme. Il montre le développement en traçant une flèche de (a + b)(c + d) vers ac + ad + bc + bd, et la factorisation en traçant une flèche dans le sens opposé. Il écrit par-dessus les flèches le nom de chaque transformation. La correction du devoir (p 38 n°2) commence à la huitième minute. Deux élèves, chacun à son tour, prennent la charge du tableau pour la correction des deux expressions de cet exercice. La factorisation de ka + kb est le thème du jour (min 39), il est introduit dans la continuité avec le développement de (a + b)(c + d). L'enseignant symbolise (c + d) par k pour poursuivre son explication sur cette formule. Par une illustration géométrique, il démontre que ka + kb est la somme des aires de deux rectangles collés qui forme un seul rectangle de dimensions k et (a + b) et dont l'aire est k (a + b), d'où l'égalité entre ces deux aires et par suite ka + kb = k(a + b).

Min 6 sec 2 Episode 2

3	**En**	..//.. Je voudrais dans cet exercice n° 2, où il s'agissait de développer un petit peu. Est ce que tu te rappelles (il adresse la parole à **Er**), parce que ça ce n'est pas nouveau, comment fonctionnent les règles de développement et de factorisation ?
4	**Er**	(A l'instant **Er** trace deux couples de parenthèses vident à l'intérieur ( )( ))
5	**En**	Explique nous, qu'est ce que tu fais ? (**Er** écrit dans la première parenthèse a + b et dans la deuxième c + d) Est-ce que ce sont des choses que vous connaissez plus ou moins ? Donc tu recopies au tableau une formule, c'est ça hein ?
6	**Er**	heinhein
7	**En**	Alors tu écris : parenthèse a plus b fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse c plus d fermez la parenthèse Alors quand tu écris ça, qu'est ce queee
8	**Er**	Ben, dans certains cas, on peut ajouter ce qu'il y a dans les parenthèses, parce que a fois x plus b (il écrit x à côté de a et de c, (ax + b)(cx + d))
9	**En**	Tu écris parenthèse ax plus b, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse cx plus d, fermez la parenthèse. Qu'est ce tu fais de ça ?
10	**Er**	Je, je (il trace les flèches de distribution)
11	**En**	C'est-à-dire tu mets des flèches du a vers le c, du a vers le d, du b vers le c, du b vers le d, et alors, qu'est ce que ça veut dire ça ?
12	**Er**	Ben, a multiplie c, a multiplie d (il écrit l'un au dessus de l'autre a × c, a × d, b × c)
13	**En**	Fais voir. Donc tu écris, a fois c, a fois d, donc tu les écris les uns sous les autres, b fois c
14	**Er**	Non, non, il faut écrire (il efface)

15	**En**	Normalement, il faut les écrire sur la même ligne (**Er** écrit ac + ad + bc + bd à la suite de (a + b)(c + d)) Alors tu écris, ac plus ad plus bc plus bd. En quelque sorte le petit x que tu as écrit à côté de a et c, on peut l'enlever, non ? C'était juste pour rappeler dans quel contexte on l'utilisait. Donc tu as ceci, entre les deux expressions, on devra peut être mettre un signe (**Er** se hâte pour mettre le signe =). Donc, c'est le signe (=) Alors quand tu écris ça, qu'est ce que tu peux nous dire ? (pas de réponse) Quand tu écris, parenthèse a plus b, fermez la parenthèse, facteur de, ouvrez la parenthèse c plus d, fermez la parenthèse, égale, cette expression qui est ici (il la montre au tableau), quand on fait ce calcul là, qu'est ce qu'on a fait ? Qu'est ce qu'on fait, qu'est ce qu'on fait commeee
16	**Er**	On réduit
17	**En**	Avant de réduire, on
18	**Es**	On développe
19	**En**	On développe, dit **Es** On développe, donc vous avez comme ceci (il montre l'expression développée au tableau), d'accord Donc, dans le sens de la lecture, vous avez développé. Et quand on fait le calcul dans l'autre sens, de cette expression ac plus ad plus bc plus bd, et qu'on obtient l'écriture avec les parenthèses
20	**Er**	On factorise
21	**En**	Donc, ce que tu dis ici, c'est que dans ce sens là on a la factorisation
22	**Er**	Non, développement
23	**En**	Ah! Pardon, justement développement (il trace une flèche de l'expression produit vers l'expression développée, et il écrit par-dessus, développement et puis il fait dans le sens inverse la factorisation) Alors j'écris dans ce sens, développement, et la flèche dans l'autre sens, factorisation Bon, Est-ce que, là, la question que je voudrais te poser (il s'adresse à **Er**), bon, le développement ça paraît, peut être, assez, assez facile, parce que tu nous a donné des flèches pour indiquer le, le calcul. Est-ce que la factorisation c'est quelque chose qui est simple ?
24	**Er**	(Il hausse la tête pour dire non)
25	**En**	C'est-à-dire, quand je te donne cette expression qui est ici, ac + ad + bc + bd, est ce que c'est facile de trouver la forme avec des parenthèses ici ? Tu me fais encore non de la tête.
26	**Er**	Non, pas vraiment
27	**En**	Parce que peut être, il y a une autre, une autre formule, une autre règle, je ne sais pas comment on peut l'appeler, que tu connais, parce que là tu n'as pas pris la plus simple (il montre (a + b)(c + d)) Est ce que certains d'entre vous en connaissent une qui est plus élémentaire au niveau de la factorisation et du développement ?
28	**Si**	Quand tous les nombres de la première parenthèse multiplient les nombres dans la deuxième parenthèse
29	**En**	Bon, là si on veut développer, ça assez simple, on verra dans l'exercice. Et pour factoriser, pour passer de cette ligne (il montre l'expression développée) là où il y a développement à la forme factorisée ici, telle qu'elle est donnée, enfin, il me semble, je reprendrai les propos d'**Er**, ça ne me semble pas très facile de le faire dans ce sens là (il montre la flèche dans le sens de la factorisation), me semble-t-il
30	**Es**	Comment faire ?
31	**En**	Bon, on y reviendra après

L'enseignant avant de corriger le devoir du jour, par un mouvement topogénétique descendant a voulu faire un rappel pour rafraîchir la mémoire didactique des élèves, en cédant la topogenèse à **Er** (élève francophone, studieux) pour publier son savoir sur les règles du développement et de la factorisation. **Er**, utilise la symbolisation, il trace deux couples de parenthèses rondes à trou (   )(   ). Il remplit le premier trou par les lettres usuelles a, b, en les séparant par le signe « croix », il fait de même pour le deuxième trou avec les lettres c et d, pour avoir la « forme » (a + b)(c + d). **En** se place en élève et demande à **Er** une explication sur ses écrits. Dans le même

tour de parole (TP5), il reprend sa place d'enseignant et encore une fois fait appel à la mémoire didactique des élèves de la classe en s'adressant à eux par le pronom « vous ». Il appelle (a + b)(c + d) « formule ». L'enseignant n'arrive pas à s'exprimer, alors **Er** ne se montre pas ignorant, et écrit x à côté de a et de c, puis trace les flèches de distribution pour développer (ax + b)(cx + d). En réponse à la demande de **En**, il efface la lettre x et développe (a + b)(c + d).
Un second délimitant apparaît dans cet épisode, c'est le signe de « deux-traits » qu'**Er** a oublié, nous pouvons dire ça ! Mais, du point de vue didactique, nous disons que **Er** n'est pas conscient de l'identité entre les deux expressions : « forme-produit » et « forme-développée ». Le sens de la transformation opposée à (ζ) lui manque. Il se trouve dans un manque du langage mathématique au TP 10, où il n'arrive pas à trouver ces mots, « *je, je* », Il sait manipuler les écritures sans pouvoir exprimer ce travail. Il remplace sa réponse verbale par un ostensif graphique, les flèches de distribution.
En accompagne **Er** tout en gardant sa position d'enseignant, pour l'aider à nommer les objets de son milieu. A la fin du TP 15, dans un processus de dévolution, par une indication Topaze[83], **En** essaye d'« arracher » de la bouche de **Er** l'action de développer, en lui posant une liste de questions de formes différentes « *Qu'est ce que tu peux nous dire* », « *Qu'est ce qu'on a fait* », etc. Les réponses d'**Er** « *On réduit* », « *On factorise* », « *non, développement* », sont la preuve de la connaissance des savoirs anciens, qu'il essaye d'adapter à l'emploi présent. **Er** est perturbé par les questionnements de l'enseignant, il se trouve qu'il n'est pas le seul dans cet état, **En** l'est aussi, tantôt il parle de développement, tantôt de factorisation (TP 21 et 23). Pour sortir de cette situation et publier le savoir visé, **En** fait recours à deux ostensifs gestuel et écrit : il trace des « flèches » pour désigner le sens de l'opération et écrit par-dessus le nom de la transformation correspondante. Il entame son discours en dialoguant avec **Er** seul, par le pronom « tu », il évalue lui même la « facilité » du développement et questionne **Er** sur la « simplicité » et la « facilité » de la factorisation. **Er** ne répond pas aux attentes de l'enseignant, il hausse la tête deux fois avant de répondre « non » (TP 24, 26). Dans un processus de dévolution accompagné d'un mouvement topogénétique descendant, **En** exprime une certaine symétrie avec **Er**, il réduit la distance qui les sépare en disant « je ne sais pas », « que tu connais » (TP 27), puis **En** s'adresse à l'ensemble classe pour l'avancement du temps didactique. **Si** répond à l'avancement du temps didactique, mais ne répond pas aux attentes de l'enseignant. Au TP 29, par un mouvement topogénétique/chronogénétique descendant, en s'adressant à l'ensemble classe par le pronom « on », **En** freine devant l'injection didactique du nouveau objet « la factorisation par groupement », qui est désormais, absent des programmes français (par contre au Liban, il fait partie du travail de factorisation en classe de quatrième). Il avait l'intention de sensibiliser les élèves à la factorisation, mais il remet cet apprentissage pour « *après* » sous prétexte que c'est « *pas très facile à faire* » selon **Er**, et non pas selon lui. Comme s'il voulait remettre la responsabilité du délaissement de ce travail sur le dos d'**Er**. Alors que le développement « *paraît assez simple* », la preuve se montrera dans les exercices « *On verra dans les exercices* ».

L'épisode suivant montrera comment l'enseignant a injecté, en un deuxième temps, la factorisation par groupement sans sortir des normes du programme. Ce travail se déroule à la suite de la correction du développement des deux expressions de l'exercice 2. Le tableau est toujours un « lieu de travail ». Le travail d'**Er** n'a pas été

[83] Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2000) ont désigné par indication Topaze toute présence d'une forme faible d'effet Topaze qui n'est pas relative aux objets de savoir proprement dits, mais à la nature du travail que les élèves doivent accomplir.

effacé. **En** avait l'intention d'y revenir. Regardons ensemble comment **En** va introduire la factorisation par un facteur commun.

Min 39 sec 20 Episode 4

181	**En**	..//.. Bon, ceci étant dit, il nous reste cinq minutes, on a pris le temps pour corriger, mais on a fait plein de choses à mon avis Alors ce que je voulais vous donner, vous faire réagir, réfléchir, c'est que, ici, je reviens sur la formule que **Er** nous a donné au départ (il montre (a + b)(c + d)), ici, c'est effectivement un bon développement, une bonne factorisation, c'est la bonne formule, mais c'est un tout petit peu difficile, il me semble que vous avez vu, en cinquième, une formule qui était quand même plus simple que ça. C'était de la forme, (il écrit en même temps qu'il dicte) k fois entre parenthèses a plus b Est-ce que vous vous souvenez de cette formule là ?
182	**Els**	Oui
183	**En**	Alors, **Er**, lui il s'en souvient
184	**Er**	Ça fait ka plus kb
185	**En**	Donc cette formule là, elle est, c'est un cas particulier de la formule précédente, où il y a euuuh, où il y a un seul terme, à la place de c plus d, on a simplement le coefficient k. Et, vous voyez qu'on le distribue, comme tout à l'heure, on peut remettre les mêmes flèches (il trace les flèches de distribution pour k(a + b) = ka + kb) Et là, on voit facilement, je dirais plus facilement, le développement (il trace la flèche par-dessus de la formule dans le sens du développement et écrit DEVELOPPEMENT) ka plus kb, et puis la factorisation (il trace la flèche par-dessous de la formule dans le sens de la factorisation et écrit par dessous FACTORISATION). Qui est dans l'autre sens, et qui se fait en recherchant le facteur commun à tous les éléments, à tous les termes qui apparaissent ici (il montre la formule) Ce qui est beaucoup plus claire dans la deuxième formule ici (k(a + b)), que dans la première, la première que **Er** nous a donnée, on n'a pas de facteur commun partout, on ne l'a que partiellement, sur les deux premiers, c'est a et sur les deux seconds, c'est b (il travaille sur ac + ad + bc + bd). On pourrait aussi grouper le premier et le troisième et puis le deuxième et le quatrième. La recherche est plus difficile. Bon

Dans un mouvement topogénétique ascendant, **En** dialogue par le pronom « je », il revient aux questions évoquées dans l'épisode 2 de cette séance, où, bien qu'il les ait placées dans une situation de dévolution, les élèves sont restés enfermés dans un rapport personnel, impossible de répondre. Il s'appuie dans ses questionnements sur un savoir anciennement connu en mettant en cause la mémoire didactique de ses élèves. Pour faciliter la tâche, sans s'éloigner des connaissances des élèves, il montre le lien entre les symboles littéraux des deux formules pour passer de (a + b)(c + d) à k(a + b). Il remplace (c + d) par k, et met la formule k(a + b) = ka + kb en premier plan. Au TP 185, il institutionnalise que la transformation de la « forme » k(a + b) à la « forme » ka + ka est un développement. Il écrit le nom de la transformation en grandes lettres par-dessus la flèche qu'il trace pour indiquer le sens de l'opération, et il fait de même dans le sens opposé pour la factorisation, comme s'il se base sur la mémoire visuelle et non pas sur la mémoire didactique pour renforcer l'apprentissage. Par ceci, il se trouve loin de la factorisation par groupement, à laquelle à un moment donné il a senti le besoin de l'entamer. Mais en tant que personne dépendant d'une institution, il s'est interdit de quitter les normes des programmes, et il a gardé pour lui ce savoir. Pour se justifier devant les élèves qui sûrement se posent les questions « *Qu'est ce qu'il fabrique* ? », « *Pourquoi il s'est arrêté* ? », il a qualifié la factorisation par groupement par « *difficile* », comme s'il disait aux élèves « *vous n'apprendrez que ce qui est simple* ».

<u>Quatrième séance d'enseignement, période 1</u>
<u>Enseignant EnF2</u>

Cette séance est de deux périodes. Le synopsis de la deuxième période sera traité dans la partie des applications sur la méthode de factorisation par un facteur commun.

<u>Synopsis de la séance</u>

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 15	**Rappel sur la propriété de la distributivité et introduction de la factorisation**	L'enseignant est avec le groupe des élèves français[84]. Il rappelle aux élèves le point d'arrêt du cours à la séance d'avant. Il interroge **Cha** sur la propriété qui était l'enjeu du travail de la séance d'avant. « On a parlé de l'aire » dit-elle. L'enseignant accompagne **Cha** dans ses souvenirs et trace les deux rectangles pour arriver à la fin à $\mathbf{k \times a + k \times b = k(a + b)}$. Il trace les flèches de sens pour désigner les opérations de transformation et il écrit le nom de chacune par-dessus la flèche en lettres majuscules. Il institutionnalise la factorisation par la recherche du « facteur commun », ou la recherche de la dimension **k** par référence au calcul de l'aire.
3 ; 23	15 - 41	Correction orale du devoir du jour	L'enseignant corrige oralement sept expressions du devoir du jour sur le développement : exercice 3 du Doc 1 (Doc 1 est une fiche d'exercices).
6 ; 6	42 - 158	Correction par écrit au tableau du reste du devoir du jour	L'enseignant fait passer des élèves au tableau pour finir la correction de l'exercice 3 du Doc 1. Les élèves tracent les flèches de distribution pour assurer le développement.
34 ; 40	158 - 160	Changement de stratégie de travail, **Liz, Cha** et **Be** développent trois expressions à la fois au tableau	L'enseignant change de stratégie de travail, il fait passer trois filles à la fois au tableau pour corriger en même temps les trois dernières expressions de l'exercice trois. Il partage le tableau en trois et donne à chaque élève l'expression dont elle est responsable de développer. Il les laisse travailler sans aucun commentaire.
38	161 - 177	Correction et critique du travail de **Liz**	**Liz** finit la première, pendant que les deux autres continuent leur travail, l'enseignant commente le travail de **Liz** qui a écrit chaque étape de travail sur une ligne, mais aucun symbole ne les relie. Elle avait une erreur de signe ($-(5x - 8) = -5x - 8$) qui a induit une réduction fausse des termes semblables.
39 ; 50	177 - 185	Correction et critique du travail de **Cha**	**Cha** a écrit le travail qu'un élève de troisième est supposé faire mentalement ($\mathbf{x \times 5}$), ce qui lui a causé plus qu'une erreur. L'enseignant la conseille de conduire des

[84] Chaque mardi, les élèves étrangers ratent une des deux périodes de maths pour un cours de langue française.

			calculs de tête.
44	185 - 197	Correction et critique du travail de **Be**	**Be** a déchiffré son développement d'une manière très longue qui l'a désorientée tout autant que l'enseignant au moment de la correction. Cette élève avait à développer [4x + (2x + 7)][(5x – 1) – (2x + 7)]. En premier, elle a enlevé les parenthèses en faisant le changement de signe convenable dû à la distribution de (-1), puis au lieu de réduire les termes semblables dans les crochets dans une fin de simplicité du calcul, elle a distribué les trois termes du premier crochet au quatre termes du second crochet. L'enseignant a mis un bon moment pour s'en sortir. La sonnerie de la cloche lui a arrêté le travail.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique.

*L'enseignant commence son cours par un rappel sur le travail de la séance d'avant. C'est **Cha** qui doit faire ce rappel. Elle se rappelle de « l'aire », d'un « petit rectangle » et d'un « grand ». Il l'accompagne pour éveiller sa mémoire didactique et à la suite de quatorze tours de parole, la formule ka + ka = k(a + b) voit jour. Il organise un travail de formulation relative à l'action qu'il a faite dans la séance précédente. Il trace les rectangles et explique le calcul de leur aire et le traduit par k(a + b) et ka + kb, qu'il relie par le signe (=). Il parle de « forme factorisée » et « forme développée » en traçant les flèches ainsi :*

$$\mathbf{k\,(a + b)} \quad \underset{\text{FACTORISER}}{\overset{\text{DEVELOPPER}}{\rightleftarrows}} \quad \mathbf{ka + kb}$$

*Il clôt son rappel. En disant « .. Quand vous voulez factoriser, il faut que vous recherchiez, ce qu'on appelle en langage mathématique, le facteur commun, et si on se réfère au calcul de l'aire, on recherche la dimension k qui est commune aux deux rectangles ». Nous remarquons que là, l'enseignant dialogue en langage mathématique et réfère la recherche de la dimension **k**, qui sous entend la recherche du non ostensif « facteur commun » au calcul de l'aire d'un rectangle. L'enseignant essaye par modélisation de référer l'identité entre les deux « formes » développées et factorisées au calcul des aires de deux rectangles. A la minute 3, il passe à la correction du devoir du jour, l'exercice 3 du Doc 1 (voir Annexe IX p 425). Il fait pour 3 minutes une correction orale de sept expressions, puis fait passer des élèves au tableau pour continuer la correction par écrit (min 6). Pour les trois dernières expressions (min 34) il change de stratégie et fait passer trois filles à la fois pour corriger chacune une expression. Il commente le travail de chacune à part et passe sur ce travail le reste de la période. La cloche sonne avant de finir la correction de la dernière expression. Il remet le reste pour après la pause.*

Dans ce qui, nous allons interpréter le premier épisode sur la factorisation qui est l'enjeu de notre étude.

Min 0 Episode 1

1	**E**	Donc, on va commencer cette séance du mardi matin, on est le quatre janvier On s'est arrêté hier, sur un travail concernant la factorisation et le développement. Alors, nous avons vu une propriété qui est importante, que je vais renoter, et qui était mise sur le document que je vous ai donné (il parle du doc 1) Alors que dit cette propriété **Cha**
2	**Cha**	On a parlé de l'aire
3	**En**	Oui, c'est-à-dire concrètement tu penses au rectangle
4	**Cha**	Il y a un grand rectangle et un petit
5	**En**	(il trace les deux rectangles collés) Oui, un grand, un petit à côté
6	**Cha**	Et puis, k, euh, k, k
7	**En**	Oui, k
8	**Cha**	k plus a
9	**En**	k plus a ?
10	**Cha**	Fois a
11	**En**	(il écrit ce que dit **Cha**) Oui, k fois a
12	**Cha**	Plus k fois b
13	**En**	Oui, k fois b
14	**Cha**	Egal k entre parenthèses a plus b
15	**En**	(il a écrit $k \times a + k \times b = k(a + b)$) Donc cette égalité que l'on vient d'écrire, d'ailleurs hier on l'a écrite dans l'autre sens, c'est une égalité qui traduit, vu le dessin qui est ici, les deux façons de calculer l'aire duuuu rectangle, du grand rectangle : Soit vous calculez les aires des deux rectangles qui composent le grand, k fois a plus k fois b Soit vous calculez, puisque les deux rectangles ont en commun une dimension, la dimension qui correspond à k, vous calculez l'autre, donc la longueur, l'autre dimension, c'est-à-dire a plus b, et donc au niveau des aires, vous avez l'aire du grand rectangle que vous pouvez calculer, soit sous la forme k facteur de a plus, soit sous la forme ka plus kb. D'accord Donc, ayez bien en tête cette forme là. Donc, dans la façon dont ça a été fait ici, dont ça a été écrit, donc, quand on écrit ka plus kb égal k facteur de a plus b, ça donne la forme factorisée, et dans l'autre sens, la forme développée (il trace les flèches des sens en indiquant DEVELOPPEMENT, et FACTORISATION), ok ! Donc quand vous voulez factoriser, il faut que vous recherchiez, ce qu'on appelle en langage mathématique, le facteur commun, et si on se réfère au calcul de l'aire, on recherche la dimension k qui est commune aux deux rectangles. D'accord

L'enseignant, se tenant du côté du tableau, voulait s'assurer que les élèves remémorent la propriété, sujet du travail de la séance précédente. Dans une position d'accompagnement, en gardant une position topogénétique basse, il aide **Cha** à progresser dans la publication du savoir supposé ancien, et d'avancer le temps didactique. Il organise un travail de formulation relative à l'action qu'il a faite dans la séance précédente. Il dessine de nouveau les rectangles et reprend les explications sur les aires, et pour institutionnaliser ce travail il trace en dessous et au-dessus de la formule qu'il a écrite au tableau à la fin du discours de **Cha**, les flèches de sens des opérations correspondantes et leur nom « Factoriser et développer ». **En,** par un mouvement topogénétique ascendant, clôt son rappel et s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « vous », et réfère la recherche de la dimension **k**, qui sous entend la recherche du non ostensif « facteur commun », qui selon lui est une nomination d'un langage mathématique, au calcul de l'aire d'un rectangle.

Du côté des élèves : **Cha** essaye de répondre aux attentes de **En** par fonctionnement de sa mémoire didactique, Elle recherche ses mots, ce qui montre l'absence du savoir. Elle voit dans sa tête toutes les notations, pour enfin arriver à la notion visée.

V- 7- I- ii - Application de la factorisation par un facteur commun

Nous allons passer dans ce qui suit aux épisodes d'application de la factorisation par un monôme. Nous avons fait un choix d'épisodes qui se trouvent en lien avec la partie de factorisation sujet d'étude de cette partie.

- **En France**

A - <u>Classe de troisième (normale), $3^{ème}$ séance d'enseignement Enseignante EnF1</u>

Le synopsis et l'intrigue de cette séance ont été détaillés à la page 84, nous allons nous intéresser dans cette partie aux épisodes qui sont en lien avec le savoir sujet d'étude, à savoir la factorisation par un monôme de la forme $\mathbf{aX^n}$ (X est considérée comme le produit de toutes les variables du monôme) que l'enseignante a dénoté par

- méthode 1 : la méthode de factorisation par un monôme de la forme $\mathbf{aX^n/n = 0}$
- méthode 2 : la méthode de factorisation par un monôme de la forme $\mathbf{aX^n/a = 1}$

Ce classement est propre à l'enseignante.

Nous allons, pour les épisodes 4, 5, et 6 (de la min 27 à la min 43) de cette séance d'enseignement, faire un sous synopsis pour montrer le déroulement du travail des deux méthodes de factorisation. Rappelons que les épisodes écrits en caractère gras seront étudiés en détail.

<u>Factorisation par un facteur commun monôme</u>
<u>Sous synopsis des épisodes 4, 5 et 6</u>

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
27	125 - 133	**Factorisation de 7a + 21**	L'enseignante écrit l'expression au tableau et demande à l'ensemble classe la forme de cette expression, qu'elle déchiffre en une somme de produit pour faire apparaître le facteur commun **7** qu'elle souligne pour le mettre en relief. L'expression **7(a + 3)** est une factorisation.
28 ; 42	133 - 164	**Factorisation de 27x – 36 (Travail sur la factorisation au maximum)**	L'enseignante interagit avec le groupe classe tout en gardant la charge du tableau. Elle propose deux tentatives de factorisation. La première, factorisation par **3** qui injecte un nouveau savoir la « factorisation au maximum » et la deuxième, factorisation par **9**. La première tentative cause une difficulté pour la majorité des élèves, l'enseignante se trouve dans l'obligation de reprendre le travail en insistant sur la recherche du plus grand facteur commun possible.
34 ; 5	164	Travail individuel	L'enseignante place les élèves en situation de travail des expressions 3, 4, 5, et 6. Elle recopie au tableau les quatre expressions et

			ajoute une cinquième : **? 4a + 4** qu'elle précède d'un point d'interrogation. Elle n'attend pas que les élèves agissent. Une minute plus tard, elle commence la correction en communiquant avec l'ensemble classe.
36 ; 50	165 - 171	Correction de 3x – 6y	L'enseignante rappelle que factoriser par **3**, est l'application de la méthode 1 « mettre un nombre en facteur ». Elle fait remarquer aux élèves que **6y = 3y + 3y** et non pas **3y + 3**.
37 ; 40	171 - 177	Correction de $a^2 + 2a$	Elle questionne l'ensemble classe sur la possibilité de factoriser par un nombre. **Ch** annonce que c'est la deuxième méthode. Elle décompose cette expression de la même façon que les autres suivant la « forme » **k × a + k × b** sans l'officialiser.
38 ; 35	177 - 189	Correction de $12a^2 – 14a$	Elle questionne les élèves sur la possibilité de factoriser par un nombre, puis par une lettre.
39 ; 15	185 - 189	**Correction de $3x – 6x^2$**	Avec cette expression, elle place les élèves devant un savoir ancien utilisé dans une situation nouvelle. Elle explique que **3x** est **3x × 1** et non pas **« 3x** multiplié par **zéro**, ou **3x** multiplié par **rien** ». Elle rappelle les élèves qu'il faut pousser la factorisation au maximum et ne pas oublier le « **1** ».
40 ; 40	189 - 197	**Correction de 4a + 4**	Elle questionne les élèves si « **4a + 4** est égal à **8a** ». Il faut factoriser par le plus grand facteur possible, et pour mettre en évidence le nombre **1**, et dans une fin de faciliter la tâche, elle se réfère à l'expression précédente. Elle enseigne une nouvelle technique qui repose sur la « forme » : « compter le nombre de termes de l'expression à factoriser, pour se rappeler qu'il y a un **1** dans la parenthèse ».

Le récit de l'intrigue didactique est à la base de ce sous synopsis.

A partir de six expressions tirées de la fiche d'exercices que l'enseignante a distribuée dans une des séances précédentes et une septième qu'elle a ajoutée au tableau (? 4a + 4), elle montre aux élèves comment appliquer les deux méthodes 1 et 2. Elle prend la charge du tableau, qui lui sert pour le moment d'un « lieu de travail » (le paragraphe « cours » est toujours au tableau). La factorisation est une transformation d'écriture d'une forme « somme » à une forme « produit », c'est ce qu'elle a répété tout le long de ce travail. Elle change la « forme » de l'expression, par camouflage de la formule k × a + k × b dans le but de lui changer son sens algébrique (Arzarello 2001). Elle oblige les élèves à écrire toutes les étapes, et exige d'eux de pousser la factorisation au maximum, en recherchant le facteur commun le plus grand possible, dont la recherche peut se faire en plus qu'une étape. Elle passe à côté du PGCD sans l'expliciter et sans expliquer comment le rechercher. Dans deux des expressions, pour mettre en évidence le multiplicateur « 1 », elle enseigne, en dernier avant de passer à une nouvelle méthode, un travail formel, « compter combien vous avez de termes dans votre somme au départ, vous devez retrouver le même nombre de termes dans la parenthèse ».

Min 27 Factorisation de l'expression 7a + 21

125	**En**	..//.. Bon, allez, sept a plus vingt et un, est ce que c'est une expression développée ou bien c'est une expression factorisée ?
126	**Els**	Développée
127	**En**	Développée Alors, pour passer de l'expression développée à l'expression factorisée, j'aurai à avoir, j'aurai à avoir un produit. Il faut donc, que je fasse apparaître dans chacun des termes de la somme, le même facteur Alors, sept a, c'est sept fois a, vous bien sûr, vous êtes obligés de détailler toutes les étapes. Et vingt et un, c'est quoi ?
128	**An**	Trois fois sept
129	**En**	C'est trois fois sept (elle a écrit 7 × a + 7 × b) Alors, le facteuuur commun, le facteur commun, c'est sept (elle souligne le sept dans les deux produits (<u>7</u> × a + <u>7</u> × b), d'accord. Et quand je mets sept en facteur, la somme qui va réintégrer la parenthèse, c'est ce qui reste, et ce qui reste, c'est a plus 3 (elle écrit 7 × (a + b)) Et quand on a fait ça, on a bien mis un nooombre, en facteur, on a mis un nombre en facteur Est-ce que ce multiplié là (elle montre le signe × qu'elle a tracé entre le 7 et (a + 3)) est obligatoire ?
130	**Els**	Non
131	**En**	[Non (elle efface le signe ×) Ça c'est une factorisation
132	**El**	[C'est difficile
133	**En**	Non ce n'est pas difficile Alors, on est passé d'une somme à un produit, donc on a factorisé Allez, celui d'en dessous, vingt sept x moins trente six (6 sec)

L'enseignante commence son discours par un questionnement (TP 125) sur la forme de l'expression, pour voir si les élèves sont capables de faire la différence entre expression développée et expression factorisée. Elle ne s'arrête pas devant la justification du choix, ici une question se pose : Les élèves savent-ils vraiment la différence entre une expression développée et une expression factorisée, ou ils ont tenté leur chance dans une première tentative ?

Au TP127, par un mouvement topogénétique descendant l'enseignante expose la technique[85] de factorisation par un monôme $\mathbf{aX^n / n = 0}$, en utilisant le pronom « je ». Elle se sert de l'ostensif « produit » pour faire la transformation (ζ). Puis, dans le même tour de parole, et par un mouvement topogénétique ascendant, en utilisant le pronom « vous », elle prend le rôle de l'enseignant autoritaire, « *vous êtes obligés* », elle exige des élèves le détail de toutes les étapes de factorisation.

Au TP 129, dans le registre combinatoire, **En** déchiffre et change la « forme » de l'expression **7a + 21** par camouflage de la formule k × a + k × b. Pour faire la transformation (ζ), elle ne manifeste aucun contenu mathématique institutionnel. Elle fait deux assemblages, séparés par le signe « croix », sans les agréger dans deux couples de parenthèses rondes Elle reprend deux fois « *Le facteur commun* » pour donner du sens à son travail tout en attirant l'attention des élèves. Elle utilise de nouveau le « je », conjointement avec le « on », qui semble regrouper l'enseignante et les élèves et dont le but est d'instituer la méthode de factorisation utilisée dans cet exercice. Ce même « on », au TP 133, est utilisé pour institutionnaliser la définition de la factorisation énoncée. Avec ceci, elle clôt le travail sur cette expression pour passer à la suivante.

[85] « une manière de faire » Bosch et Chevallard (1999), RDM, v.19

L'enseignante manipule des ostensifs graphiques (le signe (×), la barre horizontale soulignant) pour activer la mémoire visuelle des élèves afin que la technique de factorisation soit assimilée. Elle montre 1) le « facteur commun », qui figure dans les assemblages, par un trait, 2) le « produit » par le signe (×), ce symbole lui paraît dispensable devant une parenthèse, mais ce n'est pas elle qui le dit, elle pousse les élèves à répondre « *non* » à sa question « *est ce que ce multiplié là* 7 × (a + 3) *est obligatoire ?* », comme si elle voulait qu'ils prennent la responsabilité de leur écriture.
Elle se sert des mots qui ne sont pas doués de sens mathématique (TP 129, « *la somme va réintégrer la parenthèse* », « *c'est ce qui reste* »).

Il semble que cet objet de savoir n'appartient pas au monde d'un des élèves, il manifeste un comportement qui caractérise son rapport personnel à la factorisation par un monôme, il crie « *C'est difficile* » (TP 132). L'enseignante, prend la tentative du changement du rapport institutionnel de cet élève, et peut être de plusieurs autres qui se cachent dans le noir, par un nouvel enseignement (ce que nous allons voir dans le sous épisode ci-dessous), sans oublier d'institutionnaliser la transformation (ζ) encore une fois.
Du point de vue élèves : l'ensemble classe accompagne l'enseignante dans son travail deux fois, et une fois **An** seul. Ils répondent aux attentes de leur enseignante.

Min 28 sec 42 Factorisation de 27x – 36

133	**En**	..//.. Chuchuchu. Vingt sept x moins trente six
134	**Me**	Trente six, c'est six au carré
135	**En**	Allons, trente six, c'est six fois six, seulement est ce que vingt sept c'est six fois quelque chose ?
136	**Els**	Non
137	**En**	Donc, alors, deux possibilités. Chuchuchu Evidement les deux facteurs communs possibles : vingt sept, c'est trois fois neuf, et trente six, c'est trois fois douze, bon Vingt sept, ça reste toujours, trois fois neuf, et trente six
138	**An**	[Trois fois
139	**En**	[Ça peut être, Ah, non ! Je ne vais pas recopier deux fois la même chose, c'est quatre fois neuf Dans la première tentative (elle parle de <u>3</u> × 9 × x – <u>3</u> × 12), dans la première tentative, le facteur commun c'est trois (elle souligne le trois) Dans la deuxième tentative (3 × <u>9</u> × x – 4 × <u>9</u>), le facteur commun c'est, neuf (elle souligne le neuf. Elle a écrit : 27x – 36 = 3 × 9 × x – 3 × 12 (dans une 1^{e} tentative le facteur commun est 3) 3 × 9 × x – 4 × 9 (dans une 2^{e} tentative le facteur commun est 9) Puisqu'il faut factoriser le plus possible, la bonne factorisation c'est neuf Je vous mets la réponse et après on continue avec les chiffres. Donc, la réponse qu'on attend de vous, c'est neuf facteur de, alors, qu'est ce qui reste, trois x moins quatre (elle écrit 9(3x – 4) à la suite du signe =). Bon, ça c'est la bonne réponse Maintenant, ceux et celles qui auraient mis trois en facteur, est ce qu'ils ont bon ? Ils ont bon, mais ça ce n'est pas fini Alors, si on met le trois en facteur, on a trois, facteur, de x, moins douze (elle écrit 3(9x – 12)). Est-ce que ça va jusque là ? La différence entre les deux, c'est, si vous regardez l'intérieur de cette parenthèse là (elle montre 9(3x – 4)), trois x moins quatre, est ce qu'il reste quelque chose en commun à trois x et à quatre ?
140	**Els**	Non
141	**En**	Non, donc, quand vous arrivez là (elle montre toujours 9 (3x – 4)), là, de toute façon, c'est fini Maintenant, si vous avez commencé par mettre trois en facteur, vous regardez l'intérieur

		de la parenthèse (elle montre 3(9x – 12)), neuf x moins douze, est ce qu'il reste quelque chose en commun à neuf x et moins douze ?
142	**Els**	[Trois
143	**Pi**	[Le carré
144	**En**	[Il reste le trois, hein, donc, je prends cette parenthèse là (elle écrit à côté 9x – 12), dans l'expression, dans la somme algébrique neuf x moins douze, je mets encore le trois en facteur, alors, neuf x, c'est, trois fois trois x et douze, c'est trois fois quatre (elle écrit 3 × 3x – 3 × 4) Est-ce que vous avez compris le passage de là à là ? (elle parle du passage de 9x – 12 à 3 × 3x – 3 × 4). Neuf c'est, trois, fois, trois, et douze, c'est trois fois quatre Bon, le neuf x moins douze, si je le recopie là (elle montre 3(9x – 12)), j'ai trois
145	**Pi**	[Oui, mais il y a un trois
146	**En**	[Fois, oui, trois x moins quatre (elle écrit 3(3x – 4) sous (9x – 12)) Là, je ne me suis intéressée qu'à ce morceau là (elle montre (9x – 12)), d'accord
147	**Els**	Oui
148	**Els**	Non

Dans cet épisode, l'enseignante prend la charge de la mobilisation de toutes les techniques de factorisation. Elle introduit un nouveau savoir « la factorisation au maximum ». Son utilisation pour la conjonction « puisque» nous permet de postuler qu'elle considère que la factorisation au maximum est un savoir ancien : « *Puisqu'il faut factoriser le plus possible, la bonne factorisation c'est neuf* ».
Par un processus chronogénétique/topogénétique au TP 139 l'enseignante déchiffre l'expression à factoriser de deux façons différentes, toujours de la forme **k** × **a + k** × **b** et sans l'annoncer, pour montrer les difficultés du travail combinatoire. Dans son déchiffrement, elle utilise le signe (×) sans agréger les nouveaux nombres dans des parenthèses. Elle voulait montrer aux élèves que la décomposition de **36** en **4** × **9** est économique du point de vue travail que de le décomposer en **3** × **12**, puisque le facteur commun **9** est le plus grand « *possible* », et c'est lui seul, qui permet de pousser la factorisation « *le plus possible* ». Nous sommes là, devant le PGCD qui est un objet absent masqué des programmes français et auquel les enseignants français font appel dans leur enseignement, sans dévoiler son nom, ni enseigner sa recherche par la décomposition primaire. Au milieu du TP 139, elle parle avec le pronom « on » qui la groupe avec l'institution pour instituer la réponse de la factorisation maximale. Dans le même tour de parole, elle pose des questions de vérification et y répond tout de suite, sans interagir avec la classe (TP 139) « *est ce qu'ils ont bon ? Ils ont bon, mais ça ce n'est pas fini* », pour mettre en valeur le choix du plus grand diviseur comme facteur commun. Au TP 143, elle continue à travailler sur le déchiffrement en plus qu'une fois. Pour l'avancement du temps didactique, elle demande si l'apprentissage est acquis, et continue à institutionnaliser sa procédure.
L'enseignante manipule un ostensif graphique : le trait (Bosch et Chevallard 1989), qui est aussi un délimitant « le soulignant » (Serfati 2005) ; elle souligne le facteur commun à chaque fois, pour le mettre devant les yeux des élèves et ainsi motiver sa technique de factorisation. Elle montre son déchiffrement en utilisant le signe (×). Elle abuse toujours du langage parlant. Elle utilise « quelque chose » pour désigner un nombre (TP 135, 139, 141), et le verbe « mettre » à plusieurs reprises, pour désigner une opération mathématique.

Les élèves**,** dans cet épisode semblent perdus, ils n'arrivent pas à dévoiler le sens voulu par tout ce travail**.** Preuve en est leurs réponses : **Me** et **An** ne répondent pas aux attentes de l'enseignante : le premier exprime trente six par un carré (TP 134) et non pas par un produit de deux nombres premiers entre eux, le deuxième essaye de décomposer **36** en **3 fois** (TP 138). Au TP 147 et 148, les élèves, sans aucune intention de le faire, font deux groupes : un en accord « *oui* » avec le travail de l'enseignante et l'autre en désaccord « *non* ». Ils n'arrivent pas à dévoluer dans cette situation.

Min 32 sec 5 Reprise de l'explication de la factorisation au maximum

149	**En**	Oui, non !! Et donc maintenant je reprends l'équation du début. L'expression du début c'était, neuf x moins douze multiplié par trois, j'écris ce que j'ai trouvé multiplié par trois (elle écrit 3 ´ devant 3(3x – 4)). Et si je refais les calculs, trois fois trois, ça fait combien ?
150	**Els**	Neuf
151	**En**	Ça fait neuf, donc, vous voyez bien, même si vous n'avez pas tout de suite trouvé le plus grand facteur commun possible, eh bien, on peut le retrouver en plusieurs étapes. Si vous n'avez pas pensé à neuf et vous avez pensé à trois, la technique, de toute façon, il faut tenter à chaque fois, on met quelque chose en facteur, on regarde si à l'intérieur du deuxième facteur on a la possibilité de factoriser davantage, et la différence, c'est qu'au lieu de factoriser en une étape, on factorise en deux, et on arrive de toute façon toujours à la réponse
152	**Pi**	Et après il y a le trois, il faut le supprimer
153	**En**	Ah, non, là, il faut pas le supprimer, là
153	**Pi**	[Il faut savoir quand il faut les supprimer et quand il faut
154	**En**	[Pour pouvoir les, pour pouvoir supprimer les trois, il faudra des, des, des dénominateurs, ou bien alors, c'est une question que j'ai pas compris
155	**Pi**	Là, là, on a des, des nombres communs, à droite on a des nombres communs, puisque on a trois et trois (il montre 3 × 9 × x – 3 × 12)
156	**En**	Oui, ils sont tous les deux déjà à l'extérieur de la parenthèse
157	**Pi**	Là aussi il y en a à l'extérieur de la parenthèse
158	**En**	Ecoute, écoute, on discutera tout à l'heure, je ne comprends pas là où ça bloque **Ax** (il demande la parole)
159	**Ax**	Il y a un moins après le x
160	**En**	Oui
161	**Ax**	Pourquoi il n'y a pas moins trois en facteur ?
162	**En**	C'est parce que il y a un moins là dans l'équation de départ
163	**Ax**	Oui, mais ça appartient à trois et non pas à d'autres, le moins
164	**En**	Oui, mais ce que j'ai mis en facteur, c'est le trois Là (elle montre 3 × 9 × x – 3 × 12), le moins trois que multiplie douze, tu peux écrire ça comme ça, qui s'écrit aussi sous la forme, plus trois que multiplie moins douze Là, en facteur, j'ai mis trois, je peux pas mettre, en facteur, trois d'un côté, et moins trois après, d'accord. Donc, j'ai pas mis un signe, je n'ai mis que le nombre positif en facteur, ça va ?

Les réponses contradictoires « *Oui* », « *Non* » provoquent un arrêt didactique. Les élèves sont en difficulté avec le déchiffrement en plus qu'une fois. L'enseignante prend la tentative du changement du rapport des élèves au plus grand diviseur commun, par une reprise en parlant du « plus grand facteur commun possible » qu'elle refuse d'enseigner la méthode de sa recherche.[86] **En** se trouve dans une situation didactique où le non ostensif « division » se montre sans qu'elle puisse le dévoiler. Elle propose une nouvelle technique « le tâtonnement » qui ne donne pas à l'élève le contrôle de son action. Elle s'attarde dans la description de cette technique, car elle cache derrière cette « manière de faire » la technologie de la technique du PGCD. Les élèves trouvent une difficulté pour s'approprier des techniques dépourvues de sens.
Suite à l'interaction de **Pi**, **En** embrouille « supprimer » et « dénominateur » et ne tarde pas à raccourcir la distance qui la sépare de **Pi** pour être à son niveau et dire « *j'ai pas*

[86] En entretien, après cette séance, nous lui avons posé la question sur le camouflage du PGCD, sa réponse était : « *Pas du tout au programme, pas du tout au programme de troisième,…, je ne ferais pas, tant que la division ne sera de nouveau au collège et je crois qu'elle n'y sera jamais, je ne diviserais pas* »

compris ». Malgré, les essais de **Pi** pour clarifier son idée, **En** reste dans l'incapacité de le comprendre. Par un mouvement topogénétique, et pour l'avancement du temps didactique, elle met fin à ce discours et remet la discussion pour plus tard (TP 158 ; notons que dans le reste de la séance nous n'avons détecté aucune trace de discussion sur la question de **Pi**), et passe à **Ax** qu'elle a essayé de débloquer, mais il semble qu'elle l'a bloqué de plus en plus. En premier, elle a déchiffré **-36** de deux manières différentes **-3** × **12** et **3** × **(-12)**, comme si le moins symbolise un nombre négatif, puis elle lui dit « *j'ai pas mis un signe, je n'ai mis que le nombre positif en facteur* » sans expliquer le rôle de ce symbole, sauf « *il y a un moins là dans l'équation de départ* » (TP 159 --164). Elle répond à **Ax** par un langage mathématique mélangé avec le parlant par utilisation du verbe d'action « mettre » pour instituer sa technique « *j'ai pas mis un signe, je n'ai mis que le nombre positif en facteur* » (TP 164). Elle demande à **Ax** sa conviction pour cette écriture « *ça va ?* »
En a utilisé le mot « *équation* » à la place de « *expression* » deux fois (TP 149 et 162), comme si ces deux mots ont le même sens !

Les élèves semblent de plus en plus perdus. **Pi** veut mettre en cause la division, mais n'arrive pas à trouver le nom de ce non ostensif. Il essaye de dire une idée, mais n'arrive pas à trouver ses mots, il est dans un manque de lexique technique. Et un peu plus loin (TP 159), nous retrouvons **An** dans un autre manque : « manque du symbolisme ». Le signe (-), un même symbole pour deux sens différents : Le signe (-) désigne un nombre négatif et le signe (-) désigne une opération « la soustraction ».

Min 39 sec 15 Factorisation de 3x – 6x^2

185	**En**	..//.. Allez, le trois x moins six x carré, qu'est ce qu'on a va mettre en facteur ? **Ch**
186	**Ch**	Euh, trois x
187	**En**	[trois x, parfait. Alors, facteur de quoi ? De un, parce que trois x, c'est trois x que multiplie un Pour pouvoir mettre en facteur, il faut que vous ayez des facteurs communs à tous les termes de la somme, Et quand on entend le mot facteur, eh ben on entend, multiplication et trois x, c'est trois x multiplié par un (elle écrit 3x = 3x × 1) et non pas trois x multiplié par zéro ou trois x multiplié par rien.
188	**Pa**	Est-ce qu'on peut mettre seulement x en facteur ?
189	**En**	Alors, tu peux mettre x facteur de, troiiiiiis, moins six x (elle écrit x(3 – 6x)), c'est bon, mais c'est pas fini, parce que dans trois moins six x, on a encore trois, ça fait la moitié du travail Il vaut mieux faire la moitié du travail que de ne rien faire du tout En général, dans des exemples comme ça, euh, quand vous faites la moitié du travail, vous vous trompez pas Et si vous essayez de tout factoriser, là encore, beaucoup d'élèves oublient le un. Donc, trois x, c'est trois x que multiplie un, alors, six, c'est trois fois deux, et x carré, c'est x que multiplie x (elle écrit 3x(1 – 2x))

L'enseignante rentre dans cet épisode différemment que les épisodes précédents. Elle partage pour un temps très court la topogenèse avec **Ch** en lui demandant de trouver le facteur commun. Au TP 187, elle a un double comportement. Elle se comporte en enseignante en posant une question pour que les élèves anticipent à la publication du savoir, et en élève puisqu'elle répond à sa question, en privant les élèves de la classe de l'occasion de répondre. Elle n'hésite pas, en tant qu'enseignante de rappeler aux élèves le sens de « mettre en facteur » pour mettre en évidence la présence du multiplicateur **1** (3x = 3x ×1) qu'elle institue en disant qu'il ne se remplace ni par « *zéro* », ni par « *rien* ». Elle publie que la factorisation partielle[87] est « *la moitié du travail* ». Et par une négociation à la baisse, elle préfère factoriser par **x** uniquement si le multiplicateur **1** ne peut pas être mis en cause dans l'action de factorisation.

Pa est en difficulté avec la factorisation au maximum. L'élève réduit la « complexité ostensive » de la factorisation au maximum, et demande si elle a le droit de mettre **x** seulement au facteur. Pour elle le déchiffrement de $\mathbf{6x^2}$ en **6x** × **x** est plus simple que son déchiffrement en **3x** × **2x**. Elle manipule un travail formel.

Min 40 sec 40 factorisation de 4a + 4

189	**En**	..//.. Bon, et le quatre a plus quatre ? Est-ce que c'est égal huit a ?
190	**Els**	Non
191	**En**	Non Alors, qu'est ce que je mets en facteur là ?
192	**Ax**	Quatre
193	**En**	Quatre, quatre. Alors, on prend le plus grand possible Alors, quatre a, c'est quatre que multiplie a, et plus quoi ? Plus un, parce que quatre, c'est, c'est le même principe que celui-ci, là (elle montre 3x dans l'expression précédente) quatre, c'est quatre fois un Si vous n'êtes pas sûrs de vous, comptez, (après, quand je termine, **Al** voulait prendre la parole), comptez combien vous avez de termes dans votre somme au départ, vous devez retrouver le même nombre de termes dans la parenthèse Oui, **Al**
194	**Al**	Est-ce qu'on peut mettre deux en facteur ?
195	**En**	C'est bon, mais ça fait la moitié du chemin. Parce que, si tu mets deux facteur de deux a plus deux (elle écrit 4a + 4 = 2(2a + 2)), dans la parenthèse tu as deux et deux (elle souligne 2 ; ($\underline{2}$a + $\underline{2}$)) Donc, dans la parenthèse, il faut encore mettre deux en facteur, d'accord Alors, là, c'est deux facteur de a plus un (elle écrit sous ($\underline{2}$a + $\underline{2}$) ; 2(a + 1), et elle les relie par une flèche). Et tu remultiplies par le deux du départ (elle écrit = 2 × 2(a + 1)), et tu retrouves bien, quatre facteur de a plus un (elle écrit en dessous 4(a + 1)). Oui (elle donne la parole à **Au** qui a levé le doigt)
196	**Au**	Quand on fait comme ça, on a le droit aussi de mettre des fractions ?
197	**En**	Non, non, on essaye de travailler toujours avec des nombres entiers. On met des fractions, quand on a des, des fractions données au départ Ça va pour cela. Alors maintenant, vous laissez tomber le sept, et on va passer à l'exercice numéro huit de cette liste là
198	**An**	Madame
199	**En**	Oui
200	**An**	Si on fait jusqu'à deux facteur de deux a plus un (2 (2a + 2)), est ce que vous comptez juste ?
201	**En**	On met la moitié des points
202	**An**	Et comment on sait que c'est pas fini ?
203	**En**	Il faut que tu regardes, si, dans la parenthèse, que j'ai ici (elle montre 2(2a + 2)), s'il y a des choses en commun Là, tu refactorises ce qui est en commun
204	**An**	Pourquoi deux fois deux ?
205	**En**	Alors, (elle reexplique le travail qui est toujours au tableau) Deux a plus deux, le deux a, c'est deux, facteur de a plus un, d'accord Seulement, le quatre a plus quatre, c'est deux fois deux a plus deux, donc, le deux qui

[87] C'est la factorisation par l'un des diviseurs communs qui sont plus petits que le plus grand diviseur commun.

		était là, eh, ben, je le retrouve avec ça (elle montre 2 × 2(a + 1)). Donc, la parenthèse là se factorise et je retrouve deux fois deux, et deux fois deux, ça fait quatre

L'enjeu de cet épisode est le multiplicateur « **1** ». Au premier tour de parole, l'enseignante teste la mémoire didactique des élèves qui répondent à ses attentes, et comme toujours, elle se contente de la réponse sans aucune justification. Elle travaille en premier temps par analogie à l'expression précédente, puis elle renforce la présence du nombre « **1** », dans un travail de combinatoire, par une modélisation sur la forme de l'expression. Elle mobilise des manières de faire liées à la situation au sens de Brousseau. Elle annonce un « savoir-vivre » selon Mercier. Le nombre de termes de l'expression « forme-énoncé » doit être le même que celui de l'expression « forme-produit » : « *comptez combien vous avez de termes dans votre somme au départ, vous devez retrouver le même nombre de termes dans la parenthèse* » (TP 195). A son avis, la difficulté d'opérer un nombre sur lui même est ainsi évitée. Mais il semble que ceci n'est pas la solution, preuve en est la question de **Al**. L'enseignante par une négociation à la baisse, institue la factorisation au maximum, à partir de la factorisation partielle. Elle se sert, en plus ici, du « soulignant » pour renforcer ses explications. Elle souligne le facteur commun **2**, et puis elle relie par une flèche ($\underline{2}$a + $\underline{2}$)et 2(a + 1) pour dire que ces deux écritures sont équivalentes, sans tracer le signe « deux-traits » pour montrer l'égalité.
Au TP 197, l'enseignante tranche, que la factorisation ne se fait que par des nombres entiers, en répondant à **Au** pour un avancement du temps didactique et demande aux élèves de passer à l'expression huit. Mais un nouveau arrêt du temps didactique s'impose avec la question d'**An.** L'enseignante semble en difficulté de convaincre les élèves par la factorisation au maximum, qui comme nous avons déjà dit, n'est pas un savoir officiel. Elle s'éloigne du travail mathématique qui légitime le PGCD, pour se baser sur un travail visuel « *Il faut que tu regardes..* » (TP 203). Cet épisode caractérise encore une fois le manque technologie et théorique en algèbre. Elle répond à **An** par un « on », pour dire que, par effet de contrat, ce n'est pas seulement elle, mais toute l'institution qui pénalise pour une factorisation partielle. Ce moyen, renforce l'apprentissage par frayage qui est dépourvu de tout sens. Les élèves poussent leur factorisation au « bout » pour avoir uniquement la note et satisfaire à leur enseignant.

Certains élèves sont toujours en difficulté avec la factorisation au maximum, ils n'arrivent pas à s'approprier ce savoir. **Al** demande la factorisation par **2**, il semble être loin du monde de l'opération du nombre sur lui même. La question de **Au** est typiquement chronogénétique, il propose la factorisation par un nombre fractionnaire. Didactiquement nous pouvons dire que cet élève est en difficulté avec la factorisation au maximum, ou bien il est intelligent et recherche pourquoi le facteur commun est toujours un entier.

B - Classe de troisième (classe d'accueil), 4ème séance d'enseignement Enseignant EnF2

Cette séance est de deux périodes, nous avons fait le synopsis de la première période où l'enseignant a introduit la factorisation, et nous avons analysé l'épisode correspondant (voir p 91). Nous allons dans cette partie exposer comment l'enseignant a publié ce savoir, dans la deuxième période, à partir d'un rappel et des exercices d'application (exercice 3) du document distribué en première séance de cours (Doc 1)

Quatrième séance d'enseignement, période 2
Enseignant EnF2

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1	Finir la correction	L'enseignant reprend la correction du développement de **Be**.
2 ; 26	1 - 20	Comparaison avec commentaire des techniques de développement	Avant de clore le travail du développement par distribution, l'enseignant a comparé et il a commenté les techniques de développement de **Cha** et **Be**. Il leur a conseillé d'adopter des techniques plus rapides et plus efficaces.
8	21	Clôture du travail sur le développement	L'enseignant annonce la fin du travail sur le développement. Et attire l'attention des élèves sur le nombre d'idées qu'il y a derrière le développement.
8 ; 10	22	Présentation du travail du jour.	L'enseignant formule en cinquante secondes ses objectifs pour le reste de la période : travail « systématique » sur la factorisation (ex 3, Doc 1) et « aborder » les IRC. Il rappelle encore une fois la « formule » **ka + kb = k(a + b)** pour positionner les objets anciens afin de les faire exister dans les applications.
9	22 - 62	**Exercice d'application sur la factorisation par un monôme de la forme aX^n / $a \geq 1$ et $n \geq 0$: exercice 3 du Doc 1**	L'enseignant accompagne les élèves qui factorisent, chacun à son tour, une expression de l'exercice 3 Doc 1. La factorisation des trois premières expressions passe rapidement. La quatrième $6x^2 + 18x$ provoque un nouveau savoir « la factorisation au maximum ».
15 ; 21	63 - 65	**Discussion du stade de l'arrêt d'une factorisation**	La factorisation de $6x^2 + 18x$ fait perdre un grand nombre d'élèves qui préfèrent factoriser par l'un des diviseurs communs. L'enseignant accepte toutes les écritures en « forme-produit », pour lui elles sont toutes correctes. Mais il est préférable de donner une réponse avec en facteur le plus grand diviseur commun, sans annoncer son nom, ni comment le rechercher.
17 ; 42	65 - 71	Retour à la factorisation	L'enseignant propose une dernière expression à factoriser de l'exercice 3 qui se factorise par un monôme.
19 ; 50	71 - 101	Factorisation par un binôme de la forme (ax + b)	L'enseignant accompagne **Ch** qui travaille au tableau la factorisation de **(4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5)**. Les élèves confrontent cette technique de factorisation pour la première fois. Pour mettre en évidence le nombre « 1 », résultat de l'opération d'un nombre sur lui même, l'enseignant se réfère à la formule **ka + kb** et identifie les termes que symbolise **k**, **a** et **b**. Comme **b** est invisible, donc c'est un « 1 ».

26 ; 8	102 - 109	Discussion autour du PGCD	**Ti** se demande si le PGCD[88] peut être 1, alors il peut mettre 1 devant la parenthèse pour factoriser. L'enseignant lui explique que dans ce cas on ne peut pas factoriser.
27 ; 5	109 - 188	Retour à la factorisation des expressions de l'exercice 3 qui se factorisent par un binôme	Dans le reste du temps, deux factorisations ont eu lieu. Quatorze minutes pour factoriser $\mathbf{(x - 5)^2 - (x - 5)(-2x + 3)}$. **Be** est au tableau, pour elle $\mathbf{(x - 5)^2 = (x - 5)}$ ′ $\mathbf{1^2}$.L'enseignant a eu des difficultés pour la convaincre. Les trois dernières minutes étaient pour la factorisation de $\mathbf{(x - 5)^2 + (2x + 10)}$. La factorisation de cette expression est impossible pour une élève française, alors qu'une autre étrangère a réussi à la factoriser.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique.

L'enseignant termine en huit minutes la correction inachevée du développement de la dernière expression de l'exercice 1 Doc 1. La factorisation par un facteur commun est le thème du jour (min 8), elle est introduite par un rappel de la formule ka + kb = k(a + b). Les applications (min 9) sont des expressions de l'exercice 3 du Doc 1. La progression des exercices est dans cet ordre : d'abord factorisation par un monôme, puis par un binôme. L'enseignant choisit des élèves pour travailler au tableau. La quatrième expression donne lieu à une nouvelle explication de la règle de factorisation au maximum (min 13), qui pose problème. La factorisation par un facteur commun binôme, l'enjeu de l'enseignement des dernières vingt minutes de la séance, sera engagé suivant le même schéma.

Nous allons dans ce qui suit nous occuper des épisodes 5 et 6, qui se rapporte à la factorisation par un facteur commun monôme. L'enseignant sera en double position : enseignant et élève. Il accompagne les élèves dans leur responsabilité d'enseigner dans un processus de *dévolution* qui désigne le processus dans et par lequel le professeur fait en sorte que les élèves assument leur part de la responsabilité dans l'apprentissage (Brousseau, 1998).

Min 9 Factorisation de 25x + 35 Episode 5

22	**En**	..//.. Donc, **Li** tu veux bien venir nous faire le premier (elle ne passe pas au tableau) Donc, on est sur l'exercice numéro trois, donc tu viens **Li** s'il te plait !! (elle passe au tableau insatisfaite et l'**En** lui écrit la donnée 25x + 35)
23	**Li**	Je vais faire quoi ?
24	**En**	Eh, ben ! Tu, tu factorises (elle reste stupéfaite, elle n'a pas compris le sens du mot factorise, peut être par ce qu'elle est anglophone, il lui montre la formule)
25	**Li**	Ah ! Oui (elle écrit 5(5x + 7) sans rien dire)
26	**En**	Alors propose dans vingt cinq x plus trente cinq, elle propose cinq facteur de, cinq x plus, plus sept. Alors, est ce que **Li**, tu peux nous dire dans ta tête comment tu as fonctionné ? En Français
27	**Li**	J'ai, j'ai fait
28	**En**	Chuchuchu
29	**Li**	(on lui souffle facteur commun)

[88] A la fin de la factorisation de $\mathbf{6x^2 + 18x}$, un discours a eu lieu entre l'enseignant et nous, en classe, à propos du PGCD.

		Facteur commun qui est cinq
30	**En**	Oui
31	**Li**	Et j'aiii, écrit cinq et dans ma tête j'ai trouvé combien de fois vingt cinq x et c'était cinq, et combien de fois cinq
32	**En**	Cinq dans trente cinq, il y a sept fois, d'accord, ok Elle a essayé donc de trouver un nombre, alors comme on a des nombres entiers, vous restez avec des nombres entiers, mais a priori on peut, peut-être, prendre d'autres choses mais, disons que la réponse attendue c'est cinq, cinq facteur deee, de cinq x, plus, plus euh, sept

Dans cette partie, **Li** est choisie pour passer au tableau (élève anglophone, bonne selon l'avis de l'enseignant). L'enseignant met de côté l'aspect autoritaire du métier, et supplie **Li** de venir au tableau « *tu viens, s'il te plait !!* »

La topogenèse définit l'action attendue de **Li**, l'enseignant lui montre la formule qu'il a gardée au tableau pour lui indiquer quoi faire face à la consigne « Factoriser ». Au TP 26, par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignant, comme un élève, demande à **Li** d'expliquer sa « manière de faire » comme un professeur, puisqu'elle a donné la réponse directement. Il évite ainsi un conflit possible : un élève peut demander conseil, ce n'est pas comme un questionnement du professeur. **Li** explique sa manière de faire à partir d'une idée qu'elle n'explicite pas complètement parce qu'elle est l'effet d'une connaissance pratique incorporée des nombres : entre 25 et 35, le facteur commun doit être cinq.

Au TP 32, l'enseignant conclut l'intervention de **Li** en la complétant, reprenant son rôle d'enseignant pour analyser le travail de l'élève. A la fin du TP 32, il s'adresse au groupe classe pour institutionnaliser le travail de **Li**. Il utilise « autres choses » pour désigner « des nombres ou des lettres », car il n'a apparemment pas de termes propres pour nommer « les-lettres qui-peuvent-être-en-facteur comme-des-nombres mais-qu'on-ne-peut-multiplier », soit le x dans sa généralité : il va donc ainsi, tout naturellement, introduire l'exemple où se montre ce dont il s'agit, où x sera le facteur commun et pour que cela se voit, où il n'y aura pas de facteur commun numérique.

Min 11 Factorisation de $7x^2 + 5x$

32	**En**	..//.. Euhhh ! **Mar** tu viens nous faire, tu nous dis ce que tu penses, jeunes gens, s'il vous plait. Veux-tu nous dire ce que tu penses du deuxième ? (**Mar** passe au tableau et l'**En** lui dicte la donnée) Sept x au carré plus cinq x (elle écrit $7x^2 + 5x = x(7x + 5)$ Alors **Mar**, est ce que tu peux nous dire comment tu as réagi ? Comment tu as fait ? (elle vient du Venezuela)
33	**Mar**	(elle rit puis dit avec un français approximatif) Euh, j'ai trouvé un facteur commun, puis j'ai multiplié euh, par euheuh
34	**En**	C'est dur
35	**Mar**	Oui
36	**En**	Tu as multiplié donc, le facteur commun c'est x, puis après, tu as essayé de multiplier le x pour retrouver sept x au carré
37	**Mar**	Henhen
38	**En**	Donc, tu as vu que c'est sept x, et puis cinq x, c'est cinq fois x. D'accord, je ne veux pas t'embêter plus que ça

La topogenèse définit maintenant l'action de **Mar** qui est choisie pour passer au tableau (élève anglophone, bonne selon l'avis de l'enseignant, mais un peu timide quand il faut qu'elle s'exprime en français). Elle exprime son travail par deux verbes d'action : trouver et multiplier.

Encore une fois et par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignant prend le rôle d'un élève, demande à **Mar** d'expliquer sa « manière de faire » comme un professeur. Mais comme **Mar** a des difficultés de s'exprimer en français, et dans un processus chronogénétique/topogénétique, l'enseignant prend la charge d'expliquer le travail de **Mar,** mais il n'explique rien du tout car lui non plus n'a pas les mots qu'il faut pour dire que les lettres sont des nombres et ils peuvent être en facteur.

Dans l'épisode qui suit, l'enseignant a adopté une stratégie qui ressemble à une « surenchère ». Il reprend les propositions à chaque fois sans aucune interprétation et sans dire le nom de l'élève, il accompagne les élèves pour qu'ils donnent la « forme-produit », il corrige les erreurs de calcul et pousse l'ensemble classe à factoriser encore pour qu'ils trouvent le plus grand facteur commun, sans le déclarer.

Min 13 sec 40 Travail d'Eq, factorisation de $6x^2 + 18x$

41	**En**	…//… **Eq** eh ben, viens faire le suivant
42	**Ch**	Lequel ?
43	**En**	C'est six x au carré plus dix huit x (**Eq** écrit en même temps que **En** dicte)
44	**Eq**	Ça fait (et elle écrit : x(6x + 18))
45	**En**	Alors, tu nous écris x facteur de six x plus dix huit. Donc, c'est une factorisation. On peut, peut être pousser l'élégance en allant un tout petit peu loin ! (il regarde l'ensemble classe, deux secondes après **Be** lève le doigt) Oui

Dans ce dialogue, nous pouvons observer que ce qui est une factorisation au maximum pour l'enseignant, ne l'est pas pour les élèves. **Eq** est une élève d'origine espagnole, qui est bonne selon l'enseignant. Elle n'hésite pas devant la « forme-énoncé » qu'elle déchiffre mentalement et l'interprète rapidement pour produire une « forme-produit » que l'enseignant accepte en un premier temps en disant « *c'est une factorisation* ». Il a trouvé que **Eq** a manipulé correctement la transformation (ζ). Mais, il semble que ce n'est pas cette réponse qu'il attendait, et demande d'**Eq** de pousser un peu plus loin la factorisation, pour « l'élégance », puisqu'il ne peut pas dire qu'il faut rechercher le PGCD (qui n'a pas été encore expliqué pour des fins autre que la factorisation). **Eq**, ne réalise pas la demande de **En**. Elle se trouve incapable de changer sa réponse, puisque la transformation (×est faite correctement et **x(6x + 18)** est bien une « forme-produit ».

Min 14 sec 23

46	**Be**	C'est deux x entre parenthèses
47	**En**	Alors, on propose deux x
48	**Be**	Deux x, entre parenthèses trois x plus six (elle dicte et **Eq** écrit : **2x (3x + 6)**)
49	**En**	Plus six, je ne vous vends pas six, hein ! Neuf, plus neuf
50	**Eq**	Ah ! Oui
51	**El**	Six

Be est une américaine, qui est en France depuis deux mois. Elle a déjà étudié la factorisation dans son pays en quatrième. Elle répond, en partie, aux attentes de **En**, puisqu'elle propose **2x** pour facteur. Elle a déchiffré la « forme-énoncé » et l'a interprétée différemment que **Eq.** La transformation (ζ) lui a permis combinatoirement de transformer la « forme-énoncé » en une « forme-produit » que **En** ne lui laisse pas le

temps de l'annoncer en entier. Il lui coupe la parole pour reprendre à haute voix devant l'ensemble classe le nouveau facteur commun proposé, pour dire implicitement « *donnez moi d'autres facteurs communs* ». **Eq** réagit sans réfléchir, et écrit au tableau les dictions de **Be**. Elle a réussi à savoir l'emplacement des parenthèses rondes, puisque **Be** a dit « *entre parenthèses* » après **2x**, mais elle n'a pas remarqué l'erreur de calcul de sa camarade. Au TP 49, **En** avait l'occasion de motiver la technique qui produit **9** à partir de **18** et de **2**, mais il la manque. Ses demandes d'explication ne sont donc pas à prendre au sérieux, puisqu'il y renonce au moment où il pourrait les satisfaire en décomposant **18** ; tous les élèves le savent et il pourrait le rappeler, mais cette technique concurrente du PGCD appartient au même monde, celui des pratiques numériques, elle se trouve interdite avec ce dernier. L'explication alambiquée au TP 63 (à la page suivante) montrera bien comment cela se passe.
Pendant que **En** s'occupait de la correction de l'erreur du calcul numérique, un élève crie « *six* ». Observons ensemble la suite de ce dialogue.

Min 14 sec 41

52	**En**	Alors, on propose une autre factorisation, on propose ça et j'entends une autre proposition
53	**Er**	Six x
54	**E**	On propose avec six. Six x
55	**Er**	Six x entre parenthèses
56	**En**	Alors, si tu mets six x en facteur
57	**Er**	Six x entre parenthèses x plus trois

En en « surenchérisseur » optimise le plus grand facteur commun, il accepte la troisième proposition « *six* ». **Er** « surenchère » et propose un autre facteur commun « *six x* », et avec ce facteur commun, **Er** a retrouvé la « forme-produit » qu'attendait **En**. Il a transformé par (ζ) la « forme-énoncé » $\mathbf{6x^2 + 18x}$ en « forme-produit » $\mathbf{6x(x + 3)}$ en utilisant le plus grand facteur commun à $\mathbf{6x^2}$ et **18x**, sans dire que c'est la factorisation maximale possible. Avec cette réponse, **Er** a répondu à la demande implicite de **En** qui n'a pas commenté sa réponse, mais il l'a accompagné pour donner la « forme-produit » visée.

Nous voyons que **Er** et **En** convoquent le PGCD sans l'évoquer. L'absence du PGCD de l'enseignement de la factorisation, n'interdit pas à un tel élève de s'en emparer, mais cela appartiendra à son rapport privé à la factorisation.

Min 15 sec 21 Episode 6

63	**En**	Ahh !! Alors là, on va s'arrêter là, se pose un petit problème, mais j'avoue, je ne sais pas leee, donc, on peut mettre x en fac, bon ce sont trois factorisations. Les trois factorisations sont correctes, d'accord Alors, euuhh ! On est toujours, un tout petit peu, embêté quand on est à ça, …//…Je dirais, me semble-t-il, j'ai pas lu les textes en France, on est moins clair à ce niveau là. Mais, disons qu'on va plutôt privilégier cette écriture là (il montre **6x(x + 3)**), c'est-à-dire on va essayer de mettre en, de mettre en facteur le plus, la plus grande quantité, le le, le terme le plus grand possible, d'accord, mais néanmoins, les trois réponses sont des factorisations qui sont corr, sont des factorisations, on a factorisé, vous comprenez Alors là (**x (6x + 18)**) on a mis x en facteur. Là, (**2x(3x + 9)**) on s'est rendu compte qu'il y avait des facteurs communs, donc j'ai bien aimé qu'on trouve le deux, on l'a pas trouvé tout de suite. On aurait pu mettre le trois aussi, hein, trois x facteur de deux plus six (il le dicte mais ne l'écrit pas au tableau), on aurait pu mettre ça aussi. Donc différentes factorisations, disons que l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le

		plus grand, le nombre le plus grand possible, d'accord. C'est plutôt, je dirai c'est plutôt un usage, car plus tard quand vous factorisez, vous factoriserez, vous essayeriez deee, deeee, ben ça sera pour étudier les équations, donc je dirai, les trois fonctionnent, même si on veut résoudre des équations du genre six au carré plus dix huit égal à zéro, on peut prendre les différentes expressions Mais ce qu'on attend plutôt, c'est de mettre, ce qu'on va privilégier c'est le six x facteur de x plus trois (**6x(x + 3)**)

Ici, **En** propose un arrêt du temps. En disant « *j'avoue, je ne sais pas* », il s'engage comme personne et non plus comme enseignant. Il interprète les trois transformations correctes au début puisque la réponse a une « forme-produit » : «*Les trois factorisations sont correctes, d'accord* » mais un peu plus tard et dans le même tour de parole, il les considère plutôt comme des façons possibles. Il affirme que ces trois réponses sont toutes des factorisations, et il s'apprêtait à dire correctes, mais il y renonce, et reprend son affirmation qu'elles sont des factorisations. Il s'est contenté de dire publiquement que ce sont bien des factorisations, puisque chacune d'elles représente la transformation (ζ) : « *les trois réponses sont des factorisations qui sont corr, sont des factorisations, on a factorisé, vous comprenez* ». Par un jeu de langage, au sein du contrat didactique propre à la factorisation, il demande par « *privilège* » d'aller au plus loin possible en mettant « *la grande quantité* » en facteur. Il n'arrive pas à prononcer le plus grand diviseur commun en disant « *le, le, le terme le plus grand possible* ». Il annonce devant le groupe classe que, aucun texte dans les curriculums ne précise que la factorisation doit être poussée au maximum. Il faut factoriser par le plus grand facteur commun possible, par effet d'« usage », « *l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le plus grand, le nombre le plus grand possible* ». Ceci n'est-il pas une preuve que les enseignants enseignent leur savoir privé d'élèves ou d'étudiants ? **En** évite à chaque fois de prononcer le « PGCD », ou le « plus grand diviseur commun », il tourne son discours au « nombre le plus grand possible ». Par un mouvement qui le replace en position d'analyste de la production des élèves, l'enseignant légitime les productions obtenues « *on a mis x en facteur* », « *j'ai bien aimé qu'on trouve le deux* », etc.
Et à la fin de son discours, pour mettre en évidence la réponse voulue, il parle avec le pronom « on », un « on » qui groupe non pas l'enseignant et les élèves comme dans « *on s'est rendu compte qu'il y avait des facteurs communs* », mais l'enseignant et l'institution « *ce qu'on attend plutôt, c'est de mettre, ce qu'on va privilégier c'est le six x facteur de x plus trois :* ***6x(x + 3)*** ».

Min 18 sec 24

69	**En**	..//.. Mais, on pourrait mettre en facteur douze x aussi, facteur de x sur deux, enfin bon. Je veux dire, on peut mettre le coefficient qu'on veut à la limite

La remarque sur le fait qu'on pourrait tout aussi bien mettre **12** en facteur commun est intéressante à plus d'un titre : elle montre que pour l'enseignant, la factorisation n'est pas ici sous le contrôle d'une théorie comme celle de la divisibilité dans l'anneau des entiers relatifs. Pourtant, l'enseignant n'envisage pas qu'on factorise par $\mathbf{x^2}$ ou $\mathbf{x^3}$ tout aussi bien et « il oublie » qu'on le fera en classes terminales pour démontrer la tendance asymptotique de la fonction : mais alors on ne sera plus dans l'anneau des polynômes, où la question de la divisibilité se pose. On ne peut donc pas « mettre le coefficient qu'on veut » puisqu'on décompose les entiers en facteurs premiers et les monômes en x^n en monômes élémentaires.

Dans ces épisodes, l'enseignant demande aux élèves d'exécuter une tâche dans une situation qu'ils reconnaissent, mais elle leur est devenue problématique par le changement de statut d'un Enseigné à un Enseignant. Les élèves qui ont enseigné, sont étrangers pour la France et le Liban, ils ne sont pas compatriotes, ils agissent correctement, sans comprendre les propriétés désignées par l'action de factoriser par un monôme, par suite des difficultés techniques se posent. Ils ne s'approprient pas le savoir pertinent qui outille leur travail. Ils font ainsi par habitude, et par mémorisation de la table de multiplication. Cette difficulté, nous l'avons trouvée avec le premier enseignant et ses élèves français dans la factorisation au maximum, et elle est en jeu de nouveau dans cette classe avec des élèves étrangers.
Le rapport des élèves à la factorisation semble partout être le même jusqu'à maintenant. Plus tard, nous verrons s'il en est de même pour les élèves libanais.

- **Au Liban**

Nous signalons que nous avons traduit la verbalisation en langue arabe en caractère italique dans tous les corpus des deux enseignants Libanais.

C - Classe de EB8, $4^{ème}$ séance d'enseignement Enseignante EnFL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
20	1 - 47	**Factorisation par un monôme**	L'enseignante passe à la factorisation par un monôme. Elle ne fait ni de rapport idoine entre le développement et la factorisation, ni un rappel sur cette dernière, qui est vue en EB7 (Cinquième). Elle ne travaille pour cette méthode que l'exercice 15 de la page 161, qui est le seul parmi les 65 exercices du chapitre sujet de notre étude. Elle se place du côté du tableau et accompagne l'élève qui travaille au tableau.
25 ; 20	47 - 170	Factorisation par un binôme	l'enjeu de cet épisode est la factorisation par un binôme que l'enseignante introduit à partir de trois exercices 16, 17 et 18 de la page 161. L'enseignante toujours du côté du tableau en situation d'accompagnement, propose aux élèves une manipulation des systèmes d'ostensifs, oraux et graphiques, pour enrichir leur mémoire Elle abuse du langage « ordinaire » pour faciliter l'apprentissage de la factorisation par un binôme, qui est un savoir nouveau. Elle « barre légèrement » le binôme facteur commun, le « chasse » pour le « mettre dehors ».
47 ; 3	171 - 237	Factorisation en utilisant les identités remarquables	L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant les identités remarquables. Cette méthode est introduite à la fin de la séance à partir de l'exercice 19 de la page 160. Le temps restant ne lui permet que de travailler

			les deux premières expressions $\mathbf{x^2 + 4x + 4}$, qui pour certains élèves ressemblent à $\mathbf{a^2 + b^2}$ et $\mathbf{x^2 - 64}$.

Le synopsis marque un manque des vingt premières minutes de cette séance. Nous n'avons pas transcrit cette partie du fait que le travail porte sur le développement.

L'intrigue didactique que nous pouvons construire à la base de ce synopsis est :

La troisième et la quatrième séance ont eu lieu dans la même journée, mais elles ont été séparées par un cours d'histoire. L'enseignante a commencé sa séance par finir la correction des exercices 11 et 12 de la page 160 qui lui restaient de la séance d'avant et qui sont du même type que ceux de la troisième séance (ou première période)[89]*. Elle passe vingt minutes sur ce travail. (Min 20) L'enseignante poursuit le travail sur des exercices. La progression des exercices est : d'abord la factorisation par un facteur commun monôme (n° 15), qui est un savoir ancien. Les élèves passent à tour de rôle, pour corriger une ou deux expressions, accompagnés de leur livre. Et certains du groupe classe, les résolvent individuellement ou par binôme, avant la correction au tableau. Le passage du développement à la factorisation se fait d'une façon « naturelle », comme s'il n'y a eu aucun changement de thème. Le passage aux exercices 16-17-18 de la même page (Min 25) produit un autre changement de thème, mais toujours dans le cadre de la factorisation. Ces exercices portent sur la factorisation par un facteur commun binôme, qui est un savoir ancien/nouveau*[90]*. Ils donnent lieu à une explication de la technique. Pour faciliter la tâche de l'apprentissage, et surtout pour enrichir la mémoire des élèves, elle leur propose une manipulation des systèmes d'ostensifs, oraux et graphiques. Elle ne parle plus en mathématicienne, elle abuse du langage « ordinaire ». Elle « barre légèrement » le binôme facteur commun, puis le « chasse » pour le « mettre dehors ». L'usage d'une identité remarquable (Min 47) est l'enjeu des dernières huit minutes de la séance à partir de l'exercice 19 de la même page. Le temps restant permet de travailler deux expressions seulement :* $x^2 + 4x + 4$*, qui pour certains élèves ressemblent à* $a^2 + b^2$*, ce qui donne lieu à l'explication de la règle du « double produit » qui pose problème. L'étude de* $x^2 - 64$ *(Min 49) fait ressortir une deuxième « règle-élève »* $a^2 - b^2 = (a - b)^2$ *(la première étant* $a^2 + b^2 = (a + b)^2$*).*
Le tableau est utilisé par parties de trois colonnes. Aucune colonne n'est effacée avant que le tableau en entier ne soit plein.

Exercice 15

Nous lisons dans le livre en gros « **Factoriser**
….en reconnaissant un facteur commun
Dans les exercices de **15** à **18**, factoriser chaque expression algébrique proposée»

---

[89] L'objectif de la première période et des vingt minutes de la deuxième, est la correction du devoir du jour p 160 n° 8-9-10-11-12, qui porte sur le développement en utilisant les IRC.
[90] En EB7 (Cinquième), à la fin des exercices d'application, nous avons trouvé neuf expressions à factoriser par un facteur commun binôme. L'enseignante ne sait pas si le prof de la classe de EB7 les a travaillées, certains élèves disent « oui » d'autre « non ».

Min 20 Factorisation de $x^2 + 3x$

1	**En**	Allez-y suivant, le numéro quinze C'est **Na** (il passe au tableau) Donc, **Na**, tu nous fais le quinze, tu nous lis la consigne
2	**Na**	(il écrit : p161 n° 15, puis lit la consigne à haute voix) « Dans les exercices de 15 à 18, factoriser chaque expression algébrique proposée»
3	**En**	Factoriser les expressions, commence
4	**Na**	x deux plus trois x (il écrit en même temps $x^2 + 3x$)
5	**En**	Oui
6	**Na**	Egal, x facteur de, x plus trois (il écrit à la suite = $x(x + 3)$)
7	**En**	Très bien Là, le facteur qui est dans les deux termes, qui se répète, c'est le (elle adresse la parole à Na)
8	**Na**	x
9	**En**	x, alors je le chasse dehors Bien

Dans cet épisode didactique, l'enseignante, en se tenant du côté du tableau qui est « un lieu de travail » à la charge de **Na**, dialogue directement avec lui. Elle fait émerger le travail de factorisation, en partageant le topo avec **Na,** et en faisant des allées et des retours entre des mouvements topogénétiques descendants (« *nous* » TP1), et ascendants (« *commence* » au TP 3). Nous observons un travail individualisé avec l'élève qui est au tableau. Elle lui demande de lire la consigne, qu'elle reprend après **Na** « *Factoriser les expressions* » qui est l'enjeu de cet épisode. **Na** réussit la factorisation de $\mathbf{x^2 + 3x}$. Dans un processus d'institutionnalisation, l'enseignante ne se comporte pas en mathématicienne pour reprendre le travail de **Na**. Elle parle par un langage « ordinaire » avec des mots que les élèves entendent dans leur vie quotidienne. Elle s'appuie sur la visualisation du « *terme* » qui se « *répète* », pour le « chasser » dehors.

Min 21 sec 31 factorisation de $5x^2 + 10x$

9	**En**	..//.. b)
10	**Na**	(il écrit b) $5x^2 + 10x = x(\quad)$ x
11	**En**	Tu as dit par x, et qui encore ? Autre que x, **Na ?**
12	**El**	Madame, c'est le c)
13	**En**	Laissez le Le x, d'accord
14	**Na**	[cinq, cinq
15	**En**	Le cinq, très bien. Donc, c'est cinq x C'est le c) (**Na** a fait l'expression c) à la place de b))
16	**Na**	(il corrige c) à la place de b)) cinq (il ajoute cinq devant le x déjà écrit en facteur, x
17	**En**	Oui
18	**Na**	Plus deux (il écrit $5x(x + 2)$)

Par un ton autoritaire, l'enseignante demande à **Na** de faire l'expression suivante. **Na** visualise le « terme » qui se « répète ». Il veut factoriser par x. L'enseignante, dans un mouvement de régulation, demande de **Na** la recherche d' « *autre que* ***x*** » pour facteur commun à $\mathbf{5x^2}$ et **10x**. L'interaction de **Na** avec l'enseignante est coupée par un élève qui demande la rectification du numérotage de l'expression auquel l'enseignante ne donne pas trop d'importance à l'instant. L'enseignante accepte **5x** comme facteur commun et ne donne aucun contrôle à cette action. Elle exige la factorisation au maximum sans déclarer l'action. Comme si ce savoir « va de soi ». Elle ne parle pas du PGCD qui est dans les programmes libanais, par contre elle le réclame sans le nommer, identiquement aux deux enseignants français.

Min 23 sec 9 Factorisation de $21z – 7z^2$

27	**Ra**	Vingt et un z moins sept z deux (il écrit $21z – 7z^2$)
28	**En**	Par qui tu factorises ?
29	**El**	sept
30	**Ra**	Par sept
31	**En**	Sept et qui encore ?
32	**Ra**	Euh, vingt et un, euh, trois
33	**En**	Donc, le vingt et un et le sept tu les a factorisé par
34	**Da**	Deux
35	**En**	Laissez le (d'une voix autoritaire)
36	**Ra**	Par sept
37	**En**	Par sept, et qui encore, tu
38	**Ra**	z, par sept z
39	**En**	Sept z
40	**Ra**	Facteur de trois moins z (il écrit = 7z (3 – z))

La topogenèse définit l'action de **Ra**, il poursuit la tâche de son camarade. L'enseignante insiste à interagir uniquement avec l'élève au tableau, elle fait taire **Da** qui intervient par une réponse fausse (TP 34). **Ra** réussit de trouver le diviseur commun à **7** et **21** par déchiffrement : **7** c'est **7**, et **21** c'est **3** ´ **7**. Il est loin du monde du multiplicateur « 1 », et aussi de la factorisation au maximum. Il ne pense pas à **z** pour un autre diviseur commun, il ne voit pas « la bête » qui se « répète » et qu'il faut « chasser ». L'enseignante ne tarde pas à réclamer la factorisation au maximum, toujours sans l'annoncer. **Ra** hésite devant les attentes de **En** (TP 36), il ne parle que de **7**, mais il donne la bonne réponse au tour de parole suivant (TP 38). L'enseignante n'analyse pas le problème de **Ra**, puisqu'elle suppose que cette manière de faire est aussi simple que ça. Elle ne fait appel à aucune opération dans la factorisation par un monôme. Elle accepte la réponse sans aucune demande de justification.
A la fin de cet épisode, nous trouvons que l'enseignante combine le langage mathématique, distingué par les ostensifs « facteur » ; « terme », au langage parlant qui est accompagné d'un langage écologique (TP 7, 9), pour que tous les élèves bénéficient du savoir publié. Elle se réfère à deux registres d'ostensifs :

1. le premier ; registre de la trace : « *se répète* » pour dire que le facteur commun doit s'écrire plus qu'une fois dans l'expression.
   Nous nous trouvons devant une question : Si le facteur commun n'est pas apparent
   (visible à l'œil), comment faire ? (Q1)
2. le second ; registre de la gestualité : « *chasse* », ici, l'enseignante parle comme les écologues, elle considère que le facteur commun est une « bête » qu'il faut poursuivre et chasser du lieu où elle n'est pas acceptable.

Du côté des élèves : **Na** non seulement joue le rôle de l'enseignant en lisant la consigne à haute voix pour centrer l'attention de ses camarades, mais aussi, il leur parle par un langage de mathématicien, en utilisant l'ostensif « *facteur* » (TP 6). Son travail dans b), répond à notre question (Q1), il n'a vu que le **x**, il a pris cette tâche au pied de la lettre de **En** : le **x** est le seul qui « *est dans les deux termes, qui se répète* » et il faut le « *chasser* ». De plus, comme enseignant, **Na** tente à diriger l'action des élèves de la classe, en leur décrivant des rapports idoines à des ostensifs. Pour ceci, il se sert d'un couple de parenthèses rondes dont le rôle est d'agréger les quotients de la division par le facteur commun. Par contre, son rapport privé pour la factorisation au maximum manque. Suite à l'accompagnement de **En**, **Na** ne tarde pas à répondre aux attentes de **En** et donne la bonne réponse. Nous retrouvons **Ra** dans le même cas. Par contre, nous avons trouvé que **Ra** a réussi de factoriser l'expression qui suit **($3x^2 + 9x$)**. Cette réussite nous incite à rechercher les causes de la difficulté de la factorisation au maximum chez **Ra**. Nous pensons que

1. l'échec dans la factorisation de ($21z – 7z^2$) est causé par
   - la nature de la lettre,[91] signalons que la lettre **x** est plus reconnue et aussi beaucoup plus utilisée que la lettre z
   - la présence de l'exposant **2** en dernier. L'habitude est de donner des polynômes par ordre décroissant de l'exposant de la variable.
2. la réussite est due à l'analogie. Mais cette dernière idée est à rejeter puisque **Ra** qui est toujours au tableau factorise la dernière expression ($14t + 35t^2$) par analogie à la première. Il ne s'occupe pas du facteur commun lettre apparente, par contre il réussit très bien le facteur commun coefficient numérique.

L'examen des comportements des deux élèves **Na** et **Ra**, nous permet de retracer les connaissances arithmétiques et algébriques sur lesquelles ils s'appuient.

D - Classe de EB8, 2ème séance d'enseignement Enseignant EnL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 107	Correction de l'exercice 1	La consigne demande de trouver, parmi six expressions de « forme-produit », laquelle est la factorisation de $\mathbf{4x^2 – 1}$? L'enseignant accompagne les élèves qu'il choisit pour corriger au tableau. Il propose deux méthodes de recherche « ou bien on factorise,.., ou bien on développe ». Il suit le choix des élèves : le développement. La première procédure à faire, c'est choisir la formule convenable pour développer, puis identifier les termes de la « forme-énoncé » avec les lettres de la formule qui les symbolisent. Il insiste à faire une étape de plus dans le développement des IRC pour éviter l'échec. ; $\mathbf{(2x – 1)^2 = (\ )^2 – 2(\ )(\ ) + (\ )^2}$ (*) Certaines élèves trouvent la même réponse que **No** qui prend la charge du tableau, mais leurs procédures sont différentes ; ou bien elles ont fait la procédure (*) en tête, ou bien elles ont développé par distribution que l'enseignant appelle « vous multipliez la parenthèse fois la parenthèse ». Il fait la remarque qu'il faut retenir les formules des IRC, et les exercices sont le

[91] Abou Raad (2003) a trouvé dans sa recherche, au Liban, sur les difficultés de la factorisation que les exercices de factorisation avec la lettre x sont les plus réussis.

			moyen « ça viendra avec les exercices ».
14 ; 8	107 - 259	Correction de l'exercice 2	Cet exercice est du même type que le précédent, l'expression « forme-énoncé » est **$9x^2$ -12x + 4**. L'enseignant ne change pas de stratégie. Il développe **$(2x – 3)^2 = (a)^2 – 2(a)(b) + (b)^2$**, après identification des lettres avec les nombres qui sont symbolisés, il efface les lettres agrégées par un couple de parenthèses rondes et les remplace par les nombres correspondants. Il fait remarquer aux élèves que la lettre **a** représente le même nombre partout, et de même **b**, suite à la question de **Ca** sur ces symboles.
35	259 - 282	**Correction de l'exercice 3 pp 99** **Factorisation de $5x – 10x^2$**	Le travail de factorisation par un facteur commun monôme se fait par des élèves que l'enseignant choisit. L'enseignant évoque la division pour trouver les nombres qui forment l'assemblage agrégé par un couple de parenthèses rondes de la « forme-produit ». Il fait remarquer que le contrôle de la réponse se fait par développement de la « forme-produit ». A la fin de l'épisode **Je** demande de reprendre le travail, il semble qu'elle n'a pas compris. L'enseignant ne reprend pas, il passe à la deuxième expression. Pour lui l'apprentissage progresse avec les applications.
36 ; 38	282 - 302	**Factorisation de $2x + x^2$**	L'enseignant prend la charge du tableau et s'adresse à **Je** qui repère x pour facteur commun. L'enseignant écrit x( ) et demande de **Je** de remplir le trou. Le non ostensif « division » est en jeu. Il dit « je divise 2x, divisé par le facteur commun x, ça donne ». La « forme-produit » trouvée, **Je** confirme sa compréhension et **Ma** trouve que la factorisation est « facile ».
37 ; 52	303 - 308	**Factorisation de xy + xz et $9y^2 + 3y$**	**Lei** réussit la factorisation de la première expression, et **Ne** provoque un arrêt du temps didactique. Elle demande à l'enseignant si **$5x – 10x^2 = x(5x – 10)$** est une réponse fausse. L'enseignant lui fait remarquer « on cherche le facteur commun, avec les nombres, avec les lettres ». Il camoufle la factorisation au maximum. Il demande le plus grand diviseur commun sans le déclarer. La réponse **x(5x – 10)** est « moitié juste, moitié faux » Pendant ce temps **Lei** finit correctement la factorisation de **$9y^2 + 3y$**.
39 ; 5	308 - 316	**Factorisation de 81ax – 54a**	La charge du tableau est toujours avec **Lei** qui réussit sans aucune difficulté la factorisation de l'expression par un des diviseurs communs (**9a**) de **81ax** et **54a**. L'enseignant l'accepte sans provoquer la factorisation au maximum. L'annonce de **Ri** « doucement » et l'agitation de la classe ont poussé l'enseignant à réinstituer la réponse, toujours avec **9a** pour facteur commun.
39 ; 50	316 - 329	**Factorisation de $16y^2 + 64y$**	**Lei** réussit la factorisation de cette expression. **Ma** trouve toujours que la factorisation est

			« facile ». L'enseignant explique la factorisation. Il questionne les élèves sur le facteur commun « le facteur commun, c'est quoi ? ». Aucune élève n'a pu déchiffrer la question. « Seize » est La réponse. Or l'enseignant optimisait le PGCD pour une factorisation maximale.
41 ; 40	329 - 338	**Factorisation du reste des expressions de l'exercice 3**	La correction des six expressions restantes se fait sans aucune difficulté et rapidement. Toujours la topogenèse définit l'action de **Lei**, et l'enseignant prend la charge de relire la réponse pour la publier.
46 ; 27	338 - 347	Introduction des différentes méthodes de factorisation en précisant les stratégies de la recherche de la méthode convenable	Avant de passer à l'exercice 4 qui parle de la factorisation en utilisant les IRC, l'enseignant expose la manière de penser pour réussir une factorisation. En premier, rechercher un facteur commun, en deuxième utiliser une IRC, et en troisième penser à regrouper les termes de l'expression à factoriser. Il reprend deux fois cette technique pour assurer l'apprentissage.
47 ; 36	347 – 420	Correction de l'exercice 4 de la page 99 Factorisation de $x^2 - 64$	L'enseignant prend la charge du tableau pour l'explication de la factorisation en utilisant les IRC. Il lit la consigne et enchaîne sur une répétition de la manière de penser qu'il a annoncée à l'épisode précédent. Il profite de l'occasion pour rappeler les élèves des trois IRC qu'il écrit au tableau à partir de la « forme-produit » $[(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \ldots)$. Il recherche l'identité correspondante pour factoriser $\mathbf{x^2 - 64}$ par un travail combinatoire de « forme » « on a deux nombres et ici il y a trois » (il parle de $a^2 + 2ab + b^2$). Par contre, le nombre de termes n'est pas le seul indice, il faut avoir des carrés. Il insiste à déchiffrer $\mathbf{x^2 - 64}$ en $\mathbf{(x)^2 - (8)^2}$ avant de l'écrire en produit de facteurs.
56 ; 58	421-432	**Factorisation de $9x^2 - 1$**	L'enseignant insiste à factoriser cette expression bien que la cloche a sonné. Il demande aux élèves de lui dire « quelle formule ? » Et puis il écrit $\mathbf{9x^2 - 1 = (3x)^2 - (1)^2}$ avant de donner la réponse « forme-produit ». Il tient à cette écriture pour ne pas « faire des fautes ».

L'enseignant corrige le devoir du jour (p 99 n° 1, 2, 3, et 4). Il explique les méthodes de factorisation en utilisant les expressions données dans les exercices. Les deux premiers exercices demandent la recherche, parmi six, de l'expression « forme-produit », égale à l'expression « forme-énoncé ». L'exercice trois a pour consigne : « Factoriser en mettant en évidence un facteur commun », et celle de l'exercice 4 : « Factoriser en utilisant une identité remarquable ». Pour les deux premiers, l'enseignant propose deux méthodes : factoriser la « forme-énoncé » ou développer les « formes-produits ». Les élèves choisissent le développement, ce qui n'est pas du tout étonnant. Elles se sentent loin du monde de la factorisation par utilisation des IRC, qui est un savoir tout nouveau. Il fait la remarque qu'il faut retenir les formules des IRC, et les exercices en sont le moyen « ça viendra avec les exercices » dit-il. Pour développer une expression en utilisant une des IRC, il exige des élèves de *suivre la technique suivante : 1) trouver la formule correspondante 2) déchiffrer la « forme-énoncé » selon ce modèle :* ***$(2x - 1)^2 = (a)^2 - 2(a)\ (b) + (a)^2$*** *qui assure la réussite 3) identifier les nombres avec les lettres qui les symbolisent 4) faire le remplacement convenable. (Min 35) la factorisation par un facteur commun est l'enjeu de l'exercice trois. L'enseignant évoque le non ostensif « division » pour trouver les termes de l'assemblage de la « forme-produit » et l'ostensif « PGCD » pour rechercher le facteur commun. Cet ostensif donne des réponses standard. L'étude de la factorisation en utilisant les IRC, qui est de fait l'élément nouveau de la séance, sera engagée suivant l'exercice 4 (Min 47). L'enseignant s'engage dans l'explication d'une manière de penser (voir l'épisode 9, min 46 ;27) pour réussir la factorisation, et dans le rappel des trois IRC, avant de s'engager personnellement dans la factorisation de la première expression de l'exercice, puisque personne n'a de réponse.*

Dans ce qui suit, nous allons interpréter le travail sur la correction de l'exercice 3, la factorisation par mise en évidence d'un facteur commun (tous les facteurs demandés dans cet exercice sont des monômes, mais ceci n'est pas explicité dans la consigne)

Min 35 Correction de l'expression $5x - 10\ x^2$

259	**En**	..//.. (**Ca** a écrit p 99 n° 3 et en dessous **$5x - 10\ x^2 = 5x\ (1 - 2x)$**) On demande de factoriser ici, on vous donne comment ? Il faut trouver le facteur commun Quel est le facteur commun pour cinq x et dix x deux ?
260	**Els**	Cinq x
261	**En**	Cinq x. Donc, lorsque je mets cinq x en facteur, comment je trouve le nombre qui reste ici ? (il montre la parenthèse (1 – 2x))
262	**Els**	**On divise par**
263	**En**	Attendez, attendez, attendez (il adresse la parole à **Ca**)
264	**Ca**	On divise par le facteur commun
265	**En**	On divise le nombre (il montre 5x dans l'expression) par, le, facteur, commun (il montre 5x le facteur commun), ça donne
266	**Els**	Un
267	**En**	[un, moins dix x deux
268	**Ma**	Divisé par cinq x
269	**En**	[divisé par cinq x, *nous donne* deux x, ok Pouur vérifier la réponse
270	**Els**	*On la fait de nouveau*
271	**Sa**	On développe
272	**En**	Si on refait la multiplication, cinq x, fois un
273	**Els**	Cinq x
274	**En**	Cinq x, cinq x fois moins deux x
275	**Els**	Moins dix x deux
276	**En**	[moins dix x deux. Ok, compris ?
277	**Els**	Oui
278	**En**	Qui a des questions ?
279	**Je**	*Peux- tu répéter*
280	**En**	*J'ai pas entendu*
281	**Je**	Monsieur, *peux-tu la répéter ?*
282	**En**	Ok, bon. (Il passe à la deuxième expression pour expliquer à Je)

Dans cette partie **Ca** est choisie pour passer au tableau (élève très bonne selon l'avis de l'enseignant). Elle agit par autonomie, recopie l'expression du livre et la factorise sans rien dire.

L’enseignant ne tarde pas à s’approcher du tableau (topogenèse), et s’adresse à l’ensemble classe, en haussant sa voix pour centrer l’attention des élèves. Il rappelle la consigne de l’exercice en s’adressant aux élèves par « *vous* » (TP 259), puis il établit une interaction orale guidée pour fixer les sous tâches à accomplir, en se posant la question sur l’opération que nécessite la méthode utilisée. Son but est d’apporter l’information mathématique concernant la factorisation en jeu. Il gère l’apprentissage en s’appuyant sur les écrits de **Ca.** Par un mouvement topogénétique descendant, il se comporte en élève ignorant et s’adresse à **Ca** par le pronom « je » pour exposer « sa manière de faire ». Dans un processus mésogénétique, il reprend les dictions de **Ca** en ajoutant l’ostensif « nombre » pour être cohérent avec le langage des mathématiciens, mais il ne tarde pas à perdre cette cohérence en utilisant le verbe d’action « donner » pour désigner le résultat (TP 265)
Il est clair que l’enseignant n’a pas insisté sur la recherche du facteur commun 5x des nombres 5x et $10x^2$, parce qu’il le considère l’effet d’une connaissance pratiquée en EB7 (Cinquième). Par contre, il s’arrête devant l’opération qui recherche le quotient de la division du nombre donné par le diviseur commun. Ce quotient qu’il a qualifié par « nombre qui reste » (TP 261).
Pour renforcer l’autonomie de l’élève, et avant de passer à la deuxième expression, l’enseignant fait appel à la vérification de la réponse au TP 269, en utilisant le non ostensif « multiplication » (TP 272), qui s’oppose à la « division ».
En accepte de reprendre « *Ok, bon* » pour faire comprendre **Je**. Mais il ne l’a pas fait, il passe à la deuxième expression pour l’avancement du temps didactique. Comme s’il voulait dire par cette action que l’apprentissage est en fonction linéaire avec le nombre d’exercices pratiqués.

Du point de vue élèves : **Ca** n’intervient qu’une seule fois, et répond aux attentes de l’enseignant. Sa réponse vient dans un langage qui s’approche de celui d’une mathématicienne : «*divise* », « *facteur commun* » (TP 264).
Je, qui semble perdue, propose un arrêt du temps didactique en demandant à **En** de reprendre l’explication
Les élèves de la classe ont accompagné **En** dans son explication.

Min 36 sec 38 Correction de l’expression $2x + x^2$

282	**En**	..//.. Deux x plus x deux (il écrit b) $2x + x^2$) Tout d’abord, quel est le facteur commun ?
283	**Je**	x
284	**En**	x, donc, j’écris x comme facteur commun. Je mets la parenthèse (il écrit x ( )). Quel est le nombre qu’on va écrire ici ? (il montre la parenthèse)
285	**Els**	Deux
286	**En**	Comment on trouve ce deux ?
287	**Els**	Deux x
288	**En**	Attendez, attendez. Comment on trouve ce deux ? (il adresse la parole à **Je**)
289	**Je**	Deux x divisé par x
290	**En**	Donc, je divise deux x, divisé par le facteur commun x, ça donne
291	**Je**	Deux
292	**En**	Deux. Plus, ensuite le deuxième nombre (il a écrit x(2 +))
293	**Els**	x
294	**Els**	x deux
295	**En**	Comment je trouve ce nombre ? (il montre le trou après le + dans la parenthèse)
296	**Els**	x deux divisé par x
297	**En**	x deux divisé par x**.** x deux divisé par x (il s’adresse à **Je**)

298	**Je**	x
299	**En**	(il écrit dans le trou x, et on lit $2x + x^2 = x(2 + x)$ *On a compris ?*
300	**Je**	Oui, monsieur
301	**Ma**	*C'est très facile*, Monsieur
302	**En**	Continuez (il fait signe à **Lei** de passer au tableau)

Pour l'avancement du temps didactique, et pour assurer la construction des connaissances surtout chez **Je**, l'enseignant influe sur l'action de cet élève et introduit une nouvelle expression où se montre x, lettre très reconnue par les élèves et très utilisée dans les manuels, pour facteur commun.
Le tableau est à la charge de l'enseignant qui passe à l'écrit avec l'oral et tente à diriger l'action des élèves en leur décrivant des rapports idoines à des ostensifs. Pour ceci, il se sert d'un couple de parenthèses rondes dont le rôle est d'agréger les quotients de la division par le facteur commun. Il se trouve obliger de ralentir l'avancée du temps didactique, pour demander à **Je** de coopérer afin qu'elle se rapproche du savoir visé. Dans ces explications, nous nous trouvons face à la division de deux nombres. L'enseignant refuse la coopération de l'ensemble classe et s'adresse uniquement à **Je.**
Au TP 302, nous avons une clôture topogénétique, puisque l'enseignant a considéré que le rapport des élèves et spécialement **Je** à cette factorisation est adéquat.
Il s'abaisse au niveau des élèves et dialogue par le pronom « je », et des fois par le pronom « on » qui le groupe avec l'ensemble classe.

L'ensemble classe était en coopération continue avec **En** dans son explication, **Je** aussi à qui la recherche des termes de la deuxième parenthèse était sa problématique. Elle a tout de suite donné **x** pour facteur commun, par contre, elle n'a répondu à la recherche du **2** qu'après la demande de **En**. Au TP 300, elle confirme son rapport personnel à ce savoir, mais en est-elle sûre ?

Min 37 sec 52 Correction des expressions xy + xz et $9y^2 + 3y$

303	**Lei**	xy plus xz (elle écrit xy + xz)
304	**Ma**	x, parenthèse, y plus z
305	**Ne**	Monsieur, *c'est faux*
306	**En**	(il s'approche de **Ne** qui lui montre sa factorisation pour $5x – 10 x^2 = x(5 – 10x)$ Euh, c'est paaaas le faaaacteur commun. Il y a encore le cinq. On cherche le facteur commun, avec les nombres, avec les lettres, *c'est-à-dire, ce qui est*, cinq x
307	**Ne**	*Ça veut dire faux*
308	**En**	*Moitié juste, moitié faux* (Pendant ce temps **Lei** est passée à l'expression suivante, elle a écrit d) $9y^2 + 3y = 3y (3y + 1)$) Neuf y deux plus trois y, on a dit le facteur commun, c'est trois y, il reste trois y plus un. Efface le tableau (il s'adresse à **Lei**)

Nous attestons, dans cette partie, que l'enseignant se sent en difficulté :

1. de créer une situation didactique pour inférer la factorisation au maximum. Il invite à rechercher le facteur commun : nombre et lettre. Comme si c'est la façon « de faire le maximum », en d'autres termes d'obtenir le plus grand facteur commun possible » sans le déclarer. Il ne donne pas à l'élève le contrôle de son action « *On cherche le facteur commun* » (il peut être un des diviseurs communs et non pas le plus grand diviseur commun)
2. d'évaluer la solution « *Moitié juste, moitié faux* »

La topogenèse, qui est marquée par l'action autonome de **Lei**, se trouve couper par **Ne,** qui arrête l'avancement du temps didactique, et fait un recul sur la première expression **$5x - 10\ x^2$**, elle est en difficulté de manipuler l'ostensif « factorisation au maximum ». « *Ça veut dire faux* » (TP 307) prouve qu'elle est sûre de sa réussite, puisque la transformation (z) fut réalisée.
Au TP 304, on retrouve que **Ma** utilise la parenthèse pour séparer les termes du produit.

Min 39 sec 5 Correction de l'expression 81ax – 54a

308	**En**	..//.. *Allez-y* e) (**Lei** écrit 81ax – 54a= 9a (9x – 6))) Quatre-vingt un ax, moins cinquante quatre a
309	**Ma**	Egal neuf a, parenthèse
310	**En**	Tout d'abord, le facteur commun, entre quatre vingt et cinquante quatre, c'est
311	**Els**	Neuf
312	**En**	Neuf
313	**Ma**	Et entre ax et a, c'est a
314	**Els**	Neuf a facteur de neuf x moins six
315	**Ri**	*Doucement*
316	**En**	*On n'a rien compris* ? (on entend un brouhaha) *Ok, ok, ok* Donc, le facteur commun, on a dit, c'est neuf a, il reste neuf x, moins six

Nous voyons bien dans cette partie un partage topogénétique. L'enseignant, n'assume pas sa « loi » que la transformation (ζ) doit mener à une factorisation au maximum. Il accepte **9,** un des diviseurs communs de **81** et **54,** comme facteur commun à la place de **27**, le plus grand diviseur commun. A-t-il changé de « loi », ou simplement, il s'est trompé ? (Q). Nous allons voir ceci dans le reste du travail. Au dernier TP, il pose la question de compréhension à **Ri.** Par un acte d'autorité, il calme la classe, et réinstitue la réponse qui suivant sa « loi » est à moitié juste.

Lei est encore dans cette partie autonome et travaille correctement. Les élèves de la classe sont accompagnées par **Ma** qui de sa place leur enseigne la recherche du facteur commun. **Ri** semble être en difficulté, elle se comporte en enseignant autoritaire et demande le calme avant que **En** le fait.

Min 39 sec 50 Correction de l'expression $16y^2 + 64y$

316	**En**	..//.. le f (**Lei** écrit f) **$16y^2 + 64y = 8y\ (2y + 8))$**
317	**Ma**	*C'est facile*
318	**En**	C'est déjà le début, *on est au début*
319	**Sa**	Monsieur, *c'est plus facile que le développement*
320	**En**	*On est au début du chapitre*
321	**Ne**	*Ne nous fait pas peur*, Monsieur
322	**En**	Donc, seize y deux, plus, soixante quatre y. Le facteur commun, *c'est*
323	**El**	Seize
324	**Sa**	Seize
325	**En**	Seize. Le facteur commun, *c'est* quoi ?
326	**Els**	Seize
327	**En**	C'est le **PGCD,** n'est ce pas ? *Ça veut dire,* je cherche le plus grand diviseur commun. *Ça veut dire,* seize y, facteur de, y plus quatre (il efface la réponse de **Lei** et écrit en même

		temps qu'il parle 16y (y + 4))
328	**Els**	[seize y, facteur de, y plus quatre
329	**En**	Plus quatre.

Nous remarquons que l'enseignant essaye de réguler les émotions des élèves envers la factorisation, qu'il prévoit « implicitement » difficile dans d'autres situations. Il n'évalue pas les écrits de **Lei**, par contre, il mène une interaction orale, avec le groupe classe, guidée par une unique question « *Le facteur commun, c'est* quoi ? ». Et contrairement à ses attentes, aucun élève ne pense au « PGCD », puisque dans le travail précédent, les réponses à cette question, désignaient la valeur du facteur commun. Nous relevons, ici, un jeu de langage autour des notions de la part de l'enseignant en demandant l'accord des élèves. Le rappel du PGCD de la part de l'enseignant optimise la factorisation maximale. Il est clair qu'il est attaché à la factorisation au maximum par usage de l'ostensif « PGCD ». Ceci explique son comportement dans l'épisode précédent : un « manque d'attention », que les professeurs refusent pour les élèves.

Une fois qu'on recherche le facteur commun, comment pouvons-nous trouver les termes du facteur de la « forme-produit » ? En réponse à cette question, nous allons exposer un épisode pour la même classe, daté d'un jour à l'avant (1ère séance, 2ème activité de rappel)

92	**Sa**	Mets en facteur (elle lit la consigne de la deuxième question)
93	**En**	La première partie, c'était un développement, maintenant, il faut mettre
94	**Naj**	En facteur
95	**En**	En facteur (**Sa** écrit en silence $4x + 8xy^2 + 2x^2y$) Pour mettre en facteur, on commence tout d'abord à chercher quoi ?
96	**Els**	Le facteur commun
97	**En**	Le facteur commun. Quel est le facteur commun ici ?
98	**Sa**	Deux
99	**Els**	Deux
100	**En**	Deux (il regarde la classe d'un regard demandant le reste de la réponse)
101	**Els**	Deux x (**Sa** écrit = 2x( )
102	**En**	Comment on trouve les nombres qui restent à l'intérieur de la parenthèse ?
103	**Nis**	**On divise**
104	**En**	*Oui*, on divise quoi ?
105	**Sa**	Par le facteur
106	**En**	On divise le nombre
107	**En + Els**	Par le facteur commun
108	**En**	*C'est-à-dire* quatre x divisé par deux x, *nous donne* deux Huit y deux divisé par deux x, ça fait quatre

La réponse à notre questionnement se trouve au TP 103, avec **Nis** qui évoque le savoir du non ostensif : la « division ». Signalons que la division, ainsi que la recherche du facteur commun, sont des savoirs anciens qui datent : le premier des classes primaires et le second de la classe de EB7 (Cinquième). En France, la division n'est plus un élément du curriculum. Au TP 108, l'enseignant explicite la division du nombre par le facteur commun, il divise deux monômes dans l'ensemble des réels.

Nous avons étudié la pratique enseignante, des quatre enseignants en une notion bien déterminée, « la factorisation par un monôme $\mathbf{aX^n}$». Nous admettons l'hypothèse suivante : Les effets des pratiques enseignantes diffèrent d'un pays à un autre. Pour confirmer ou non cette thèse, nous allons exposer dans des tableaux à trois colonnes[92] les convergences (Elles seront écrites dans une même colonne) et les divergences des pratiques enseignantes, et dans des tableaux à quatre colonnes les discours des enseignants autour d'une même idée. Rappelons que la factorisation par un monôme est une notion éditée dans les curriculums et enseignée pour la première fois en EB7. Alors que, La factorisation est reconnue en Cinquième pour la réduction des termes semblables des expressions factorisées.

V- 7- I- iii - <u>Tableau comparatif de la pratique enseignante</u>

<table>
<tr><th>EnL</th><th>EnFL</th><th>EnF1 EnF2</th></tr>
<tr><td colspan="3">Ils exigent la factorisation au maximum par analogie à leur apprentissage personnel</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ils interagissent avec les élèves et surtout avec ceux qui sont au tableau</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ils manipulent des ostensifs graphiques</td></tr>
<tr><td colspan="3">La pratique enseignante se distingue par des mouvements chronogénétiques</td></tr>
<tr><td colspan="3">La factorisation est une « manière de faire » dont l'apprentissage progresse avec la pratique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ils tracent les parenthèses rondes vides après le facteur commun, pour les remplir plus tard</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ils poussent les élèves à la factorisation au maximum, sans officialiser cet objet</td><td>Ils poussent les élèves à la factorisation au maximum qu'ils officialisent</td></tr>
<tr><td>L'action de factoriser appelle le plus grand diviseur commun. Il parle de PGCD</td><td>Sa manière de faire la factorisation ne fait appel ni à la divisibilité, ni à la multiplication</td><td>L'action de factoriser appelle le multiple commun (chez l'un d'eux, le plus grand multiple commun)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Discours courts</td><td>Discours longs</td></tr>
<tr><td>La pratique enseignante se distingue par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants</td><td>La pratique enseignante ne se distingue pas, en général, par des mouvements topogénétiques descendants</td><td>La pratique enseignante se distingue par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants</td></tr>
<tr><td>La technique « linguistique » actualise la trilogie fondamentale des interactions didactiques (usage des pronoms personnels je, on, vous)</td><td>Elle ne se sert d'aucun pronom dans son langage, puisqu'elle dialogue avec des phrases courtes.</td><td>La technique « linguistique » actualise la trilogie fondamentale des interactions didactiques (usage des pronoms personnels je, on, vous</td></tr>
<tr><td colspan="2">La question de la divisibilité se pose explicitement dans la technique de factorisation par un monôme.</td><td>Ils n'explicitent pas la division pour la recherche d'un facteur commun. La question de la divisibilité se pose implicitement dans la technique de</td></tr>
</table>

[92] Nous avons fait pour les manuels trois groupes, nous allons faire de même pour les enseignants et les élèves

	factorisation par un monôme. Elle n’est pas déclarée
Ils expliquent la technique de factorisation en commentant les productions des élèves dans les exercices	Ils expliquent un cours avant de passer aux exercices pour avancer l’apprentissage
Le tableau est un « lieu de travail » bien ordonné. Il sert aux enseignants pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public	Le tableau est un « lieu de travail » moyennement ordonné. Il sert aux enseignants pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public
Le tableau n’était ni un « lieu d’écriture », ni un « lieu de savoir ». Aucun cours n’a été enseigné dans cette partie.	Le tableau est un « lieu d’écriture » pour écrire le cours que les élèves doivent recopier sur leur cahier de cours
	Le tableau est un « lieu de savoir ». Les enseignants n’effacent pas le cours pour faire le lien avec le type d’exercices qu’ils proposent de faire en classe
Ils s’attachent aux manuels pour faire des applications et donner des devoirs à la maison	Ils préparent des fiches d’exercices pour faire des applications et donner des devoirs à la maison
L’abus du langage parlé n’est pas trop remarqué	Ils abusent du langage parlé

Il est clair que les pratiques enseignantes divergent plus qu’elles convergent, mais ces divergences sont relatives au travail personnel de l’enseignant. Par contre, dans le cadre de la technique de la factorisation, les quatre enseignants convergent. Ils pratiquent la factorisation de la même manière de faire.
Les enseignants divergent par pays. Une divergence remarquable pour **EnFL**, elle ne suit dans son travail ni le travail libanais, ni le travail français.

Observons dans le tableau ci-dessous le discours commun des enseignants pour l’enseignement de la factorisation par un monôme.

V- 7- I- iv - Tableaux comparatifs du discours des enseignants

Nous allons, dans ce qui suit, exposer des parties de tours de parole tirées des corpus qui ont été analysés plus haut et de ceux qui ne l’ont pas été mais ils sont relatifs à la factorisation par un monôme. Notre objectif de ce travail est de collecter les convergences et /ou les divergences pour pouvoir confirmer ou non notre thèse. Les nombres entre parenthèses désignent respectivement : 1- le numéro de la séance d’enseignement. 2 – le ou les tours de parole. 3- p1 désigne la première période et p2 la deuxième période. La colonne vide signale l’absence d’un discours, pour un des enseignants, similaire aux autres.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Ça viendra avec les exercices (2, 92)	**On va faire maintenant des exemples pour bien approfondir (1, 299)**	**On fera des exercices (3, 117)**	**Qu'on fasse des exercices maintenant, parce qu'il faut s'entraîner (10, 216)** **On va faire des exemples tout de suite** **La partie cours est finie, évidement, évidement tout repose sur les exemples (3, 121)**

Ce tableau montre la convergence suivante : la progression de l'apprentissage est en fonction des exercices d'entraînement. Plus on s'entraîne, plus on mémorise la technique, conclusion : plus on apprend.
Ceci nous permet de dire, la factorisation n'est qu'une pratique routinière sur laquelle se fonde l'enseignement des deux pays. Les exercices sont un moyen pour « *approfondir* » l'apprentissage (**EnFL**), et l'apprentissage « *repose sur les exercices* » (**EnF2**)

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
La factorisation : on a la réponse, on a la forme développée, je veux l'écrire sous forme de produit, ça veut dire, une parenthèse fois une parenthèse (2, 416)		**Alors, factoriser, je pars au début avec une somme, ou une différence. J'arrive à la fin avec un, produit. D'accord, je transforme la somme en une multiplication. Pour transformer une somme, en un produit, je dois, trouver, dans la somme, les, les facteurs qui sont identiques (4, 43)**	**Quand on essaye de factoriser, on essaye de faire apparaître une écriture avec des parenthèses et entre les parenthèses un signe « multiplier» (7, 333)**

EnFL n'a pas parlé de la factorisation par un facteur commun du fait que cet objet de savoir est à la charge de l'enseignant de la classe de EB7 (Cinquième).
Les trois enseignants parlent de la somme et du produit dans des discours différents, mais, tous font le lien entre la factorisation et la multiplication. L'enseignant libanais dit que la « factorisation » est une transformation d'écriture d'une forme développée en une forme produit, il modélise l'écriture « produit de facteurs » par deux assemblages agrégés par deux couples de parenthèses rondes. Pour **EnF1**, « Factoriser » est un départ d'une somme et le bout du chemin est un produit. Ce parcours n'est autre qu'une

« transformation » d'une somme en un produit, elle modélise alors de la transformation (ζ) par un trajet à traverser d'une somme à un produit. Alors que pour **EnF2** « Factoriser » c'est essayer de faire apparaître des parenthèses séparées par le signe (×) (ostensif), qu'il identifie par l'opération « multiplier » (non ostensif).

EnL	**EnFL**	**EnF1**	**EnF2**
Le facteur commun, c'est quoi ? C'est le PGCD Ça veut dire, je cherche le plus grand diviseur commun **(2, 322, 327)**	**Je n'ai pas terminé la factorisation, x moins cinq, facteur de, trois x plus trois** $(x-5)[3x+3]=0$ **(7, 130)**	**Et quand on vous demande de factoriser une expression, le mot sous entendu, mais obligatoire, c'est factoriser le plus possible, factoriser au maximum** **(3, 117)**	**… mettre en facteur le plus, la plus grande quantité, le terme le plus grand possible, d'accord, mais néanmoins, … disons que l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le plus grand, le nombre le plus grand possible (4, 63, p2)**

Ce tableau montre que les quatre enseignants convergent sur la même idée : Il faut factoriser par le facteur commun le plus grand possible. Mais ils divergent dans leur argumentation. **EnF2** hésite sur la nature du facteur commun : devait-il être le plus grand possible ou non ? Il est d'accord de ne pas mettre en facteur le plus grand, mais !!! C'est « l'usage » qui le veut, ce n'est pas lui. Il ne possède pas une explication pour justifier d'où sort la factorisation au maximum, donc il ne prend pas la responsabilité de publier cet objet de savoir.

EnF1 est la seule à parler de la factorisation au maximum par décodage du mot « factoriser ». Elle explique que l'action « factorise » signifie factoriser au maximum et cette action est obligatoire.

EnL parle en mathématicien, il définit le facteur commun par le « PGCD » qu'il explicite aussi en langage verbal. **EnFL** annonce aux élèves « le feu rouge » de l'arrêt. Il ne faut pas s'arrêter à une factorisation partielle, il faut pousser au bout, sans donner une explication.

Nous retrouvons différentes utilisations pour le mot « facteur ». **EnL** l'utilise en « nom commun » pour marquer le PGCD, alors que **EnF1** l'utilise pour désigner le non ostensif « multiplier ». Par contre, **EnF2** par « facteur » désigne l'action de factoriser. **EnF1** n'utilise pas le mot « facteur » dans son discours ici.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$5x - 10\,x^2 =$ $x(5 - 10x)$ x **c'est paaaas le faaaacteur commun. Il y a encore le cinq (2, 306)**	$21z - 7z^2$ **Par qui tu factorises** ?... **Sept et qui encore ?... (4, 28, 31)**	$3x - 6x^2 = 3x(1 - 2x)$ **Tu peux mettre x facteur de, trois, moins six x** (elle écrit $x(3 - 6x)$), **c'est bon, mais c'est pas fini, parce que dans trois moins six x, on a encore trois, ça fait la moitié du travail (3, 189)**	$20x + 2$ **Est ce qu'on peut la réduire encore cette forme là, vingt x plus deux ? est ce qu'on peut l'écrire plus condensée, plus réduite ? (3, 101, 106)**

Nous sommes toujours devant la factorisation maximale. Les quatre enseignants poussent les élèves à prendre pour facteur commun le plus grand possible. **EnF2** parle de « réduire » la forme de la factorisation partielle. Et factoriser au maximum, c'est pour lui, une écriture « *plus condensée* », « *plus réduite* » que la réponse d'une factorisation partielle. **EnF1** évalue la factorisation partielle par un « bon » travail, mais elle n'accepte pas de s'arrêter à ce stade, la tâche n'est pas finie, il faut la pousser au maximum. Les enseignants libanais n'acceptent pas la factorisation partielle, ni l'accomplissement de la tâche en plus qu'une étape. L'élève doit donner la bonne réponse qui correspond à la factorisation au maximum tout de suite, en une unique étape.

Une question se pose : Comment trouver le plus grand facteur commun ? La réponse est-elle dans le tableau suivant ?

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
On cherche le facteur commun, avec les nombres, avec les lettres (2, 306) **Le facteur commun, c'est quoi ? C'est le PGCD (2, 322)**		**Même si vous n'avez pas tout de suite trouvé le plus grand facteur commun possible, eh bien, on peut le retrouver en plusieurs étapes. La technique, de toute façon, il faut tenter à chaque fois, on met quelque chose en facteur, on regarde si à l'intérieur du deuxième facteur on a la possibilité de factoriser davantage, et la différence, c'est qu'au lieu de factoriser en une étape, on factorise en deux, et on arrive de toute façon toujours à la réponse (3, 151)**	**Souvent, les factorisations que l'on vous propose, quand on veut factoriser, on recherche un facteur commun, et une fois qu'on a repéré ce facteur commun, on a une technique qui nous permet de transformer, de transformer l'écriture (5, 1)**

Dans ce tableau, la technique de la recherche du facteur commun diffère d'un enseignant à un autre. Il n'y a pas une technique officielle suivie dans l'enseignement des deux pays, ni par les enseignants d'un même pays.
Pour trouver le facteur commun, il faut rechercher le PGCD explique **EnL**, **EnFL** n'explique pas comment le rechercher, du fait que la factorisation par un facteur monôme n'est pas à sa charge. Pour **EnF2**, le facteur commun est ce qu'on doit repérer, et pour transformer l'écriture il y a une technique de travail qu'il s'abstient de déclarer. Alors que **EnF1** favorise la méthode de tâtonnement, il faut faire plus qu'une tentative, l'important de ne plus avoir la possibilité de factoriser davantage. Elle n'arrive pas à nommer le diviseur commun, elle aussi, elle l'appelle « *quelque chose* », qu'elle mettra en « *facteur* », donc ce nombre sera un des multipliés de la « forme-produit ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$5x - 10x^2 = x(5 - 10x)$ **Moitié juste, moitié faux** (pour la factorisation au maximum) **(2, 308)** $(x + 5)(x^2 - 4)$ **Ce n'est pas faux, mais, ce n'est pas juste. Ceci veut dire qu'on n'a pas la note entière (6, 91)**	$(x - 5)[3x + 3]$ **Moi, je préfère que vous factorisez jusqu'au bout. Ça, à la rigueur, je l'accepte (7, 187)** **Personnellement, c'est mieux pour vous, de faire une factorisation complète (7, 232)**	$21z - 7z^2 = z(21 - 7)$ **Au niveau de l'importance des résultats, au niveau de l'importance des résultats, si la question était sur un point, si vous avez mis, soit simplement z en facteur, soit, simplement sept en facteur, vous avez fait la moitié du travail, donc, vous avez un demi point. Et si vous avez trouvé le facteur commun qui est sept z, là, vous avez le point en entier (5, 13)**	$6x^2 + 18x = x(6x + 18)$ ou, $2x(3x + 6)$, ou $6x(x + 3)$ **Si vous mettez l'une des trois réponses, je vous compterai juste, mais je mettrais une petite remarque** : **« on peut mettre six x en facteur » (4, 69, p2)** **Je veux pas que ça soit factorisé en partie, je veux que ça soit factorisée complètement (7, 596)**

Les enseignants tolèrent la factorisation partielle. Ils pénalisent les élèves par la moitié de la note si leur factorisation n'est pas au maximum. Nous voyons que **EnF1** tranche son règlement personnel : factorisation partielle : moitié de la note ; factorisation au maximum : note entière. Alors que les trois autres enseignants hésitent à obliger les élèves à factoriser au maximum, ils n'ont pas eu le courage d'accepter la factorisation partielle qui se balance entre le faux et le juste, du fait que cet objet de savoir n'est pas officialisé par les programmes, et que les enseignants l'officialisent de leur savoir d'élèves personnel, preuve en est « *personnellement…* » dit **EnFL**.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Pour vérifier la réponse, on refait la multiplication (2, 269, 272)	**Je veux reeedévelopper, pour vérifier qu'on a très bien travaillé (1, 491)**		**Pensez peut-être, mentalement, à vérifier en développant, si vous êtes sûrs d'avoir factorisé (7, 145)**

Trois enseignants sont d'accord pour la technique de vérification : faire le travail dans le sens contraire. Travailler avec la « forme-produit » pour retrouver la « forme-énoncé ». Mais, ils s'expriment différemment. Le langage mathématique n'est pas le même. Une même opération est désignée par le non ostensif « multiplication » et par un ostensif « développement ». Le verbe « vérifier » a sa place dans les trois discours. Il a le même intérêt : vérifier si le résultat de la factorisation est correct.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Je cherche un facteur commun Et lorsque je dis un facteur commun, ceci veut dire, un facteur commun pour tous les termes, ou, pour tous les monômes donnés, n'est ce pas ? (7, 46, 48)	**On sait très bien comment on met en facteur, vous l'avez vu l'année dernière, on va voir comment l'appliquer maintenant (1, 560)**	$3x - 6x^2 = 3x(1 - 2x)$ **Pour pouvoir mettre en facteur, il faut que vous ayez des facteurs communs à tous les termes de la somme**, **Et quand on entend le mot facteur, eh ben on entend, multiplication et trois x, c'est trois x multiplié par un** (elle écrit $3x = 3x \times 1$) **(3, 187)**	**Quand vous voulez factoriser, il faut que vous recherchiez, ce qu'on appelle en langage mathématique, le facteur commun, et si on se réfère au calcul de l'aire, on recherche la dimension k qui est commune aux deux rectangles (4, 15)** **Pour voir une factorisation, il faut que je repère k fois a, k fois b, avec un signe plus ou un signe moins (8, 59, p2)**

EnFL ne prend pas la charge de réexpliquer, aux élèves, une connaissance antérieure, ni de faire un rappel. Elle est sûre qu'ils savent factoriser. Du fait qu'elle s'adresse aux élèves par le pronom « on », qui la groupe avec l'ensemble classe, et comme elle le « sait » alors tout l'ensemble classe « sait » aussi. Elle laisse cette tâche à un travail routinier à partir des applications.

Les trois autres enseignants insistent dans leur explication sur le facteur commun dans des discours différents. **EnL** parle de recherche du facteur commun dans tous les termes qu'ils renforcent par monômes donnés. Par contre **EnF1**, parle de termes d'une somme. Nous nous trouvons ici devant deux définitions différentes qui désignent le même sens, mais qui du côté lexique sont différentes. **EnF2** modélise le travail par la formule **k(a + b)** et par référence au calcul de l'aire d'un rectangle de dimension **a + b** et **k.** Comme la décomposition en facteurs premiers n'est pas au programme français, alors, il utilise le verbe « repérer » pour accomplir cette tâche.

Le mot « facteur » est utilisé par les trois premiers enseignants pour désigner l'action de factoriser, et en plus **EnF1** l'utilise une deuxième fois dans son discours, où il a comme synonyme l'ostensif « multiplication ». Alors que le dernier enseignant, se sert pour parler du diviseur commun. Et comme il ne prend pas la responsabilité de parler de diviseur (la division n'est plus du programme), il transmet la responsabilité au « langage mathématique ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
[2x + 2][-2x + 4] = 2(x + 1)(2)(-x + 2) **Au lieu de laisser, dans ce produit, deux, fois deux On peut écrire égal quatre, x plus un, moins x plus deux** (il écrit = 4(x + 1)(-x + 2)) **(3, 368, 370)**	(4x – 4)(4x + 6)= 4(x – 1) 2 (2x + 3) **Donc, il vaut mieux mettre le terme, le nombre par lequel vous factorisez au début. Je suis habituée à mettre le nombre au début du produit (5, 226, 230)**	(t + 3) 6 (-t – 2) **On n'a pas l'habitude des choses comme ça On préfère mettre les nombres devant** (6 (t + 3) (-t – 2)) **(4, 91, 93)**	(4x – 5) 2<(x + 2) **Le deux on le passe devant puisque c'est des multiplications. Hein, les multiplications, je les fais dans l'ordre (4, 81, p2)**

Nous observons que les quatre enseignants privilègent l'emplacement du monôme $\mathbf{aX^n}$ **/ n = 0** au début des assemblages. Ils donnent des prétextes différents, qui à la fin tombent dans le même bain : la transmission d'un savoir privé, leur savoir d'élèves ; ils écrivent ainsi par habitude.

V- 7- I- v - Conclusion

Dans cette partie nous avons vu que les enseignants divergent beaucoup plus qu'ils convergent dans leur travail. Ils définissent la factorisation chacun à sa façon, sauf **EnFL** qui n'en parle pas, du fait que cet objet de savoir est une connaissance antérieure. Ils se basent sur le plus grand diviseur commun pour rechercher le facteur commun. Les enseignants français ne l'explicite pas sous le nom du PGCD, mais sous le nom de multiplicateur. Il est clair que le langage mathématique leur manque, puisqu'ils sont restés fidèles à leur programme. Ils évitent de parler de « division » et de « diviseur », ce qui les a placés dans l'embarras : « *Factoriser le plus possible* ».
Le lexique mathématique de la factorisation est utilisé par les quatre enseignants dans des sens différents dans un même discours et dans des discours différents. Ils se procurent des définitions personnelles qu'ils publient en classe.
Le travail de factorisation est présenté dans les deux pays comme une « manière de faire », et c'est la pratique qui fait avancer l'apprentissage. Les quatre enseignants enseignent non seulement le savoir institué, mais aussi leur savoir privé d'élèves en exigeant la factorisation au maximum. L'élève qui manque cette étape sera pénalisé. Tous, par habitude privilègent la même présentation pour la « forme-produit » visée. Ils sont aussi tous d'accord que la pratique est le seul moyen pour mémoriser cette technique de factorisation.

V- 7- II - La factorisation par un facteur commun binôme

Nous avons trouvé qu'il est important de signaler que la factorisation par un binôme est une notion :

- nouvelle pour les élèves de **EnL** et les élèves français
- connue et travaillée partiellement en EB7 (Cinquième) pour les élèves de **EnFL**

Nous allons autant que possible analyser, pour les quatre enseignants, des expressions qui présentent le même critère, en d'autre terme qui demandent les mêmes procédures, pour être factorisées.

➢ En France

A - Classe de troisième, 3 ème séance d'enseignement Enseignante EnF1

Le synopsis complet et le récit de cette séance sont à la page 87. Nous avons découpé les épisodes correspondantes à la factorisation par un facteur commun binôme.

43	205 - 226	**Application de la méthode de factorisation 3**	L'enseignante a dénoté par méthode 3 : la factorisation par un binôme de la forme **(ax + b)**. Elle fait passer les élèves à l'expression huit, de la même colonne **5(x + 1) + x(x+ 1).** Elle annonce que c'est une « nouveauté » pour la classe de troisième. Les élèves sont agités. Pour assurer l'apprentissage de cette technique, elle formule le travail une première fois par une modélisation algébrique, en remplaçant **(x + 1)** par a, et une deuxième fois en factorisant **5 × 15 + 3 × 17** pour dire que **(x + 1)** qu'elle appelle « parenthèse » ne se décompose pas.
47	227 - 245	**Explication une deuxième fois de la factorisation par un binôme**	L'enseignante reprend la technique de factorisation de **5(x + 1) + x(x+ 1)** suite à la réflexion d'un élève « je n'ai rien compris ». Elle recommence son explication par factorisation de **3 × a + 4 × a = a (3 + 4)**, et remplace **a** par **(x+ 1)**, en disant que le facteur commun n'est pas une lettre, c'est « l'intérieur de toute la parenthèse ».

L'enjeu de cette partie est la factorisation par un binôme, que l'enseignante a dénoté par méthode 3 dans son cours qui est toujours au tableau. Ce dernier est toujours un « lieu de savoir » et un « lieu de travail ».
Rappelons que les expressions sont tirées d'une fiche d'exercices préparée et distribuée par l'enseignante.

Mi n 43 Factorisation de 5(x + 1) + x(x + 1)

205	**En**	..//.. Allez, vous passez, j'aurai bien le temps de l'écrire, vous passez au numéroooo huit Allez le huit
206	**Pi**	On développe
207	**En**	Non
208	**Pi**	Il faut qu'on factorise ?
209	**En**	Ouieh ! Chuchueh Alors cinq facteur de, cinq facteur de, où est ce qu'il est, de x plus un, plus x facteur de x plus un (elle se dicte la donnée et l'écrit en même temps) Ça, c'est, des nouveautés pour votre troisième, hein !! La chance à ne pas faire, à ne pas faire par un élève de troisième, surtout ne développer pas. Si vous développez, vous ne pouvez pas poursuivre, vous n'arriverez jaaamais à factoriser après ça Alors là, chuchuchuch, les signes « multiplier » sont là (elle trace le signe fois ainsi 5 × (x + 1) + x × (x + 1) (E1)), et le facteur commun, le nombre, la chose, la quantité qui apparaît deux fois, c'est, x plus un (elle souligne dans (E1) x + 1 en rouge), d'accord. C'est x plus un multiplié par cinq, auxquelles j'ajoute x plus un multipliéé par x. Donc, le facteur commun là, c'est x plus un. Est-ce que **An** (elle ne suivait pas

		l'explication) est d'accord ou pas ?
210	**An**	Oui

Dans cet épisode didactique, l'enjeu est la factorisation par un facteur commun binôme. Un savoir nouveau que l'enseignante annonce aux élèves, comme étant une « nouveauté » au niveau de la classe de troisième et s'abstient de le désigner par le nom mathématique correspondant. Elle prend la responsabilité du tableau pour publier ce savoir.
En par un mouvement topogénétique ascendant, en s'adressant à l'ensemble des élèves par le pronom « vous », les fait passer à la huitième expression. Elle se contente d'un « non » et d'un « oui » en réponse à **Pi**. Par un mouvement autoritaire, elle fait calmer la classe. Les élèves sont agités, il semble que cet objet de savoir n'appartient pas à leur monde. Ceci manifeste un comportement qui caractérise leur rapport personnel à la factorisation par un binôme.
Au TP 209, l'enseignante s'adresse à tous les élèves de la classe de Troisième, pour publier une connaissance qui appartient au monde de la majorité des élèves : développer en premier pour répondre à une consigne de factorisation, ne pourra « jamais » être le pont pour une factorisation. Afin d'aider les élèves à agir et pour faciliter l'apprentissage de cette technique, l'enseignante combine le langage parlé avec le langage mathématique pour désigner le facteur commun, il est une « *chose* », « *un nombre* », « *une quantité qui apparaît deux fois* », car elle n'a apparemment pas de terme propre pour nommer « les binômes » qui peuvent être en facteur comme des nombres (Rappelons que les « polynômes » ne sont plus au programme). Elle déchiffre l'expression en mettant en relief des assemblages qu'elle sépare par le signe (×), et ne les agrège pas par des délimitants. Ce signe a un double rôle dans le registre combinatoire, il laisse voir 1) une multiplication, entre un monôme et un binôme, interdit de l'opérer 2) les binômes communs entre les deux assemblages et les monômes qui seront agrégés par un couple de parenthèses rondes après la transformation. Pour la mémoire visuelle des élèves, elle utilise le « soulignant » en rouge pour désigner la « chose » qui se répète deux fois. Pour assurer l'apprentissage, elle reformule le travail par une modélisation familière aux élèves.

Min 44 sec 3

211	**En**	Bon Quand on écrit cinq fois a plus b fois a (elle écrit $5 \times a + b \times a$ (E2)). Ce qui apparaît deux fois, c'est le facteur commun c'est a
212	**Els**	[a
213	**En**	[d'accord, ce qui est écrit deux fois. Là (elle montre (E1)), le signe multiplié entre le cinq et la parenthèse, premier nombre, deuxième nombre, plus, premier nombre, deuxième nombre (elle identifie les termes de (E1) avec ceux de (E2)) Donc, le nombre commun ici, c'est la somme algébrique
214	**Els**	[a

A partir du TP 211, par un processus chronogénétique/topogénétique descendant, L'enseignante s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « on », en se tenant toujours du côté du tableau. Elle substitue le binôme par un monôme à coefficient 1, elle utilise la lettre « a » dans sa généralité, pour montrer ce dont il s'agit, elle formule une expression où « a » sera uniquement le facteur commun. Ainsi, elle fait appel à un savoir ancien - la factorisation par un monôme qu'elle suppose acquis - pour instituer un nouveau savoir, en faisant encore des assemblages séparés par le signe (×).

Elle se focalise encore sur la vision « *ce qui apparaît deux fois, c'est le facteur commun* ».
Au TP 213, elle rapproche les deux modèles en correspondant le monôme « a » facteur commun au binôme (x + 1) facteur commun, qu'elle nomme pour la première fois « *somme algébrique* ».

Min 45 sec 4

215	**En**	[x plus un Attention, on ne peut pas factoriser des bouts de parenthèse Si vous avez, cinq fois quinze, plus, trois fois, dix sept (elle écrit 5 × 15 + 3 × 17), on ne factorise pas le un qui est le bout du nombre On ne peut pas factoriser des morceaux de nombres De la même façon qu'on factorise pas des morceaux de nombres, on ne factorise pas des morceaux de parenthèses C'est tout (elle mime le tout avec ses deux mains en faisant la forme de deux parenthèses) ou rien Donc, le facteur commun, c'est x plus un, et qu'est ce qui nous reste ? Et ben, de mon premier produit, il me reste cinq, et de mon deuxième produit, il me reste
216	**Els**	[x
217	**En**	[x (elle écrit à la suite de (E1) = (x + 1)(5 + x)) Est-ce que ce « multiplier » là, je suis obligée de l'écrire ? (elle montre le signe × dans (E1))
218	**Els**	Non
219	**En**	Non. Donc, la réponse, c'est x plus un facteur de cinq plus x Surtout, surtout, surtout, en troisième ne dé,ve,lopper pas. Il y a, dans quatre vingt dix neuf exercices sur cent, si vous développez vous serez coincés
220	**Ch**	Pourquoi, c'est pas x plus un plus cinq plus x ?
221	**En**	Parce que, si, si, chuchuch, question à **Ch**, si j'avais pas un plus (elle montre le + de (E1) entre les deux termes de l'expression), si j'avais à mul, ti, plier, mon expression, est ce qu'elle fait une somme algébrique ? Elle fait un, elle fait un pro, duit, et est ce qu'on peut factoriser un produit ? Eh ben non !! Eh ben non !!! On ne peut pas factoriser un produit
222	**Ch**	En fait, factoriser c'est mettre euh
223	**En**	C'est transformer une somme, en un, produit. C'est passer du signe somme au signe produit (elle entoure le signe plus de (E1) et trace de lui une flèche jusqu'au signe × qu'elle trace entre (x + 1) et (5 + x)) L'opération qui sort en dernier, c'est la multiplication.
224	**Ch**	Le, le plus
225	**En**	Là, il y a un plus, ce plus qui est là, il vient d'ici (elle montre que le plus de 5 + x vient du plus de 5(x + 1) et x(x + 1)) Oui (elle adresse la parole à **Pi**)
226	**Pi**	Je n'ai rien compris (des fou-rires s'entendent)

Au TP 215, l'enseignante convoque un rapport privé chez certains élèves à la factorisation. Toujours par modélisation, mais cette fois ci, entre le numérique (le 1 dans 15 et 17) et l'algébrique (x + 1), elle donne l'exemple 5 × 15 + 3 × 17 pour instituer que le binôme, nommé « *parenthèse* » dans son discours ne se partage pas en factorisant. Elle fait appel au registre du geste pour renforcer son idée, elle mime le tout en traçant des parenthèses dans l'air.
Le choix du facteur commun étant fait, il faut passer à l'étape suivante. Là, l'enseignante recherche le « reste », mais quel reste ? C'est uniquement le reste qu'on voit, qui est devant nos yeux, qu'on sépare du facteur commun par des parenthèses qui nous passe du signe (×). C'est ainsi que l'enseignante, sans se référer à aucune théorie mathématique, routinise la recherche du facteur commun binôme, afin qu'elle va de soi et ne pose aucun problème aux élèves.

Ch produit une question typiquement chronogénétique (TP 220), qui vient suite à la substitution, par l'enseignante du signe (×) et de l'opération « multiplier » (TP 217), par l'ostensif « facteur » (TP 219), et qui érige vers une deuxième institutionnalisation de la définition de la factorisation (nous rappelons que cette définition a été expliquée au début de cette séance). L'enseignante, qui parle avec le pronom « je » pour raccourcir la distance qui la sépare de l'élève, parle en mathématicienne, « *expression* » et « *somme algébrique* », « *produit* », « *multiplication* ». Elle enroule tous ces mots dans une même phrase qui ne montre pas à **Ch** le bon chemin. **En** témoigne son discours par des ostensifs du registre de la trace : elle retrace le signe (×), entoure le signe (+), et les relie par une flèche. Pour l'avancement du temps didactique, elle cède la parole à **Pi** dont la réflexion ne répond pas à ses attentes et la place dans un arrêt pour ce temps.

Par rapport aux élèves, **Pi** tâtonne l'opération qu'il faut appliquer, la réponse de **En** est « non » pour le développement, donc, il faut faire une factorisation. Ces deux opérations sont les seuls sujets d'apprentissage en ce moment et sont équiprobables. Donc, il est normal si le choix est faux pour l'une, il sera vrai pour l'autre. Il semble être influencé par les parenthèses pour penser au développement. Au TP 226, **Pi** paraît ignorant face à ce travail qui n'est qu'un jeu, et que seul **En** sait le jouer. Preuve en est les « fou-rires » des élèves de la classe, comme s'ils voulaient renforcer la réplique de **Pi**, mais ne veulent pas se montrer eux aussi ignorants.
An ne suivait pas l'explication, il semble qu'elle pense que l'enseignante développe une activité « inutile » - soit parce qu'elle n'apprend rien, soit parce qu'elle pense que cette question ne sera pas posée au Brevet.
L'ensemble classe, répond aux attentes de **En,** les élèves trouvent « a » pour facteur commun à 5 × a + b × a. Mais, ils ne trouvent pas le lien entre « a » et (x + 1), ils répondent encore une fois « a » au TP 214.
Ch semble perdue dans ce jeu de combinatoire. Dans la « forme-énoncé », elle ne voyait qu'un seul signe : la « croix » qui sépare l'*amont* x(x + 1) de l'*aval* 5(x + 1). Puis elle se trouve devant un signe (×) qui sépare x de (x+1) et 5 de (x + 1). Et avec la « forme-produit », elle voit uniquement la « croix ». Qu'est ce qui se passe ici ? Où sont allés tous ces signes, et pourquoi il y a deux couples de parenthèses rondes qui agrègent x+ 1 et 5 + x, sans aucun signe entre eux ? Elle essaye de faire le lien de ce qui est devant ses yeux et la définition publiée par **En,** mais cette dernière lui fait rater l'occasion.

Observons dans ce qui suit comment l'enseignante va reprendre l'explication de la factorisation de 5(x + 1) + x(x + 1) suite à la réplique de **Pi** « je n'ai rien compris ».
Min 47 L'enseignante reprend l'explication sous la demande de Pi

227	**En**	Chuchuchu, alors !! On recommence Si on a, trois fois a, plus, quatre fois a (elle écrit 3 × a + 4 × a), dans l'expression qui est là, on cherche, le, facteur, c'est-à-dire le nombre de la multiplication, qui est commun à tous les morceaux de ma somme, oui ?
228	**Pi**	Oui
229	**En**	Oui, là, le nombre commun, c'est a Donc, là, le nombre commun, tu le mets en facteur, et dans ta parenthèse, tu recopies ceux qui restent (elle écrit en dessous a(3 + 4)), ça va
230	**Pi**	Oui, j'ai compris
231	**En**	Bon Et bien ici, c'est exactement le même principe, mais la seule chose qui change, c'est ce qui est commun, ce n'est pas un vrai nombre, ce n'est pas quasiment une lettre, ce qui est

		commun c'est l'intérieur de toute la parenthèse Ce qui est écrit deux fois, c'est x plus un, c'est une somme algébrique Ce que tu retrouves dans tous les termes de ta somme algébrique, c'est, x plus un Donc, cette fois ci, ce qui doit être mis en facteur, c'est x plus un, et quand on l'a mis en facteur, dans la deuuuuxième parenthèse, dans le deuuuuuuxième facteur du produit, on met tout ce qui n'est pas facteur commun

L'avancement du temps didactique est arrêté par l'intervention de **Pi** « je n'ai rien compris ». L'enseignante, prend la tentative du changement du rapport institutionnel de cet élève, et peut être de plusieurs autres qui se cachent dans le noir. Mais avant de commencer son discours, elle se trouve obliger de faire taire les élèves agités, soit par ce qu'ils ne comprennent rien, soit par ce qu'ils ne voient pas l'utilité de ce travail.

L'enseignante s'engage dans une situation de répétition pour faire connaître aux élèves la recherche du facteur commun binôme. Tantôt elle se place du niveau des élèves de l'ensemble classe et dialogue avec le « on », tantôt elle reprend son rôle d'enseignante et s'adresse uniquement à **Pi** par le pronom « tu ». Elle modélise la technique de factorisation tout en masquant les tâches qui répondent à la manière de faire. Elle utilise le même modèle qu'avant ($3 \times a + 4 \times a$), elle le décrit ainsi : c'est un ensemble de morceaux à sommer. De ces morceaux, il faut retirer le nombre commun, le mettre en facteur, puis grouper le reste dans une même parenthèse.

Après le « *Oui, j'ai compris* » de **Pi**, elle retourne à l'expression, « forme-énoncé », et modélise le binôme facteur commun qui n'est plus « *un vrai nombre* » ; qui « *n'est pas quasiment une lettre* » ; c'est « *l'intérieur de la parenthèse* » qui est « *une somme algébrique* » qui est « *écrit deux fois* ». Elle nomme par « *facteur* », « *la parenthèse* » lieu de « *tout ce qui n'est pas facteur commun* » (TP 231).

Min 49 sec 30

243	**En**	Alors, je recommence Alors, le nombre qui était en commun, normalement en facteur, ce qui revient à chaque fois, chuchuchu, ce qui revient à chaque fois, c'est, le x plus un. Il est écrit ici, il est écrit là (elle travaille sur (E1)) C'est un facteur de tous les termes de ma somme, c'est un facteur de tous mes petits produits Puisque, c'est un facteur qui prend garde dans tous mes petits produits, c'est le facteur commun
244	**Ax**	Après, après, on peut pas développer ?
245	**En**	Après, tu peux redévelopper, tu peux redévelopper Seulement, attention à ça, si on vous demande de factoriser, on y est **Ch** et **Au**, si on vous demande de factoriser, si vous avez tout factorisé, si vous êtes arrivés là (elle montre (x + 1)(5 + x)), et si vous redéveloppez, alors, vous avez gagné tous les points et vous reperdez ces points (elle s'adresse à **Ax**) Si on te demande de factoriser, ta réponse, elle doit être une réponse factorisée, et si on te demande de développer, ta réponse doit être développée

L'enseignante a pensé que par une répétition avec un langage du quotidien mélangé au mathématique, elle fait sortir les élèves de la difficulté. Mais il semble, qu'elle se trompe. Preuve en est, le TP 243, où elle recommence, pour la troisième fois, l'explication de la méthode de factorisation par un binôme, mais cette fois elle renforce son discours par le langage mathématique. En réponse à **Ax** qui veut développer la « forme-produit » (il semble qu'il n'a pas encore personnalisé l'objet du savoir de la factorisation), elle cible le point le plus sensible chez les élèves « la note »». Après avoir fait la transformation (ζ), développer la réponse « forme-produit » est pénalisé par la perte de la note entière.

<u>Quatrième séance d'enseignement</u>
<u>Enseignante EnF1</u>

<u>Synopsis de la séance</u>

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0		Projet de progression du travail	L'enseignante écrit au tableau, sans rien dire, les devoirs à faire pour les deux prochaines séances. Puis, passe dans ses écrits au projet de progression du travail jusqu'à les vacances de Noël[93], elle désigne le passage par ordre des chapitres qui suivront. Elle explicite tous ses écrits et ramasse les DM.
8	1	Présentation du travail du jour	L'enseignante demande des élèves de prendre leur cahier de cours où ils font les exercices de la fiche. Elle leur rappelle la colonne sur laquelle ils travaillaient avant les vacances. Elle annonce que l'expression qui l'intéresse de la partie restante est l'expression 10. Elle essaye de calmer la classe, qui est agitée, d'une façon loin d'être pour un enseignant « Chchch, s'il vous plait ».
11 ; 9	1 - 21	**Factorisation de l'expression 10 (2a – 5)(4a -3) – (2a – 5)(3a – 1)**	L'enseignante écrit l'expression 10 au tableau, et commence son discours par un rappel de la définition de « factoriser ». Puis expose les étapes de factorisation. Elle déchiffre la « forme-énoncé » en créant des multiplicateurs avec le signe ($\times$). Elle s'arrête une première fois devant le besoin d'utiliser deux signes délimitants : les parenthèses rondes et les crochets ; et une deuxième fois devant la nécessite de réduire les termes du second assemblage. Et à la fin, elle fait remarquer aux élèves qu'il faut être sûr qu'il n'y a plus rien à faire, et surtout ne pas développer la « forme-produit ».
15 ; 40	21 - 99	**Factorisation de l'expression 11 2(3t – 1)(t + 3) – 3(t + 3)(4t + 1)**	L'enseignante invite les élèves à l'accompagner. Elle garde la tâche du tableau et trouve la première « forme-produit » tout en interagissant avec l'ensemble classe. Elle se trouve embêter de reprendre l'explication à la demande de **Pi**. Elle le fait en recherchant les facteurs « identiques ». Elle assume que la première écriture de la « forme-produit est une factorisation, mais le travail ne s'arrête pas à ce stade, il faut simplifier le second assemblage. Elle fait remarquer aux élèves que si la réponse est (t + 3)(-6t – 12), il ne faut pas

93 Après chaque congé scolaire, l'enseignante fait écrire aux élèves sur un cahier la progression du travail jusqu'aux prochaines vacances. Rappelons que cette séance est la première après les vacances de la Toussaint.

			s'arrêter à cette réponse, il faut pousser la factorisation au maximum et écrire la réponse finale dans cet ordre : 6(t + 3)(-t -2).
28 ; 26	99 - 242	Factorisation de l'expression 12 (5v – 2) + 4(2v + 1)(5v – 2) (cet épisode est étudié dans le chapitre VI, p. 358)	L'enseignante calme la classe bruyante avant de commencer la factorisation de l'expression 12. Puisque l'expression est une somme, alors elle peut factoriser, et pour ceci, il faut trouver un facteur commun. Elle définit pour la première fois un « facteur ». Pour faire apparaître « 1 » multiplicateur de (5v – 2), elle parle de 4 qui est le résultat de la multiplication de 4 par 1 pour faciliter la compréhension. Elle garde le même langage que précédemment « morceau », etc. Elle parle de la commutativité d'une addition sans nommer la propriété.
45 ; 7	242 - 297	Factorisation de l'expression 13 $(x + 3)^2 – (x + 3)(x + 1)$	Le temps restant est cinq minutes. L'enseignante se dépêche pour finir l'expression 13 avant la sonnerie de la cloche. Elle ne change pas de discours tout le long de la factorisation. Avant de sortir de la classe (la cloche a sonné) elle demande aux élèves de coller la dernière colonne sur leur cahier de cours.

Sur la base de ce synopsis, la construction du récit de l'intrigue didactique de la factorisation par un binôme est possible.

L'enseignante donne les devoirs des deux prochaines séances, la progression du travail à gérer jusqu'à les vacances de Noël, puis ramasse le DM. (Min 8) présente le travail du jour. (Min 11) Elle se charge du tableau pour factoriser l'expression 10. Elle commence par un rappel sur ce qu'elle appelle « les principes de la factorisation ». Elle fait remarquer aux élèves qu'il faut réduire le second assemblage de la première « forme-produit ». L'écriture du transformé doit être sous la forme la plus simple possible. Elle informe les élèves qu'ils perdront la note entière s'ils développent la « forme-produit ». (Min 15) L'enseignante choisit à travailler l'expression 11. Le déroulement du travail est pareil que celui de l'expression 10. Suite à l'annonce d'un élève n'avoir « rien compris », l'enseignante s'engage dans une deuxième explication. Avant de passer à une nouvelle expression, elle évoque la question de la factorisation maximale en proposant la réponse (t + 3)(-6t – 12) à la place de (t + 3)(-6t – 5). Elle explique l'associativité de la multiplication sans nommer cette opération, qui est absente du programme depuis un long temps. Elle clôt cet épisode par une de ses préférences : écrire la réponse finale sous la forme suivante : 6(t + 3)(-t – 2). Elle passe à l'expression 12 (Min 28) où le nombre « 1 » apparaît comme multiplicateur. Au cours du travail, elle définit le terme « facteur ». Elle parle de la commutativité de l'addition sans prononcer le nom de la propriété qui n'est plus au programme. La classe est trop bruyante, il semble que les élèves ne comprennent pas où les mène ce travail ?

Min 11 sec 9 Factorisation de l'expression 10 : (2a – 5)(4a – 3) – (2a – 5)(3a – 1)

1	**En**	../.. Alors, voilà (elle écrit (2a – 5)(4a – 3) – (2a – 5)(3a – 1)) Rappel, rappel des principes de factorisation. Factoriser une somme, c'est transformer cette somme en, un, produit Pour pouvoir factoriser il faut trouver dans chaque terme de la somme, un, facteur, commun.

		Ici, le facteur commun, ça va être lui-même une somme algébrique Si vous regardez, les expressions entre parenthèses. Avant le signe moins et après le signe moins on retrouve la même, petite somme algébrique. Avant le signe moins et après, on retrouve deux a moins cinq. Ce qui veut dire que cette somme algébrique, deux a moins cinq, que multiplie, quatre a moins trois (elle trace le signe ($\times$) entre les deux parenthèses), moins deux a moins cinq que multiplie trois a moins un (de même elle trace le signe ($\times$) entre les deux parenthèses), et mon facteur commun, c'est, deux a moins cinq (elle souligne (2a – 5)). Facteur, parce que chaque terme de la somme est, lui-même, le résultat d'une multiplication. Donc, chaque nombre, est un facteur. Et donc, le, facteuuur commun, est deuuuux a moins ciiinq, et ce qui va me rester, ça va être quatre a moins trois, moins, trois a moins un (elle écrit en même temps qu'elle dicte. Nous lisons : $\underline{(2a-5)} \times (4a-3) - \underline{(2a-5)} \times (3a-1) = (2a-5)[(4a-3)-(3a-1)]$ (E)) Et pourquoi, cette fois ci voit-on apparaître des crochets ?

L'enseignante est maître du tableau, elle commence son discours, en activant la mémoire didactique des élèves, par un rappel sur les « *principes de factorisation* ». Elle rappelle la définition de « *Factoriser* », puis explicite la manière de faire par un langage de mathématicienne en utilisant « *terme* », « *multiplie* », « *somme algébrique* ». Dans un travail de combinatoire, elle annonce aux élèves que le facteur commun est une « *somme algébrique* » qu'il faut rechercher, par la vue, avant et après le signe moins. Elle se sert des ostensifs graphiques et langagiers pour faciliter la tâche aux élèves, elle souligne le facteur commun et trace les signes ($\times$) qu'elle explicite par le terme « *multiplie* ». Le choix du facteur commun étant fait, elle écrit les « restes » entre deux crochets. Quand elle finit ses écrits, elle questionne les élèves sur la présence des crochets qu'elle a fait « apparaître » dans la réponse. Signalons, qu'elle parle des crochets et non pas d'un crochet, comme si pour dire aux élèves que les crochets vont en paire, pour l'ouverture et la fermeture.

Min 12 sec 48

2	**Ti**	Il y a, il y a
3	**En**	Il y a des fois des parenthèses, donc, il faut mettre un étage de plus, alors vous pouvez mettre des grandes parenthèses, si vous voulez. Mais il faut faire apparaître, le deuxième facteur de mon produit. Donc, entourer mes expressions entre parenthèses, deux parenthèses ou deux crochets **La**, est ce que la situation se décante tout doucement ? (**La** paraît perdue)
4	**La**	Oui
5	**En**	Alors, quand vous avez fait ça, vous avez effectivement, factorisé. Seulement, est ce que cette expression là (elle montre (E)), est écrite sous la forme la plus simple possible ?
6	**Els**	Non
7	**En**	Non. Donc, on va maintenant, simplifier, l'intérieur du crochet, surtout on ne fait pas les multiplications, on simplifie le deuxième facteur Donc, ça va nous faire (elle écrit en même temps qu'elle parle), deux a moins cinq, ne pas oublier de recopier le facteur commun, facteur de, et là, pour simplifier ce qui est là (elle montre [(4a – 3) – (3a – 1)] (E1)), qu'est ce que je fais comme opération entre mes deux petiteeees, sommes algébriques ? une multiplication, une addition, une soustraction ? (4 sec d'attente, pas de réponse) Entre ça et ça (elle montre (4a – 3) et (3a – 1) dans (E1))
8	**Liz**	Eh, ben une soustraction
9	**En**	[une soustraction, hein Euh (on entend des rires) Non, mais c'est tellement simple, il y a toujours des élèves qui à un moment se trompent Alors, j'enlève les parenthèses. Ici, j'aurai quatre a moins trois, parenthèse précédée d'un signe moins, donc, moins trois a, et puis, moins suivi de moins
10	**Ti**	Plus
11	**En**	Plus, donc plus un (elle a écrit en même temps qu'elle parlait

		(E1) = (2a – 5)[4a – 3 – 3a + 1]) Ce qui vous fait, deux a moins cinq, facteur de, je compte, quatre a moins trois a
12	**Els**	a
13	**En**	Donc a, et puis, moins trois, plus, un
14	**Els**	Moins deux
15	**En**	Moins deux (elle a écrit = (2a – 5)(a – 2) (E2)) Bon, alors là, on a pratiquement terminé Il faut toujours vérifier que, dans l'expression qu'on trouve ici (elle montre (E2)), on ne peut plus rien mettre en facteur. Dans a moins deux, est ce que je peux encore trouver quelque chose à mettre en facteur ?
16	**Els**	Non
17	**En**	Non. Donc, ici, j'ai fini. Mais il faut toujours s'en assurer avant de passer au calcul suivant
18	**Pi**	On peut développer ?
19	**En**	On ne développe pas. Surtout ne développez pas. Si on vous demande de factoriser, et si vous terminez par une expression développée, vous perdez tous les points que vous avez accumulés, parce que vous ne répondez pas à la consigne de l'exercice. Même si, à la ligne d'avant, vous avez fait une factorisation parfaite, il ne faut pas répondre par, par une expression qui est développée Bon, allez le suivant, le onze

Pour l'avancement du temps didactique, l'enseignante ne donne pas le temps à **Ti** pour répondre à la question. Elle prend toujours la charge de la publication du savoir, elle s'adresse aux élèves par le pronom « vous ». Elle se sert du mot « étage » qui n'est doué d'aucun sens mathématique pour désigner des assemblages. Mais, elle laisse le choix aux élèves de choisir les délimitants séparateurs qu'ils veulent : crochets ou parenthèses. L'important pour elle, c'est, de bien séparer les facteurs du produit. Elle parle des délimitants séparateurs au pluriel pour dire que les délimitants sont par couple, un pour ouvrir et un pour fermer.

La transformation (ζ) étant finie, la « forme-produit » est sous les yeux, mais le travail n'est pas fini. Là, l'enseignante se sert d'un langage mathématique connu par les élèves « *simplifier* », mélangé au langage parlé « *l'intérieur du crochet* », (TP 7), pour dire qu'il faut réduire les termes semblables, et « *on ne fait pas les multiplications* », pour dire qu'il ne faut pas développer. Elle reste en interaction avec l'ensemble classe en le questionnant, mais, les élèves ne répondent pas à chaque fois à ses attentes. Elle se trouve obliger de préciser ce qu'elle veut, comme c'est le cas au TP 7 « *entre ça et ça* ».

Par un mouvement topogénétique ascendant, elle combine les deux langages, parlé et mathématique pour alléger son discours, et avec le pronom « je » pour raccourcir la distance qui la sépare des élèves, elle expose la manière de faire pour simplifier le second facteur, « *j'enlève les parenthèses* », « *je compte* ».

Il est bien clair que l'enseignante a mis plus de temps sur les étapes de travail qui suivent la factorisation que sur l'étape de factorisation elle-même, qu'elle a routinisé par une pratique de faire.

Au TP 19, l'enseignante répond en public à la question de **Pi** en s'adressant à l'ensemble classe par le pronom « vous », en ciblant le point le plus sensible chez l'élève « la note », qu'il perdra en cas de finir le travail par une « forme-développée » et non pas par « une forme-produit ».

Du point de vue élève, **Ti** a tardé à s'exprimer. **La** se retrouve perdue du fait que **En** était « speed » dans son explication. Elle essaye de la suivre, mais elle n'arrive pas. Elle répond par « *oui* » pour lui faire plaisir.

« *On peut développer* ? », cette question se pose encore une fois depuis le début du travail sur la mise en évidence d'un facteur commun binôme. Il semble que certains

élèves n'ont pas encore personnalisé l'objet du savoir de la factorisation, ni la remarque faite par l'enseignante un peu avant, preuve en est **Pi** (TP 18).
Les élèves de la classe interagissent avec **En**, et seul **Liz** a pu répondre aux attentes de **En** qui a explicité sa question.

Min15 sec 40 Factorisation de l'expression 11 : 2(3t – 1)(t + 3) – 3(t + 3)(4t + 1)

21	**En**	../.. Allez le onze. Deux, facteur de, trois t, moins un, facteur de, t plus trois, moins, trois, facteur de, t plus un, facteur de quatre t plus un (elle écrit en même temps qu'elle parle 2(3t – 1)(t + 3) – 3(t + 3)(4t + 1) (A)) Bon, maintenant, ça va commencer, hein, votre tour à travailler Alors, là dedans, dans cette somme algébrique là (elle montre (A)), quel est le facteur commun aux deux termes de la somme algébrique ?
22	**As**	t plus trois
23	**En**	t plus trois. Donc, celui qui va être en facteur c'est, t plus trois (elle écrit sous (A) = (t + 3) [ ). Qu'est ce qui nous reste ? Du premier terme de la somme, il nous reste, deux, facteur de
24	**Els**	[t moins un
25	**En**	[t moins un. Et du deuxième terme, il reste, moins trois, facteur de quatre t plus un. Tout ce qui n'est pas facteur commun, je le mets à l'intérieur des crochets (elle a écrit sous (A) = (t + 3)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)] (A1)) Ça va ?

La topogenèse ne libère pas l'enseignante de la tâche, bien qu'elle donne le tour aux élèves pour participer. Elle s'engage dans une situation d'accompagnement pour faire connaître aux élèves la mise en évidence d'un facteur commun binôme, et le « reste ». Ce reste qu'elle identifie par « *tout ce qui n'est pas facteur commun* », qu'il faut agréger dans un autre assemblage et le séparer du premier, à savoir le binôme facteur commun, par un couple de délimitants crochets.
Sa question « ça va », nous laisse penser qu'elle était consciente de la présence de certaines difficultés chez les élèves, que nous allons voir dans le reste de cet épisode didactique.

Min 17 sec 15

26	**Ax**	Madame, dans les parenthèses, il y a trois t et quatre t, on ne peut pas mettre trois t en facteur ?
27	**En**	Attend, j'ai pas compris
28	**Ax**	Il y a un trois t
29	**En**	Oui
30	**Ax**	Et puis, il y a un, un quatre t. On peut mettre quatre t, trois t en facteur ?
31	**En**	Eh, ben, non. Puisque si tu avais, euhhh, si tu as, hein !! Si tu as trente cinq moins dix, moins, euhhh, quarante cinq foiiis, foifoifois, je ne sais pas quoi ? Sept (elle écrit dans le coin à gauche de (A), 35 × 10 – 45 × 7), ton facteur commun, tu peux pas dire je vais prendre le trois qui est ici (elle met le doigt sur le 3 de 35), et le quatre qui est là (elle met le doigt sur le 4 de 45), hein. Le, trois t et le, quatre t ce sont des morceaux d'un nombre. Ce sont des morceaux d'un nombre, trois t et quatre t, et on peut pas mettre un morceau de nombre en facteur. C'est tout le nombre, d'accord
32	**Ax**	Oui
33	**En**	Donc, là, tu peux pas dire, j'ai trois t, j'ai quatre t, je vais mettre, trois t en facteur. Non
34	**Ax**	Mais c'est un nombre
35	**En**	Oui, mais après trois t'a pas, un multiplié, t'as plus, ou, moins, et après quatre t, t'as plus, ou, moins.
36	**Ax**	Alors, on ne prend qu'un

37	**En**	Voilà, on prend un, fac, teur. C'est-à-dire, un nombre entouré, ou si c'est le premier juste suivi d'un signe multiplié.
38	**Ax**	On prend le deux qui est avant
39	**En**	Le deux qui est avant (elle parle à voix très basse) Eh ben, si j'avais, deux ici (elle montre du doigt dans (A) le 2), et quatre là (elle montre du doigt dans (A) le 3), je pourrais mettre deux en facteur, parce que, entre le deux et ce qui suit, j'ai un multiplié. Donc, deux, à lui tout seul, c'est bien un facteur. Tandis que, trois t moins un, trois t, c'est pas un facteur, trois t, c'est un morceau de facteur. Mon facteur, c'est trois t moins un en entier, et là, c'est tout, ou, rien C'est un peu plus clair ?
40	**Ax**	Oui

L'avancement du temps didactique est arrêté par l'intervention de **Ax** (TP 26). L'enseignante lui répond, non pas comme professeur, mais comme élève, en disant « *j'ai pas compris* ». Elle accompagne **Ax** dans sa question, et ne tarde pas à retrouver sa position d'enseignante. Elle s'adresse uniquement à **Ax** par le pronom « tu ». Par un rapport à des objets du domaine numérique, $35 \times 10 - 45 \times 7$, elle essaye de fonder un rapport personnel pour **Ax** à la factorisation par un binôme. Il a semblé à l'enseignante que cette modélisation est pertinente et elle simplifie l'apprentissage. Mais, contrairement à ses attentes, la réplique d'**Ax** que trois t est un nombre, lui a montré que cette modélisation n'a produit aucune efficacité. La réaction de l'enseignante se voit dans la reformulation de son discours, afin de progresser l'apprentissage.
Aux TP 36 et 38, nous voyons que le discours d'**Ax** n'est pas du tout compréhensible, Il visait quelque chose, mais l'enseignante ne lui donne pas le temps pour s'exprimer.
Au TP 39, par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignante diffuse la méthode de travail par le pronom « je ». Elle est consciente que ce savoir n'est pas publié parmi tous les élèves, pour cela elle pose la question « c'est un peu plus clair ? »

Min19

41	**En**	Bon, allez. Alors, **Pi**, ça coincé où ? (**Pi** avait l'air perturbé)
42	**Pi**	Vous pouvez répéter ?
43	**En**	Oui, [inaudible], mais, le répétons encore une fois qui me, qui m'embête Alors, factoriser, je pars au début avec une somme, ou une différence. J'arrive à la fin avec un, produit. D'accord, je transforme la somme en une multiplication. Pour transformer une somme, en un produit, je dois, trouver, dans la somme, les, les facteurs qui sont identiques. Qu'est ce que c'est qu'un facteur ? C'est un des nombres qui apparaît dans une multiplication. Chaque morceau de la somme, chaque morceau de ma somme, que ça soit ici, ou que ça soit là (elle montre les deux termes de (A)), chaque morceau, c'est lui même le résultat d'une multiplication. ça, ça, c'est le résultat d'une multiplication (elle montre les deux facteurs du premier terme de (A)), ça, c'est le résultat d'une multiplication (elle montre les deux parenthèses du second terme de (A)) Dans chacune de ces multiplications, je dois trouver un nombre, qui est le, même. Ça va
44	**Pi**	Oui
45	**En**	Bon, alors, nombre qui est le même, ici, si je regarde, ce qui est écrit deux fois, c'est t plus trois. Ce nombre qui est le même, je le mets, en, facteur, c'est-à-dire, je vais dire que c'est le premier nombre de ma multiplication finale (elle ajoute le signe ($\times$) entre (t + 3) et le crochet dans (A1)). Je transforme une addition, en une multiplication. Ma multiplication, elle aura deux termes, enfin, terme n'est pas le mooot exact, elle, ce sera une multiplication de deux nombres, l'un par l'autre. Le premier de ces deux nombres, c'est celui, qui apparaît partout Ça va un, peu, mieux (**Pi** fait signe oui de tête) Bon. Alors, celui qui apparaît partout, je le mets devant, et puis le reste, eh bien, tout ce qui reste, tout ce qui n'est pas ce, facteur commun (elle montre (t + 3) dans (A1)), c'est ce qui constitue le deuxième nombre de ma nouvelle multiplication. Maintenant, si vous avez écrit ça (elle montre (A1)), vous avez factorisé, et là, quand on

		arrive à cette étape là (elle montre (A1)), on revient au programme de quatrième, éventuellement fin d'année de Cinquième, on va, développer, simplifier l'expression qui est entre crochet Attention hein, ce n'est pas parce que vous êtes en train de travailler avec cette expression là que vous pouvez oublier de recopier le début, hein. Votre multiplication, c'est toujours, je multiplie un nombre par l'autre, donc, n'oubliez pas, chaque fois, de recopier les deux

Après la confirmation de **Ax** de sa compréhension, l'enseignante se tourne vers **Pi** dont l'intervention, cause d'un second arrêt pour l'avancement du temps didactique, semble peu acceptable par l'enseignante au début, reprendre l'explication l'« *embête* ». Mais, en enseignante, elle ne peut pas refuser une telle demande. Elle choisit de reprendre et repart du début du travail.

Par un mouvement topogénétique descendant, elle se place au niveau des élèves et reformule les mêmes démarches de travail avec le pronom « je ». Elle commence d'abord par la règle de factorisation, puis passe au facteur par questionnement et réponse directe. Elle abuse du même langage parlant « *morceau d'une somme* », en le combinant au langage mathématique « *résultat d'une multiplication* ». L'utilisation du doigt pour montrer dont elle parle, est preuve d'une absence d'un lexique technique chez l'enseignante. Cette absence que nous retrouvons aussi au TP 45, elle utilise le mot « terme » et avoue que cette utilisation n'est pas correcte ici.

Pi ne paraît pas dans un rapport avec la factorisation par un binôme, pour cela l'enseignante plus qu'une fois, s'arrête avant d'entamer une nouvelle étape de travail, pour s'assurer du rapport de **Pi** avec tout ce qui a été dit : « *ça va* ? » (TP43), et « *ça va un peu mieux* » (TP 45).

Après la première confirmation orale de **Pi** (TP 44) de sa compréhension, l'enseignante continue son discours, et s'érige vers le binôme facteur commun : il faut rechercher le nombre qui est le même, qui se voit deux fois, celui qui apparaît partout. Pour aider les élèves à dévoluer, et confirmer le passage d'une somme en un produit, elle témoigne son discours par des ostensifs du registre de la trace : elle trace le signe ( ) dans la réponse factorisée pour montrer la multiplication du facteur commun (t + 1) avec le « reste » placé dans des crochets.

L'enseignante au TP 44, s'adresse à l'ensemble classe pour activer la mémoire didactique de tous les élèves et publier le développement et la réduction des termes semblables du second facteur. Par un processus chronogénétique/topogénétique, elle renvoie les élèves à des connaissances anciennes, vues en Cinquième et en Quatrième, pour que son assemblage soit dûment complété.

Elle met fin à son discours en attirant l'attention des élèves à ne pas oublier le premier assemblage, puisque dans un produit, il faut avoir plus qu'un nombre.

Par leur intervention, **Ax** et **Pi** ont causé un arrêt du temps didactique. **Ax**, n'étant pas convaincu des réponses de l'enseignante, a mené un long discours (8 Tours de parole) pour comprendre.

Min 21 sec 50

49	**Chr**	Madame
50	**En**	Oui
51	**Chr**	Au lieu de mettre t plus trois, on va mettre plus trois, c'est aussi un nombre
52	**En**	Alors, attention, attention, le trois qui est ici (elle montre le 3 dans (t + 3)), ce n'est pas ce qu'on appelle, un facteur. Dans une multiplication, quand tu fais une multiplication, si tu faaaais, vingt et un, fois, dix sept, fois, trois cent quinze (elle écrit 21 × 17 × 315), le un qui est ici (elle marque d'un point le 1 dans 21), et le un qui est là (elle marque d'un point le 1

		dans 17), et le un qui est là (elle marque d'un point le 1 dans 315), est ce que c'est les mêmes ? Non. Et chaque nombre de ma multiplication, chaque facteur, c'est pas un des chiffres. Chaque facteur, c'est le nombre en entier. Un facteur dans une multiplication, c'est un nombre qui est entouré de deux multipliés, ou bien, simplement de un, par ce qu'il peut être premier ou dernier des nombres, d'accord. Si tu prends le trois qui est là (elle montre le 3 dans (t + 3)), entre le trois et ce qui précède, t'as pas un multiplié, t'as un plus. Donc, le trois à lui tout seul, n'est pas un des nombres de la première multiplication, c'est pas un facteur, c'est un morceau de facteur. D'accord. Bon, allons, on développe (elle retourne au développement de (A1) : (t + 3)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)]).

Dans cette partie, nous retrouvons un deuxième élève (**Chr**) en difficulté avec le statut du nombre et du nombre facteur. Le langage parlé combiné au langage mathématique, duquel l'enseignante a beaucoup abusé dans le but de faciliter la compréhension, a été cause de rupture du contrat pour plus qu'un élève. L'enseignante s'adresse à l'ensemble classe, au début de son cinquante deuxième tour de parole, dans lequel un balancement entre les deux mouvements topogénétiques, ascendant et descendant, se fait remarquer. Parfois, elle s'adresse à **Chr** par le pronom « tu », et en d'autres moments, elle parle par le pronom « je ». En s'adressant uniquement à **Chr,** par un rapport à des objets du domaine numérique, 21 ´ 17 ´ 315, elle essaye de fonder un rapport personnel pour **Chr** au nombre, qui est un facteur commun binôme dans cette situation. Il lui semble organiser une appropriation au statut du nombre facteur commun, mais son aménagement la fait perdre le chemin. Pour inciter la dévolution de **Chr**, elle revient à (t + 3) et lui fait comprendre que le trois seul, ne peut pas être un facteur ici, puisqu'il dépend de sa somme avec t. Elle approuve le travail et le clôt par passage à l'étape de développement.

Observons dans ce qui suit, comment l'enseignante va interpréter la factorisation au maximum.

Min 23 sec 54

58	**En**	Moins cinq. (elle a écrit = (t + 3)(-6t – 5)) Est-ce que, moins six t moins cinq, est ce que je peux factoriser ça davantage ?
59	**Els**	Non
60	**En**	Non
61	**An**	Madame, quand, quand on peut factoriser davantage ?
62	**En**	Par exemple, si j'avaiiis, moins six t moins douze (elle écrit (-6t – 12)), si c'est douze, c'est des multiples de six, donc, je pourrais encore factoriser six, et ça, ce qui transforme un exercice très bien résolu, en un exercice parfait. Alors, il est temps que je vous apprenne à faire parfait, mais si vous arrêtez à moins six t moins douze, c'est déjà, très bien.
63	**As**	Et pourquoi là on n'a pas factorisé le a ? (elle parle du a dans (2a – 5)(a – 2), la réponse de l'expression précédente qui est toujours au tableau)
64	**En**	Attention, attention, pour factoriser maintenant, tu ne peux factoriser que des choses qui sont à l'intérieur, d'une, même, parenthèse. Factoriser, c'est transformer, une somme, en un, produit. Or, si tu prends le a qui est ici (elle montre (2a – 5)), et le a qui est là (elle montre (a – 2)), ils ne sont pas séparés par un signe plus là, ils sont séparés par un signe multiplié (elle trace le signe (´) entre (2a – 5) et (a – 2)), d'accord

Dans cet épisode, l'enseignante, en se plaçant au niveau des élèves (elle les questionne par le pronom « je »), évoque la factorisation au maximum en la camouflant par « factorisation davantage ». Cette étape de travail est absente institutionnellement. L'enseignante la demande pour « *transformer le travail de bien résolu, à, parfait* » (TP 62). **An** surprend **En** par son questionnement sur la factorisation davantage. Elle recherche une situation de modélisation et trouve (-6t – 12). Elle camoufle sa demande de pousser la factorisation au maximum, par. « *il est temps que je vous apprenne à faire parfait* ». L'enseignante demande l'attention de l'ensemble classe, mais, s'adresse à **As** dans son discours. Elle redit la définition de « Factoriser », et se sert du signe (×) comme séparateur des emplacements dans un but de faciliter la compréhension.

Au TP 63, **As** intervient par une question sur l'expression précédente. Cette élève se demande, d'une façon erronée, pourquoi avant on n'a pas poussé à, soit disant, « la perfection ». Comme plusieurs autres élèves, elle confronte une difficulté répétitive et persistante. Cette élève se trouve en rupture avec le contrat didactique de l'enseignante. L'enseignante, ainsi que d'autres, abuse beaucoup de la vision dans leur pratique de factorisation : « *le facteur commun est celui qu'on voit plus qu'une fois* », etc. Alors, pour cette élève, le « a » on le voit plus qu'une fois, pourquoi ce n'est pas possible de le factoriser ?

« *Tout n'est pas factorisable dans la vie* ». Observons comment l'enseignante interprète la question de **Ch**

Min 24 sec 55

68	**Ch**	Si on nous demande de factoriser et il n'y a pas de facteur commun
69	**En**	Est-ce que, est ce que tout ce qu'on donne peut être factorisé ?
70	**Ch**	Non
71	**En**	Eh, ben, non (elle sourit)
72	**Ch**	Qu'est ce que je marque ?
73	**En**	Eh, ben, tu marques, c'est impossible
74	**Ch**	voilà
75	**En**	Si je te donne comme expression, trois a, plus cinq (elle écrit 3a + 5), est ce qu'il y a quelque chose de commun entre trois a et cinq ?
76	**El**	Non
77	**En**	Non, donc, ça, c'est impossible. Tout n'est pas factorisable dans la vie, hein (elle sourit). Ça, c'est impossible (elle montre 3a + 5) Bon, allez

Ch évoque une nouvelle connaissance. Il se demande comment agir devant une expression où nous ne pouvons pas voir un facteur commun. Il approuve la réponse qu'il attendait de l'enseignante « *tu marques, c'est impossible* ». Mais, l'enseignante ne s'arrête pas à ce point, elle renforce sa réponse par l'exemple (3a + 5). Et avec un peu d'humour et un sourire, elle clôt cette intervention pour continuer le travail.

Min 25 sec 25

78	**Chr**	Madame, il y a
79	**En**	Oui
80	**Chr**	Il y a moins six t moins douze, comment faire après, pour factoriser ?
81	**En**	Chutt Alors, si on a moins six t moins douze (elle écrit –6t – 12), on peut mettre six en facteur
82	**Chr**	Et le t plus trois ?
83	**En**	On s'occupe de moins six t, moins douze. Moins six t, moins douze, c'est six, facteur de, moins t moins deux (elle écrit = 6(-t – 2)). Est-ce que t'es d'accord avec ça ?
84	**Chr**	Bon
85	**En**	Bon, maintenant, si le moins six t moins douze
86	**El**	Pourquoi c'est moins deux ?
87	**En**	Parce que, six qui multiplie, moins deux, ça fait, moins douze

88	**El**	Ah, ouieh !
89	**En**	Alors, si le moins six t moins douze, il est multiplié par t plus trois, si je multiplie d'un côté par t plus trois (elle écrit (t + 3) devant (-6t – 12)), je vais multiplier de l'autre côté par t plus trois (elle écrit (t + 3) après 6 (-t – 2)) (on lit (t + 3)(-6t – 12) = 6 (-t – 2)(t + 3)) Et donc, on n'a pas changé le premier des facteurs, et on a transformé le deuxième en une expression encore plus factorisée (brouhaha)
90	**Ax**	On laisse comme ça ?
91	**En**	On laisse comme ça Alors, chutt Alors, la dernière chose, c'est une question d'écriture et de confusion éventuelle. Ici, je me suis débrouillée, bien sûr, pour que ça soit écrit bien comme il faut Alors, si vous avez commencé par t plus trois ? Si vous avez commencé par t plus trois, en vous disant, je ne vais pas l'oublier, je vais l'écrire en premier, vous vous retrouvez avec, t plus trois, multiplié par six, et multiplié par, t, moins, deux (elle écrit (t + 3) 6 (-t – 2) (A')). Ça, évidement, d'un point de vue, absolu, c'est correct. Seulement, on ne sait jamais, si le six qui est là (elle montre le six dans (A')), c'est multiplié par, ou si c'est une puissance six qui serait mal écrite. Donc, dans ces cas là, pour éviter la confusion, on met pas le six au milieu, on met le six avant. Ça, c'est juste une question d'écriture. Mais que vous écriviez ça (elle écrit ( ) 6 ( ) (F)), ou que vous écriviez ça (elle écrit 6 ( )( ) (F1)), vous avez écrit rigoureusement la, même, chose, parce qu'on fait que des multiplications, on peut écrire les facteurs, dans n'importe quel ordre
92	**El**	Et si on met le multiplié devant c'est bon ? (elle parle de mettre le signe (×) entre les termes du produit de la forme (F))
93	**En**	Euhhhh, non, si tu mets bien les multipliés, ce n'est pas faux. On n'a pas l'habitude des choses comme ça (elle montre (F)). On préfère mettre les nombres devant (elle montre (F1))

Dans cette partie, nous pouvons voir une structure dialogique qui se balance entre l'enseignante et **Chr**, et après entre l'enseignante et des élèves de la classe.
L'enseignante pour répondre à **Chr**, se place au niveau des élèves, par un mouvement topogénétique descendant, en dialoguant par le pronom « on ». Et dans le même tour de parole (TP 83), elle adresse la parole uniquement à **Chr** en le tutoyant pour qu'il approuve la factorisation par six pour (-6t – 12).
Au TP 89, l'enseignante met en jeu le facteur (t + 3), pour qui **Chr** (TP 82) questionne son emplacement. Elle camoufle la factorisation au maximum, par « *une expression plus factorisée* ». Par une ostension déguisée, **En** sort de son embarras, causé par la question de **Ax,** en écrivant (t + 3) après 6(-t – 2) : «*je me suis débrouillée,…, il faut* ». Ainsi, elle se trouve dans l'obligation de traiter l'écriture en premier du monôme coefficient numérique, dans un produit de trois facteurs, dont les deux autres sont des binômes. Tous les enseignants favorisent cette écriture, qui n'est pas explicitée institutionnellement,. En s'appuyant sur la confusion entre la multiplication et la puissance, elle demande de placer le coefficient numérique en premier, malgré qu'elle affirme que l'écriture de ce coefficient en second facteur est « *dans l'absolu correct* », puis dans le même TP (91), elle renforce ses dictions, en faisant allusion à l'ordre des facteurs dans une multiplication, sans évoquer la propriété correspondante (l'associativité qui, désormais, n'est plus enseignée).

Du point de vue élève, nous retrouvons **Chr** dans le besoin de savoir comment gérer la factorisation de (-6t – 12) évoquée plus haut par l'enseignante et interrompue à deux reprises par deux interventions différentes de **As** et **Ch**. **Ax** réfléchit sur la remarque de l'enseignante, et par sa question évoque la justification d'une écriture que l'enseignante a loupée.

Au TP 92, un élève réorganise ses savoirs sur la multiplication, en faisant usage à l'ostensif graphique (×), signe de la multiplication, que l'enseignante ne rejette pas, mais renvoie l'écriture du coefficient numérique en premier à l'« habitude ».
Nous interprétons l'agitation continue des élèves de la classe, au fait qu'ils n'arrivent pas à comprendre ce que veut l'enseignante leur enseigner, et ce qu'ils doivent apprendre de ce discours qui est de 99 tours de paroles et qui a duré 17 minutes 17 secondes.

B - Classe de troisième, 4 ème séance d'enseignement, période2 Enseignant EnF2

Synopsis de la séance

Nous avons exposé le synopsis et le récit de l'intrigue didactique de cette séance d'enseignement à la page 107. Nous allons mettre en évidence les épisodes relatifs à la factorisation par un facteur commun binôme.

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
19 ; 50	71 - 101	**Factorisation par un binôme de la forme (ax + b)**	L'enseignant accompagne **Ch** qui travaille au tableau la factorisation de **(4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5)**. Les élèves confrontent cette technique de factorisation pour la première fois. Pour mettre en évidence le nombre « 1 », résultat de l'opération d'un nombre sur lui même, il se réfère à la formule **ka + kb** et identifie les termes que symbolise **k**, **a**et **b**. Comme **b** est invisible, donc c'est un « 1 ».
26 ; 8	102 - 109	**Discussion autour du PGCD**	**Ti** se demande si le PGCD[94] peut être 1, alors il peut mettre 1 devant la parenthèse pour factoriser. L'enseignant lui explique que dans ce cas on ne peut pas factoriser.
27 ; 5	109 - 188	**Retour à la factorisation des expressions de l'exercice 3 qui se factorisent par un binôme**	Dans le reste du temps, deux factorisations ont eu lieu. Quatorze minutes pour factoriser **$(x – 5)^2$ – (x – 5)(-2x + 3). Be** est au tableau, pour elle **$(x – 5)^2$ = (x – 5) ´ 1^2**. L'enseignant a eu des difficultés pour la convaincre. Les trois dernières minutes étaient pour la factorisation de **$(x – 5)^2$ + (2x + 10)**. La factorisation de cette expression est impossible pour une élève française, alors qu'une autre étrangère a réussi à la factoriser.

Dans ce qui suit, nous allons voir comment la mise en évidence du facteur commun binôme a été publiée pour la premier fois.

Min 19 sec 50 Factorisation de (4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5) avec Ch.

71	**En**	..//.. **Ch** (il passe au tableau) … Donc, quatre x moins cinq, parenthèses

94 A la fin de la factorisation de **$6x^2$ + 18x**, un discours a eu lieu entre l'enseignant et nous, en classe, à propos du PGCD.

		Quatre x moins cinq facteur de deux plus trois, plus, c'est un plus, il n'est pas très clair sur la photocopie, plus facteur de, ouvrez une parenthèse, pardon, quatre x moins cinq (**Ch** écrit au tableau) (15 sec de silence et **Ch** travaille seul : $(4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5) = (4x – 5)[(2x + 3) + 1]$) Donc, tu nous écris. Alors, est ce que tu peux juste nous expliquer pourquoi tu arrives juste à ce résultat ? A savoir, quatre x moins cinq, facteur de deux x plus trois, plus, un
72	**Ch**	Quatre x moins cinq, c'est un facteur commun
73	**En**	Donc, quatre x moins cinq c'est un facteur commun
74	**Ch**	Et là (il montre le second terme de la somme), on considère qu'il y a fois un (il écrit devant $1 \times (4x – 5)$)
75	**En**	Le quatre x moins cinq, qui est tout seul, tu considères qu'il y a fois un Donccc euh ! Tu as donc, si je reprends la formule qui est donc, k fois a plus k fois b, le k c'est quatre x moins cinq, fois deux x plus trois, plus quatre x moins cinq, il nous manque un fois quelque chose, il dit c'est fois un. Donc, il y a un un qui va apparaître, comme dans l'exemple d'Es, le x carré et le x ici (il montre l'expression $x^2 – x$) Donc, ça nous donne, deux x plus trois entre parenthèses, plus un Ensuite, il y a une petite étape supplémentaire (Ch écrit $= (4x – 5)(2x + 4)$ (R1)) Ça nous donne, quatre x moins cinq, facteur de deux plus quatre, voilà !! D'accord Bon, alors, on aurait poussé au Liban, ils s'aperçoivent que, alors entre deux x et quatre, on peut mettre deux en facteur, d'accord. C'est-à-dire, ils écrivent deux facteur de quatre x moins cinq, facteur de x plus deux, et j'imagine que le deux ils le mettent devant (il écrit en dictant, $2(4x – 5)(x + 2)$ (R2)). Ils poussent l'élégance, jusqu'à vers ça Donc, si vous écrivez ça, nous, nous, on est, on est content Tout le monde a compris pourquoi il y a le deux ?
76	**Es**	Non

Dans cet épisode, les élèves retrouvent pour la première fois la factorisation par un binôme. **Ch** est choisi pour passer au tableau (élève, Japonais, très bon selon l'avis de l'enseignant). Il travaille en silence au tableau. Mais avant que **Ch** ne réduit les termes semblables, après la factorisation, et par un mouvement topogénétique descendant, comme un élève, l'enseignant lui demande d'expliquer sa manière de faire comme un professeur, puisqu'il a donné la bonne réponse directement. **Ch** doit expliquer à tout le public - à savoir le groupe classe et l'enseignant - puisque l'enseignant dialogue avec le pronom « nous ».

La topogenèse définit l'action de **Ch.** Il explique la première partie de sa manière de faire en mathématicien, il nomme le facteur commun par son nom convenablement, mais au TP 74, dans le traitement de la présence du nombre « 1 », nous voyons la conception qu'il a sur l'élément neutre de la multiplication. Il explique son travail par une idée qu'il n'explicite pas complètement, puisqu'elle est l'effet d'une connaissance pratique des nombres : tout nombre précédé de « rien » est multiplié par « 1 ». C'est pour cela, il « *considère* » qu'il y a « 1 » fois devant $(4x – 5)$. Il utilise l'ostensif (´) pour laisser voir le non ostensif « la multiplication » par une mécanique routinière.

L'enseignant ne tarde pas à reprendre le rôle, non pas de professeur, mais d'analyste pour analyser le travail de **Ch**. Il s'adresse en premier à **Ch** pour expliciter le verbe « considérer » : puisque qu'aucun nombre ne précède $(4x – 5)$, donc, il est multiplié par « 1 ». Nous voyons bien que l'enseignant n'interprète pas le travail de **Ch**. Puis, par un processus mésogénétique, il diffuse l'information à toute la classe en activant la mémoire didactique des élèves à travers un travail formel basé sur

1. la formule k ´ a + k ´ b. Il identifie ses termes avec ceux de l'expression.
2. l'expression précédente factorisée (x^2 - x qui est toujours au tableau) par **Es.** Signalons que l'enseignant a accepté la réponse $x(x – 1)$ sans aucun commentaire et aucun questionnement sur la présence du « 1 » après la transformation (ζ).

Donc, le « 1 » va apparaître par ce qu'il manque le nombre qui doit remplacer b dans la formule k ´ a + k ´ b. Nous voyons bien que même l'enseignant a raté l'occasion d'utiliser la théorie des nombres pour expliquer la présence du nombre « 1 » devant (4x – 5). Cette présence peut être aussi le quotient de la division d'un nombre par lui même, mais désormais cette technique n'est plus dans le programme français. L'enseignant sollicite un savoir ancien, mais fraîchement revu (Le travail, de la première période de cette séance, portait sur le développement et la factorisation par un monôme en utilisant la formule de la distributivité dans les deux sens) pour légitimer la présence d'un nombre non apparent, à savoir le nombre « 1 ».
A la fin du TP 75, l'enseignant exprime, non seulement son contentement personnel mais aussi celui de l'institution, si les élèves poussent leur factorisation au maximum, en dialoguant avec le pronom « nous ». Il camoufle son « désir par référence » à « *l'élégance* » du travail des libanais.
Es (TP 76), contrairement aux attentes de l'enseignant, n'a pas compris cette étape de factorisation. Il se peut que ce n'est pas la factorisation par 2 qui le gêne, (Rappelons que ce travail a été expliqué dans la factorisation d'une expression par un monôme et l'enseignant n'a pas exigé la factorisation au maximum), mais plutôt l'écriture du 2 loin de (x + 2) (**En** a écrit 2(4x – 5)(x + 2)). Il confronte pour la première fois ce nouvel objet.

Min 23 sec 17

77	**En**	Non !!! Mais si vous avez à factoriser deux x plus quatre ? (il écrit dans un coin du tableau 2x + 4) Comment vous factorisez deux x plus quatre ?
78	**Er**	Deux
79	**En**	Deux (il écrit 2)
80	**Er**	Entre parenthèses, x plus deux
81	**En**	x plus deux (il écrit x + 2) Donc, c'est ce que j'ai écrit ici (il montre (R2)) et ça fait quatre x moins cinq, fois deux, fois, parenthèses x plus deux. Donc le deux, on le passe devant, puisque c'est des multiplications. Hein, les multiplications, je l'ai fait dans l'ordre, comme j'ai dit tout à l'heure. Donc, deux fois quatre x moins cinq, fois x plus deux. D'accord
82	**Cha**	J'ai pas compris
83	**En**	Si t'as pas compris, tu t'arrêtes là (il lui montre (R1))

L'enseignant place **Es** dans une situation familière, il dénue le binôme 2x + 4 des parenthèses et l'écrit tout seul dans un coin du tableau. Mais au lieu de dialoguer avec **Es,** il accepte l'interaction de **Er,** qui publie sa façon de faire en disant qu'il faut factoriser par deux et agréger le x + 2 par un couple de parenthèses rondes. Cet élève utilise les délimitants ; parenthèses rondes pour faire son assemblage et pour remplacer un langage mathématique « facteur de » qui lui manque. **En**, pour légitimer l'emplacement du 2, active la mémoire didactique des élèves par référence à un travail déjà fait dans la même séance sur l'associativité de la multiplication, sans énoncer la propriété. Mais ceci n'a pas aidé **Cha** qui annonce qu'elle n'a pas compris (TP 82). **En** embêté par ceci, lui demande de ne pas pousser la factorisation au maximum. Il semble que lui aussi n'est pas complètement convaincu par ce qu'il officialise dans son enseignement.

Min 24 sec 33 Formulation de la factorisation de (4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5) à partir du travail de Ch

101	**En**	Alors, je vais simplement réécrire ce qu'il a dit (il écrit (4x – 5) ´ (2x + 3) + (4x – 5) ´ 1 ®). **Ch** a dit que le facteur commun c'est quatre x moins cinq. Là, je crois que, chacun pourrait partir dans cette direction là. Ensuite, il a dit la chose suivante, il a dit : « quatre x moins cinq fois deux plus trois, donc, j'ai bien le fois, tandis que là, j'ai le quatre x moins cinq qui est tout seul ». Et **Ch** nous a dit : « ben, je peux dire que quatre x moins cinq, c'est quatre x moins cinq fois un » Comme ça, je suis bien dans le modèle k fois a plus k fois b (il écrit en rouge sous chaque terme de l'expression ® k a + k b) Il y a des fois (il montre le signe ´ dans ®), des multiplications, à chaque fois si j'ose dire, il y a des fois les deux fois Donc, comme il y a multiplié ici, il y a multiplié ici, euhh, **Ch** applique tout bêtement, si j'ose dire, la factorisation, le facteur commun c'est le coefficient k, c'est-à-dire quatre x moins cinq, le coefficient petit a c'est deux x plus trois et le coefficient petit b c'est un. Donc, ça donne, quatre x moins cinq entre les parenthèses, et puis dans les crochets, on a le facteur deux x plus trois, pluuus, le facteur un. Donc, c'est pour ça, on a deux x plus trois plus un, et le deux x plus trois plus un, ça fait deux x plus quatre. D'accord Est-ce que ça éclairciiit, j'ai fait que relire, hein ! C'est pas encore ça ? (il s'adresse à **Cha** qui est toujours perdue). Bon, je te laisse un peuuu

Dans ce tour de parole, l'enseignant réécrit une deuxième fois le travail de **Ch**, et par une technique mésogénétique, il essaye de reformuler les règles combinatoires d'une façon délicate. Il se centre, encore une fois, sur un travail formel, basé sur la manipulation des délimitants (ostensifs graphiques), des couples de parenthèses rondes et des crochets. Il écrit, en rouge, la formule k × a + k × b sous les termes de l'expression à factoriser et montre du doigt, en expliquant, les signes (×) de la multiplication. Il accuse **Ch** d'appliquer « *bêtement* » la formule k × a + k × b pour factoriser, au moment ou lui, enseignant, il n'arrive pas à trouver les propriétés correspondantes pour exprimer la présence de (2x + 3) et du nombre « 1 » dans le second assemblage agrégé par un couple de crochets.
Il se justifie devant l'ensemble classe : tout ce qu'il vient de dire n'est pas son propre travail, lui il a relu ce qui a été proposé par les deux élèves. Mais ceci n'a pas aidé **Cha** de sortir de sa difficulté. Pour l'avancement du temps didactique, il la laisse se débrouiller seule.

Min 26 sec 8 Discussion autour du PGCD

102	**Ti**	Là, vous avez parlé de PGCD, et si le PGCD c'est un ?
103	**En**	Ben, si tu avais six x carré plus, plussseuh dix sept x, ben t'aurais mis, x facteur de six x plus dix sept (il écrit $6x^2 + 17x= x(6x + 17)$) La réponse attendue dans ce cas là, ça aurait été ça
104	**Ti**	Oui, mais, s'il y a des nombres sans x ? On va mettre un devant la parenthèse ?
105	**En**	S'il y a des nombres sans x, par exemple
106	**Ti**	Plus cinq
107	**En**	Plus cinq (il ajoute + 5 à $6x^2 + 17x$). Alors, à ce moment là, est ce que t'aurais pu factoriser ici
108	**Si**	Ah, non !
109	**En**	Non. T'aurais pas pu factoriser puisque le x qui est facteur commun là et là (il montre $6x^2$ et17x) ne l'est pas pour le cinq qui est tout seul C'est bon ?

Dans cet épisode nous observons le rapport non idoine de **Ti** et de l'enseignant au nombre « 1 ». **Ti**, se trouve en difficulté avec le statut du nombre 1. Il mobilise le concept du PGCD pour instituer l'usage de ce nombre dans la factorisation des monômes premiers entre eux. Peut-on rendre apparent le nombre « 1 » PGCD des nombres premiers entre eux, identiquement au nombre « 1 » qui n'est pas apparent dans (4x + 5), et dont la présence fut sollicitée dans l'assemblage délimité par un couple de crochets après la factorisation par (4x + 5) ? L'enseignant, se croit comprendre l'idée de **Ti,** il ramène la question de celui-ci à une situation connue, la factorisation par un monôme dont le coefficient numérique est « 1 ». Il formule l'expression $6x^2 + 17x$ dont le facteur commun est x. **Ti** explicite encore son idée, en faisant comprendre à l'enseignant que lui, il ne veut pas qu'il y ait des diviseurs communs, comme s'il voulait dire : je veux factoriser par un monôme dont le coefficient numérique est 1 et la partie littérale a pour exposant zéro. Nous retrouvons l'enseignant encore une fois loin de comprendre la question de l'élève, il ajoute 5 à l'expression précédente $6x^2 + 17x + 5$ qui ne se factorise plus par x. Et pour l'avancement du temps didactique, il met fin au dialogue en se croyant avoir affranchi l'obstacle de **Ti**.

Min 28 sec 25 Factorisation de $(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x + 3)$ avec Be (le minutage est à la minute près à cause d'une panne technique)

…//..

113	**En**	..//.. $(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x + 3)= (x – 5)[(-2x + 3) – 1^2])$ Alors, là, il se passe des choses intéressantes Alors, **Be,** tu as mis en facteur x moins cinq qui me paraît une bonne démarche, puis tu as mis entre crochets moins deux plus, et puis moins un au carré. Alors, est ce que tu peux nous faire part ?
114	**Be**	Euh, peut être, non, x moins cinq facteur commun
115	**En**	Oui
116	**Be**	Alors**,** on multiplie, non, je ne sais pas comment expliquer ?
117	**En**	Le moins deux plus trois, je dirai, je comprends pourquoi il est là Le un au carré, tu peux nous dire d'où vient le un au carré ? C'est ça quiii
118	**Be**	Euh, euh, parce que x moins cinq au carré est égal à x moins cinq fois un au carré
119	**En**	Ah !! Donc, parce que x moins cinq au carré c'est x moins cinq fois un au carré ? C'est ce que tu as dit ?
120	**Ti**	Entre parenthèses
121	**En**	Entre parenthèses. Qu'est ce que c'est x moins cinq au carré ?

L'enseignant choisit **Be** pour passer au tableau après plusieurs appels à un(e) volontaire. Nous observons dans cet épisode deux attitudes différentes de l'enseignant, l'accompagnement et l'analyse du travail de **Be**, dans un but de dévolution et d'institutionnalisation du nouveau savoir, la factorisation par un binôme, mais cette fois, qui se trouve au carré dans l'un des termes de l'expression « forme-énoncé ». L'interaction est de 60 tours de parole.

Nous voyons bien comme l'enseignant, que la factorisation de **Be** :$\mathbf{(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x + 3)= (x – 5)[(-2x + 3) – 1^2}$, est intéressante. Elle a utilisé le nombre « 1 » par analogie au travail précédent ; identiquement à (4x - 5) de l'expression précédente qui est égale à (4x – 5) × 1, elle a écrit $(x – 5) × 1^2$ à la place de $(x – 5)^2$.

Dans une position topogénétique basse, l'enseignant se met au niveau de l'élève, il s'adresse à **Be** par le pronom « tu », et lui demande d'expliciter sa démarche à l'ensemble classe, lui inclus, puisqu'il parle avec le pronom « nous ». **Be** hésite pour la prise en charge du topo (TP 114), elle n'est pas sûre de pouvoir se comporter en professeur pour expliquer sa manière de faire. Dans un processus d'accompagnement, l'enseignant réussit à amener **Be** à expliquer la présence du 1^2 ($(x – 5)^2 = (x – 5)$ ′ 1^2), qui paraît dans son second assemblage, délimité par un couple de crochets (TP 118). Nous retrouvons dans les pensées de cette élève une pratique routinière, puisque $(x – 5)^2$

est seul, ce terme ne multiplie aucun nombre, donc, il y a un « 1 » qui n'est pas apparent, mais qui le sera dans le crochet après la factorisation par (x – 5).
Il reformule à chaque fois les dictions de **Be,** pour se libérer de la topogenèse, et analyser ses actions afin de l'amener à percevoir leur fausseté. Dans son accompagnement, et dans le but de progresser le savoir, il fait appel à différentes notions et notations. Il questionne les élèves sur la définition d'un nombre au carré, qui est un savoir ancien.

Min 31 sec 5

129	**En**	..//.. Par contre **Er** et peut être **Be,** qu'est ce que ça veut dire x moins cinq au carré ? Qu'est ce que c'est par définition ?
130	**Si**	C'est x moins cinq fois x moins cinq
131	**En**	C'est x moins cinq fois x moins cinq. Essaye, essaye de l'écrire comme ça (il s'adresse à **Be** qui est toujours au tableau, qui ne bouge pas, alors il continue en écrivant $(x - 5)^2 - (x - 5)(-2x + 3) = (x - 5)(x - 5) - (x - 5)(-2x + 3)$ (A)) Donc, c'est x moins cinq au carré moins x moins cinq facteur de moins deux x plus trois c'est donc, x moins cinq fois x moins cinq moins
132	**Be**	Moins x moins cinq
133	**En**	Moins deux plus trois Alors
134	**Liz**	C'est a puissance deux
135	**En**	On va revenir à a puissance deux, on va y revenir, on va y revenir Chucchut, s'il vous plait Donc, vous êtes d'accord sur x moins cinq au carré, c'est x moins cinq facteur x moins cinq

Pour instituer son discours, l'enseignant pose la question sur le statut du carré d'un nombre auquel il reçoit une réponse correcte de la part de **Si**. La réponse de **Liz** « *a puissance deux* » (TP 134) nous laisse penser que cette élève ou bien elle fait appel à la formule du cours des puissances, ou bien identiquement à son camarade **Er** (TP 126)[95] elle remplace les nombres par des variables. **En** trouve que les deux interventions ne sont pas pertinentes pour l'avancement du savoir, il rejette leurs idées pour plus tard en disant « *On va revenir à a puissance deux, on va y revenir, on va y revenir* ».
Par une indication d'effet Topaze (TP 131), il demande à **Be** d'écrire $(x - 5)^2$ en un produit de deux facteurs. Mais elle se bloque devant le tableau, alors il se trouve obliger de reprendre la topogenèse et de continuer le travail.

Min 32 sec 25

135	**En**	..//.. A ce moment là, **Be** est ce que tu vois un facteur commun ?
136	**Be**	Oui
137	**En**	Oui, c'est x moins cinq. Est-ce que tu peux factoriser une expression qui est comme ça ? (il montre (A))
138	**Be**	Euh, euh !! On peut faire
139	**En**	Mets d'abord le facteur commun
140	**Be**	C'est x moins cinq (elle écrit en même temps), euuuh
141	**En**	Alors, entre crochet
142	**Be**	(elle écrit $(x - 5)[(-2x + 3) -$ (A1) et s'arrête en disant) Ça revient au même que là bas (elle s'arrête hésitante)

[95] « …, si on pouvait mettre les inconnues, ça serait ab entre parenthèses au carré » répond **Er** pour dire que $(x - 5)^2$ est une identité remarquable.

143	**En**	Où il est ton facteur commun ? Est-ce que tu peux le souligner ton facteur commun ? (elle souligne dans (A) les (x – 5) : (x – 5) (x – 5) – (x – 5) (-2x + 3))
144	**Es**	Ahhhh !!!
145	**En**	Il y en a, il y en a un peu trop là, non. T'as tout, t'as tout souligné les x moins cinq. Donc, il faut que tu choisisses
146	**Be**	Ah, Ok !! En fait, c'est, non (toujours hésitante et même perdue)
147	**En**	Bon, le facteur com, le facteur commun, c'est bien x moins cinq, on est d'accord là-dessus, tous même **Bj** qui n'écoute pas, c'est x moins cinq le facteur commun (il efface le trait sous le premier (x – 5)) Donc, ici dans x moins cinq facteur de moins deux x plus trois, il n'y a pas de problème. Là, (il montre (x – 5)(x – 5)) il y a une petite ambiguïté, ou il y a une petite hésitation de ta part (il s'adresse à **Be**), c'est que le x moins cinq apparaît aux deux endroits, x moins cinq fois x moins cinq, donc, il faut retrouver la somme k fois a et k fois b avec le k qui est x moins cinq. Alors, le k fois b, je crois, c'est bon. Maintenant, le k fois a, c'est quoi ? (il s'adresse toujours à **Be**)
148	**Be**	k fois a c'est, c'eeeest, on peut faire x fois ça (elle montre (A1))
149	**En**	Attends, attends, oui, c'est ça, mais alors, tuuu, il faut que tu le fais dans le bon ordre
150	**Be**	ok
151	**En**	Il faut que tu l'écris dans le bon ordre Bon, voilà, crochet
152	**Be**	x moins cinq (elle écrit (x – 5) [(x – 5))
153	**En**	Oui, x moins cinq qui est le, le a
154	**Be**	Plus, non
155	**En**	Non, moins, voilà, moins moins deux x plus un, et et tu fermes le crochet puisque tu as mis un crochet au départ (elle a écrit (x – 5)[(x – 5) – (-2x + 3)] Alors là, il faut bien voir que, il y a x moins facteur de x moins cinq, le k, le ka kb, donc le k c'est mettons celui-ci le x moins cinq (il montre le premier (x – 5) de (A)) et l'autre, l'autre va jouer le rôle de b. Ici, il y a une petite difficulté, si on peut dire, c'est que le k et le a sont des expressions identiques
156	**Es**	Monsieur
157	**En**	Il y en a un qui va jouer le rôle de k et l'autre le rôle de, de petit a de notre formule. Si on revient à notre formule de départ k fois a plus k b, c'est comme si on avait des rectangles, si vous mettiez k fois k plus k fois b, c'est comme si vous aviez un carré (il écrit au tableau ka + kb = k(a + b) k ´ k + kb) Donc, qu'est ce que ça va donner à ce moment là ? x moins cinq facteur de, on peut continuer le calcul, hein, x moins cinq, dans le crochet tu supprimes les parenthèses (**Be** écrit (x – 5)[x – 5 + 2x – 3]) Voilà, alors, là, on a comme coutume d'effectuer dans les crochets les petits, la la petite réduction classique, donc x moins cinq facteur de
158	**Be**	Euh, trois x moins huit (elle écrit (x – 5)(3x – 8))
159	**En**	Trois x moins huit. D'accord Alors, quand il y a x moins cinq au carré, on décompose comme ça, alors, c'est, c'est pas du tout x moins cinq au carré, c'est pas x moins cinq fois un au carré, parce que un au carré c'est un, et x moins cinq au carré, c'est pas x moins cinq fois un, c'est pas la même chose**.** Donc là (il montre ce que **Be** a écrit au début le 1^2) c'est une écriture qui est, qui n'est pas bonne, donc c'est une écriture qui n'est pas bonne, hein (il regarde **Be**)
160	**Es**	Monsieur
161	**En**	Oui
162	**Es**	En haut, (il montre (A)) est ce que on ne peut pas enlever ce moins, moins x moins cinq entre parenthèses avec l'un des x qu'on a de l'autre côté ?
163	**En**	Là ?
164	**Es**	Oui
165	**En**	Alors, quand tu écris x moins cinq facteur de x moins cinq moins x moins cinq facteur de moins deux plus trois, est ce qu'on peut enlever les x moins cinq et les x moins cinq qui sont de chaque côté du signe moins ? Si tu fais ça, tu ne respectes plus la priorité des opérations, c'est-à-dire tu es en train de faire la soustraction avant de faire les multiplications. Donc, c'est pas possible là

L’enseignant accompagne **Be** dans la recherche du facteur commun. Pour ceci, il se base sur la vue « *tu vois un facteur commun* ». Et bien sûr, comme le facteur commun est ce qu’on voit, alors tout les (x – 5) vont disparaître après factorisation pour **Be** (TP 142) qui hésite devant sa première réponse (x – 5 [(-2x + 3) – …. De nouveau par une indication d’effet Topaze, et dans le but de faciliter la tâche à **Be**, l’**En** fait recours à un ostensif graphique selon Bosch et Chevallard et un délimitant selon Serfati : le « soulignant » (TP 143). Il demande à l’élève de souligner le facteur commun. Mais contrairement à ses attentes, **Be** souligne tous les binômes (x – 5), ce qui n’est pas étonnant relativement à l’enseignement, ce sont les (x – 5) qu’elle voit plus qu’une fois. Elle reste toujours hésitante devant son travail. Alors, l’enseignant par un processus topogénétique efface le trait en dessous du premier (x – 5) et par un processus mésogénétique, il diffuse l’information à toute la classe en activant la mémoire didactique des élèves à partir d’un travail formel basé sur la formule k ´ a + k ´ b. Il identifie les variables de la formule avec les termes de l’expression. La difficulté qui se pose, d’après lui, c’est l’identité de k et a. Devant l’incertitude et l’hésitation de **Be**, l’enseignant place les élèves dans un milieu familier (TP 157), en éveillant leur mémoire didactique sur le calcul des aires des rectangles fait en cours de la séance précédente. Pour instituer le produit de k et k à la place de celui de k et a, il place les élèves dans la situation d’un carré et du calcul de son aire. Ce milieu est l’inverse de ce que propose la TSD, pas question de milieu antagoniste impliquant l’invention d’une manière de faire nouvelle. A la fin de ce tour de parole et suite à l’écriture de **Be** (x – 5)[x – 5 + 2x – 3], l’enseignant lui demande de réduire les termes semblables dans le crochet par « *coutume* ».
Es se trouve en une difficulté différente de celle de **Be**. La question de la priorité des opérations se pose. Par réduction de la « complexité ostensive » de l’expression, il aime bien effectuer la différence entre les (x – 5) qui sont en *amont* et en *aval* du signe « trait ». L’enseignant s’est contenté de citer les règles de priorité des opérations pour persuader **Es** et le faire sortir de la difficulté. Il n’a pas essayé de lui montrer pourquoi c’est faux.

Min 38 sec 42

166	**Be**	Monsieur, j’ai pas compris pourquoi ça ne peut pas être un au carré comme j’ai fait x moins cinq par un au carré, c’est x moins cinq au carré
167	**En**	Non, parce que, parce que, ce que tu penses ici, c’est toujours une question de priorité
168	**Be**	Ah !!
169	**En**	C’est, je prends le carré de un, il y a une multiplication et un carré. Je prends le carré de un, d’accord, et ensuite je fais la multiplication (Il écrit (x – 5) ´ 1^2) dans ta tête, dans ta tête ce que tu fais comme calcul, c’est ça, c’est-à-dire ce que tu fais, x moins cinq fois un c’est bien x moins cinq avec le carré, mais si je fais x moins cinq fois un et je prends le carré après, ça veut dire je mets des parenthèses, ben des crochets en occurrence. Alors, ça, c’est une démarche, c’est, enfin ça c’est faux, ça c’est complètement faux (il barre en croix (x – 5) ´ 1^2) Alors, je veux dire, tu t’es mal exprimée, dans le sens que tout à l’heure, quand on avait notre x euuuh, si on avait x moins cinq facteur de deux plus trois plus x moins cinq (il écrit (x – 5)(2x + 3) + (x – 5)), je dirai, tu es moins pardonnée, dans le sens, que tu avais pensé à la remarque, je ne sais plus qui l’a fait, je crois que c’est **Ch** qui a dit : x moins cinq qui est tout seul ici je peux le multiplier par un (il ajoute ´ 1 : (x – 5)(2x+ 3) + (x – 5) ´ 1), c’est un peu à ça que tu as pensé à mon avis. Ça, ça marche parce qu’il n’y a pas un carré, justement. Quand il y a des carrés, il ne faut pas confondre l’interprétation, mais je dirai, à la limite, elle n’a même pas besoin, tu ne risques pas, parce que x moins cinq au carré c’est x moins cinq fois x moins cinq, tu as, tu as les deux termes de ta multiplication, tu les a, donc, t’as pas de souci à voir, mais tu as bien un problème de

		priorité à ce niveau là
170	**Be**	Oui, je ne savais pas comment faisant avant leee, leee
171	**En**	La puissance est prioritaire sur la multiplication**,** d'accord

Be interrompt l'intervention de **Es**, elle annonce qu'elle ne comprend pas le statut du nombre 1 dans $(x - 5)^2$. Elle se trouve encore dans la même difficulté, jusqu'à présent elle n'est pas persuadée de son erreur. L'enseignant, voyant **Be** toujours hésitante, reformule son explication au TP 169 et fait balancer la topogenèse entre **Be** et lui même, en s'adressant dans son explication par les deux pronoms « tu » et « je ». Il essaye d'expliquer à **Be** les assemblages qu'il faut délimiter par un couple de crochets ou de parenthèses, pour que l'écriture au carré soit équivalente à $(x - 5)^2$. Il continue son discours en analyste, et décrit à **Be** sa démarche de pensée, tout en se référant au diction de **Ch** (il s'agit du premier épisode du synopsis) pour légitimer la présence du multiplié « 1 », qui remplace le « vide ». Il propose une autre technique pour remplir cette place « vide » : utiliser la propriété des puissances carrées. **Be**, voulait exprimer son ignorance, mais **En** pour l'avancement du temps didactique, lui coupe la parole.

Min 42 sec 10 Factorisation de $(x + 5)^2 + (2x + 10)$

171	**En**	..//.. Il nous reste combien de temps ? Peut être cinq minutes
172	**Ti**	Quatre minutes
173	**En**	Quatre minutes, alors bon, je vous propose un autre Euh ! le sept noir, le sept noir Le sept noir à savoir, x plus cinq au carré, plus 2x plus dix, c'est plus ou un moins, je n'arrive pas (il écrit : $(x + 5)^2 + (2x + 10)$ (E1))
174	**Si**	Plus
175	**Els**	Non, c'est moins
176	**En**	On va mettre plus partout, hein. De toute façon la difficulté (15 sec perdues pour la lecture des signes qui ne sont pas clairs sur les photocopies) Bon, on mettra plus partout. (il passe dans les rangs)
177	**Cha**	(2 min plus tard, il se trouve devant **Cha**) Impossible
178	**En**	Alors, alors, alors, pourquoi c'est impossible **Cha**
179	**Cha**	Eh, ben parce que j'ai rien compris
180	**En**	Elle dit, j'ai rien compris
181	**Si**	Monsieur
182	**En**	Oui
183	**Si**	On n'a jamais fait de ça en quatrième
184	**En**	Oui, mais **La cloche sonne** (**Mar** insiste à parler) oui **Mar**
185	**Mar**	Le facteur commun, c'est x plus cinq
186	**En**	Oui, pourquoi ?
187	**Mar**	Si on multiplie par deux c'est égal deux x plus dix
188	**En**	Alors, elle dit, écoutez bien ce que dit **Mar** Le facteur commun c'est x plus cinq, parce que si je multiplie par deux, c'est deux x plus dix, c'est ce qu'elle a dit. Alors, **Mar**, et d'autre peut être, je sais que ça a sonné, mais je vous demande deux minutes **Mar** a eu une idée géniale, parce que le facteur commun ne saute pas aux yeux et **Cha** a dit : je ne comprends pas. J'aurai aimé qu'elle nous dise pourquoi elle ne comprend pas L'idée, c'est que le facteur commun ne nous saute pas aux yeux, comme ceux qui étaient avant. Par contre, comme **Mar** et d'autres d'entre vous, vous avez remarqué que deux plus dix c'est deux fois x plus cinq (il écrit sous $(2x + 10)$ dans (E1), $2(x + 5)$). Parce que,

		comme dit **Mar** quand je multiplie x plus cinq par deux ça fait deux plus dix Donc, comme **Mar** et comme d'autres d'entre vous, vous pouvez remplacer l'énoncé par x plus cinq au carré plus deux facteur de x plus cinq. Et à ce moment là, vous avez le facteur commun qui est effectivement écrit Alors, pour ne pas allez vite, et pour faire plaisir à **Be**, je vais écrire que x plus cinq au carré, c'est x plus cinq fois x plus cinq (il écrit sous $(x + 5)^2$ dans (E1), $(x + 5)(x + 5)$) pour ceux qui veulent raisonner comme **Be**. Et ensuite, le facteur commun on le voit, c'est x plus cinq, donc x plus cinq facteur de, le a, c'est x plus cinq à nouveau, plus deux. Et la factorisation attendue, c'est x plus cinq facteur de x plus cinq plus deux, x plus sept (il écrit : $(x + 5)(x + 5) + 2(x + 5) = (x + 5)(x + 5 + 2) = (x + 5)(x + 7)$) ..//..

Dans cet épisode, l'enseignant profite du temps restant (4 min) pour mettre un nouveau savoir en jeu. La mise en évidence d'un facteur commun binôme non apparent, **En** exprime ceci par « *le facteur commun ne saute pas aux yeux* » (TP 188). La réaction de **Cha** montre que tout ce qui est inhabituel pour les élèves rentre dans l'impossible et pour se défendre ils plongent dans l'ombre de l'ignorance en disant « *Je n'ai rien compris* ». **Si** vient en secours à **Cha**, en faisant la remarque que ce savoir n'est pas vu en quatrième, donc c'est une connaissance manquante. Tout ceci, montre que le rapport des élèves aux objets mathématiques est lié à la routine « il faut avoir fait pour qu'on sache faire ».
La cloche a sonné, mais **Mar** voulait à tout prix donner la réponse (c'est une espagnole et elle a déjà étudié la factorisation). Elle se sert d'un langage mathématique pour expliquer comme un professeur son choix du facteur commun.
Par une technique didactique mésogénétique, l'enseignant au TP 188, confronte l'expression de **Cha** avec le travail de **Mar**, et diffuse la nouvelle information qu'il qualifie par « *une idée géniale* » pour mettre en jeu la factorisation partielle. Mais sans s'attarder là-dessus, il décrit le travail de **Mar** dans un but d'institutionnalisation des traits pertinents auprès de toute la classe en le référant toujours au nom de **Mar**, sans oublier de faire allusion à la difficulté de **Be** avec les binômes carrés. Il lui rappelle une tranche de la formule de distributivité, la lettre « a » et son identifiant.
Comme tout ce travail était après la sonnerie de la cloche, l'enseignant ne pouvait plus retenir les élèves et décide de s'arrêter sans s'assurer de leur appropriation de ce savoir.

Dans cet épisode, nous percevons que l'enseignant a placé les élèves dans une situation ancienne nouvelle. Il leur a donné l'occasion d'établir un rapport à un nouvel objet, mais leur action montre qu'ils préfèrent se rapporter à un objet ancien pour réussir. Par contre, une étrangère, qui a étudié dans un programme différent du programme français a pu faire des interrelations entre des objets précédemment connus.

- **Au Liban**

C - Classe de quatrième, 1ère séance d'enseignement Enseignante EnFL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 30	Rappel sur un exemple du développement par la distribution (a + b)(c + d)	L'enseignante avant d'introduire le chapitre, « identités remarquables, Equations-produits » l'enjeu de cette séance, parle de

			l'importance de ce chapitre et le qualifie de facile. Pour rappeler aux élèves le développement par distribution, elle demande de **Mi** de passer au tableau pour développer (2x – 3)(3x + 2). Par un processus d'accompagnement, elle corrige les erreurs de calcul de **Mi,** comme -3 ´ 3x = $-6x^2$.
3 ; 9	30 - 65	Introduction des IRC	L'enseignante demande l'opinion des élèves à propos de (2x – 3)(2x – 3). Elle reçoit différentes réponses : « deux facteurs communs » ; « même facteur » ; « les nombres sont les mêmes ». L'enseignante donne la bonne réponse « deux facteurs identiques » et symbolise ce produit par a ´ a. Elle éveille la mémoire didactique des élèves sur les puissances pour avoir la réponse « a deux », qui lui permet de passer de (2x – 3)(2x – 3) à $(2x – 3)^2$ qui est « une première forme d'une IRC » ; « La deuxième forme est $(2x + 3)^2$ » et annonce la présence d'une troisième qu'elle laisse pour après. Elle raconte qu'il y a « effectivement sept identités, mais cette année vous allez étudier trois ». Elle note 2x par a et 3 par b, pour créer la première identité $(a – b)^2$ et de même la deuxième identité $(a – b)^2$ **To** insiste à dire la troisième identité. L'enseignante fait remarquer aux élèves que le a et le b sont des monômes comme 2x ; $4x^2$.
7 ; 19	65 - 106	Développement de $(a – b)^2$ par **Ma**	L'enseignante demande à **Ma** de développer $(a – b)^2$. Pour cet élève la réponse est $a^2 – b^2$, alors que pour **Da** c'est $a^2 – ab + b^2$. L'enseignante demande à **Ma** de décomposer $(a – b)^2$ identiquement à (2x – 3)(2x – 3), puis de le développer. **Ma** mime les flèches de distribution en disant « ça fois ça ». Ce langage est refusé par l'enseignante et elle lui demande de développer à haute voix, comme si elle voulait que toute la classe en profite. Elle fait la remarque que ab et ba sont « tout à fait la même chose ». A la fin du développement, elle rappelle l'ensemble classe des réponses de **Ma** et **Da**, puis explicite la réponse par un langage rhétorique. Elle rappelle que a et b sont « des monômes qui contiennent parfois des x et des y ». **Mi** se demande si $ab^2 = 2ab$. En interagissant avec les élèves, l'enseignante institue que la « forme développée » est $a^2 – 2ab + b^2$ et la « forme factorisée » est $(a – b)^2$. Elle écrit le nom de chaque opération en dessous de la formule correspondante.
11 ; 51	106 - 178	Développement de $(2x – 3)^2$	C'est le tour de **Ro** qui semble perturbé, l'enseignante le calme en lui disant « n'aie pas peur, c'est très facile » et l'accompagne pour développer $(2x – 3)^2$ en utilisant la formule. Ils identifient les termes de l'expression « forme-énoncé » à leur

			symbole. Un arrêt se fait autour de $2x^2$ et $(2x)^2$. Pour **Ro** $a^2 = 2x^2$ et $(2x)^2 = 2x^2$. Pour un autre élève $3^2 = 6$. Elle institutionnalise le développement par un langage rhétorique, puis elle dénote 2ab, qu'elle entoure en rouge, par « double produit ». A la fin de son discours, elle parle du rôle des IRC « c'est pour nous raccourcir, pour nous faciliter la tâche ». Elle n'oublie pas de signaler aux élèves qui sont en difficulté avec les IRC, de développer par distribution au brouillon, pour donner le résultat en une seule étape ; personne ne pourra savoir comment l'élève dans sa tête a pensé.
17 ; 16	178 ; 210	Développement de $(a + b)^2$	L'enseignante se demande « ce qui va se passer avec le double produit ». Elle fait la remarque sur son signe dans $(a – b)^2$ et $(a + b)^2$. Pour **An**, $(a+ b)^2 = a^2 + b^2$. Quatre tours de parole plus tard, l'enseignante donne le développement correct et explicite le signe du double produit. Elle institue la « forme développée » et la « forme factorisée ».
..20 ; 42	211 - 247	Développement de $(2x + 3)^2$	L'enseignante invite **An** au tableau pour développer $(2x + 3)^2$. Par un processus d'accompagnement, elle identifie les nombres à leur symbole dans la formule.
22 ; 35	247 - 299	Développement de (a – b)(a + b)	L'enseignante fait passer au tableau **To** qui a déjà publié la formule (a – b)(a + b) que l'enseignante identifie avec (a + b)(a + b) pour montrer la différence de leur comportement. **Da** se demande de la possibilité d'avoir deux doubles produits. L'enseignante répond à la question de **Da** par une question sur l'emplacement du double produit. A la fin de cet épisode, l'enseignante par analogie au travail précédent, institue les deux formes « développée et factorisée ». Pour approfondir l'apprentissage, on va faire des exercices d'application dit-elle.
26 ; 22	300 - 338	Discussion sur le statut du double produit dans $4x^2 + 12x + 9$ qui est la « forme-développée » de $(2x + 3)^2$	**Ca** dit que dans $4x^2 + 12x + 9$, il n'y a pas de double produit. L'enseignante déchiffre 12x en 2 ´ 6x et 6x = 2x ´ 3 pour montrer le double produit. Pour convaincre **Ge** que $(a – b)^2$ ¹ $a^2 – b^2$, l'enseignante évoque la présence du double produit et institue cette « règle-élève » une deuxième fois. La remarque de **Da** est importante à signaler. Il dit : « si on va faire comme il a dit **Ge**, ..le moins sera plus, ça veut dire on a changé » **An** se demande si $2^2 – 3^2 = (2 – 3)^2$? L'enseignante effectue les calculs pour montrer la « non égalité ». Elle n'a pas développé $(2 – 3)^2$ suivant la formule $(a – b)^2$. Elle conclut que « ça soit avec des variables ou bien sans variables, toujours je dois développer de la même manière ».
30 ; 22	338 – 361	Développement de (2x + 3)(2x – 3)	L'enseignant demande à **Yo** de formuler un exemple de la forme (a + b)(a – b). Elle l'accompagne dans le développement de (2x

			+ 3)(2x – 3). Elle rappelle de ne pas oublier les parenthèses pour 2x au carré, par contre 3^2 n'en a pas besoin. Ce qui a placé **Ro** en difficulté.
32 ; 27	361 – 398	Institutionnalisation du développement des trois IRC	Elle institue les IRC développées par questionnement aux élèves. La différence entre $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$ est le signe du double produit.
33 ; 58	398 - 447	Factorisation de $A = 4x^2 + 8x + 4$	L'enseignante annonce aux élèves qu'elle veut factoriser $4x^2 + 8x + 4$ qui est « un développement, un polynôme, une expression de la forme d'une identité remarquable ». Elle demande de rechercher le a et le b. En interagissant avec les élèves, elle recherche les carrés, puis leur racine carrée et écrit = 2x … 2. Le signe du double produit est le même que le signe qui doit remplir le trou. Elle fait la remarque sur l'exposant 2 que certains élèves oublient. « Ce sont les parenthèses au carré ».
37 ; 30	448 - 502	Discussion sur le statut du double produit dans la factorisation	**An** demande où est passé le 8x ? L'enseignante transmet la question à l'ensemble classe. Pour **Ra**, le double produit est dans le a plus b, pour **To**, il est dans le signe. **Be** crie « dans les deux parenthèses ». Elle institue la présence du double produit dans le développement, alors que dans une factorisation, il n'apparaît pas, « il se cache » selon l'enseignante. Elle développe $(2x + 2)^2$ pour montrer qu'il est égal à la « forme-énoncé ».
41 ; 30	503 – 532	Factorisation de $A = 9x^2 - 8x + 4$	L'enseignante demande de factoriser « ce produit ». Pour ceci, il faut en premier « regarder » les carrés. Elle propose de travailler par analogie à l'exemple précédent. Le moins entre 3x et 2 provient du moins du double produit. Il ne faut pas oublier de prendre « le tout » au carré.
43 ; 4	533 – 560	Découverte de l'impossibilité de factoriser $A = 9x^2 - 8x + 4$	**Be** crie « c'est pas juste », « c'est pas huit x, c'est six x ». L'enseignante fait la remarque qu'il faut regarder les carrés pour factoriser et après vérifier la validité de la réponse par le calcul du double produit qui « correspond au produit des termes que vous avez mis dans les parenthèses ». Il ne faut pas dire « impossible », elle préfère dire « on ne peut pas factoriser ».
44 ; 39	560 - 597	**Factorisation de $A = 4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)$**	L'enseignante pour montrer aux élèves comment manipuler la factorisation d'une expression de la forme $(a^2 - b^2)$, elle demande à **Ma** de passer au tableau pour factoriser $\mathbf{A = 4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)}$. L'élève propose de résoudre A, puis développer. L'enseignante lui rappelle que le but est de factoriser. $\mathbf{4x^2 - 9}$ gêne l'enseignante. Pour **Ma**, la factorisation de $\mathbf{4x^2 - 9}$ est de la forme $(a + b)^2$. La remarque se fait sur le double produit dont l'absence confirme la non validité de l'utilisation des deux formules (a

			+ $b)^2$ et $(a - b)^2$. Pour avancer le temps didactique, l'enseignante lui montre du doigt $a^2 - b^2$ qui est toujours au tableau, et dit « une fois tu mets un plus, et une fois un moins ». Pour la factorisation de A, elle choisit le facteur commun et demande d'écrire le second assemblage entre deux crochets et de réduire ses termes. Elle attire l'attention des élèves sur 1) $a^2 + b^2$ n'est pas une IRC 2) vérifier le double produit à la fin d'une factorisation. Avant la sonnerie de la cloche, elle demande des élèves de recopier sur leur cahier le titre du chapitre et les formules. Elle écrit sous 2ab, double produit. Elle écrit le DM au tableau.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique.

*L'enseignante introduit les caractéristiques (très importantes, faciles) des identités remarquables qu'elle appelle « nouvelle notion » avant d'annoncer le titre du chapitre. Elle fait passer des élèves au tableau pour développer et factoriser des exemples qu'elle produit sur place et qu'elle appelle à la fois, « polynômes et expressions ». Elle profite de ce travail pour expliquer le développement et la factorisation des IRC. Elle propose de développer $(2x - 3)(3x + 2)$. (Min 3) elle introduit $(a + b)^2$ à partir de l'exemple $(2x - 3)(2x - 3)$ qu'elle appelle « facteurs identiques ». Elle rappelle que $a \times a = a^2$ pour dire que $(2x - 3)(2x - 3) = (2x - 3)^2$. Et la première forme d'IRC fait jour (Min 4 sec 35). La deuxième est de la forme $(2x + 3)^2$ et la troisième est laissée pour plus tard. (Min 6) L'enseignante symbolise 2x par a et 3 par b pour donner les formules des trois identités remarquables qu'elle écrit au tableau. Elle fait la remarque que a et b sont des monômes ($2x$, $4x^2$, ..). A la septième minute, l'enseignante demande à **Mar** de passer au tableau pour développer $(a - b)^2$. Tout en se déplaçant, il dit « a deux plus b deux » et **Da** crie « a deux moins ab plus b deux ». L'enseignante, par modélisation avec $(2x - 3)(2x - 3)$ pousse **Mar** à développer $(a - b)^2$ par distribution. (Min 9 sec 30) Elle rappelle les réponses de **Mar** et de **Da** pour mettre en premier plan la bonne réponse qu'elle institue par un langage rhétorique. Elle montre et écrit en dessous de la formule le nom des opérations correspondantes « développer » et « factoriser ». L'enseignante accompagne **Ro** pour développer $(2x - 3)^2$ (Min 12) par modélisation avec la formule $(a + b)^2$, dans laquelle elle encercle 2ab en rouge et écrit en dessous « double produit ». Elle permet de développer par distribution, mais au brouillon. Il faut que le développement soit en une seule étape. (Min 17) Développement de $(a + b)^2$. L'enseignante met le point sur le signe du double produit dans le développement de $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$. (Min 21) Développement de $(2x + 3)^2$ pour deux minutes et après développement de $(a - b)(a + b)$. Dans ce développement elle pousse les élèves à rechercher le double produit. La classe est agitée, les élèves collaborent avec l'enseignante et veulent tous parler à la fois. (Min 26) « On va faire maintenant des exemples pour bien approfondir » dit l'enseignante. Elle commence par factoriser $4x^2 + 12x + 9$. Elle déchiffre $12x$ en $2 \times 6x$ et $6x = 2x \times 3$ pour montrer le 2ab à **Ca** qui pense que 12x n'est pas un double produit du fait qu'elle ne voit pas le multiplicateur 2. (Min 29) L'enseignante explique pourquoi $a^2 - b^2$ n'est pas égale à $(a - b)^2$ et fait remarquer que le signe de b^2 dans le développement de $(a - b)^2$ est (+), par contre il est (-) dans $a^2 - b^2$. (Min 30)*

*Développement de (2x + 3)(2x – 3). A la minute trente deux, l'enseignante institutionnalise les trois IRC ainsi que le signe du double produit dans le développement de $(a - b)^2$ et de $(a + b)^2$. Le travail collectif se poursuit par la factorisation de $4x^2 + 8x + 4$ (Min 34), dont la « forme-produit » $(2x + 2)^2$ incite les élèves à rechercher le double produit « Où est ce qu'il est passé le huit x ? » (Min 37). Après une recherche de deux minutes, l'enseignante annonce que « le double produit est caché dans l'exposant ». Elle signale que le double produit, dans le développement apparaît, par contre dans la factorisation, il est caché quelque part, il ne disparaît pas, mais il est caché. L'enseignante demande de développer la réponse « forme-produit » dans une action de vérification. Le travail ne s'arrête pas, l'enseignante propose de factoriser $9x^2 – 8x + 4$ (Min 41) dont la « forme-produit » est $(3x – 2)^2$ pour l'ensemble classe sauf pour **Be** qui à la minute 43 crie « c'est pas juste ». L'enseignante institue le rôle du double produit, c'est en le calculant à partir des termes de la « forme-produit » que nous pouvons savoir que c'est bien une des formes des deux IR carrées d'une somme. (Min 45) l'enseignante place les élèves dans un milieu antagoniste comme le propose la TSD : une double factorisation pour établir la transformation (z). Des réponses des élèves s'entendent de tous les sens. Leur agitation est la preuve de leur collaboration à ce travail.*
A la fin de la période, l'enseignante demande des élèves de recopier la partie cours (les trois formules) sur leur cahier. Elle écrit « le double produit » en dessous de 2ab. A la sonnerie de la cloche, elle passe par écrit au tableau le devoir de maison (p 160, ex. 2, 3, 4, 5, 6, 7).

L'enjeu de notre étude est la factorisation par un facteur commun binôme. Les élèves rencontrent cette situation pour la première fois (voir dernier épisode du Synopsis de la séance). Nous nous intéressons à la partie où commence la recherche du facteur commun pour $\mathbf{4x^2 – 9 + (2x – 3)(3x + 5)}$. Signalons que la factorisation de $\mathbf{4x^2 – 9}$ sera étudiée dans la partie de la factorisation en utilisant des IRC.

L'objectif de l'enseignante est d'introduire la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$. Elle utilise un savoir faire ancien (la factorisation par un facteur commun) pour introduire un savoir faire nouveau (la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$). Elle reste du côté du tableau qui lui sert d'un « lieu de travail » et de « savoir ».
Il est clair, que l'expression A proposée demande une double technique de factorisation : 1) factorisation partielle en utilisant l'identité $a^2 – b^2$ 2) factorisation par un facteur commun binôme qui est devenu apparent.
Le choix de l'expression est venu « comme ça » à l'esprit de l'enseignante qui ne prépare pas un cours détaillé.

Min 47 sec 15

598	**En**	Donc, deux plus, plus deux x, moins trois, facteur de, trois x plus cinq (elle dicte les écritures de **Ma :** A = (2x – 3)(2x + 3) + (2x + 3)(3x + 5)) Maintenant, si je veux factoriser cette expression, euh, qu'est ce qui tu cherches ? Ou bien, qu'est ce que tu remarques ?
599	**Ma**	Qu'on a deux produits
600	**En**	Qu'on a deux, deux x moins trois Alors qu'est ce que je fais ?
601	**El**	On simplifie
602	**En**	Non
603	**To**	Factoriser
604	**En**	Je veux factoriser par deux x moins trois (elle écrit = (2x – 3))

		Et après ?
605	**Els**	Crochets, crochets
606	**En**	**yo**
607	**Yo**	On met des crochets
608	**En**	J'ouvre des crochets (Elle trace [après (2x – 3))

L'enjeu est la mise en évidence d'un facteur commun binôme, que l'enseignante ne désigne pas le langage mathématique correspondant. Dans ses questions, pour déchiffrer l'expression, elle utilise le langage parlé pour aider **Ma** à agir sur cet objet. Par contre, **Ma** et deux élèves de la classe répondent par un langage de mathématicien, en utilisant les ostensifs « produit », « simplifier », « factoriser ». **En** reproduit la réponse de **Ma** « *On a deux produits* » comme elle le voulait, et continue « *On a deux, deux x moins trois* » sans donner aucune importance au sens que donne **Ma** à « produits ». Voulait-elle dire deux termes d'une somme ? Ou bien elle a considéré la somme comme un produit ou réellement elle voulait parler de deux binômes identiques ? Puisque **Ma** ne réagit plus avec **En**, ce sont les élèves de la classe qui ont pris la charge de répondre aux questions de **En**, nous pensons qu'elle ne voulait pas dire la troisième supposition.

Du TP 604 -608, les élèves ainsi que l'enseignante agrègent le second assemblage par des délimitants ; les crochets. Ces ostensifs graphiques (délimitants) remplacent l'ostensif « produit » en disant « O*n met des crochets* », « *j'ouvre des crochets* ». Ces élèves utilisent le pluriel, pour ne plus dire « fermer le crochet », ils sont conscients que ce délimitant va en paire.

Un des élèves crie à la place de **Ma** « On *simplifie* » (TP 601). Pour lui, la factorisation est terminée, du fait que $\mathbf{x^2 - 9}$ a subi la transformation (ζ), ne faut-il pas passer à la deuxième étape : la simplification.

Min 48 sec 4

608	**En**	..//.. Regardez un peu. J'ai mis le deux x moins trois, dehors, je l'ai chassé, alors je le barre légèrement (elle barre les deux binômes (2x – 3) dans l'expression A). Du premier produit, qu'est ce qui va me rester ?
609	**To**	Deux x
610	**Ma**	[deux x plus trois
611	**En**	Deux x plus trois (elle écrit à la suite de (2x – 3)[ )
612	**To**	Plus trois x, plus cinq
613	**En**	Plus
614	**Ma**	Trois x plus cinq
615	**Els**	[trois x plus cinq
616	**En**	Trois x, plus cinq (elle a écrit = (2x – 3)[(2x + 3) + (3x + 5)]
617	**Da**	On enlève les parenthèses
618	**En**	Et maintenant, qu'est ce qu'on fait **Ma** ?
619	**Ma**	On enlève les parenthèses
620	**En**	*Vas y* Egal deux x moins trois
621	**To**	Crochet
622	**En**	(**Ma** écrit = (2x – 3)[2x + 3 + 3x + 5] Donc, elle a dit, c'est deux x moins trois, facteur de, deux x plus trois, plus, trois x plus cinq. Elle a enlevé les parenthèses Donc, c'est deux x moins trois, facteur
623	**To**	Cinq x plus huit
624	**En**	Tu la laisses ?
625	**Ma**	Cinq

626	**En**	C’est deux x plus trois x, c’est, cinq x. Trois plus cinq, c’est
627	**Ma**	Huit (elle a écrit (2x – 3)(5x + 8))
628	**En**	Est-ce qu’on peut encore factoriser ?
629	**Ma**	Non

L’enseignante prend la responsabilité du tableau pour publier la technique de la mise en évidence d’un facteur commun (TP 608). Elle utilise le langage parlant accompagné d’un langage écologique qu’elle combine avec le langage mathématique, pour que tous les élèves bénéficient de ce savoir public. Elle « *chasse* » le facteur commun, et le « *barre légèrement* ». Elle fait allusion à la notion « division », sans la déclarer, par utilisation de l’ostensif « *reste* ».
Au TP 620, après avoir mis en évidence le facteur commun (2x – 3), **En** cède la topogenèse à **Ma**, mais ne tarde pas à reprendre son rôle. Par une technique mésogénétique (TP 622), l’enseignante institue un savoir ancien qui a une place dans cet enjeu. Elle parle en mathématicienne, elle se sert des ostensifs « *facteurs* », « *parenthèses* » qu’il faut « *enlever* » pour ne plus agréger les binômes, afin de réduire les termes semblables.
Au TP 630, par un processus chronogénétique/topogénétique descendant, pour que l’apprentissage se fait, l’enseignante s’adresse à l’ensemble classe par le pronom « on », en se tenant du côté du tableau. Elle reformule le travail qui a été en majorité individualisé avec **Ma.**
Par sa question « Est-ce qu’on peut encore factoriser ? » (TP 628), l’enseignante évoque la factorisation au maximum, sans la déclarer.

« On e*nlève les parenthèses*» est la suggestion de **Da** et **Ma** (TP 617, 619). C’est la procédure qui suit la transformation (ζ). Ces élèves ont dans la tête toutes les procédures de la technique de factorisation.
To, tout le long de cet épisode, a accompagné l’interaction de l’enseignante avec **Ma**, jusqu’au moment où l’enseignante lui demande par un ton autoritaire de laisser **Ma** (TP 624). Il soufflait les réponses à sa camarde par solidarité.

4 ème séance d’enseignement
Enseignante EnFL

Dans le tableau qui suit, les parties écrites en gras sont celles qui vont être étudiées dans la suite du travail.

Synopsis de la séance

Le tableau complet ainsi que le récit sont aux pages 113-114. Nous avons retiré l’épisode qui se rapporte à la factorisation par un binôme, l’enjeu de notre étude dans cette partie.

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
25 ; 20	47 - 170	Factorisation par un binôme	l’enjeu de cet épisode est la factorisation par un binôme que l’enseignante introduit à partir de trois exercices (16, 17, 18) de la page 60. L’enseignante toujours du côté du tableau en situation d’accompagnement, propose aux élèves une manipulation des

			systèmes d'ostensifs, oraux et graphiques, pour enrichir leur mémoire Elle abuse du langage « ordinaire » pour faciliter l'apprentissage de la factorisation par un binôme, qui est un savoir nouveau. Elle « barre légèrement » le binôme facteur commun, le « chasse » pour le « mettre dehors ».

Sous synopsis de l'épisode

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
25 ; 20	47 - 100	**Correction du n°16 p 160**	Consigne : « Factoriser en reconnaissant un facteur commun chaque expression algébrique proposée » L'enseignante fait passer deux élèves pour la correction au tableau (deux expressions par élève). Elle dialogue en direct avec eux par un processus d'accompagnement tout le long du travail. Elle abuse des ostensifs des deux registres de la trace et de la gestualité pour faciliter l'apprentissage. Elle met en œuvre le multiplicateur « 1 » qui remplace le « zéro » et le « rien » des élèves.
33 ; 42	100 - 110	Correction du n°17 p 160	Cet exercice a la même consigne que le n°16. l'enseignante ne change pas de technique de travail. les élèves qui passent pour la correction ne rencontrent aucune difficulté.
38 ; 8	110 - 170	**Correction du n°18 p 160**	La procédure du travail est toujours la même. La « forme-produit » dans la deuxième expression $[(7x + 2)^2 -3x(7x + 2) = (7x + 1)(4x + 2)]$ met en œuvre la factorisation au maximum que l'enseignante approuve sans lui donner de nom. Elle s'éloigne du tableau (min 39) pour discuter, avec un groupe , la factorisation d'une expression du n°22 (Nous rappelons que, à chaque séance, les élèves sont autorisés d'avancer dans les exercices par un travail de quadruplet au maximum. L'enseignante leur passe, au fur et à mesure, les numéros qu'elle compte travailler avec l'ensemble classe).

Exercice 16

Min 28 sec 15 Factorisation de $(x + 7)^2 + 3(x + 7)$

76	**Ri**	(**Ri** écrit $C = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$) x plus sept facteur commun
77	**En**	x plus sept facteur commun **An** tu suis ? ((**Ri** travaille en silence et ses écrits sont $C = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$ $= (x + 7)[(x + 7) + 3]$

		$= (x + 7)(x + 10)$) Très bien. D
78	**Ha**	Pourquoi en A, on a barré ?
79	**En**	Pourquoi en A, on a barré et ça (elle montre C) on n'a pas barré ? Ça ? Lorsqu'on a factorisé par x plus quatre, pour faire attention de ne plus le remettre entre les crochets, on le barre légèrement Donc, il nous reste pour le crochet, x moins deux, plus trois (elle explique sur A qui est toujours au tableau). Légèrement et non pas vous le barrez pour ne plus comprendre (Pendant ce temps Ri travaille seule au tableau : $D = (x + 5)^2 – (x + 5)$ $= (x + 5)[(x + 5) – 1]$
80	**Ri**	Moins un
81	**En**	Très bien, pourquoi moins un ?
82	**Ri**	Car il n'y a plus de facteur autre que un
83	**En**	Car il n'y a plus de facteur autre que le un Faites attention à l'erreur que vous me commettez toujours (pendant ce temps **Ri** finit son travail par $= (x + 5)(x + 4)$) Merci très bien Regardez tous, faites attention,
84	**Da**	[dans le D, si on n'a pas le moins un c'est faux ?
85	**En**	Bien sûr c'est faux. Regardez un peu, lorsque, lorsque vous avez factorisé par x plus cinq, on barre légèrement le x plus cinq (elle barre (x + 5) dans $D = (x + 5)^2 – (x + 5)$) Donc, là (elle montre $(x + 5)^2$) j'en ai deux, j'ai mis un dehors, il va me rester x plus cinq. Là (elle montre (x + 5)) le x plus cinq, je l'ai barré, car il est deve, je l'ai chassé dehors, à sa place, il ne me reste pas rien, faites attention, ni zéro, il n'y a pas de rien en math, le x plus cinq, c'est comme si je l'avais une seule fois. Donc, lorsque je l'ai chassé dehors, à sa place, il va me rester un Ce n'est pas zéro, faites attention !!!! Oui **Mi** (il lève son doigt pour parler)
86	**Mic**	Pourquoi, pour le x plus sept, il n'y a pas un dans les parenthèses ? (il parle de $C = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$)
87	**En**	Ah !! Regardez là, il me pose une question. Là, à la place de x plus sept, quand on l'a chassé, pourquoi on n'a pas mis un ? Mais, j'ai le trois fois x plus sept, donc, il me reste trois Tu as compris ? Tandis que là, je n'ai rien, je l'ai, je l'ai une seule fois le x plus cinq (elle montre D), donc, c'est x plus cinq fois un. Là (elle montre C), j'ai trois fois x plus sept, tu chasses le x plus sept, à sa place, il te reste trois. Là, tu chasses le x plus cinq, à sa place, il te reste un Donc, si tu avais là (elle montre (x + 5) de D) deux, il te reste (elle attend la réponse de **Mic**)
88	**Mic**	Deux
89	**En**	Deux. Tu n'as rien, c'est comme si tu as un, un. D'accord

Dans cet épisode didactique nous pouvons voir une structure dialogique tripolaire. Le dialogue se balance entre l'enseignante, l'élève qui est au tableau et des élèves de la classe, dont certains sont en difficulté de gérer la stratégie de factorisation. Les TP 76 et 86 montrent que les élèves confrontent des difficultés dans la manière de faire pour chaque expression, ils se trouvent en rupture de contrat avec l'enseignante qui, toujours du côté du tableau, essaye de donner une signification pour le geste « barrer », pour que les élèves puissent comprendre le sens de ce geste et le s'approprient. On barre le binôme facteur commun pour ne plus le remettre dans le crochet et légèrement pour le comprendre.

Par un mouvement topogénétique descendant (TP 85 et 87), l'enseignante décrit plus largement sa technique de factorisation (c'est sa manière de faire) en parlant avec le pronom « je », pour solliciter les élèves à l'imiter. Son langage ne change pas, c'est toujours une combinaison de trois langages différents (écologique, mathématique et parlé). Elle fait appel aux multiplicateurs pour légitimer la présence du facteur « 1 ». Le binôme facteur commun, s'il n'est pas multiplié par un nombre, alors son multiplicateur est le nombre « 1 », ce qui explique qu'il reste 1 à la place du binôme pris en facteur. Elle focalise l'attention des élèves sur le « *zéro* » qu'elle sépare de « *rien* » (TP 85), mais dans la deuxième répétition de l'explication, elle utilise le non ostensif « multiplication » et l'ostensif graphique (׳) pour légitimer la présence de 1 dans le second assemblage (TP 98). Sa modélisation pour la technique ne fait appel à aucune opération mathématique. Elle identifie la tâche « opérer » par l'action « *chasser* ».

Du point de vue élève, **Ha** et **Da** ont la même difficulté : la présence des nombres qui devraient être absents. **Ha** se demande pourquoi en A = (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4) « *On a barré* » ? Pour lui, le (x + 4) est barré, alors il ne doit plus exister, c'est logique, non !! Par contre il y est toujours, il est le premier assemblage de la réponse « forme-produit ». **Da** est gêné par la présence du (-1) dans le second assemblage de l'expression D, qui n'était pas apparent dans la « forme-énoncé ». Pour lui, le mettre ou non, c'est pareil. Il semble qu'il pense à « 1 » pour élément neutre, sa présence ou sa non présence ne change rien pour la valeur du nombre. La réponse de **En** pour **Da** place **Mic** en difficulté. Il raisonne par analogie, le « 1 » dont l'enseignante vient de dire qu'il est le « *reste* » quand « *on chasse* » le facteur commun binôme, alors pourquoi il n'a pas sa place dans le second assemblage de l'expression D ?

Exercice 18

Min 40 sec 19 Factorisation de I = $(7x + 2)^2 – 3x(7x + 2)$

129	**Ab**	J'efface
130	**En**	Oui, efface (la classe est trop bruyante) Chuchuchuttt, derrière **Ma**, chuchuchu, hé, hé vous faites du bruit, chut (**Ab** écrit I = $(7x + 2)^2 – 3x(7x + 2)$ = 7x + 2 [7x + 2 – 3x)
131	**To**	Oui, *une va être* plus, *une va être* moins (il parle toujours de l'exercice 22 et montre son cahier à l'**En**)
132	**En**	Chuchuchuttt. Oui, c'est juste, comme ça c'est juste, très bien (on lit $(x – 2)^2 – 9$ = [(x + 2) + 3)][(x +2) – 3]) (elle corrige le n° 22 pour **Be**) Donc, là, on va voir **Ab,** ce qu'il est en train de faire (elle retourne au tableau) D'abord, **Ab**, (il a écrit = 7x + 2[7x + 2 -3x)) il y a, les pa, ren, thè, ses qui te manquent, tu as moins trois x, comme ça. (elle trace les parenthèses et le crochet de fermeture qui manquent dans le travail d'**Ab** = (7x + 2)[(7x + 2) – 3x]) Egal (**Ab** continue = (7x + 2)(4x + 2)) Bien, regardez tous ici. Posez les crayons et suivez. On revient au numéro dix huit I. On revient au dix huit I, posez tous les crayons et suivez. On a sept x plus deux, facteur de quatre x plus deux. Mais, on est censé, factoriser. Est-ce que je peux encore factoriser **Ab ?** Personne ne répond maintenant (elle parle d'un ton ferme) est ce qu'il y a lieu encore à une factorisation ?
133	**Be**	*Oui, oui, il y a* deux
134	**En**	chuchuchcuttt
135	**Ab**	*Il y a* deux
136	**En**	Quel deux ? Ce deux et ce deux, tu vas les factoriser ? (elle lui montre les 2 de chaque facteur (7x + 2)(4x + 2))
137	**Ab**	Non
138	**En**	Non
139	**Ab**	x, x
140	**En**	Ce x, et ce x (elle montre les x de chaque facteur (7x + 2)(4x + 2)) On a le droit ?
141	**Ab**	Non
142	**En**	Non

		Donc, là, je n'ai plus le droit, il y a le sept x plus deux facteur de quatre x plus deux, il a essayé de factoriser par x, ça ne marche pas, par ce deux et ce deux
143	**Be**	Non
144	**En**	J'ai envie de voir d'autres doigts (quelques élèves lèvent le doigt pour donner une réponse) **Ch**
145	**Ch**	x plus deux
146	**En**	x plus deux. Il n'y a pas de x plus deux **Ra**
147	**Be**	[Deux, facteur de deux plus
148	**Ra**	[Deux, facteur de euh, sept x plus deux, euh, facteur de, deux x plus un
149	**En**	Très bien. Donc, quel facteur tu as factorisé encore ?
150	**Els**	Deux
151	**En**	On a factorisé par deux. Mais, qui ?
152	**Els**	(inaudible)
153	**En**	Je suis entrain de m'adresser à **Ra**, qui tu as
154	**Ra**	[quatre x plus deux
155	**En**	Voilà, le quatre x plus deux, je peux le factoriser par deux. Mais on sait, on sait très bien, que lorsqu'on factorise par un nombre, ce nombre doit être mis où ?
156	**To**	Au début
157	**En**	Au début du, du produit Le sept x plus deux, est ce que je l'ai factorisé ?
158	**Els**	Non !!
159	**En**	Non, donc, il reste intact. **Ma**, tu te tiens comme il faut Et le quatre x plus deux, va devenir, oui **Ca** Chuchuchcutt, attendez, deux x
160	**Ca**	Deux
161	**Ab**	Deux x plus un (il écrit = 2(7x + 2)(2x + 1))
162	**En**	Voilà, bien

Dans cet épisode, le tableau est toujours à la charge des élèves, il est un « lieu de travail » et nous retrouvons deux temps didactiques :

1. travail de l'enseignante avec un groupe qui est en avance par rapport au travail du tableau
2. explication de « la factorisation au maximum » sans la nommer.

Nous retrouvons (TP 132) **Ab** en difficulté avec les délimitants : parenthèses et crochets. L'enseignante déçue, elle s'adresse à **Ab** en découpant le mot « parenthèses » en syllabes pour y mettre le point. Et pour avancer le temps didactique, elle ne communique pas avec la classe pour la correction, elle trace elle même les parenthèses et le crochet qui manquaient et passe rapidement pour introduire, au même tour de parole, une nouvelle technique de factorisation, qui est absente institutionnellement : la factorisation au maximum. Pour rendre cette technique une connaissance publique, elle demande, deux fois, de tous les élèves, non seulement de regarder, mais aussi de poser leur crayon et de suivre. Elle insiste à s'individualiser avec **Ab** qui a trouvé la réponse (7x + 2)(4x + 2), en s'adressant d'un ton autoritaire à l'ensemble classe. Contrairement à ses attentes, **Ab** ne réagit pas devant ses multiples questions sur la possibilité de factoriser encore. Il reprend le « deux » que **Be** a soufflé et qui a été négligé par l'enseignante. Elle essaie d'aider **Ab** à dévoluer.
Pour l'avancement du temps didactique, et par un mouvement mésogénétique, et devant l'incertitude d'**Ab,** l'enseignante régule son activité, et publie son travail à toute la classe (TP 142). Elle coopère avec plus qu'un élève pour arriver à la réponse optimale de cette factorisation.

A partir du TP 155, l'enseignante publie la factorisation par 2 du binôme (4x + 2), et expose la forme de la réponse réussie sans aucune justification pour l'emplacement du 2 « *placer le facteur commun au début du produit* ». Elle institue encore une fois la factorisation au maximum, sans la définir.

Du point de vue élève, **Ab** n'a pas encore approprié deux savoirs : le savoir de la transformation (z), qui dans la « forme-produit » induit deux assemblages, au minimum, qui usent des délimitants parenthèses et/ou crochets ; et celui de la factorisation au maximum. Il reprend la diction de **Be** pour répondre à **En** qui attend uniquement de lui une réponse. Par frayage de l'enseignante il bascule son choix sur x pour facteur commun.
Ra trouve l'assemblage dont les termes ne sont pas premiers entre eux, ils ont 2 pour diviseur commun. Mais il se trouve en difficulté par rapport à l'emplacement du 2. Il n'a pas répondu à la question de **En** « ce nombre doit être mis où ? » puisque jusqu'à présent le facteur commun se trouve séparé de l'assemblage qui le multiplie par un couple de parenthèses rondes. **To** lui vient en aide et répond aux attentes de l'enseignante.

D - Classe de quatrième, 1ère séance d'enseignement Enseignant EnL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 49	**Correction de la première activité de rappel**	Dans cette partie, l'enjeu est le choix d'un facteur commun pour plusieurs nombres. L'enseignant accompagne la progression des élèves dans leur choix du facteur commun. Il désigne le facteur commun comme une chose et non pas une quantité « Le facteur commun c'est quoi ? ». Comme réponse à cette question, certains élèves donnent le nombre « Deux » et d'autres le monôme « 2x ». L'enseignant rappelle la technique de la recherche du facteur commun monôme sans la nommer « *En premier*, on cherche le facteur commun parmi les nombres, ensuite le facteur commun parmi les lettres ». L'enseignant, par un échange didactique en majorité avec le groupe classe, gère la différence entre le produit et la somme de deux nombres. Une difficulté se pose pour la recherche du facteur commun de $5m^2n$; 15 (m + n) ; 20 (m – n). Cinq est le facteur commun parmi les nombres. La majorité des élèves ont choisi mn pour facteur commun parmi les lettres, d'autres m et le reste m + n. En réponse à la question de l'enseignant pourquoi ? **Ma** dit « car il y a m et n dans chaque nombre ».
4 ; 8	50 - 162	**Correction de la deuxième activité de rappel**	Cette activité est à deux questions 1) développe. Pour développer $2x(x + y)^2$, l'enseignant rappelle une deuxième règle : « on calcule tout d'abord la puissance, puis on fait la

			multiplication ». Il trace les flèches de distribution pour rappeler le développement. 2) Mets en facteur. **Nis** rappelle qu'il faut diviser le nombre par le facteur commun pour retrouver les termes du second assemblage. L'enseignant profite de l'expression $x^2 + xy – y^2 – xy$ pour expliquer la factorisation par regroupement de termes.
19 ; 54	163 - 267	**Correction de la première activité préparatoire**	L'enseignant annonce le passage à la correction des activités préparatoires. Pour la première activité, **Ca** est au tableau, mais **En** prend la charge du tableau, et dessine deux carrés de côté a et b avec b < a, et deux rectangles de dimension a et b identiquement à ceux proposés dans le livre pour résoudre l'activité. Par un échange didactique en majorité avec le groupe classe, il gère le calcul des aires de ces figures. **Ca** écrit toutes les dictions au tableau. Pour réduire les termes semblables de $a^2 + ab + ab + b^2$, et dans un but de faciliter cette tâche, L'enseignant reproduit les quatre dessins du livre au tableau, puis les colle ensemble pour avoir un carré de côté (a + b) et **Ca** s'occupe du calcul des aires pour montrer que $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$. Pour convaincre les élèves que **ab + ab = 2ab** et non pas $\mathbf{ab^2}$, l'enseignant additionne deux livres ensemble.
35 ; 40	267 - 328	**Correction de la deuxième activité préparatoire**	L'enseignant considère que cette activité ressemble beaucoup à la précédente. Par illustration géométrique : un carré de côté a, duquel un petit carré de côté b est découpé, et à partir du calcul d'aire, l'enseignant, toujours par échange didactique avec l'ensemble classe publie la « formule » $a^2 – b^2$. Et par découpage de ce carré en deux rectangles, il forme par un jeu de « puzzle » un rectangle de dimension a + b et a – b, et le calcul de l'aire de ce rectangle donne le produit de a + b et de a – b. Il démontre ainsi que $\mathbf{a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)}$
45 ; 45	328 - 379	**Introduction et explication du développement des IRC**	L'enseignant énonce les trois formules à savoir. Il écrit : $\mathbf{(a + b)^2 =}$ $\mathbf{(a + b)^2 =}$ **(F)** **(a – b)(a + b) =** Puis il ajoute que ces formules sont à savoir dans le calcul, dans le développement et dans la factorisation. Il rappelle que la première identité remarquable a donné $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$ par un « calcul géométrique ». Pour retrouver la réponse par un « calcul algébrique », il décompose $\mathbf{(a + b)^2}$ en **(a + b)(a + b)** et il trace les flèches de distribution pour développer. Les élèves s'agitent pour donner une réponse. L'enseignant écrit $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$ dans (F) et l'appelle la première formule. Il fait de même pour le reste et complète (F). Ces trois formules « il faut les retenir, comprendre et savoir appliquer dans les exercices ». Le cours est fini, l'enseignant demande des élèves de faire le

			premier exercice.

Récit de l'intrigue didactique de cette séance.

Les « Identités remarquables » sont le thème du jour. Elles sont introduites à partir des activités du chapitre dites « activités de rappel » et « activités préparatoires ». L'enseignant a demandé aux élèves de les préparer à la maison. ***Sa*** *est au tableau pour la correction de la première activité de rappel de la factorisation par un facteur commun monôme. L'enseignant lance la technique de la factorisation (Min 1) « Premièrement on cherche le facteur commun parmi les nombres, ensuite le facteur commun parmi les lettres ». (Min 4)* ***Sa*** *toujours au tableau se charge de la correction de la deuxième activité, où les élèves ont à développer trois expressions et à factoriser trois autres qui font appel aux trois méthodes de factorisation étudiées au Liban : la factorisation par un facteur commun monôme,par un facteur commun binôme et par regroupement des termes de l'expression « forme-énoncé ». Pour le développement, il trace les flèches de distribution pour rafraîchir la mémoire didactique des élèves. (Min 11) L'enseignant évoque le non ostensif « division » pour rechercher les termes du second assemblage après la factorisation par un monôme. Il se charge de la factorisation par regroupement qui est un savoir nouveau contrairement à la codification de l'activité (activité de rappel). (Min 18) L'enseignant reproduit la figure de la première activité préparatoire pour montrer que* $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ *à partir du calcul des aires. Il résout les questions de l'activité une par une. (Min 26) L'enseignant, pour montrer que* $ab + ab = 2ab$ *et non pas* ab^2 *comme disent certaines élèves, modélise la situation en une somme de deux livres. (Min 36) La deuxième activité recherche aussi à partir des aires que* $a^2 – b^2 = (a + b)(a – b)$*. L'enseignant reproduit la figure et interagit avec les élèves pour découper le carré et avoir un rectangle de dimensions* $(a + b)$ *et* $(a – b)$*. (Min 46) L'enseignant écrit au tableau les deux formules trouvées à partir des activités préparatoires sous « la forme-produit », et ajoute la troisième* $(a – b)^2$*. Il fait passer les élèves du milieu géométrique au milieu algébrique pour développer ces trois expressions par distribution et trouver les trois IRC qu'il faut retenir. (Min 51) L'enseignant passe aux applications et choisit l'exercice I de la page 99. Il place les élèves en situation de travail individuel qui a été interrompu par la sonnerie de la cloche.*

Dans ce qui suit, nous présentons le travail de la factorisation par un facteur commun binôme dans une activité dénotée dans le manuel par « Activités de rappel ». Or ce type de factorisation n'est ni dans le programme, ni dans le contenu du manuel de la classe de EB7 (Cinquième). Nous voulons par ceci montrer comment l'enseignant a officialisé ce savoir nouveau.

La consigne de l'activité est « Mets en facteurs »

112	**En**	(il fait signe à **Sa** de passer au suivant, et elle écrit a(a + b) + b(a + b)) Quel est le facteur commun qu'on peut voir ici ?
113	**Ma**	Le a
114	**Sa**	a plus b
115	**Nis**	a plus b
116	**En**	a plus b. c'est une parenthèse ici. C'est a plus b le facteur commun Bon, si on met a plus b en facteur, qu'est ce qui reste dans le premier ?
117	**Els**	a
118	**En**	a

		Et dans le deuxième ?
119	**Els**	b
120	**Els**	Plus b
121	**En**	Plus b (**Sa** écrit en même temps = (a + b)(a + b))

L'enseignant modélise une connaissance mathématique nouvelle « le facteur commun binôme » par le registre de la trace, le facteur commun c'est le terme qui est entre « parenthèses » et que nous « voyons ». Il dialogue avec l'ensemble classe par un langage mathématique en utilisant les ostensifs « facteur », « parenthèse ». Il fait allusion à la notion de division, sans la déclarer, par utilisation de son ostensif « reste ». (Cette notion fut signaler, par une élève (**Nis**) « *On divise* » en réponse à la question de l'enseignant « *Comment on trouve les nombres qui restent à l'intérieur de la parenthèse ?* » dans la factorisation de l'expression $4x + 8xy^2 + 2x^2y$ qui vient juste avant dans la même activité).

Ma propose **a** pour facteur commun, c'est **a** qu'elle « voit » trois fois, par contre **b** est vu deux fois. **Sa** et **Nis** ont pu mettre en évidence le facteur commun (a + b). L'ensemble des élèves coopéraient avec l'enseignant.

Quatrième séance d'enseignement
Enseignant EnL

Synopsis de la séance

Nous allons exposer les différents épisodes puisque nous aurons besoin de certains dans la partie de la factorisation en utilisant les IRC

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 9	**Correction de l'expression (x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)** (Exercice 4 p 99)	L'enseignant prend la charge du tableau pour corriger la dernière expression de l'exercice 4 de la page 99. Il interagit avec l'ensemble classe par questionnement sur chaque étape de travail comme « Comment on va factoriser ici ? » etc.
1; 54	9 - 27	**Correction de d l'exercice 5 p 99**	L'enseignant lit la consigne de l'exercice « Factorise », suite à laquelle il expose des « manières de penser » pour réussir la « manière de faire ». Dans chaque situation de factorisation, il faut en premier rechercher un facteur commun, si non, en deuxième rechercher une IRC, si non, appliquer la méthode de regroupement. Il reprend ces procédures une fois tout seul et une deuxième fois par collaboration du groupe classe. **Mi**, au tableau, réussit la correction des six expressions de l'exercice.
7 ; 35	27	Rappel	L'enseignant fait un rappel sur les formules des IRC. Il suppose que les élèves ont déjà recopié ce cours.
9 ; 35	27 - 237	Correction de l'exercice 6 de p 99.	L'enseignant prend la charge de factoriser $\mathbf{x^2 - 6x + 9}$, première expression de l'exercice 6, pour donner aux élèves « sa façon » de factorisation. Puis il place les élèves en

			situation de travail individuel pour la deuxième expression, en leur disant « avec la même méthode ». Il fait passer des élèves au tableau pour finir la correction de l'exercice.
43	237 - 280	Exercice 7 p 99	L'enseignant propose aux élèves de faire, devant eux, la première expression de l'exercice 7 dont la consigne est « Complète $\mathbf{x^2 + 4x + \ldots = (x + \ldots)^2}$ ». Deux minutes plus tard, l'enseignant accompagne **Lei** dans la correction. Il garde les élèves quelques minutes après la sonnerie de la cloche pour finir l'explication de la recherche des nombres manquants.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique.

L'enseignant, avant de placer les élèves dans une nouvelle situation de factorisation, termine la correction de l'exercice 4 de la page 99 (il lui restait une expression). (Min 2) Il passe à la correction de l'exercice 5, dont la consigne est « Factorise ». Les élèves rencontrent pour la première fois cette consigne (les autres consignes donnaient la méthode de factorisation). Il s'attarde devant cette consigne, pour expliquer « sa manière de penser » qu'il répète deux fois afin d'assurer l'apprentissage. (Min 4) La correction de cet exercice se fait sans aucune difficulté. Les expressions portaient sur la factorisation par un facteur commun monôme et binôme. L'exercice est terminé (Min 7). L'enseignant rappelle aux élèves les trois formules des IRC avant d'entamer la correction de l'exercice 6, dont la consigne est la même que l'exercice 5, par contre l'enjeu est la factorisation en utilisant une des deux IRC : carré d'une somme. Les vérifications du travail sont exigées. A la minute quarante cinq, l'enseignant place les élèves à partir de l'exercice 7 dans une situation différente des autres précédentes. Les élèves doivent travailler seules pour compléter $\boldsymbol{x^2 + 4x + \ldots = (x + \ldots)^2}$*. Deux minutes plus tard, il fait une correction collective au tableau. La sonnerie de la cloche n'interrompt pas le travail.*

Min 0 Correction de l'expression (x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)

Signalons que dans l'exercice quatre c'est la seule expression qui se factorise par un binôme.

1	**En**	Il y a encore un exercice dans le numéro quatre (il écrit au tableau p.99 n° 4 m) (x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)) Donc, c'est x moins un (il hausse sa voix pour calmer la classe), facteur de, y plus trois, moins, deux, facteur de y plus trois Comment on va factoriser ici ?
2	**Ma**	*On prend x plus trois, on la met* en facteur
3	**En**	[y plus trois en facteur Donc, il y a un facteur commun qui est y plus trois Donc, y plus trois c'est le facteur
4	**Els**	[commun
5	**En**	[commun (il écrit en même temps qu'il parle) Qu'est ce qui reste pour le premier ? (il montre de sa main (x – 1)(y + 3))
6	**Els**	x moins un, moins deux
7	**En**	Donc x moins un
8	**Els**	Moins deux
9	**En**	[et moins deux (il écrit (y + 3)[(x – 1) – 2])

		c’est-à-dire, y plus trois, j’enlève les parenthèses (il écrit (y + 3)(x – 1 – 2)) y plus trois, facteur de, x moins trois (il écrit (y + 3)(x – 3)) (Ses écrits sont comme suit : $(x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)= (y + 3)[(x – 1) – 2]$ $= (y + 3)(x – 1 – 2)$ $= (y + 3)(x – 3)$)

Pour l’avancement du temps didactique, l’enseignant se charge de factoriser, rapidement, cette expression qui est la deuxième de son type (rappelons que la première est celle que nous avons exposée plus haut). Par un mouvement topogénétique descendant, l’enseignant questionne l’ensemble classe par le pronom « on », dans un but de coopération et d’accompagnement. Il accepte la réponse de **Ma** en répétant trois fois le statut de (y + 3), il est « *le facteur* », c’est « *le facteur commun* ». Il utilise l’ostensif « reste » sans se référer à l’ostensif « division » pour compléter son deuxième assemblage qu’il délimite par un couple de crochets et conserve le couple de parenthèses rondes pour agréger (x – 1) à l’intérieur des crochets. Il publie la deuxième étape du travail en utilisant le verbe d’action « enlever » pour avoir la réponse finale. Nous voyons bien qu’il ne se donne pas la peine de détailler le travail.

Ma aide à l’avancement du temps didactique, en répondant correctement à la question de **En**. Elle joue le rôle d’enseignant, en dialoguant comme **En** par le pronom « on ». Un manque de langage mathématique est à signaler dans son discours, elle se sert des verbes d’action « *On prend* », « *On met* » pour publier son savoir. Les élèves accompagnaient **En** dans son travail.

Correction de l’exercice 5

Cet exercice est à six expressions qui se factorisent par un facteur commun monôme pour trois, et binôme pour les trois autres.
Dans ce qui suit nous allons parler des trois expressions qui se factorisent par un facteur commun binôme. Mais avant, observons l’explication de l’enseignant suite à la consigne « Factorise » de l’exercice 5.

Min 1 sec 54 Explication des différentes méthodes de factorisation à partir de la consigne de l’exercice « Factorise »

9	**En**	..//.. Bon, numéro cinq On continue la factorisation Dans cet exercice, on ne vous dit pas comment il faut factoriser (la consigne c’est « Factorise ») Tout d’abord, si on vous dit factoriser en cherchant le facteur commun, ou bien, en utilisant les identités remarquables, ou bien comme dans l’exercice suivant, on va voir, par groupement, n’est ce pas ?
10	**Els**	Oui
11	**En**	Donc, chaque fois qu’il faut faire une factorisation : Premièrement : vous cherchez toujours le facteur commun Ensuite, quoi ? Les identités
12	**Els**	[remarquables
13	**En**	[remarquables Donc, premièrement, on cherche à faire la factorisation en trouvant le facteur commun, ensuite en utilisant les identités remarquables, si on n’arrive pas, on essaye de faire à la fin, le, groupement, ok Dans cet exercice on ne dit rien, on dit seulement : « Factoriser ». Donc, premièrement on cherche (il tend sa tête en avant pour inciter les élèves à répondre, pas de réponse

		pour deux secondes) Quoi ? Fac
14	**Els**	[Facteur commun
15	**En**	[facteur commun. Est-ce qu'il y a un facteur commun ici ?
16	**Els**	Oui
17	**En**	Oui, donc on factorise, en, utilisant, le, facteur, commun (**Mi** écrit = 6x(x – a – 2) à la suite de $6x^2$ – 6ax – 12x)

L'enseignant demande à **Mi** de passer au tableau, mais il garde la topogenèse. Il a la craie en main, il écrit la page et le numéro de l'exercice, ainsi que l'expression $6x^2 - 6ax - 12x$ pour ensuite parler de la consigne. Jusqu'à présent, les consignes explicitaient la technique de factorisation (Exercices 3 et 4 : factorise en mettant en évidence un facteur commun » ; « factorise en utilisant une identité remarquable »)
Par un mouvement topogénétique ascendant, en s'adressant à l'ensemble des élèves par le pronom « vous », et dans le but de leur faciliter la tâche, l'enseignant publie les différentes méthodes de factorisation en numérotant les étapes de leur recherche. La recherche du facteur commun est classée « toujours » première. L'utilisation des identités remarquables est en deuxième rang et finalement la factorisation après avoir groupé les termes de l'expression « forme-énoncé ». C'est ainsi que l'enseignant a routinisé la recherche de la méthode de factorisation, afin qu'elle va de soi et ne pose aucun problème aux élèves. Et dans le but d'instituer cette routine, l'enseignant la reprend une deuxième fois tout en communiquant avec le groupe classe. Sa demande pour la coopération des élèves fut par un geste de tête qu'il tend en avant pour institutionnaliser la recherche de la méthode de factorisation.
L'ensemble des élèves accompagnait l'enseignant dans son explication.

Min 4 sec 40 Factorisation de (a + b)x + (a + b)y

Nous voulons par ce court corpus montrer que l'enseignant se sert des ostensifs graphiques pour institutionnaliser visuellement la mise en évidence du facteur commun binôme.

Mi est toujours au tableau, elle passe d'une expression à une autre d'une façon autonome.

17	**En**	..//.. (**Mi** passe à la deuxième expression, elle écrit b) (a + b)x + (a + b)y) Même chose ici, Quel est le facteur commun ?
18	**Els**	a plus b
19	**En**	a, plus, b donc, je peux mettre a plus b en facteur. (il encadre (a + b) <u>en rouge</u>) Si on met a plus b en facteur, donc, il reste
20	**Mi**	x plus y (elle écrit (a + b)(x + y))
21	**En**	x plus y (les écrits sont  les cadres et les traits sont en rouge)

L'enseignant met en évidence le facteur commun binôme par le registre de la trace : il encadre, en rouge, le facteur commun binôme apparent, et il utilise le soulignant « deux traits » pour montrer le second assemblage que **Mi** agrège par un couple de parenthèses rondes. Cet assemblage est nommé par l'enseignant « *reste* ».

Mi a facilement retrouvé le facteur commun et elle a réussi sa factorisation.

Huitième séance d'enseignement
Enseignant EnL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 193	**Correction de l'exercice 10 de la page 100**	Sous la consigne « Factorise », huit expressions sont proposées à factoriser suivant les trois méthodes de factorisation enseignées au Liban. Des élèves passent au tableau pour la correction. Une difficulté se dévoile : la factorisation partielle par groupement des termes pour avoir la « forme » développée d'une des deux IRC, carré d'une somme. Dans certaines expressions, l'enseignant souligne les termes de l'expression pour déchiffrer les assemblages afin de retrouver le facteur commun.
35 ; 54	193 - 322	**Correction de l'exercice 11 de la page 100**	C'est un exercice à trois expressions. L'enseignant commence la correction dans l'ordre opposé à leur présentation dans le livre. Il passe de la plus simple à la plus difficile. Il corrige en premier la troisième qui ne diffère de la précédente de l'exercice 10 que par le facteur commun il est $(x + 1)$ à la place de $(x- 1)$. Il explique la factorisation de la deuxième expression $3x(2x – 7) – (15x^2 + 90x)$ par référence au travail de factorisation par groupement. Les deux dernières minutes de la séance sont pour la correction de la dernière expression.

Le récit de l'intrigue didactique

L'enseignant travaille les deux derniers exercices du chapitre « Identités remarquables ». Dans cet exercice les élèves confrontent un travail de regroupement de termes.. Les expressions demandent un groupement de trois termes parmi quatre, ou un groupement de chaque trois termes ensemble parmi six. Il interagit avec les élèves pour la progression du savoir. L'enseignant termine l'exercice 10 et passe à la correction de l'exercice 11 (Min 36). La correction de cet exercice se fait dans un ordre opposé à la présentation du livre. L'enseignant, par une technique didactique, commence par la troisième expression qui est supposée « simple », pour arriver à la troisième dont il nous a dit dans un entretien, qu'elle était « difficile ». La correction de la deuxième expression de cet exercice $\boldsymbol{3x(2x – 7) – (15x^2 + 90x)}$ *se fait par référence au travail de factorisation par groupement (Min 40) « C'est comme la deuxième partie d'un groupement ». A la minute quarante quatre, l'enseignant questionne les élèves « Qu'est ce qu'on peut faire dans la deuxième parenthèse ? » (Il s'agit de* $\boldsymbol{(15x^2 + 90x)}$*).* ***Ni*** *par sa réponse « Diviser par deux » s'attaque à l'ergonomie de la notion. Dans une interaction d'une minute, l'enseignant essaye, par des notations algébriques, de montrer que « diviser par deux » a un sens différent de « factoriser par deux ». (Min 49) L'enseignant corrige la première expression de l'exercice 11.*

Nous allons nous occuper dans ce qui suit uniquement des expressions qui se factorisent par un binôme, et qui montrent le rapport de l'enseignant et de ses élèves à cet objet de savoir.

Min 29 sec 36 Factorisation de x(y – 3) – (y – 3)

155	**En**	.../.. Ici encore, on a un facteur commun (**Re** a déjà écrit x(y – 3) – (y – 3)), *qui est*
156	**Els**	y moins trois
157	**En**	*Magnifique*, y moins trois (**Re** a écrit = (y – 3)(x))
158	**Ca**	x moins un
159	**Sa**	Monsieur, moins un
160	**En**	Bon, si je regarde ces deux (il montre les deux termes de la donnée), *on a* y moins trois et y moins trois (qu'il souligne en rouge x(<u>y – 3</u>) – (<u>y – 3</u>)), donc, je mets y moins trois en
161	**Els**	Facteur
162	**En**	Facteur. Qu'est ce qui reste dans le premier ?
163	**Els**	x
164	**En**	x, dans le deuxième ?
165	**Els**	Un
166	**Ma**	Moins un
117	**En**	C'est comme si, il y a, un, facteur de y moins trois (il écrit 1 devant le second (y – 3)), je mets y moins trois en facteur, il reste
168	**Els**	Un
169	**En**	Un (**Re** efface et écrit (x – 1) à la place de (x))

Cette interaction se fait entre les élèves de la classe et l'enseignant. **Re** au tableau travaille silencieusement, elle n'a aucun tour de parole. Nous renvoyons sa réponse (y – 3)(x) au fait que jusqu'à présent, elle n'entend de l'enseignant que « *je mets en facteur* ». Cette action de mettre le binôme (y – 3) en facteur qui est seul dans l'expression « forme-énoncé » ne va pas laisser de trace, comme c'est le cas avec son antécédent x(y – 3), qui laisse x en trace quand (y – 3) est mis en facteur. Aussi, cette réponse nous laisse penser à voir la conception de cet élève sur le statut du nombre « 1 », ainsi qu'à sa conception sur la division d'un nombre par lui même. Comme aussi on peut penser à voir la conception qu'elle a du nombre « zéro ».
Après avoir qualifié la trouvaille, du facteur commun par les élèves, de « *Magnifique* » (TP 157), l'enseignant, par un mouvement topogénétique ascendant, s'adresse à toute la classe par le pronom « je », camoufle le raisonnement logique de la présence du nombre « 1 », par une présence virtuelle « *c'est comme s'il y a un, facteur, de y moins trois*» (TP 167). Nous voyons bien qu'il a raté l'occasion d'utiliser la théorie des nombres pour expliquer le multiplicateur « 1 » de (y – 3). Il n'a pas essayé de solliciter des connaissances anciennes ni sur la multiplication, ni sur la division. Ainsi, l'enseignant en imposant la présence du nombre « 1 », a routinisé la technique de factorisation correspondante à cette expression.
Signalons aussi, que l'enseignant n'a utilisé aucun signifiant pour parler des termes de l'expression. Il s'est contenté de les montrer et de dire « *si je regarde ces deux* » (TP 160). Il s'est servi des ostensifs graphiques : le soulignant « trait » et la couleur rouge pour mettre en évidence le binôme commun apparent dans les termes de l'expression à factoriser qu'il a dénoté par premier et deuxième uniquement.

Ca et **Sa** voulait partager l'enseignement avec **En**, en corrigeant l'erreur de **Re**, mais l'enseignant n'a donné aucune importance à leur intervention.

Min 32 sec 19 factorisation de $(2x + 7)(x - 1) - (x - 1) - 5(x - 1)^2$

L'expression suivante n'a été faite dans aucune des trois autres classes. Nous voulons la mettre en évidence pour montrer le type d'expression que l'enseignement libanais propose à partir des manuels afin d'enrichir la différence entre les deux enseignements.

175	**En**	../.. (**Ri** a écrit $(2x + 7)(x - 1) - (x - 1) - 5(x - 1)^2 =$) Donc, qu'est ce qu'il y a ici ?
176	**Els**	x moins un
177	**En**	x moins un, c'est un facteur commun. Tout d'abord, combien de termes il y a ?
178	**Els**	Trois
179	**En**	Trois. Donc, x moins un c'est un facteur commun, il se trouve dans le premier (il montre $(2x + 7)(x - 1)$)
180	**Ri**	Il reste deux x
181	**En**	..[Dans le deuxième (il montre $(x - 1)$), et dans le troisième (il montre $5(x - 1)^2$) Donc, ça c'est le premier (il souligne en vert $(2x + 7)(x - 1)$), ça c'est le deuxième (il souligne en vert $(x - 1)$), et ça c'est le troisième (il souligne en vert $5(x - 1)^2$) Je mets x moins un en facteur, qu'est ce qui reste dans le premier ?
182	**Els**	Deux x plus sept
183	**En**	*Allez y, laissez la travailler* (**Ri** écrit $(x - 1)[(2x + 7....)$ Deux x plus sept, moins qu'est ce qui reste dans le deuxième ?
184	**Els**	Un
185	**En**	Un, *c'est correct* Qu'est ce qui reste dans le troisième ?
186	**Els**	Cinq x moins un
187	**En**	Dans le troisième on a cinq, facteur de x moins un à la puissance deux
188	**Ni**	*Une est partie*
189	**En**	*Une est partie, on a mis* x moins un en facteur, il reste cinq facteur de x moins un (Ri a écrit $(x - 1)[(2x + 7) - 1 - 5(x - 1)]$) Maintenant, j'enlève les parenthèses (**Ri** écrit $(x - 1)[2x + 7 - 1 - 5x - 5]$) Non, pourquoi moins cinq ? attendez, pourquoi moins cinq ? moins par moins
190	**Els**	Plus ((**Ri** corrige le moins en plus $(x - 1)[2x + 7 - 1 - 5x + 5]$)
191	**En**	Plus, égal
192	**Ri**	x moins un facteur, deux x moins cinq x, égal, moins trois x, et plus onze (elle a écrit $(x - 1)[-3x + 11]$)
193	**En**	Plus onze, ok

Dans cet épisode, les élèves rencontrent pour la première fois, une expression à trois termes à factoriser par un facteur commun binôme. Contrairement aux attentes de l'enseignant, à sa question « *qu'est ce qu'il y a ici* ? », par une pratique routinière, les élèves ont recherché le facteur commun et non pas le nombre de termes de l'expression. Dans une technique de régulation, l'enseignant reformule sa question (TP 177). Il prend la responsabilité du tableau, qui était avec **Ri**. Il dialogue avec l'ensemble classe par un langage mathématique en utilisant les ostensifs « facteur », « termes » (cet ostensif qu'il a complètement raté dans l'expression plus haut, mais il n'a pas tardé à le retrouver). Il s'est focalisé sur le nombre de termes de l'expression, qu'il a classé par ordre de numération (premier, deuxième et troisième), ainsi que sur leur « reste » dans le second assemblage. Nous remarquons qu'il ne s'est pas arrêté devant le nombre « 1 » que certaines élèves ont su retrouver.

Il a essayé de laisser la topogenèse définir l'action de **Ri**, à l'étape de réduction des termes semblables. Mais rapidement il reprend la charge pour diffuser la technique de

factorisation par un langage parlant « *une est partie* », « *on a mis* », accompagné d'un langage mathématique, « *facteur* », « *reste* », pour que tous les élèves bénéficient de ce savoir.
Il accompagne **Ri** dans ses écrits, et lui demande d'« *enlever les parenthèses* » qui agrègent les termes du second assemblage. Il ne s'attarde pas devant l'erreur de distribution du signe (-), et accepte la réponse correcte sans aucun commentaire.

Nous allons exposer dans des tableaux à trois colonnes les convergences (Elles seront écrites dans une même colonne) et les divergences des pratiques enseignantes, et dans des tableaux à quatre colonnes les discours des enseignants autour d'une même idée.

VI- 7- II- i - <u>Tableau comparatif de la pratique enseignante</u>

<table>
<tr><th>EnL</th><th>EnFL</th><th>EnF1</th><th>EnF2</th></tr>
<tr><td colspan="4">Aucun cours se rapportant à la factorisation par un binôme n'est donné</td></tr>
<tr><td colspan="4">Explication de la factorisation par un binôme à partir des exemples</td></tr>
<tr><td colspan="4">La progression de l'apprentissage est liée à la pratique</td></tr>
<tr><td colspan="4">La technique « linguistique » se dévoile par les pronoms : je, on, vous</td></tr>
<tr><td colspan="4">La pratique enseignante se distingue par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants</td></tr>
<tr><td colspan="4">Le mot « reste » est utilisé sans le définir par une opération adéquate</td></tr>
<tr><td colspan="4">La reconnaissance du binôme facteur commun est un savoir-faire pratiqué et basé sur la vision</td></tr>
<tr><td colspan="4">L'abus du langage ordinaire est très remarqué</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ils interagissent avec les élèves et surtout avec ceux qui sont au tableau</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ils manipulent des ostensifs graphiques et des délimitants pour mettre en évidence le facteur commun binôme</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aucun statut mathématique n'est donné au nombre 1 dont la parution est causée par la transformation (ζ)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Il faut réduire les termes du second assemblage obtenu par la transformation (ζ)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le tableau est un « lieu de travail » bien ordonné. Il leur sert pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public</td><td colspan="2">Le tableau est un « lieu de travail » moyennement ordonné. Il leur sert pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ils s'attachent aux manuels pour faire des applications et donner des devoirs à la maison</td><td colspan="2">Ils préparent des fiches d'exercices pour faire des applications et donner des devoirs à la maison</td></tr>
<tr><td>La charge du tableau est partagée entre lui et les élèves</td><td>Le tableau est à la charge des élèves</td><td>Elle est maître du tableau</td><td>La charge du tableau est partagée entre lui et les élèves</td></tr>
<tr><td>Il a imposé</td><td>Elle a fait appel au nombre « 1 », comme</td><td colspan="2">Ils focalisent leur</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>le nombre « 1 » après la factorisation par un binôme.</td><td>remplaçant d’un coefficient qui doit multiplier le binôme facteur commun.</td><td>technique de factorisation sur la multiplication, puisque la division est absente institutionnellement.
L’action de factoriser par un binôme appelle la multiplication et le signe (×)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Utilisation de différents mots pour désigner le binôme facteur commun « une parenthèse », « un vrai nombre », « la chose », « qui se répète », « l’intérieur d’une parenthèse »</td><td>Appel à la formule k(a + b) pour identifier le binôme facteur commun</td></tr>
</table>

Il est clair que dans cette partie les pratiques enseignantes convergent plus qu’elles divergent. Observons dans le tableau ci-dessous le discours commun des enseignants pour la manière de faire pour mettre en évidence le facteur commun binôme.

VI- 7- II- ii - <u>Tableaux comparatifs du discours des enseignants</u>

Nous avons vu, dans cette partie, que les pratiques enseignantes des deux pays convergent plus qu’elles divergent. Nous allons, dans ce qui suit, exposer des parties de tours de parole tirées des corpus qui ont été analysés plus haut et de ceux qui ne l’ont pas été mais ils sont relatifs à la factorisation par un binôme, pour voir par quel langage les enseignants s’expriment et les techniques mises en jeu pour officialiser la factorisation par un binôme qui est un savoir nouveau au niveau de nos classes d’étude dans les deux pays.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
(a + b) + b(a + b) **Quel est le facteur commun qu’on peut voir ici ? a plus b. c’est une parenthèse ici. C’est a plus b le facteur commun. Bon, si on met a plus b en facteur, qu’est ce qui reste dans le premier ? (1, 112, 116)** x(y – 3) – (y – 3)	(x + 4)(x – 2) + 3(x + 4) **Qui est ici le facteur qui se répète** ? **x plus quatre, donc, je chasse le x plus quatre** (elle barre légèrement (x + 4)) **Qu’est ce qui va me rester ? (4, 49, 51)** A = (~~2x~~ – 3)(2x + 3) + (~~2x~~ – 3)(3x + 5) **J’ai mis le deux x moins trois, dehors, je l’ai chassé, alors je**	5(x + 1) + x(x + 1) **Ça, c’est, des nouveautés pour votre troisième, hein** !! **Là, les signes « multiplier » sont là** (elle trace le signe fois ainsi 5 × (x + 1) + x × (x + 1) (E1))**, et Le facteur commun, le nombre, la chose, la quantité qui apparaît deux fois, c’est, x plus un** (elle souligne dans (E1) (x+ 1) en	$((x + 5)^2$ – (x – 5)(-2x + 3) = (x – 5) (x – 5) – (x – 5) (-2x + 3) **Où il est ton facteur commun ? Est-ce que tu peux le souligner ton facteur commun ? … Il faut retrouver la somme k fois a et k fois b avec le k qui est x moins cinq … Il y a une petite difficulté, si on peut dire**, **c’est que le k et le a sont des**

Si je regarde ces deux (il montre les deux termes de la donnée), on a y moins trois et y moins trois (qu'il souligne en rouge **x(y – 3) – (y – 3)), donc, je mets y moins trois en facteur** **(8, 160)**	**le barre légèrement** (elle barre les deux binômes (2x – 3) dans l'expression A). **Du premier produit, qu'est ce qui va me rester** ? **(1, 608)** **Qui est le facteur commun que tu regardes** (x – 3)(2 – x) + x – 3 = 0) **(7, 20)**	rouge), **…ce qui est commun c'est l'intérieur de toute la parenthèse. Ce qui est écrit deux fois, c'est x plus un, c'est une somme algébrique** **(3, 209, 2321)** (2a – 5)(4a – 3) – (2a – 5)(3a – 1) **…, mon facteur commun, c'est, deux a moins cinq** (elle souligne (2a – 5)) **(4, 1)**	**expressions identiques** **(4, 143, 147, 155, p2)** (x – 3)(x – 3) +(x – 3)(x + 1) **Souligne le facteur commun. Alors, comment on factorise ça ? x moins trois entre parenthèses, et puis, maintenant qu'est ce qu'on va mettre, facteur de…** **(7, 618, 622)**

Les enseignants français travaillent dans le registre combinatoire, ils déchiffrent la « forme-énoncé » en utilisant le signe (×) ou le signe « blanc ». Mais, ces deux enseignants divergent dans leur interprétation pour le binôme facteur commun, et convergent entre eux et avec les deux enseignants libanais. Le travail de **EnF2** est formel, il se réfère à la formule k(a + b), les élèves ont depuis toujours l'habitude de travailler avec k un monôme, or ici k est un binôme. Par contre, **EnF1** est la seule à annoncer la nouveauté de ce travail au niveau de la classe. Elle introduit le binôme facteur commun par deux langages. Le langage mathématique glisse dans le langage ordinaire pour dire que le binôme facteur commun est une « *somme algébrique* », tout en disant que c'est « *l'intérieur de toute la parenthèse* », « *la chose* », etc. Cette enseignante voulait à tout prix, par n'importe quel signifiant, avancer rapidement l'apprentissage. Les deux enseignants libanais convergent dans leur langage avec **EnF1**, pour le premier le facteur commun est « *une parenthèse* », et pour le deuxième est celui « *qui se répète* ».

Les quatre enseignants convergent dans leur renforcement pour mettre en évidence le binôme facteur commun par des délimitants et des ostensifs graphiques **:** le soulignant «le trait », le trait incliné pour barrer le facteur commun, les couleurs.

EnL	**EnFL**	**EnF1**	**EnF2**
[(x + 3) + (5x – 7)] [(x + 3) – (5x – 7)] **J'enlève les parenthèses, et j'additionne, c'est-à-dire, je travaille à l'intérieur de chaque crochet** **(3, 50)** (x – 1)[(2x + 7) – 1 – 5(x – 1)]) **Maintenant, j'enlève les**	(2x – 3)[(2x + 3) + (3x + 5)] **Et maintenant, qu'est ce qu'on fait ? On enlève les parenthèses** **(1, 619)** (2x – 3)[(2x + 3) + (3x + 5)] = (2x – 3)[2x + 3 + 3x + 5] **Elle a enlevé les parenthèses**	(t + 1)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)] **Jusque là, t'as fait la moitié du chemin. T'as fait le plus dur, alors, autant terminer le plus facile** **(4, 45, 47)** (t + 1)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)] **Maintenant, si vous avez écrit ça vous**	(x – 5)[(x – 5) – (-2x + 3)] = (x – 5)[x – 5 + 2x – 3] **On peut continuer le calcul, hein, x moins cinq, dans le crochet tu supprimes les parenthèses. Là, on a comme coutume d'effectuer dans les crochets les petits, la la petite réduction classique** **(4, 157, p2)**

parenthèses (8, 189)	**(1, 622)**	**avez factorisé, et là, quand on arrive à cette étape là, on revient au programme de quatrième, éventuellement fin d'année de cinquième, on va, développer, simplifier l'expression qui est entre crochet. (4, 45, 47)**	**La factorisation, au sens stricte du terme, vous l'avez écrite. Ce que je veux dire par là, le contrat, c'est que vous vous arrêtez pas ici** (il montre ((2x + 1) – (x – 1))((2x + 1) + (x – 1))) **(7, 323)**

Les quatre enseignants convergent dans la procédure de travail. Il sont tous d'accord que le mot « Factoriser » sous entend, non seulement faire subir à la « forme-énoncé » la transformation (ζ), mais aussi réduire la forme du second assemblage, par un « jeu de calcul », afin d'avoir une « forme-produit » dûment complétée. Nous voyons que ce travail va de soi du côté libanais. Les deux enseignants n'argumentent pas le travail, ils disent que « *maintenant, il faut enlever les parenthèses* » sans expliquer pourquoi il faut le faire. Ils routinisent le travail sans aucun commentaire. Alors que, les enseignants français, sont plus « diplomatiques ». Ils sont d'accord, que c'est « une factorisation », mais ce n'est pas le point d'arrêt. Ils parlent de « *coutume* », de « *contrat* », de « *moitié du chemin* », d'un « *travail plus dur,.., plus facile* » pour que les élèves soient naturellement soumis.
Les lois du travail de factorisation semblent être naturelles, elles viennent, non pas d'un savoir mathématique universel, mais d'un savoir privé des enseignants, leur savoir d'élèves, qui lui aussi peut venir du savoir privé de leurs enseignants ????

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$(2x - 1)^2 + (2x - 1)(3x + 2))$ **Ici parenthèses au carré, ici parenthèses. Donc, je prends le commun avec la plus petite puissance (8, 147)**	$(x + 3)^2 + (5 - 2x)(x + 3)$ **Je factorise par x plus trois, du premier produit, il va me rester un seul x plus trois… (6, min 12)**	$(x + 3)^5 - (x + 3)(x + 1)$ **(x + 3) est écrit cinq fois, je le prends une fois pour le mettre en facteur, donc, dans la parenthèse, il reste quatre. (4, 289)**	$(x - 5)^2 - (x - 5)(-2x + 3)$ **Il faut bien voir que, il y a x moins facteur de x moins cinq, le k, le ka kb, donc le k c'est mettons celui-ci le x moins cinq** (il montre le premier (x – 5)) **et l'autre, l'autre va jouer le rôle de b. Ici, il y a une petite difficulté, si on peut dire, c'est que le k et le a sont des expressions identiques (4, 155, p2)**

EnL rappelle, sans le dire, une définition vue en EB 7 (Cinquième) : « Un facteur commun à deux termes est le terme algébrique dont la partie variable est constituée par les variables communes chacune prise avec la plus petite puissance ». Par contre, **EnFL** et **EnF1** donnent le résultat d'une façon naturelle. Alors que, **EnF2** se réfère à la formule k(a + b), en précisant qu'une difficulté réside dans l'identité des expressions a et k.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
On utilise les crochets ici, parce que, dans a et b il y a des parenthèses [(x + 3) + (5x – 7)] [(x + 3) – (5x – 7)] **(3, 48)**	**Je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses** [(x + 3) – (2x – 5)][(x + 3) + (2x – 5)] **(5, 174)**	**Quand on factorise, on met une couche supplémentaire, comme si on a déjà des parenthèses et puis on va voir apparaître, soit des parenthèses plus grandes, soit des crochets** (elle trace le crochet d'ouverture (x + 4)[ ) **(5, 27)** (2a – 5)[(4a – 3) – (3a – 1)] **Et pourquoi, cette fois ci voit-on apparaître des crochets** ? **(4, 1)**	**Entre parenthèses ou entre crochets**, **ça revient au même**. (il a écrit à côté de l'expression « forme-énoncé » ((2x + 1) – (x – 1))((2x + 1) + (x – 1)) **(7, 263)**

Les délimitants doivent être de formes différentes pour marquer les assemblages obtenus. Le couple de crochets est privilégié pour marquer le second assemblage après la transformation (ς). Par contre, le couple de parenthèses rondes agrègent les sous assemblages qui définissent l'assemblage délimité par les crochets. Dans son discours, **EnF1** n'impose pas les crochets pour faire « *une couche supplémentaire* », mais dans ses écrits elle choisit les crochets. Pour **EnF2**, l'usage des crochets et des parenthèses est le même, puisqu'ils lui permettent de faire des assemblages. Mais, ses élèves ont utilisés les crochets pour le second assemblage et lui il n'a fait aucun commentaire.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
x($\underline{y - 3}$) – ($\underline{y - 3}$) **C'est comme si, il y a un, facteur de y moins trois** (il écrit 1 devant le second (y – 3)), **je mets y moins trois en facteur, il reste un** **(8, 117)** (2x + 7)(x – 1) – (x – 1) – 5(x – 1)^2 **Je mets x moins un en facteur qu'est ce qui reste dans le**	(x + 5)^2 – (x + 5) **Le x plus cinq, c'est comme si je l'avais une seule fois. Donc, lorsque je l'ai chassé dehors, à sa place, il va me rester un. Ce n'est pas zéro, faites attention** **(4, 85)**	(5v – 2) + 4(2v + 1)(5v – 2)) **Le cinq v moins deux ici, il est tout seul, si je l'enlève, qu'est ce qui me reste ? Est-ce qu'il me reste rien ou, il me reste quelque chose ? Et la réponse, c'est, il me reste quelque chose.** **(4, 159)**	(3x + 4)(5x – 2) – (5x – 2) = (3x + 4)(5x – 2) – 1 × (5x – 2) **Il y a rien, mais le rien c'est pas zéro**, **c'est dans la multiplication, c'est un fois cinq x moins deux.** **(8, 247)**

deuxième ? **Un ?** **(8, 181, 183, 185)**			

Ce tableau montre la conception des enseignants des deux pays du multiplié « 1 ». Le discours des quatre enseignants ne sort d'aucune théorie, il ne fait que renforcer la « manière de faire » de la factorisation. Ils essayent par correspondance au « *rien* » et « *zéro* » de donner à « un » le rôle d'un multiplicateur qui grâce à sa présence la transformation (ζ) est possible, et donne un résultat de « forme-produit » correct.

V- 7- II- iii - Conclusion

Les enseignants visent à transmettre la technique de recherche du facteur commun binôme à partir des exemples d'expressions algébriques à factoriser. Ils n'ont avancé aucune explication, par suite aucun cours n'est explicité. L'accent est mis sur des procédures algorithmisées. Les enseignants portent des « lois » du savoir enseigné, qu'ils considèrent naturelles et nécessaires dans ce travail de factorisation. Ils font le déchiffrement sans utiliser le lexique mathématique convenable. En revanche, ils abusent du langage de tous les jours, comme « *on le chasse* », « *on le met dehors* », « *la chose* », etc. Bien que **EnF2** se soit référé dans son enseignement à la formule, pour avancer rapidement l'apprentissage il s'est comporté, la plupart des fois, comme les autres enseignants. Tous, ils publient des procédures de travail relevant de leur « habitude ». Ils ont utilisé des ostensifs surtout graphiques (les soulignants, les encadrés, les couleurs,…) pour montrer le « terme qui se répète ». Les délimitants, crochets et parenthèses sont très importants, et il ne faut pas oublier de « *simplifier* », « *d'enlever les parenthèses à l'intérieur des crochets* » pour donner la « forme-produit » visée par les enseignants, si non le travail est à moitié fait. Les enseignants ne se contentent pas de faire subir à l'expression « *forme-produit* » la transformation (ζ), ils exigent par « *coutume* » de réduire les termes semblables du second assemblage.

V- 7- III - La factorisation en utilisant les identités remarquables (IRC)

Dans cette partie, pour chaque enseignant, nous allons en premier exposer un aperçu 1) sur l'explication du développement des IRC 2) sur l'explication de la factorisation en utilisant les IRC 3) sur les techniques qu'expliquent les enseignants pour réussir une factorisation en utilisant chacune des trois IRC. Nous allons étudier toutes les formes[96] des expressions qui ont été travaillées (différence des carrés de deux monômes, la différence des carrés de deux binômes, ect..). Nous allons exposer les épisodes qui se rapprochent pour les quatre enseignants successivement pour voir les convergences et les divergences.

- **En France**

A - <u>Classe de troisième, Enseignante EnF1</u>
<u>Explication du développement des IRC</u>

L'explication et les applications du développement des IRC ont été travaillées les dernières dix sept minutes de la deuxième période de la première séance

[96] Voir Abou Raad (2003)

d'enseignement, la deuxième séance entière, et les quinze minutes de la troisième séance d'enseignement dont le synopsis et récit sont aux pages 87 et 88.
Nous allons dans ce qui suit faire les récits de l'intrigue didactique de chacune des deux premières séances (Ces deux séances n'ont pas été transcrites par manque de temps) pour montrer comment **EnF1** a publié ce savoir nouveau, « les identités remarquables » et quelles sont les techniques de travail qu'elle a données aux élèves pour la progression de leur apprentissage. Signalons que nous ne parlerons que des épisodes relatifs aux IRC.
L'enseignante utilise la partie gauche du tableau pour écrire le cours en utilisant des couleurs pour mettre en évidence les formules. Ce cours sera recopié par les élèves sur leur cahier de cours. Le tableau, qui sert d'un « lieu de savoir » et d'un « lieu de travail » est, la grande partie du temps, à la charge de l'enseignante.

<u>Première séance</u>

<u>Première période :</u> *L'enseignante rappelle, sur deux exemples, le développement par distribution. Elle trace des rectangles pour montrer à partir du calcul des aires que k(a + b) = ka + kb et (c + d)(a + b) = ca + cb + da + db. Elle conseille de tracer les flèches de distribution en cas de besoin, mais il faut les effacer par la suite. (Min 11) Elle introduit le chapitre thème du jour : Calcul algébrique, Développer ; Factoriser ; Identités remarquables. Elle affirme la familiarité par un procédé qui est juste l'inverse de ce que propose la TSD, pas question ici de milieu antagoniste impliquant une manière de faire nouvelle « Développer vous le savez, factoriser vous le savez déjà un peu, vous factorisez sans vous en rendre compte. Identités remarquables, ça a l'air nouveau, mais c'est toujours un des grands principes, transformer quelque chose qu'on n'a jamais fait, en quelque chose qu'on a déjà fait, et qu'on maîtrise parfaitement ». (Min 13) L'enseignante, dans la partie gauche du tableau, sous titre « I - Développer un produit », écrit les deux formules en ajoutant : pour tous les nombres k, a et b pour la première, et pour tous les nombres a, b, c et d pour la deuxième. (Min 14 ; 44) L'enseignante définit l'action de développer « On développe un produit, on transforme le produit en une somme algébrique ». (Min 15) Elle place les élèves en situation de travail individuel (p 38, ex.1 (elle change la consigne « Relier.. » en « développer »), ex.3, puis ex.2). (Min 22). La correction se fait par des élèves au tableau.*

<u>Deuxième période</u> : *L'enseignante distribue la fiche d'exercices qui sera la base du travail d'application. Elle continue la correction au tableau de l'exercice 3, de la première expression de l'exercice 2 et puis deux développements de la première colonne de la fiche. (Min 35) L'enseignante passe à la deuxième partie de son cours « II - Les identités remarquables ». Elle préfère utiliser le mot « égalité » pour que les élèves saisissent le sens du signe (=), alors que l'utilisation du mot « identité » pourrait les placer dans la difficulté d'assigner « égalité » à « identité »[97]. (Min 37) L'enseignante écrit les trois ERC, « forme-produit », l'une au dessous de l'autre avec le signe (=). L'agitation des élèves, qui se demandent où mène ce travail, conduit l'enseignante, semble-t-il, à interagir avec les élèves pour « expliquer avec des mots » la première expression* ***(a + b)²****. Elle fait de même pour le reste et précise que la troisième égalité, ayant deux noms, prendra celui de sa « forme-développée » : la différence des carrés, contrairement aux deux premières qui ont pris le nom de l'expression factorisée : le carré d'une somme, le carré d'une différence. Puis, elle*

[97] Tout le long du travail de **EnF1**, nous désignerons par ERC, les « égalités remarquables carrées ».

écrit par dessus $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$*, carré d'une somme. (Min 41) L'enseignante attire l'attention des élèves sur la différence entre la somme des carrés et le carré d'une somme par une modélisation numérique* $(3 + 4)^2$ *et* $3^2 + 4^2$ *pour les convaincre. (Min 43) L'enseignante développe* $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$ *qu'elle déchiffre en* $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$ *par utilisation de la propriété des puissances. Puis, elle trace les flèches de distribution pour interpréter sa manière de distribuer, et pour que son résultat soit dûment complété, il faut réduire les termes semblables pour trouver* $\boldsymbol{a}^2 + 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$*. Elle propose aux élèves deux méthodes pour développer* $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$ *en publiant les avantages et les désavantages de chacune **:** 1) apprendre par cœur la formule et l'appliquer en une seule procédure, et ceci sera utile pour la factorisation, ou, 2) faire le développement par distribution qui posera un obstacle plus tard dans le travail de factorisation. (Min 46) L'enseignante annonce que « le double produit » est le nom du « produit de **2** par **a** et puis par **b** ». (Min 49) L'enseignante demande aux élèves de recopier et d'encadrer en rouge le cours. A côté de* $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$*, elle ajoute pour tous les nombres a et b. Dans le registre combinatoire, en utilisant le même exemple numérique, l'enseignante institutionnalise la différence entre « la somme des carrés et le carré de la somme ». Elle fait passer les élèves d'un assemblage à deux termes séparés par le signe « croix » à un autre à trois termes séparés par deux signes « croix ». Le terme en plus est « le double produit ». Sous la formule elle écrit : « <u>Attention</u> : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés ».*
A la sonnerie de la cloche, l'enseignante donne le devoir de maison.

<u>Deuxième séance</u>

L'enseignante corrige le devoir du jour sur le développement par distribution. (Min 9) fait un rappel du carré d'une somme, et écrit $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \quad + \boldsymbol{b}^2$*, puis elle « intercale au milieu le dou, bleuh pro, duit ». (Min 11) L'enseignante travaille par analogie le carré d'une différence, en signalant que c'est le même travail qu'hier. Pour répondre à une question à propos du signe (-), elle explique que ce signe n'est que pour faire la soustraction, les lettres **a** et **b** peuvent cacher des nombres aussi bien positifs que négatifs. Elle se réfère au travail d'hier et signale que le signe (+) devant* $\boldsymbol{b}^2$ *peut être une source d'erreur, et que le point commun entre le carré d'une somme et le carré d'une différence est que les deux carrés s'ajoutent, par contre ces deux développements diffèrent par le double produit.*
(Min 17) L'enseignante explique la différence entre $(\boldsymbol{ab})^2$ *et* $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2$*. (Min 18) Elle passe à la troisième identité remarquable qui a un titre « épouvantable : Le produit de la somme de deux termes par leur différence ou .... ». Elle s'arrête à ce point et demande des élèves de prévoir de la place car le titre n'est pas fini « On va mettre le titre le plus employé ». Elle traduit le titre en écriture mathématique, elle utilise la distributivité pour développer le produit elle écrit :* $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{ba} + \boldsymbol{ab} - \boldsymbol{b}^2 = \boldsymbol{a}^2 \qquad - \boldsymbol{b}^2$ *(ce développement inhabituel a causé un arrêt. Nous avons reproduit les écritures telles qu'elles sont au tableau). Nous rappelons qu'elle écrit les formules sur la partie gauche du tableau et après chaque formule, elle écrit pour tout nombre a et b. (Min 23) L'enseignante met fin au cours et demande des élèves de le recopier, et puis de coller sur leur cahier de cours la première colonne de la fiche. L'agitation des élèves qui ne reconnaissent pas le sens de ce travail, conduit l'enseignante à accélérer l'entrée dans le travail des exercices de la fiche de travail (Min 26). Le tableau est toujours à la charge de l'enseignante. **Expression 1 :*** $(\boldsymbol{x} + 2)^2$ *« c'est le carré d'une somme, ça se développe en Troisième, je mets le* $\boldsymbol{x}^2$**,** *puis je vais au bout et je mets* 2^2 *:* $(\boldsymbol{x} + 2)^2 = (\boldsymbol{x}^2 + 4)$**,** *puisque j'ai le carré d'une somme au milieu je vais mettre un signe plus. Et*

maintenant le terme qui me manque est le « fameux » double produit, ***2*** *pour double, fois* ***x*** *fois* ***2*** *(elle l'écrit sous la réponse puis écrit* ***4x*** *entre les deux signes +) et c'est fini, on a tout développé ». Les élèves s'inquiètent pour la recherche des carrés sans calculatrice. L'enseignante les rassure qu'ils ne seront pas placés dans des situations difficiles. En réponse à la question « Comment faire avec des expressions de la forme ($-a-b)^2$ », l'enseignante dit « c'est compliqué et maintenant on ne traite que les expressions simples ». (Min 29 ; 23)* ***Expression 2 : $(x-3)^2$****, même principe, et puisque c'est la différence de deux carrés, le double produit ne s'ajoute pas, il se soustrait, et elle procède dans son écriture comme elle a fait pour la 1^e^ expression. (Min 31)* ***Expression 3 : $(x+5)(x-5)$****. L'enseignante fait remarquer que « dans les deux parenthèses, on doit avoir les mêmes termes, dans l'une on les ajoute, dans l'autre on les soustrait ». (Min 32) L'enseignante laisse les élèves rechercher individuellement le développement des exercices 4---10 avant la correction au tableau de l'exercice 4 (Min 35). Elle passe dans les rangs pour répondre à certaines questions. (Min 42). L'enseignante passe à la correction collective, elle se charge, comme d'habitude du tableau. A la sonnerie de la cloche, elle donne le devoir maison p 38 ex 6, 8 et 9).*

Cinquième séance d'enseignement, période 1.
Enseignante EnF2
Explication de la factorisation en utilisant les IRC

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 25	Correction orale de l'exercice 15 p 39 (factorisation par un monôme)	Après dix minutes de discussion collective sur la réunion des parents le soir, l'enseignante passe dans les rangs et demande aux élèves à tour de rôle de donner les réponses de la factorisation de l'exercice 15 de la page 39. Elle s'arrête devant la réponse **z(21 – 7z)** de **21 z – 7z^2**, pour dire qu'il faut trouver le facteur commun pour avoir la note entière. La factorisation par **z** ou **7** fait perdre la moitié de la note. Un second arrêt se fait devant la factorisation de **14t + 35t^2**, pour mettre le point une deuxième fois sur la factorisation au maximum.
4 ; 6	25 - 67	Correction au tableau par les élèves de l'exercice 16 p 39 (factorisation par un binôme)	L'enseignante fait passer les élèves pour la correction de l'exercice 16 p 39. Elle reprend les méthodes de factorisation et le déchiffrement pour mettre en évidence le binôme facteur commun qu'elle dénote par « terme », « nombre », « somme algébrique ». Elle utilise « une couche supplémentaire » pour parler du second assemblage, de « morceau » pour désigner « le terme ». Elle fait remarquer de ne pas développer à la fin d'une factorisation.
13 ; 40	67 - 125	**Explication de la factorisation en utilisant les IRC sur les expressions de l'exercice 19 p 39** **Factorisation de x^2 + 4x + 4**	L'enseignante propose de faire elle-même l'exercice 19, puisqu'elle n'a pas pu travailler la factorisation en utilisant les IRC en cours. Elle écrit la première expression **A = x^2 + 4x + 4** et reprend les trois premières méthodes de factorisation qui ne sont pas valides ici. Il ne

			reste alors, qu'essayer la dernière, la factorisation en utilisant une ERC. Elle profite pour faire un rappel sur les trois formules qu'elle écrit au tableau. « Ça commence tout bête » dit-elle, puisqu'on compte combien il y a de termes dans A, ceci réduit le choix entre`la première et la deuxième ERC. Elle remarque l'ordre des termes de A, qui si elle est une ERC, elle ne peut être que la première. Elle écrit A = **(+)^2**. Puis recherche les carrés pour extraire leur racine et remplir les trous. Il faut « toujours vérifier le terme du milieu, le double produit » pour valider la factorisation.
19 ; 30	125 - 156	**Factorisation de B = $x^2 – 64$**	Le tableau est à la charge de l'enseignante qui reprend les méthodes de factorisation pour s'arrêter devant la méthode des ERC. Elle compte les termes de B, pour pointer la troisième ERC. Elle écrit B = **(+)(–)**. Certains élèves préfèrent écrire B = **x ´ x – 8 ´ 8** avant de factoriser. L'enseignante aidée par les élèves recherche les racines carrées et remplit les trous par **x** et **8**. Un élève se demande si **B = $(x – 8)^2$** ? L'enseignante pour le convaincre de son erreur, développe son expression et lui montre qu'entre les deux carrés il faut « intercaler au milieu le double produit », et la réponse ne ressemble pas à B « forme-énoncé ».
23 ; 7	156 - 162	**Factorisation de C = $y^2 – 2y + 1$**	Pour ne pas reprendre le même récit des méthodes, l'enseignante commence son travail par dire « Ça coince partout, la seule chose qu'on peut essayer ici, …, une égalité remarquable ». Elle compte les termes de C et écrit **C = (–)^2**. Elle recherche les racines carrées et vérifie le double produit de **$(y – 1)^2$**.
25 ; 29	162 – 170	**Factorisation de D = $y^2 – 81$**	« Pareil ça coince partout, la seule à essayer, c'est éventuellement, l'une des trois ERC ». Elle compte les termes de **D**, et fait remarquer que les termes séparés par le signe (-) doivent être des carrés.
27	170 – 188	Travail sur des expressions proposées dans la fiche de travail Factorisation de $9x^2 + 30x + 25$	L'enseignante passe aux exercices de la fiche de travail. Elle demande aux élèves de coller la colonne correspondante sur le cahier de cours. Elle écrit la première expression. Ses procédures de travail sont les mêmes : tenter que c'est une ERC, compter les termes de la « forme-énoncé », tracer ( )^2, regarder le signe du terme du milieu pour tracer le même au centre des parenthèses, rechercher les racines carrées des extrêmes pour remplir les trous, vérifier le double produit. Le terme du milieu est toujours le double produit dans une expression ordonnée.
31 ; 16	188 - 190	Factorisation de $49x^2 – 14x + 1$	L'enseignante factorise rapidement cette expression en disant que c'est « pareil ».
32 ; 55	190 - 199	Factorisation de $x^2 – 9$	L'enseignante récite les méthodes du cours et s'arrête devant celle des ERC. Compte le nombre de termes et vérifie « le signe au milieu ». Elle fait remarquer qu'« on ne peut

			pas factoriser **x^2 + 9** » pour laquelle elle refait le même récit. Elle vérifie sur le nombre de termes que cette expression ne ressemble pas aux deux premières ERC. Elle n'est pas non plus la troisième à cause du signe (+). Elle remet la justification pour le chapitre d'après. Elle retourne à la factorisation de **x^2 – 9** et fait la suite par analogie à l'expression **D**.
35 ; 30	199 - 200	Travail individuel sur trois expressions de la fiche de travail.	L'enseignante demande aux élèves de travailler tous seuls les trois expressions qui suivent. Pendant ce temps elle reparle de la réunion de ce soir.
37 ; 37	201 - 227	**Factorisation de 9 – 12x + $4x^2$**	Le tableau est à la charge de l'enseignante. Elle demande 1) si **9** et **4** ont un facteur commun 2) si x est un facteur commun 3) s'il y a une somme algébrique pour facteur commun. La solution : les IRC (ici elle parle des IRC et non des ERC). Elle compte les termes pour tracer = ($)^2$. Puis elle questionne les élèves, qui semblent perdus, sur l'ordre et écrit **$4x^2$ – 12x + 9** pour débloquer les élèves. Elle factorise **9 – 12x + $4x^2$** contrairement au travail précédent, elle remplit les extrêmes du trou par les racines carrées = **(3 2x)^2**, puis le signe (-) du fait que le signe du double produit est (-). Elle vérifie le double produit en écrivant **2 ´ 3 ´ 2x** sous **12x.**
40 ; 4	227 - 236	**Factorisation de $4x^2$ – 12x + 9**	L'enseignante factorise **$4x^2$ – 12x + 9** rapidement et identiquement à **9 – 12x + $4x^2$** pour montrer que **(3 – 2x)^2 = (2x – 3)^2**
42 ; 23	236 - 244	Factorisation de 64 – $49x^2$	L'enseignante commence tout de suite par l'étape de comptage, prépare ses assemblages, recherche les racines carrées et donne la réponse « forme-produit ».
43	244 - 256	**Factorisation de 16 + $25x^2$ + 40x**	L'enseignante reprend le récit des méthodes rapidement. La sonnerie de la cloche ne l'arrête pas. Elle finit la factorisation par analogie au travail des expressions qui lui ressemblent.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue relative à la factorisation en utilisant une IRC.

L'enseignante, en treize minutes, termine la correction du devoir du jour. Elle s'arrête plus qu'une fois devant la factorisation au maximum. (Min 13) La factorisation en utilisant les ERC est introduite dans la continuité de la correction du devoir du jour. La correction de l'exercice 19 donne lieu à « la technique » de factorisation de l'enseignante. Le tableau est à sa charge, elle factorise la première expression qui demande l'utilisation de (a + b)^2. (Min 19) La deuxième expression utilise l'identité (a + b)(a – b). (Min 23) L'enseignante passe à la troisième expression de l'exercice 19 qui se factorise en utilisant (a – b)^2. La factorisation de la dernière expression se fait rapidement (Min 25). A la minute vingt sept, l'enseignante passe aux exercices de la fiche de travail. Elle demande aux élèves de coller la colonne droite, niveau 2 de cette fiche. Sa technique de travail dans cette partie ne change pas. Parfois elle détaille les méthodes, parfois elle abrège le travail en disant « Ça coince partout,…». Elle factorise la première expression. Puis la deuxième (Min 31). Elle factorise la troisième *expression $x^2 – 9$ (Min 33). Elle récite les méthodes du cours et s'arrête devant la méthode des ERC. Avant d'enchaîner la factorisation, elle fait remarquer qu'« on ne peut pas factoriser $x^2 + 9$ » sur laquelle aucune des méthodes de factorisation ne peut être appliquée. (Min 35) L'enseignante place les élèves dans un travail individuel sur trois expressions (4, 5, 6) de la colonne, de la fiche de travail, correspondantes à la factorisation en utilisant les IRC. (Min 37 ; 37) Correction collective de l'expression $9 – 12x + 4x^2$ dont l'ordre pose problème aux élèves. La factorisation de $4x^2 – 12x + 9$ (Min 40) donne lieu à une nouvelle règle $(3 – 2x)^2 = (2x – 3)^2$ (Min 40). Les cinq minutes, qui restent, n'étaient pas suffisantes pour terminer la factorisation des expressions 5 et 6. Elle retient les élèves quelques minutes après la sonnerie de la cloche.*

Nous allons maintenant exposer les procédures de la technique de factorisation par une des IRC que ***EnF1*** *a appliquée dans chacune des factorisations précédentes.*

1. *Vérifier si les nombres ont un facteur commun*
2. *Vérifier si la lettre est un facteur commun*
3. *Vérifier s'il y a une somme algébrique pour facteur commun*
4. *Compter les termes de l'expression pour savoir laquelle des trois IRC utiliser*
5. *a - Trois termes, tracer $(\quad)^2$, rechercher le signe du terme au milieu pour tracer le même au milieu du trou. Rechercher les racines carrées des extrêmes pour remplir les emplacements séparés par le signe (dans certaines expressions elle a recherché les racines carrées en premier). Et à la fin vérifier le double produit.*

   b –Deux termes, tracer (+)(-), rechercher la racine carrée du premier terme et l'écrire avant chaque signe de chaque assemblage, faire de même pour le second terme et l'écrire après les signes.

Dans certaines expressions, elle est passée directement à la quatrième étape.

Observons les détails des épisodes écrits en caractères gras.

Min 14 sec 14 Factorisation de A = $x^2 + 4x + 4$

69	**En**	..//.. x deux, plus quatre x plus quatre, alors c'est quoi ? A, B, C A (elle écrit A = $x^2 + 4x + 4$) Bon, alors, question numéro zéro : est ce que toutes les expressions que vous allez rencontrer dans votre vie, elles vont être factorisables ?
70	**El**	Non
71	**En**	Non. Question numéro un : est ce que ça (elle montre l'expression A) on va réussir à le factoriser ou pas ?
72	**Els**	Non
73	**Els**	Oui
74	**En**	Alors regardez, on va y arriver. Première question : la méthode : On essaye d'abord de mettre un nombre, ou une puissance, ou les deux en facteur. Est ce que je vais pouvoir mettre des x en facteur ?
75	**An**	Non
76	**En**	Non, parce que j'en ai pas là (elle montre 4). Est-ce que je vais pouvoir mettre quatre en facteur ? Non, parce que je ne l'ai pas là (elle montre x^2). Donc la première partie, ça marche pas. Deuxième partie : mettre une somme algébrique en facteur J'en ai pas de somme algébrique
77	**An**	C'est quoi somme algébrique ?
78	**En**	Donc, somme algébrique, c'est ça (elle montre (x + 5) qui est au tableau), x plus cinq, une expression entre parenthèses. Bon, est ce que ça je vais pouvoir le faire ? Non, parce que j'ai pas de somme algébrique. Donc, il ne reste que, une dernière méthode à essayer, c'est

		essayer de retrouver, si, dans cette expression là, on aurait pas, par hasard, une des trois égalités remarquables. On essaye
79	**An**	Mais, si
80	**En**	On essaye. Les trois égalités remarquables

Dans cet épisode didactique, et par un processus topogénétique, **En** anticipe à un jeu collectif par questionnement pour introduire un nouveau savoir « La factorisation en utilisant les ERC ». Les élèves, en totalité, réussissent la première question (TP 69). Mais ils ne sont pas tous d'accord pour la deuxième question (TP 71). Elle s'adresse au groupe élèves par le pronom « on » pour faire partie du groupe, mais c'est toujours elle, le « leader » du groupe. Pour faire sortir les élèves de l'embarras, elle propose, au TP 74, « *la méthode* », qui en premier consiste à « *mettre un nombre, ou une puissance, ou les deux en facteur* ». Un seul élève répond à ses attentes, puis elle passe à la deuxième étape « *mettre une somme algébrique en facteur* ». Elle pose une question et y répond : « *Non, parce que j'ai pas de somme algébrique* ». Elle passe à « *la dernière méthode* » par un essai de retrouver « *par hasard* » une des trois ERC. Par un ton autoritaire, pour arrêter l'accompagnement de **An**, tout en restant au niveau des élèves, elle amène les élèves à cet essai.
Un délimitant et un ostensif gestuel lui servent pour définir « une expression algébrique ». Les parenthèses rondes agrègent l'expression, qu'elle montre du doigt.

Du point de vue élèves : **An** accompagnait l'enseignante dans son explication de « *la méthode* ». Sa question « *C'est quoi somme algébrique* » fait un arrêt du temps didactique.

Min 15 sec 35

80	**En**	..//.. Vous avez, a plus b au carré, qui vaut
81	**Els**	a au carré, plus
82	**Ge**	[moins
83	**En**	[a au carré, plus, deux ab, plus b carré (elle écrit en même temps dans un coin du tableau $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$) Vous avez, a moins b au carré, qui vaut
84	**Els**	a au carré, moins deux ab, plus b au carré
85	**En**	[a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit en même temps sous $(a + b)^2$, $(a – b)^2= a^2 – 2ab + b^2$) Et vous avez, a plus b, facteur de, a moins b, qui vaut, a au carré, moins b au carré (elle écrit $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$)

Au TP 83, l'enseignante quitte le groupe élèves pour reprendre sa position d'enseignante et s'adresse à l'ensemble classe par « vous » pour faire un rappel sur les trois ERC qu'elle écrit au tableau. Elle prépare par ceci le travail qui va venir. Le choix de l'IRC convenable se fera par modélisation aux formules.

Min 16 sec 13

85	**En**	..//.. Bon, alors, ça commence tout bête, hein. Je compte combien il y a de termes de ce côté ci (elle montre A)? Il y a en a trois. Trois termes, c'est soit la première
86	**Ju**	Soit la deuxième
87	**En**	Soit la deuxième. Bon, c'est soit un plus, soit un moins, avec un carré autour. Si c'est, une égalité remarquable, c'est ça, j'ai pas dit, c'est une égalité remarquable, donc, c'est ça. Je suppose

		Alors, maintenant, mon expression, elle est, ce que j'appelle, ordonnée, c'est-à-dire, j'ai d'abord, les x carrés, ensuite, les x, ensuite, le terme où il n'y en a pas du tout. Mettez bien toujours dans l'ordre, hein. au milieu, j'ai un plus, donc, si c'est une identité remarquable, si j'ai un plus au milieu, dans la parenthèse j'ai un plus (elle écrit A = (+)^2 Maintenant je regarde, aux deux extrémités, je dois avoir des carrés. Est-ce que x carré, c'est le carré de quelque chose ?
88	**An**	Oui
89	**En**	C'est le carré de ?
90	**Els**	x
91	**En**	x (elle écrit x dans la parenthèse avant le signe (+)). Est-ce que quatre, c'est le carré de quelque chose ?
92	**Els**	Deux
93	**En**	C'est le carré de deux (elle écrit 2 dans la parenthèse après le signe (+) et on lit $(x + 2)^2$) Et ça marche

Pour faciliter la tâche, elle dit « *ça commence tout bête* ». Elle outille la forme et le nombre de termes de l'expression pour savoir laquelle des trois formules convient. Pour choisir entre les deux formules à trois termes, il suffit de repérer le signe qui est entouré par deux nombres carrés. Elle publie la méthode de travail par le pronom « je ». Elle refuse de considérer que l'expression proposée à factoriser est une IRC, elle suppose et essaye de le montrer. Pour ceci, il faut en premier ordonner l'expression, c'est-à-dire, les termes doivent être classés dans l'ordre décroissant des puissances. Puis rechercher le signe du terme milieu, après tracer (+   )^2 s'il y a « *un plus au milieu* ». Rechercher les racines carrées des « *deux extrémités* » et les écrire avant et après le signe.

Min 17 sec 13

93	**En**	..//.. Qu'est ce que vous pensez, de mon donc, ça marche ? (pas de réponse). Qu'est ce que vous pensez, de mon donc, ça marche ? (d'un ton fort)
94	**Els**	Oui, ça marche
95	**En**	Il est faux
96	**Els**	Ah !
97	**En**	Eh ben oui, parce que ça (elle montre x^2), ça peut être bon. Ça (elle montre 4), ça peut être bon. Mais, je dois encore vérifier le terme du mi, lieu
98	**Fi**	Oui, là, c'est bon
99	**En**	Voilà. Est-ce que le terme du milieu, c'est le dou, ble, pro, duit ? Alors deux fois x fois deux, est ce que ça fait bien quatre x ?
100	**Els**	Oui
101	**En**	Oui. Donc, là, c'est effectivement bon. Mais, vous devez tout vérifier, hein. Tout vérifier. A partir du premier, et du dernier terme, vous retrouvez, les deux termes de la somme ou de la différence, et ensuite, vous vérifiez que le terme du milieu, c'est bien, le dou, ble produit.
102	**Ax**	Madame
103	**En**	Oui
104	**Ax**	J'ai pas compris, si c'est juste ou faux
105	**En**	Ça c'est juste
106	**An**	Pourquoi il y a
107	**En**	Tout à l'heure. Alors
108	**Ax**	Le dernier, quatre x
109	**En**	Si tu développes x plus deux au carré. Tu mets le premier terme au carré, tu mets le deuxième terme au carré, et au milieu tu intercales le, douuuble proooduit. Le double produit, deux pour le double, fois x, fois deux (elle écrit sous la parenthèse $\underline{2} \times \underline{x} \times \underline{2}$), deux fois deux quatre, chuchch, quatre fois x, quatre x. C'est bien le double produit, donc, c'est bon **Ch** (elle demande la parole)

110	**Ch**	Ça c'est une multiplication ?
111	**En**	Oui, c'est une multiplication
112	**Ch**	Ça ?
113	**En**	Ça, ben oui. Ça, c'est x plus deux, que multiplie x plus deux. C'est bien une multiplication. Un nombre au carré, c'est bien multiplié
114	**Ch**	En revanche, ça c'est bon ?
115	**En**	Ça c'est bon
116	**Ch**	C'est x plus deux, fois, x plus deux
117	**En**	Eh ben, si, si, tu le montres. Si tu écris x plus deux au carré, c'est tout aussi bien

L'enseignante demande l'accord des élèves sur la réponse $(x + 2)^2$ (TP 93). Elle les place dans l'hésitation pour leur « tamponner » dans la mémoire la vérification de la validité de la réponse. Cette vérification doit porter sur le terme du milieu : le double produit. Au TP 101, elle institutionnalise « sa méthode » de recherche d'une ERC. Elle vérifie la « forme-produit », obtenue par la transformation (ζ), par développement pour retrouver la « forme-énoncé » en insistant sur le double produit (TP 109)

Un arrêt du temps didactique se pose avec **Ax** qui ne réussit pas à poser toutes ses questions. **Ch** semble perdue, elle pose de multiples questions pour se convaincre de la factorisation qui paraît être loin de son monde.

Min 19 sec 30 Factorisation de B = $x^2 - 64$

125	**En**	..//.. Allez le B, x carré moins soixante quatre (elle écrit B = $x^2 - 64$) Alors, on prend, est ce qu'on peut mettre un x en facteur ?
126	**Ch**	Non
127	**En**	Non. Est-ce qu'on peut mettre un nombre en facteur ? Non plus. Est-ce qu'il y a des parenthèses, l'intérieur des parenthèses en commun ? Non Donc, si c'est quelque chooose, c'est une, égalité remarquable Je compte un, deux (elle compte le nombre de termes de B). Un, deux (elle compte le nombre de termes dans $a^2 - b^2$). C'est forcement la dernière, d'accord. Donc, c'est une parenthèse avec un plus, que multiplie, une parenthèse avec un moins (elle trace ainsi : (+)(–)). Alors, maintenant
128	**Al**	Une question
129	**En**	Oui,
130	**Al**	Si on prend le x au carré, moins soixante quatre, si on développe directement, je fais x plus x, ah ! x fois x, pardon, moins, on cherche soixante quatre, c'est huit fois huit, après on trouve direct, on fait, euh, x plus huit, euh, facteur de, x moins huit
131	**En**	Eh ben, c'est ça, c'est exactement ça
132	**Al**	C'est que
133	**En**	Qu'est ce qu'il y a ?
134	**Al**	Moi, j'ai une ligne de plus, en fait. Je développe, x fois x, on voit, direc, on voit, euh
135	**En**	Toi, tu veux, tu fais apparaître les carrés. x fois x, moins huit fois huit (elle écrit $x \times x - 8 \times 8$)
136	**Al**	Ben, oui, c'est
137	**En**	C'est bon ça, oui. C'est parfait ça. Alors, ça (elle montre $x^2 - 64$), ou écrit comme ça (elle montre $x \times x - 8 \times 8$), c'est exactement la même chose Je n'ai que deux termes, donc ça ne peut être que, si c'est quelque chose, ça ne peut être que la dernière. Pour que ça soit la dernière, il faut que, chaque terme de la somme ici (elle montre $x^2 - 64$), soit un carré. Alors x carré, c'est le carré de x, et soixante quatre c'est le carré de huit (elle remplit les parenthèses : $(x + 8)(x - 8)$). Si vous avez ça, c'est parfait Si vous avez écrit, x moins huit, facteur de x plus huit ?
138	**Ni**	C'est la même
139	**En**	Ben, c'est la même chose. C'est aussi parfait. Et ben là (elle montre $(x + 8)(x - 8)$), on a quelque chose qui est factorisée.

		(plusieurs élèves demandent la parole) Un à la fois. Alors, **Ch**
140	**Ch**	Est-ce qu'on peut faire x plus huit, moins, moins, euh, les deux, euh, au carré là
141	**En**	Alors, pourquoi, ici, on peut pas faire x plus huit le tout au carré ?
142	**Ch**	Moins au carré
143	**En**	Pourquoi on peut pas faire x moins huit le tout au carré (elle écrit $(x - 8)^2$)
144	**Ni**	Ben, c'est juste, c'est juste
145	**En**	Non
146	**An**	M^{me}, par ce qu'il n'y a pas
147	**En**	Parce que ça (elle montre $(x - 8)^2$), ça se développe en combien de morceaux ?
148	**Fi**	Parce que ça fait seize fois x
149	**Els**	En trois
150	**En**	Trois. x moins huit au carré, je mets le premier terme au carré
151	**El**	x carré
152	**En**	Je mets le deuxième terme au carré, le carré de huit, c'est soixante quatre, attention, précédé d'un signe plus ((elle écrit après $(x - 8)^2 = x^2 \qquad + 64$). Et au milieu, j'intercale le douuuuble proooduit, deux fois huit, fois x, seize x. Ça ressemble pas du tout à ce qu'on a, hein, d'accord. Vu pour cette erreur là. Allez **Alx**, c'était la même question ?
153	**Alx**	Oui

En fait passer les élèves à l'expression $x^2 - 64$, qui est « *forcement la dernière* ». Dans un processus topogénétique ascendant, elle s'adresse à l'ensemble classe par « on » pour parler des différentes procédures qu'il faut entamer, et par « je » pour détailler la procédure convenable. Elle reprend « sa méthode » de recherche du facteur commun, et comme il est absent, alors il faut penser aux IRC. Le choix de l'égalité est lié au nombre de termes de l'expression qu'il faut compter. Elle explicite la transformation (ζ), par deux couples de parenthèses rondes, à l'intérieur de lesquelles elle trace deux signes opposés en laissant de la place à l'*amont* et l*'aval* dans chaque assemblage (+)(-). Elle accompagne **Al** dans son intervention et symbolise son idée par le signe (×) (TP 135). Elle approuve ce déchiffrement et institutionnalise la recherche de l'IRC. Pour aider **Ch** et **Ni**, et peut être d'autres élèves qui n'ont pas le courage de se prononcer ignorants, **En** ne cède pas la topogenèse à **Al**, et pour montrer la réponse erronée de **Ch**, elle pose cette question avant d'opérer « $(x - 8)^2$, *ça se développe en combien de morceaux ?* ». Il lui a semblé que le mot « morceau » est plus simple, pour les élèves que le mot « terme ». Sa « méthode » est toujours la même : mettre le premier carré, mettre le second carré et entre les deux intercaler le double produit (Nous avons reproduit ses termes au TP 150 et 152).

Cet épisode représente une interaction entre **En** et les élèves qui voulaient prendre la parole. Différents doigts se lèvent pour poser des questions identiques comme c'est le cas avec **Alx**. Ils ont des difficultés à travailler dans le registre significatif de la transformation (z). Le sens du lexique mathématique leur manque (TP 130, 146), ils utilisent des mots non appropriés à l'opération dont ils parlent. **Al** impose un arrêt du temps didactique (TP 130). Il propose, dans le registre combinatoire, un déchiffrement de la « forme-énoncé », pour après passer à la « forme-produit ». **Ni**, semble étonné de la forme, comment $x \times x - 8 \times 8$ se transforme en $(x + 8)(x - 8)$. Il approuve la réponse $(x + 8)^2$ de **Ch** qui avec elle nous retrouvons la fameuse « règle-élève » » $a^2 - b^2 = (a + b)^2$. **An** voulait enseigner à ses camarades, mais **En** lui coupe la parole.

Min 23 sec 7 factorisation de C = $y^2 - 2y + 1$

156	**En**	..//.. Alors, le C, y carré, moins deux y, plus un (elle écrit C = $y^2 - 2y + 1$) Bon pareil, hein, ça coince partout. Donc, la seule chose qu'on peut ici essayer, c'est, est ce que le, est ce que le C est une égalité remarquable ou pas ? Je compte. Trois termes, une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad - \quad)^2$). C'est bien ordonné, les y carrés, les y, et les nombres. Donc, le, le terme du milieu me donne, chuch, allez hop
157	**Ni**	J'arrive plus
158	**En**	Le terme du milieu, me donne le signe que je retrouve dans la parenthèse. Maintenant, je regarde le premier et le dernier. y au carré, c'est le carré de y. Un, c'est le carré de un (elle écrit dans la parenthèse $(y - 1)^2$). Et je n'oublie pas de vérifier le douuble prooduit. Alors, double, deux fois, produit, y fois un (elle écrit à côté 2 × y × 1). Est-ce que deux fois y fois un, ça fait deux y ? Oui. Donc là, je peux affirmer que le C est bien égal à y moins un le tout au carré (elle trace le signe (=) devant $(y - 1)^2$)

La topogenèse définit l'action de **En**. Elle travaille rapidement cette expression, du fait que c'est la même combinatoire « *Bon, pareil* », mais avec un signe (-) devant « *le terme du milieu* ». Sa « méthode » ne change pas. « *Compter* », « *Regarder le premier et le dernier terme* », « *tracer* $(\quad - \quad)^2$ », et avant tout « *voir l'ordre* » et enfin remplir les trous par les racines carrées.

Ni semble en grande difficulté, il n'arrive plus à suivre **En** qui ne s'occupe pas de cette remarque et poursuit la description de sa « méthode ».

Min 25 sec 29 Factorisation de D = y^2 - 81

162	**En**	..//.. Alors, y carré, moins, quatre vingt un (elle écrit D = $y^2 - 81$) Pareil, ça coince partout, donc la seule chose à essayer c'est, éventuellement, l'une des trois égalités remarquables. Je n'ai que deux termes, je n'ai que deux termes, donc, deux termes, deux parenthèses (elle trace deux parenthèses $(\quad)(\quad)$). Alors, pour que ça fonctionne, entre les deux, il faut déjà un signe moins, moins. Si j'avais y carré, plus quatre vingt un, est ce que je pourrais factoriser ?
163	**Els**	Non
164	**En**	Rien du tout, hein. Si on avait un plus entre les termes, on pourrait rien factoriser du tout là, hein
165	**Ax**	Ben, on dit quoi ?
166	**En**	On dit, on peut pas factoriser grand D, point Bon, alors, deuxième condition pour que ça fonctionne. Il faut que chaque terme ici (elle montre y^2 et 64), avant et après le signe moins, chaque terme, doit être lui même un carré. Est-ce que y carré, c'est le carré de quelque chose ?
167	**An**	y
168	**En**	C'est le carré de y (elle écrit y dans les deux parenthèses)
169	**Els**	[y
170	**En**	Bon, et puis après, dans les parenthèses, je dois mettre une somme, et une, différence. Que je commence par le plus, ou, par le moins, ça n'a pas d'importance (elle trace le signe (+) dans la première parenthèse, et le signe (-), dans la deuxième). Et quatre vingt un, c'est le carré de neuf (elle écrit 9 après les signes et on lit D = $(y + 9)(y - 9)$) Donc, ça, c'est y plus neuf, facteur de, y moins neuf

Par un mouvement topogénétique descendant, **En** se place au niveau des élèves et parle avec le pronom « je ». Pour ne pas reprendre les procédures de recherche, elle résume ceci en disant « *Pareil, ça coince partout* ». Alors, il n'y a plus comme moyen que les IRC. Elle reprend sa « méthode », mais insiste sur le signe (-) et sur l'*amont* et l'*aval* dans la « forme-énoncé ». Elle profite de cette situation pour publier un autre savoir « Factoriser si possible » que nous retrouvons parfois dans des consignes de certains manuels français. Elle accepte le « *Non* » en réponse à « *Si j'avais y carré, plus quatre vingt un, est ce que je pourrais factoriser ?* » sans aucune justification. Elle n'oublie pas de tracer les deux couples de parenthèses rondes et les deux signes opposés à l'intérieur. Elle signale que l'emplacement des signes n'est pas important.

L'explication du cours est terminée, il faut passer aux applications. L'enseignante demande des élèves de coller sur leur cahier de cours la colonne correspondante à la factorisation et dont la consigne a attiré notre attention « *Factoriser le mieux possible* ». Que voulait dire l'enseignante par le mieux possible ? Est-ce qu'elle sous entend la factorisation au maximum ? Nous allons trouver une réponse à nos questions, dans la seconde période, lors de la factorisation de $\mathbf{(7x + 3)^2 – 25x^2}$, mais avant nous allons exposer des épisodes que nous avons trouvés intéressants.

Dans l'épisode didactique qui suit, l'enseignante place les élèves devant une expression de « forme inhabituelle », l'ordre croissant des puissances. Jusqu'à présent les élèves ne rencontrent que des expressions présentées par ordre décroissant des puissances. Même les « formes-développées » sont dans cet ordre et l'enseignement de classe demande le résultat ordonné dans le sens décroissant des puissances.

Min 37 sec 37 Factorisation de l'expression $\mathbf{9 – 12x +4x^2}$

211	**En**	..//..Donc, là, il y a trois termes. C'est l'une des deux, donc parenthèse, carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad)^2$). Est-ce que c'est ordonné ?
212	**An**	Oui
213	**En**	Si, mais dans l'autre sens
214	**An**	Oui
215	**En**	C'est-à-dire que c'est, les termes sans x (elle montre 9), les termes avec x (elle montre 12x), les termes en x carré (elle montre $4x^2$). C'est la même situation. Si, vous êtes perdus, mettez le dans le sens habituel. Si vous êtes perdus, si vous préférez écrire quatre x carré, moins douze x, plus trois (elle écrit $4x^2 – 12x + 3$ (E') euh, vous écrivez quatre x carré
216	**Els**	Plus neuf
217	**En**	Plus neuf, pardon (elle corrige le 3 par 9). Vous écrivez dans le sens qui vous paraît sympathique, hein. Ne restez pas bloquer à cause de ça. Oui (**An** demande la parole)
218	**An**	Est-ce que, euh, ça arrive, euh, que ça ne soit pas dans l'ordre ?
219	**En**	Ben oui, ça. Ça n'est pas dans le bon ordre (elle montre la donnée), on va le mettre dans le bon ordre. On va y arriver, il y a pas de souci. Bon, allez, je prends celui du départ (elle parle de la donnée), puis après, on prendra celui là (elle montre $4x^2 – 12x + 9$), et puis, on comparera. Alors, je fonce ici (elle montre $9 – 12x + 4x^2$). Est-ce que neuf c'est le carré de quelque chose ?
220	**Els**	Trois
221	**En**	De trois (elle écrit : $(3\quad)^2$). Est-ce que quatre x carré, c'est le carré de quelque chose ?
222	**Ni**	Deux x deux
223	**En**	De deux x (elle écrit : $(3\qquad 2x)^2$). Le terme du milieu, c'est le double produit, éventuellement. S'il est précédé d'un signe, moins, dans la parenthèse, je mets un moins (elle écrit : $(3 – 2x)^2$). Je fais ma vé, ri, fi, ca, tion. Deux, fois, trois, fois deux x (elle écrit sous 12x : $2 \times 3 \times 2x$). Ça fait combien ça ?
224	**Els**	Douze x
225	**En**	Trois fois deux, six, douze x, est ce que j'ai bien douze x ?
226	**Els**	Oui
227	**En**	Oui. Donc ça c'est bon

L'enseignante prend la charge du tableau. Par un mouvement topogénétique ascendant, elle se comporte en enseignante, puisqu'elle s'adresse aux élèves par le pronom « vous ». Pour émerger le travail de factorisation en utilisant une des trois identités, elle compte le nombre de termes et regarde le signe du double produit, qu'elle appelle « *Le terme du milieu* ». Elle prépare son couple de parenthèses rondes qui lui sert d'agrégateur, et elle n'oublie pas d'écrire la puissance 2. Un seul élève répond à sa question sur l'ordre qu'elle signale qu'il est « *dans l'autre sens* ». Pour réguler les pensées des élèves qui semblent perdus, relativement à leurs savoirs, elle leur demande d'utiliser l'ordre « *habituel* », qu'elle qualifie aussi par « *Le sens sympathique* ».
A partir du TP 219, dans un processus topogénétique descendant, **En** raccourcit la distance qui la sépare des élèves, en parlant par le pronom « on » pour réécrire la « forme-énoncé » $9 - 12x + 4x^2$, qui selon elle n'est pas dans le bon ordre, en $4x^2 - 12x + 9$ qui est ordonnée. Elle recherche les carrés dans l'expression initiale, et leur racine carrée, en interagissant avec les élèves et en dialoguant avec le pronom « je ». Elle écrit dans les parenthèses chaque racine trouvée, et en dernier, pour séparer l'*amont* de l'*aval*, elle met le signe (-), qui est celui du « terme du milieu ». Pour insister sur la vérification à la fin de la factorisation, **En** détache nettement les syllabes « vé, ri, fi, ça, tion » (TP 223) pour appliquer la transformation (ζ) dans le sens contraire uniquement pour le double produit.

Min 40 sec 4 Factorisation de l'expression ordonnée $4x^2 - 12x + 9$

227	**En**	..//.. Alors, maintenant**,** imaginons, imaginons un élève qui dit, ça (elle montre $9 - 12x + 4x^2$) me fait perdre complètement, ça ($4x^2 - 12x + 9$), ça me rassure, j'ai donc factorisé cette expression là. C'est rigoureusement la même chose. Alors, je continue, trois termes, c'est une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad)^2$). Un moins (elle montre -12x), dans la parenthèse un moins ((elle trace : $(\ \ -\ \ )^2$). Quatre x carré, est ce que c'est le carré de quelque chose ? C'est le carré de deux x (elle écrit : $(2x\quad\quad)^2$). Neuf, est ce que c'est le carré de quelque chose ? C'est le carré de trois (elle écrit : $(2x - 3)^2$). Je vérifie mon double produit. Deux, fois, deux x, fois trois (elle écrit sous 12x : 2 ´ 2x ´ 3). Deux fois deux, quatre, quatre fois trois, douze, douze x, c'est bon. Donc, l'élève qui a droit d'être assuré, et auquel je fais partie, il écrit ça (elle montre $(2x - 3)^2$). L'élève sûr de lui, il écrit ça (elle souligne $\underline{(2x - 3)}^2$). Ont-ils écrit tous les deux la même chose ?
228	**Ch**	Oui
229	**En**	Non, ils n'ont pas écrit pareil. Là (elle montre $(2x - 3)^2$), j'ai écrit deux x, et là (elle montre $(3 - 2x)^2$), j'ai écrit trois. Ils ne sont pas écrits pareil. En général, quand on écrit pas la même chose, est ce qu'on a bon tous les deux ?
230	**An**	Eh, ben oui
231	**Els**	Non
232	**En**	Eh, ben non. Tout simplement, tout simplement, à cause du, carré. Alors, On réfléchit, comment sont les deux quantités deux x moins trois et trois moins deux, l'une par rapport à l'autre ?
233	**As**	Inverses
234	**En**	Pas inverses, opposées, Donc, là, on a écrit un nombre et son opposé. Et qu'est ce qui se passe pour un nombre et son opposé quand on les met au carré ? C'est la, même, chose Donc, évidement, deux moins trois et trois moins deux, c'est pas la même chose. Mais, comme une quantité et son opposé ont le même carré, que vous écriviez, deux moins trois le carré, ou bien trois moins deux le tout au carré, vous écrivez la, même, chose

En second temps, l'enseignante modélise la situation par un jeu, pour animer la séance et aider les élèves à surmonter la question de « l'ordre ». Dans un processus chronogénétique/topogénétique descendant, elle refait rapidement, sans interagir avec les élèves, la même méthode de travail pour factoriser $4x^2 - 12x + 9$. Elle pose des questions et y répond à l'instant. La « forme-produit » obtenue, l'enseignante demande de comparer $(3 - 2x)^2$ et $(2x - 3)^2$. Au TP 229 et 232, **En** se trouve en rupture de contrat, elle pose une question sur les carrés des binômes, et donne une réponse sur les binômes racines carrées. Au TP 234, elle institue son objectif de ce travail et publie un nouveau savoir : Les carrés de deux nombres opposés sont égaux.

Dans ces deux épisodes, les élèves se trouvent devant deux expressions ayant les mêmes monômes pour factoriser. Ils accompagnent **En** dans son travail, en de courtes interactions. La question d'**An** sur la possibilité d'avoir des expressions « non ordonnées » nous fait douter de son « *Oui* » du TP 212. A-t-il compris l'ordre dont parlait **En**, ou son oui va de soi ?[98] Un autre oui, s'entend de sa part au TP 230, « *Eh, ben oui* », il était conscient que les carrées de deux nombres opposés sont égaux, **Ch** était de son avis, contrairement à leur enseignante qui voulait aborder un nouveau savoir : deux nombres opposés ont le même carré. **As** ne répond pas aux attentes de **En**, il confond l'« opposé » d'un nombre et son « inverse ».

Sur le même thème : l'ordre des monômes de l'expression trinôme à factoriser, observons ces deux tours de parole de **En**, dits à la fin de la même séance après la sonnerie de la cloche, où elle routinise la technique de recherche de l'identité : carré d'une somme. Il s'agit de la factorisation de $\mathbf{16 + 25x^2 + 40x}$

246	**En**	… Je vais donc ordonner. Vous avez le choix, soit vous commencez par vingt cinq x carré, qui vous dégrade au niveau des puissances de x, soit vous commencez par seize, et puis vous mettez le terme en x, et le terme en x carré. Ça n'a pas d'importance. Mais on laisse pas le carré, le terme en x carré en plein milieu (elle écrit $25x^2 + 40x + 16$)

250	**En**	Si t'es suffisamment à l'aise, c'est bon. Si vous doutez un petit peu, euh, je préfère que vous le mettiez dans le bon ordre. Alors, attention, ce n'est pas parce que vous avez écrit premier terme, deuxième terme, troisième terme, que celui qui est au milieu soit obligatoirement le double produit. C'est pour ça, que je préfère que vous ayez écrit déjà des choses ordonnées pour acquérir après, le réflexe, terme du milieu, double produit. Si vous n'avez pas besoin de mettre dans le bon ordre, d'ordonner en fait, pour retrouver où est le double produit, tant mieux. Mais je préfère que vous écriviez ça, (elle montre $25x^2 + 40x + 16$) pour mettre bien les choses dans l'ordre qu'il faut…

Par un processus topogénétique descendant, **En** dialogue par le pronom « je » pour instituer la forme de l'expression, soit disant « ordonnée ». Le modèle exigé est le suivant :

1. En premier, de préférence, le monôme en x^2. Impérativement ce monôme doit être en premier ou en dernier, mais jamais en deuxième place.
2. En deuxième place, qu'elle appelle « milieu », toujours le monôme en x.
3. En troisième place, le monôme numérique qui peut échanger de place avec le monôme en x^2.

[98] Nous avons posé ces questions à **An** à la fin du cours qui n'a pas accepté d'enregistrer sa réponse. Il a dit : « *Je ne comprenais rien, j'ai dit oui, comme ça, et c'est tombé bon* ».

Cinquième séance d'enseignement, période 2
Enseignante EnF1

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1	Distribution du DM	L'enseignante rend aux élèves les copies corrigées d'un DM, et leur distribue le corrigé en photocopies. Elle demande aux élèves de continuer le travail sur le cahier de cours.
5	2 - 41	Factorisation des expressions $\frac{1}{9}x^2 - \frac{25}{16}$ et **Factorisation de l'expression $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$**	L'enseignante écrit les deux expressions au tableau. Elle caractérise la première par « facile » et la deuxième par « la plus difficile ». Elle récite sa technique de faire avant de s'arrêter devant les IRC. Elle compte les termes et trace **(+)(-)**. Elle fait remarquer que les termes de l'expression « forme-énoncé » doivent être des carrés et recherche leur racine carrée pour les écrire à leur place dans les parenthèses. L'enseignante annonce la réapparition des sommes algébriques dans la deuxième expression dont les ERC sont « la seule porte de sortie ». Elle identifie la « forme » avec $\mathbf{a^2 - b^2}$. La présence des parenthèses dans les deux assemblages de la « forme-produit » nécessite l'utilisation d'un second délimitant : les crochets « Je rajoute une couche ». Elle trace en jaune **[ ][ ].** Elle en fait l'analogie avec les parenthèses de l'expression précédente. Puis elle trace les signes à l'intérieur des crochets **[+][-].** Elle remplie les trous par les binômes en se rapportant aux termes de l'expression d'avant. Elle demande de simplifier « l'intérieur » de chaque crochet. Arrivée à la plus simple « forme-produit », l'enseignante reprend une deuxième fois la factorisation.
11 ; 43	41 - 49	Question sur l'expression 10 $(7x + 3)^2 - 25x^2$	**An** retarde l'avancement du temps didactique par sa question. IL veut que dans la « forme-produit » il y est **25x** par analogie à **(7x + 3).** L'enseignante coupe court, elle n'entre pas dans des détails et lui conseille de rechercher « vingt cinq, c'est le carré de quelque chose ».
12 ; 26	49 - 61	**Factorisation de l'expression $(3x + 1)^2 - (4x - 5x)^2$**	L'enseignante, dans un seul tour expose « la manière de faire » pour factoriser cette expression. Elle fait remarquer les règles de signe pour réduire les termes semblables de chaque assemblage. Par une modélisation numérique, elle explique les signes invariants et les signes variants des assemblages de la « forme-produit ».
18 ; 14	61 - 88	**Factorisation de l'expression $(7x + 3)^2 - 25x^2$**	« Ça vous inspire quoi ?» demande l'enseignante au groupe classe. « On peut mettre des parenthèses » est la réponse. L'enseignante se charge du tableau et reprend

			sa « manière de faire » pour arriver à la « forme-produit » [**12x + 3][2x + 3]** devant laquelle elle s'arrête pour ressortir la règle de « la factorisation au maximum ».
22	88 - 129	Factorisation de l'expression $x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(2x + 3)$	L'enseignante passe à présent à la « méthode 5 » sans l'annoncer. Elle a proposé cette expression pour « vous faire réfléchir. C'est votre mémoire visuelle ». Elle parle de « morceaux » pour désigner les deux termes de l'expression. Elle factorise $\mathbf{x^2 - 6x + 9}$ dans le même schéma que le travail précédent. « C'est combiner plusieurs méthodes » dit **Ni** devant $\mathbf{(x - 3)^2 + (x - 3)(2x + 3)}$. L'enseignante continue le travail sans aucun changement dans son travail habituel.
27 ; 45	130 - 200	**Factorisation de l'expression** $\mathbf{9x^2 - 16 - (4 - 3x)(5 + 2x)}$	L'enseignante éveille la mémoire visuelle des élèves. Elle procède pareil aux autres expressions. Une discussion tourne autour de **(3x – 4)** et **(4 – 3x)**. Un des élèves par analogie à un travail précédent propose d'élever ces deux binômes au carré et ainsi ils sont « exactement la même chose ». Ce travail donne lieu à la règle du changement de signe pour que deux nombres opposés deviennent égaux. Elle s'appuie dans son explication sur un exemple numérique. Elle caractérise l'expression **(3x + 4)(3x – 4) + (-4 + 3x)(5 + 2x)** par « très, très, très difficile ».
38 ; 29	200 - 208	Discussion du devoir du lendemain	L'enseignante passe une série d'exercices en devoir maison pour les jours qui viennent. Page 39, ex 17 à 20, 22 ; page 42 ex 52---54 ; page 44 ex 69.
…45 ;	208	Travail individuel	L'enseignante demande des élèves de travailler l'exercice 17 de la page 39. Elle passe dans les rangs contrôler leur travail. La cloche n'a pas tardé à sonner. Elle demande aux élèves de chercher la calculatrice demain.

Sur la base du synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique relative à la factorisation en utilisant les IRC.

L'enseignante rend aux élèves les copies corrigées d'un DM. Elle demande les cahiers de cours pour continuer le travail d'application des exercices de la fiche de travail. (Min 5) L'enseignante prend la charge du tableau et écrit deux expressions à la fois. Elle caractérise la première par « facile » et la deuxième « plus difficile ». En défilant les méthodes de factorisation. Elle trouve que la première expression est une IRC qu'elle factorise rapidement. (Min 6) L'étude de la factorisation d'une différence de deux binômes carrés, sera engagée suivant le même schéma que l'expression précédente. Elle identifie chaque binôme à un monôme de l'expression d'avant pour progresser l'apprentissage. L'agitation des élèves, qui ont reconnu le travail précédent mais posent des questions sur les binômes, conduit l'enseignante à reprendre chaque procédure. Elle formule un « théorème » à retenir (Min 8) « pour un élève de troisième, quand je ne vois pas du tout comment factoriser, quand je vois pas du tout, c'est forcement la troisième égalité ». (Min 11) L'étude de la factorisation de la différence du carré d'un binôme et celui d'un monôme donne lieu à une nouvelle explication de la règle de la factorisation au maximum. Pour finir l'explication des méthodes du cours *sur des exercices, l'enseignante propose deux expressions sur la factorisation par combinaison de plusieurs méthodes, dénotée dans son cours « méthode 5 », sans l'annoncer (Min 22 et min 27). Elle suit le même schéma pour la factorisation du premier « morceau » (selon elle) de l'expression, ainsi que pour l'expression entière. A la minute trente huit, elle donne des devoirs pour les jours qui viennent. (Min 45) Les élèves sont dans un travail individuel (ex 17). A la sonnerie de la cloche, elle demande des élèves de chercher avec eux la calculatrice.*

Min 6 sec 3 Factorisation de l'expression $(2x – 1)^2 – (x + 3)^2$

L'enseignante explique la technique de factorisation par identification à celle de l'expression précédente $\frac{1}{9}x^2 - \frac{25}{16} = (\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$. Observons encore une fois sa « manière de faire » une factorisation en utilisant une identité remarquable.

11	**En**	..//.. Bon, allez, la dernière et, et tout ce qui suit On regarde, (elle montre $(2x – 1)^2 – (x + 3)^2$), on voit réapparaître quoi ? Mes sommes algébriques. Donc, quand on défile les méthodes, on bloque à, est ce que je peux mettre une somme algébrique en facteur ? Eh, ben non, a priori non, puisque deux moins un et x plus trois, ce n'est pas du tout la même expression. Donc, il nous reste, encore une fois, comme seule porte de sortie, les égalités remarquables Alors, là, il y a deux choses, il y a le cours, l'explication bien comme il faut, et après il y a, la façon d'en sortir Je regarde, alors, qu'est ce qu'on remarque ?
12	**Na**	Eh, ben, euh, entre les deux
13	**En**	Oui, entre les deux ?
14	**Na**	Il y a un signe moins
15	**En**	Il y a un moins
16	**Na**	C'est la troisième expression
17	**En**	Parfait. Entre les deux, on a un moins, avant et après le moins, on a un carré. Entre les deux, on a un moins, avant et après le moins, on a un carré. On est donc, de nouveau arrivé à la troisième égalité remarquable. Jusque là, ça va ?

Le tableau est à la charge de l'enseignante qui se met au niveau des élèves en dialoguant par les deux pronoms « je » et « on » pour les aider à franchir la difficulté de cette expression qu'ils rencontrent pour la première fois. Pour l'avancement du temps didactique, et aussi, peut être il lui a semblé que les élèves sont dans un stade d'acquisition de la technique du travail, elle ne s'attarde pas devant les deux premières étapes de sa « méthode ». Elle passe à celle de la mise en évidence d'un binôme facteur commun, pour mettre le point sur ses « *sommes algébriques* ». Elle qualifie les ERC par la « *seule porte de sortie* » (TP 11). Pour l'enseignante, la réussite de la factorisation dépend de deux facteurs : le cours c'est-à-dire savoir quelle méthode choisir ; la façon d'en sortir. Elle se base sur la forme et le signe qui sépare l'*amont* au carré de l'*aval* qui, lui aussi, est au carré. C'est cette présentation qui impose le choix de la « *troisième égalité remarquable* ». Elle se renseigne auprès des élèves s'ils arrivent à la suivre. Il semble qu'elle essaye de progresser l'apprentissage « à pas lent » en parlant tout doucement, ce qui est hors de ses habitudes.

Na est en interaction avec l'enseignante. Il se trouve en manque du lexique mathématique, il ne trouve ni le mot « terme » : il s'arrête au TP 12 à « e*ntre les deux* » ; ni le terme « identités remarquables » qu'il a remplacé par « *C'est la troisième expression* ».

Min 7 sec 51

17	**En**	..//.. Alors, quand on démarre d'une expression développée, où il y a rien, on a une expression factorisée avec des parenthèses. Quand je factorise, je passe de rien à une parenthèse. Je rajoute une couche de parenthèses. Si, j'ai déjà une couche de parenthèses, je vais en rajouter une deuxième, et donc cette fois ci, je vais factoriser à l'aide, de, cro, chets Alors, attention, c'est là, le point où en général ça accroche. Quand j'ai rien, j'ai des parenthèses, quand j'ai déjà des parenthèses, je mets des crochets. Mes crochets ici (elle trace en jaune : [ ])
18	**Fi**	[Où est ce qu'elles sont ?
19	**En**	Mes crochets ici (elle trace en jaune : [ ][ ]), que je repasse en jaune, ce sont les parenthèses dans cette expression là (elle marque en jaune les parenthèses de l'expression $(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$) Si j'avais voulu mettre le signe multiplié, je l'aurai mis ici (elle trace le signe × : $(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4}) \times (\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$). Pareil, dans la deuxième expression, si j'avais voulu le mettre, je le mets là au milieu (elle trace le signe × : [ ] × [ ]). A l'intérieur de la première parenthèse, on a mis un plus (elle montre l'expression précédente), à l'intérieur du premier crochet je vais mettre un plus (elle trace en jaune : [+][ ]), A l'intérieur de la deuxième parenthèse, on a mis un moins (elle montre l'expression précédente), à l'intérieur du deuxième crochet on a mis un moins (elle trace en jaune : [+][−]) Est-ce que le cadre, vous l'avez compris, enfin, le passage d'une ligne à l'autre. Maintenant, il faut remplir dedans
20	**Ni**	On peut mettre le moins dans la première ?
21	**En**	Bien sûr, on peut mettre le moins dans la première, et le plus dans la deuxième, ça, ça n'a pas d'importance. Le tout étant, qu'il y ait un plus et un moins

Dans cette partie, l'enseignante travaille par modélisation. Elle se réfère à l'expression qui a été factorisée juste avant celle-ci (Nous n'avons pas étudié cette expression parce que la factorisation a été faite rapidement, nous n'avons pas trouvé des choses importantes à signaler).
Pour faire des assemblages interprétables, l'enseignante hiérarchise l'emploi des délimitants : les crochets séparent les deux assemblages, dont les binômes racines carrées, à l'intérieur sont agrégés par des parenthèses. Elle utilise des couleurs pour mettre ces délimitants en valeur. Pour faciliter l'avancement de l'apprentissage, elle se sert de la réponse « forme-produit » de l'exemple précédent, afin de concrétiser sa « méthode ». Pour dire que les deux délimitants, crochets et parenthèses, ont le même rôle en agrégeant les deux assembleurs, elle symbolise l'opération « multiplication » par le signe (×). Son « *cadre* » est prêt, elle s'informe sur la compréhension des élèves avant de passer à l'étape suivante.

L'interaction des élèves est timide, **Fi** s'inquiète sur les délimitants et **Ni** sur la forme « habituelle » d'écriture de la « forme-produit ». Nous retrouvons par sa question le manque des propriétés de l'opération « la multiplication ».

Min 9 sec 4

21	**En**	..//.. Alors, maintenant, comment est ce qu'on a rempli ça ? (elle montre ($\frac{1}{3}$x + $\frac{5}{4}$) × ($\frac{1}{3}$x – $\frac{5}{4}$) (A)). Eh bien, on a dit, un neuvième de x au carré, c'est le carré de, un tiers de x. Quand l'expression rentre dans sa parenthèse, elle perd son carré, d'accord. Un neuvième de x carré, c'est le carré de un tiers de x. On fait pareil, c'est là, là le nœud du problème, hein, reprendre les trucs qui sont là, c'est le truc du problème Deux x moins un au carré, c'est le carré de quoi ? (pas de réponse) Cinq au carré (elle écrit 5^2 sous $(2x – 1)^2$) c'est le carré de quoi ?
22	**El**	Cinq
23	**En**	De cinq. Cinq au carré, c'est le carré de cinq. Deux x moins un au carré, c'est le carré de quoi ? De deux x moins un. Et attention, attention, le deux x moins un, je vais le laisser entre deux parenthèses (elle écrit dans le premier crochet déjà tracé : [(2x – 1) +][–]). J'ai recopié la même expression, la même, dans la première et la deuxième parenthèse. Je recopie la même expression, dans le premier et le deuxième crochet. (elle écrit dans le deuxième crochet : [(2x – 1) +][(2x – 1) –]) Je continue. x plus trois au carré, c'est le carré de quoi ? C'est le carré de x plus trois. Donc, ici, je vais recopier x plus trois (elle écrit : [(2x – 1) + (x + 3)][(2x – 1) –]). Dans l'expression du dessus (elle montre (A), j'ai recopié le même nombre, dans la première et la deuxième parenthèse, je recopie le même nombre, le même, je ne change rien du tout entre le premier et le deuxième crochet (elle écrit : [(2x – 1) + (x + 3)][(2x – 1) – (x + 3)]) (B). Là, quand vous avez écrit ça, c'est très bien mais vous avez factorisé (elle montre (B)). Et maintenant, et maintenant, eh ben, on va écrire ça d'une façon beaucoup plus jolie, beaucoup plus légère, c'est-à-dire que maintenant, je peux garder les crochets ou remettre les parenthèses, comme on veut, mais à l'intérieur de chacun des crochets, je vais enlever les parenthèses et je vais faire les calculs Alors, ici (elle montre (B)), si j'enlève les parenthèses, ça me fait, deux x moins un, l'autre parenthèse est précédée d'un plus, donc, plus x plus trois (elle a écrit : = [2x – 1 + x+ 3]). Deuxième crochet, ça fait, deux x moins un, la parenthèse d'après, précédée d'un signe moins, alors quand je l'enlève, ça fait
24	**Ju**	Moins
25	**En**	Moins x, moins trois (elle a écrit : = [2x – 1 + x+ 3][2x – 1 – x – 3]). Et maintenant, je simplifie, je compte. Deux x plus x, trois x, moins un, plus trois, plus deux (elle a écrit : [3x + 2]), facteur de, et de l'autre côté, deux x moins x
26	**An**	x
27	**En**	x, et puis moins un moins trois, moins quatre (elle a écrit : [3x + 2][x – 4]) Et là, c'est fini. Là (elle montre [3x + 2][x – 4]), on a fait toute la factorisation, bien comme il fallait, en, en suivant (**Ch** lève son doigt), j'ai encore une chose à dire, puis je te répondrai. Bien, comme il le fallait, en suivant toutes les règles de cours. De toute façon, ces étapes là on les fera toujours comme ça. Je dirai que le théorème à retenir, c'est, pour un élève de troisième, quand je ne vois pas du tout comment factoriser, quand je vois pas du tout, c'est forcement, la troisième égalité remarquable. Quand vous avez une expression compliquée comme ça à factoriser, s'il y a une chance de factoriser, c'est toujours, la dernière égalité remarquable. C'est toujours, ce petit exercice sur lequel les élèves de troisième coincent. Et quand on est en troisième, et même en seconde, si on peut pas essayez ça, on peut pas factoriser. Vous n'arrivez pas, ni en troisième, ni en seconde, à développer ces expressions là, et à factoriser à partir du résultat que vous allez obtenir. Le passage de je développe et je refactorise l'expression que j'obtiens, c'est ce qu'on fait en première S, Je sais pas si on fait dans l'autre première, hein. Mais de toute façon, vous êtes obligés de passer par ces étapes là, jusqu'au classe de première (elle montre le travail qui est toujours au tableau)

Cet épisode didactique se caractérise par un travail routinier dont la base est le travail par analogie. La topogenèse définit l'action de l'enseignante caractérisée par de longs tours de parole. Elle s'adresse à l'ensemble classe par les deux pronoms « je » et « nous ». Elle recherche les racines carrées des binômes par modélisation sur la

« forme-produit » de l'expression d'avant qu'elle utilise comme « proto-type » ». Elle reexplique la recherche des racines carrées des monômes de l'expression précédente, afin de faire le même travail avec les binômes carrés de l'expression sujet d'étude. Il lui semble que ce va et vient entre les deux expressions facilite l'apprentissage. Pour ceci, elle abuse du langage parlant (TP 21) : « rempli », « rentre », « perd », « truc », etc.
Contrairement à ses attentes, les élèves ne réagissent pas et n'arrivent pas à trouver la racine carrée de $(2x - 1)^2$, qu'ils ont seulement développée jusqu'à présent,. **En** se trouve dans l'obligation d'une deuxième modélisation, elle utilise le nombre le plus reconnu par les élèves le 5^2. Elle l'écrit sous le binôme, et un élève interagit et lui passe la bonne réponse. Elle continue son travail en trouvant elle-même le binôme racine carrée de $(2x - 1)^2$. Elle procède toujours de la même manière, et insiste à garder, à l'intérieur de chaque assemblage, les parenthèses qui agrègent chaque binôme seul.
Pour garder dans l'esprit des élèves que le travail ne s'arrête pas au point de l'écriture des deux assemblages, et qu'il est nécessaire de déchiffrer chaque assemblage, elle abuse des adjectifs du langage parlant : « *beaucoup plus jolie* », « *beaucoup plus légère* ». L'usage d'un des deux délimitants est convenable pour agréger les deux binômes de la « forme-produit » finale. Pour arriver à cette étape, il faut suivre « *toutes les règles du cours* ». En clôture de son discours, elle institue en premier « son théorème » : « *pour un élève de troisième, quand je ne vois pas du tout comment factoriser, quand je vois pas du tout, c'est forcement, la troisième égalité remarquable* », et l'inutilité du développement en premier pour ensuite factoriser.

Dans tout cet épisode, les élèves n'ont pas eu l'occasion d'interagir avec **En**. Leur accompagnement s'est limité à des réponses très courtes. Ceci montre que les élèves, ou bien, ils n'arrivent pas à progresser dans l'apprentissage, vue la difficulté de la technique de factorisation et surtout de la modélisation d'un monôme et d'un binôme. Ou bien, les élèves ne sont pas du tout intéressés à ce travail du fait qu'ils ne comprennent pas où ça va leur mener.

Dans l'épisode suivant nous allons montrer seulement dans un seul tour de parole, la modélisation qu'utilise l'enseignante pour faire comprendre aux élèves que les signes des binômes agrégés par des parenthèses ne changent pas quand on passe du carré à la racine carrée.

Min 16 sec 9 factorisation de l'expression $(3x + 1)^2 - (4x - 5)^2$

..//..

51	**En**	Oui (elle écrit : $(3x + 1)^2 - (4x - 5)^2$), allez on fait encore ça ensemble. **Ju** (elle ne suivait pas) C'est à nouveau, c'est à nouveau a carré, moins b carré. Donc, puisque j'ai déjà des parenthèses, je vais factoriser en utilisant des crochets (elle trace : = [ ][ ]), le signe multiplié entre les crochets n'est pas du tout obligatoire. Mais, s'il vous plait, de temps en temps, pour les élèves qui mettent moins, plus, moins, moins, entre les crochets, non hein, c'est rien ou multiplié, mais pas autre chose Alors, ça, c'est une expression qui se factorise en, a plus b, facteur de, a moins b (elle trace : = [+][–]). Et maintenant, dans chaque trou, je recopie l'expression qui a pour carré ce qui précède. Trois x plus un au carré, c'est le carré de, trois x plus un (elle écrit : [(3x + 1) +][–]), et de l'autre côté, c'est toujours le carré de trois x plus un (elle écrit : [(3x + 1) +][(3x + 1) –]). Quatre x moins cinq au carré, c'est le carré de, quatre x moins cinq (elle écrit : = [(3x + 1) + (4x – 5)][(3x + 1) –]), et c'est toujours le carré de quatre x moins cinq (elle écrit : = [(3x + 1) + (4x – 5)][(3x + 1) – (4x – 5)]) Attention, le seul signe, plus et moins, c'est les signeeuh, ça c'est les signes de la factorisation (elle montre le (+) et le (-), qui sont entre les parenthèses dans les crochets). Les signes de mes quantités de départ, les signes qui sont dans les petites parenthèses au départ

		(elle montre les signes des termes de la donnée), ces signes là, ne changent pas Si vous aviez par exemple, onze au carré, moins, neuf au carré, ça, c'est onze plus neuf, facteur de onze moins neuf (elle écrit $11^2 – 9^2 = (11 + 9)(11 – 9)$). Vous êtes d'accord avec ça ? Le onze, c'est dix plus un, et le neuf, c'est dix moins un. Toujours d'accord. Et dans cette parenthèse là, (elle montre (11 + 9)), j'ai bien dix plus un, moins, dix moins un (elle écrit (10 + 1) – (10 – 1)). Ça, ça me fait bien onze (elle montre (10 + 1), moins neuf (elle montre (10 – 1)). Je n'ai pas changé, je n'ai absolument pas changé le petit signe moins qui était ici (elle montre (10 – 1)). Il reste, il reste. Si vous changer le moins qui est ici, en plus, si vous écrivez ça en disant, où on met plus, un coup on met euheuh, un coup on met moins, vous écrivez onze moins onze, vous écrivez zéro

Le nouveau dans ce tour de parole est la modélisation numérique de l'enseignante pour faire acquérir à ses élèves l'invariance des signes des sous assemblages formés par des binômes agrégés par des parenthèses dans chaque assemblage.
Toute la première partie du discours est une répétition de sa « manière de faire » la factorisation. Le défilement des procédures de sa « technique » ne change pas avec les expressions. Nous nous intéressons au dernier paragraphe, où par un processus topogénétique, en premier ascendant où elle s'adresse aux élèves par le pronom « vous » pour demander leur accord sur la factorisation de $11^2 – 9^2$, puis descendant, par le pronom « je ». Elle utilise le procept[99] addition pour interpréter les nombres 11 et 9. Son but est d'assurer la valeur de l'assemblage si le changement de signe se fait à l'intérieur du second sous assemblage.
Cet épisode prouve comment les enseignants se servent de l'arithmétique en pont pour accéder à l'algébrique.

Observons ce que voulait dire l'enseignante par la consigne « Factoriser le mieux possible », posée dans sa fiche d'exercices.

Min 23 sec 5 Factorisation de $(7x + 3)^2 – 25x^2$

61	**En**	..//.. Bon, alors, le sept x plus trois au carré moins vingt cinq x au carré (elle écrit : $(7x + 3)^2 – 25x^2$), ça vous inspire quoi ?
62	**An**	On peut mettre des parenthèses
63	**En**	On peut mettre des parenthèses, mais autour de quoi tu veux mettre des parenthèses ?
64	**Pi**	Autour du moins vingt cinq x deux
65	**En**	Pas autour du moins, on peut mettre des parenthèses là, si on veut (elle trace les parenthèses : $(25x^2)$). Alors ça vous inspire quoi ça ?
66	**Ch**	La dernière
67	**En**	La dernière identité remarquable. J'ai deux termes, j'ai deux termes. J'ai un moins, ça ne peut être que la dernière. Alors, une parenthèse, un
68	**An**	[il y a une parenthèse ?
69	**En**	Un crochet, pardon, il faut que je reste logique avec moi-même. Et un deuxième crochet (elle trace : [ ][ ]). Dans un des deux crochets on met plus, dans l'autre crochet, on met moins (elle trace : [+][–]). Alors, sept x plus trois au carré, c'est le carré de quoi ?
70	**Els**	Sept x
71	**En**	[de sept x plus trois (elle écrit : [(7x + 3) +][(7x + 3) –]). Et vingt cinq x carré, c'est le carré deee, cinq x, hein **An**
72	**An**	Pourquoi ?
73	**Pi**	Oui, c'est ce que j'ai dit

99 Gray and Tall (1994) appelle procept tout ce qui peut être interprété en tant qu'objet et en tant que procédure (la traduction est faite par nous)

74	**En**	Vingt cinq, c'est le carré de quelque chose. Ça, ça doit être le carré, toute l'expression (elle montre ($25x^2$)), ça doit être le carré de, vingt c'est le carré de cinq, et x carré, c'est le carré de x. Donc, ça c'est pareil que cinq x au carré (elle écrit : [(7x + 3) + 5x][(7x + 3) –]). Et donc dans le deuxième crochet, moins cinq x (elle écrit : [(7x + 3) + 5x][(7x + 3) – 5x]) Bon, là, c'est quand même une expression qu'on peut simplifier tout de suite, hein. Alors, on compte, sept x plus cinq x
75	**Els**	Douze x
76	**En**	Douze x (elle écrit : [(12x + 3]). Et puis sept x moins cinq x
77	**Ni**	Deux x
78	**En**	Deux x. (elle écrit : [12x + 3][2x + 3]) Bon, et là je voudrais l'attention de tout le monde. Pour un élève de troisième, pour un élève de troisième, le fait d'arriver là, sans ssss, sans se tromper, ça nous réjouit profondément et je dirai qu'on est tenté de mettre tous les points. Et cet élève de troisième, qui a terminé son chapitre, et bien il fait plus de factorisation jusqu'à l'entrée en seconde. Quand il arrive en seconde, eh ben, le prof de seconde il est plus tout aussi content. Alors, vous avez fait les sept huitième du travail. Maintenant, il faut regarder, si, dans chacune des parenthèses ici, on peut pas factoriser encore un tout petit peu plus. Dans les deux x plus trois, est ce que j'ai encore quelque chose de commun ?
79	**El**	Non
80	**En**	Non. Donc, ça c'est bon, c'est fini, on y touche plus. Mais douze x plus trois
81	**Fi**	C'est trois, trois en facteur
82	**En**	Douze et trois, ce sont des multiples deee
83	**An**	Trois
84	**En**	De trois. Donc, pour un élève de troisième, c'est parfait. Le même élève qui commence sa classe de seconde, on attend mieux qu'il fasse une ligne, de, plus. On va encore, dans la première des deux parenthèses, mettre le trois en facteur (elle écrit 3( ). Alors, douze, c'est trois fois quoi ?
85	**Els**	Quatre
86	**En**	Quatre x. Et trois, c'est trois foiiis
87	**Els**	Un
88	**En**	Un. Et je recopie ma deuxième parenthèse (elle écrit : 3(4x + 1)(2x + 3)) (C) Et ça (elle montre (C)), ça c'est le mieux du mieux, Ça c'est vraiment, le mieux du mieux Alors, dernière question. Et j'ai pas trois en commun là dedans, dans le deux x plus trois ? Alors, est ce que je peux quand même mettre trois en facteur ? Si, je peux pas mettre trois en facteur dans la deuxième parenthèse. Eh ben, eh ben, eh ben oui

L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant l'identité $a^2 - b^2$. Des mouvements topogénétiques ascendants/descendants définissent l'action de l'enseignante qui prend la charge du tableau et dialogue avec le groupe classe avec les pronoms « vous », « je » et « on ». Elle accompagne **An** et **Pi**, mais ne s'attarde pas devant l'erreur de **Pi**, assembler le signe avec le carré. Elle pose deux fois la question « *ça vous inspire quoi* ? ». A partir de la réponse de **Ch**, elle explicite le mot « *La dernière* » par la forme. Le nombre de termes : deux ; et leur emplacement *amont/aval* par rapport au signe (-), pour elle sont suffisants pour confirmer la factorisation par l'IRC $a^2 - b^2$. L'enseignante se trouve en rupture avec elle-même, en utilisant les parenthèses rondes pour faire ses assemblages et c'est **An** qui la contredit, puisque jusqu'à maintenant, elle leur enseignait de « *mettre un étage* » de crochets, s'il y a lieu de faire des sous assemblages avec des parenthèses rondes. Elle accepte l'intervention de **An** et se corrige. Du TP 69 jusqu'au début du TP 78, l'enseignante engage le travail suivant le même schéma que précédemment pour arriver à la « forme-produit » souhaitée. Elle prépare les deux couples de crochets pour délimiter ses deux assemblages, elle trace les deux signes opposés à l'intérieur, puis écrit l'*amont* de chaque assemblage qui sera agrégé par un couple de parenthèses rondes, et à la fin elle écrit l'*aval*. Le feu rouge ne s'allume pas à cette étape, il faut passer à la « simplification », qu'elle fait mentalement, et qui donne une « forme-produit »

supposée être dûment complétée pour les élèves, mais pas pour **En**. Elle place les élèves devant un objet de savoir ancien/nouveau : La factorisation au maximum. Cet objet est ancien, car les élèves savent que le feu reste vert tant que les monômes de chaque assemblage dans la « forme-produit » ne sont pas premiers entre eux. Il est nouveau dans une situation de factorisation en utilisant une identité remarquable. Elle impose un arrêt du temps didactique pour raconter des « choses » qui n'ont aucun sens, dans l'idée de solliciter les élèves à pousser leur factorisation au maximum.
Par le pronom « on » du TP 84, elle se groupe avec les enseignants des classes secondaires pour ne pas assumer la responsabilité du décodage de la transformation (z). Une réponse factorisée au maximum est dûment complétée pour **En**, elle confirme ceci en disant « *ça, c'est le mieux du mieux* ». A la fin de cet épisode, elle pose une dernière question et y répond à l'instant, rien d'inhabituel, pour mettre le point sur la factorisation par un facteur commun monôme dans un des assemblages de la « forme-produit ».
L'enseignante passe à une nouvelle expression sans qu'il y ait un arrêt didactique par un questionnement des élèves, comme s'ils ont compris qu'il faut toujours mener des factorisations au maximum.

Du point de vue élève : Les élèves ont accompagné **En** dans son explication. **An** choisit un délimitant pour déchiffrer facilement l'expression « forme-énoncé ». Il réussit à remettre **En** en « *logique avec soi-même* ». **Pi** ne réussit pas à faire correctement les assemblages. Il semble qu'il est loin de comprendre la nécessité des assemblages. **Ch** répond aux attentes de **En,** au second appel. Son « inspiration » est liée au classement des trois IRC « *la dernière* ». Le lexique des identités lui manque.

Avant de continuer le travail, nous voulons bien vous montrer le travail routinier des élèves. **An** est en avance dans son travail personnel, il s'arrête devant la factorisation de $\mathbf{(7x + 3)^2 – 25x^2}$, demande l'aide de l'enseignante.

42	**An**	M[me], Sept x plus trois au carré moins vingt cinq x au carré (c'est l'expression 10 de la colonne $(7x + 3)^2 – 25x^2$)
43	**En**	Oui
44	**An**	Euh, le vingt cinq x c'est lui le carré, ou vingt cinq x ?
45	**En**	C'est vingt cinq que multiplie x carré (elle écrit $25 \times x^2$). Tu dois mettre le vingt cinq au carré, tu dois pas mettre vingt cinq. Il faut trouver quelle est l'expression qui a pour carré vingt cinq x au carré. Vingt cinq, c'est le carré de quelque chose
46	**An**	Oui, oui mais, comme je mets, comme c'est sept x plus trois au carré, et qu'on met sept x plus trois dans la réponse
47	**En**	Oui
48	**An**	On met vingt cinq x
49	**En**	Non, non pas vingt cinq

An insiste à suivre le même schéma de travail. Il n'arrive pas à différencier le monôme du binôme. Sa difficulté ne s'arrête pas à ce point, le problème des « racines carrées » se pose. Il utilise ses connaissances par analogie. La racine carrée de $(7x + 3)^2$ est $(7x + 3)$ qu'il retrouve dans les deux assemblages de la « forme-produit ». Ceci dit, la racine de $25x^2$ doit obligatoirement être 25x pour **An**. Cet élève raisonne sur les puissances 2. Pour $(7x + 3)$, l'exposant n'existe plus,il retrouve la base dans les deux assemblages de la « forme-produit ». Donc, par analogie, $25x^2$ va subir la même règle du jeu, sa racine carrée est 25x. L'enseignante n'essaye pas de convaincre **An**, il semble qu'elle remet ce travail à son moment, ou bien elle veut que **An** dévolu seul sans son accompagnement.

L'enjeu de l'épisode didactique suivant est la factorisation d'une expression qui ne peut se factoriser par un facteur commun binôme qu'après avoir effectué une factorisation partielle en utilisant l'une des IRC. Cette expression est déclarée par l'enseignante « *très, très, très difficile* » (TP 180).

Min 33 sec 11 Factorisation de l'expression $9x^2 – 16 – (4 – 3x)(5 + 2x)$

134	**En**	..//.. Alors on a, neuf x deux, moins seize, moins quatre moins trois x, facteur de, cinq plus deux x (elle écrit en même temps qu'elle dicte : $9x^2 – 16 – (4 – 3x)(5 + 2x)$) Allez. Est-ce queee, écris comme ça, il y a quelque choseeuh
135	**Ch**	[Non
136	**En**	En commun tout de suite ? Non. Eh bien, on regarde quelque chose j'avais fait par quelque chose déjà fait Allez, mémoire visuelle. **Cha**
137	**Cha**	Euh, on prend la troisième euh
138	**En**	Parfait, donc on s'occupe de neuf x carré moins seize. Deux termes, un signe moins, troisième égalité remarquable, il fait quelque chose. Donc ça c'est plus, facteur de moins (elle trace : (+)(–)) Neuf x carré, est ce que c'est le carré, un carré que vous connaissez ?
139	**Els**	Trois x
140	**En**	Trois x, parfait (elle écrit : (3x +)(3x –)). Et seize ?
141	**Els**	Quatre
142	**En**	Quatre (elle écrit : (3x + 4)(3x – 4))
143	**Ax**	M^me^
144	**En**	Je copie quelque chose, il faut pas que j'oublie ça (elle écrit : (3x + 4)(3x – 4) – (4 – 3x)(5 + 3x)) (E1). Je t'écoute
145	**Ax**	Neuf x deux moins seize, n'est pas quatre moins trois x au carré ?
146	**En**	Ah non !! Si tu as
147	**Ax**	[quatre fois quatre est bien égal à seize
148	**En**	(elle écrit $(4 – 3x)^2 =$ - +). Ça se développe par trois termes. On met quatre au carré, ça fait seize. On met trois x au carré, ça fait neuf x carré. Et au milieu, on met le double produit, deux fois quatre fois trois x, ça fait vingt quatre x (elle a rempli les trous en même temps qu'elle travaillait ($(4 – 3x)^2 = 16 – 2 x + 9x^2$)
149	**Ax**	D'accord
150	**En**	D'accord. Donc, déjà, t'as pas moins seize, t'as plus seize. Et puis après, t'as ce double produit, hein (elle montre 24x) Bon, donc, et voilà ce à quoi on arrive (elle montre (E1)). Est-ce qu'on a avancé ?
151	**Els**	Non
152	**Els**	Oui

Le tableau qui sert d'un «*lieu de travail* », est à la charge de l'enseignante, qui, par un mouvement topogénétique descendant, se place au niveau des élèves, en dialoguant avec le pronom « on ». Elle sensibilise la mémoire visuelle des élèves à la place de leur mémoire didactique. Elle se contente du classement[100] de l'IRC que **Cha** a trouvée « *la troisième, euh* » (TP 146), ce langage n'est pas étrange à **En**, il est son langage personnel. **En** anticipe à donner elle-même les réponses. Elle ne change pas de stratégie dans sa « manière de faire ». Elle prépare les deux assemblages à l'aide des parenthèses rondes (TP 147), puis elle trace à l'intérieur les signes (+) et (–), en laissant de la place dans chaque assemblage pour l'*amont* et l'*aval*, qu'elle cherche en calculant la racine carrée des deux monômes de la « forme-énoncé ».

[100] Les IRC sont présentées dans le même ordre dans tous les livres, ce qui permet à certains enseignants de les appeler par l'ordre de leur classement.

Un arrêt de l'avancement du temps didactique s'impose par la question de **Ax** (TP 145). La « règle-élève » est l'enjeu de six tours de parole. $9x^2 - 16$ par la transformation (ζ) est pour lui $(4 - 3x)^2$. Il interprète le carré d'une somme comme le carré d'un produit. Cette « règle-élève » montre que **Ax** réduit la complexité ostensive des expressions pour pouvoir les réussir à sa façon. Il paraît, au TP 149, avoir compris son erreur, puis qu'il est d'accord sur le travail de l'enseignante qui ne s'est adressée dans son discours qu'à lui par le pronom « tu ». Elle procède dans sa réponse avec la même manière de faire. Pour développer $(4 - 3x)^2$, elle se fonde sur le nombre de termes, et trace les deux signes (-) puis (+), en laissant des places vides pour l'*amont* et l'*aval* de chaque signe [$(4 - 3x)^2 = \quad - \quad + \quad$]. La place du milieu est pour le « *double produit* ».

Les élèves ont interagi avec l'enseignante. Certains d'entre eux ont répondu aux questions par un mouvement d'accompagnement. **Cha** répond aux attentes de **En,** elle parle de « *la troisième* ». Elle appelle l'identité par son classement identiquement à l'enseignante.

153	**En**	Eh, ben, oui. Est-ce qu'on est arrivé à ce qu'on voulait ? Alors, les deux quantités qui se ressemblent le plus, c'est trois x moins quatre et quatre moins trois x (elle souligne en jaune (3x – 4) et (4 – 3x)), elle se ressemble. Mais est ce qu'elles sont rigoureusement identiques ?
154	**Els**	Non
155	**En**	Et non, elles sont, opposées
156	**Els**	[opposées
157	**En**	Pour mettre en facteur, est-ce je dois avoir, rigoureusement, exactement, la même chose, où peu importe la même chose ?
158	**Els**	Non, la même chose
159	**En**	Donc, pas à peu près, il faut que j'ai, exactement, exactement la même, chose.
160	**An**	On va les mettre au carré
161	**En**	Alors, eh ben non, tu peux pas les mettre au carré, tu peux pas modifier. Je peux écrire autrement, mais je peux pas modifier mon expression. C'est une énorme apus, énorme, énorme apus. Il faut travailler avec le
162	**Fi**	Moins
163	**En**	Moins. Alors, je vais transformer, **Im**, si t'écoutes pas dans les trente secondes, tu loupes quelque chose Le moins qui est ici (elle montre le signe (-) entre les deux termes de (E1)), je vais le transformer en plus. Mais est ce que je peux transformer un moins en plus comme ça, puis allez, hop, c'est bon (sous le signe moins de (E1), elle trace un signe (+))
164	**Els**	Non
165	**En**	Non, hein
166	**Ju**	[il faut changer
167	**En**	Alors, je multiplie, attention, attention. Est-ce que je peux je vais faire rentrer le moins dans chacune des parenthèses, ou est ce que je vais faire rentrer le moins dans une des deux parenthèses.
168	**Ax**	Dans chacune
169	**En**	Simplement, dans, une. Parce que, si tu as moins, cinq fois trois (elle écrit -5 qui jusqu'à présent, 3), ça fait combien ça ? Ça fait moins quinze (elle écrit -15). Si je fais entrer le moins, je transforme le moins en plus, et si ici je transforme le cinq en moins cinq, et je transforme le trois en moins trois (elle écrit - (-5)(-3)). Moins cinq que multiplie moins trois ? Ça fait quinze, donc là j'écris plus quinze (elle écrit = 15 à la suite de - (-5)(-3)). Regarde, on n'a pas écrit la même chose Si j'écris, je transforme le moins en plus, et je fais rentrer dans le premier (elle écrit - (-5 qui jusqu'à présent, 3), est ce que ça sort moins quinze ?
170	**Els**	Oui
171	**En**	Oui (elle écrit = -15) Donc, le moins, on le fait rentrer, donc c'est pas pour rien qu'on dit ça, on le fait rentrer dans la parenthèse qui nous intéresse. Donc, je vais modifier cette parenthèse là, et ça

		donne, parce que c'est celle là, que je veux voir, un tout petit peu, un tout petit peu transformée (elle montre (4 – 3x)). Alors moins que multiplie quatre, ça fait, moins quatre, et le moins trois, va se transformer en plus trois x, et je ne touche pas à l'autre, et je ne touche pas non plus à ce qui est hors de ça (elle écrit : (3x + 4)(3x – 4) + (-4 + 3x)(5 + 2x)), là c'est du grand art, là, il est vraiment très, très, très difficile

L'enseignante passe à la seconde étape : la factorisation par un binôme. Mais, elle ne pose pas la question de factorisation. Elle questionne les élèves sur la forme des deux binômes (3x – 4) et (4 – 3x). Au TP 157, elle pose le problème de la factorisation. Elle place les élèves devant un nouveau savoir : Par quoi factoriser en présence de deux binômes opposés, qui semblent être le facteur commun de l'expression entière ? Par des mouvements topogénétiques ascendants/descendants elle fait avancer le temps didactique. La distance qui la sépare des élèves se raccourcit de plus en plus en dialoguant avec le pronom « je », mais dans certains moments elle s'élargit comme au TP 163 où elle pousse **Im** à participer au travail. Elle utilise le verbe « transformer » dans un sens différent de celui qu'elle a utilisé dans ses discours précédents pour la factorisation.[101] Elle transforme « *un signe moins en un signe plus* ». Elle insiste sur la différence entre les deux expressions (4 – 3x) et (3x – 4). Pour faciliter la tâche à **Ax** avec qui elle dialogue avec « tu » et à l'ensemble classe de qui elle s'approche avec le pronom « je », elle modélise la situation par une activité arithmétique (TP 169). Nous retrouvons pour la deuxième fois, l'utilisation de l'arithmétique en pont pour l'algébrique. L'enseignante se comporte avec les élèves comme s'ils se trouvent pour la première fois en rapport avec l'algébrique. Ceci nous montre aussi, combien il est plus simple aux enseignants de s'exprimer par des nombres concrets que par des nombres camouflés dans des lettres.

An pour la deuxième fois (voir p 203) procède par analogie à un travail déjà fait : deux nombres opposés élevés au carré sont égaux. Il se montre conscient de l'égalité des carrés de deux binômes opposés. Alors, il propose d'élever (4 – 3x) et (3x – 4), pour les égaliser et la difficulté de la factorisation n'existe plus. **Fi** réussit à suivre l'enseignante et répondre à ses attentes. **Im** semble être non intéressé par le discours de **En** qui lui fait la remarque de suivre l'explication. Un groupe d'élèves était en accompagnement de l'enseignante.

181	**En**	..//.. Alors, on revient à ce qui nous regarde, est ce que ça et ça (elle montre (3x – 4) et (- 4 + 3x) et les souligne en jaune), est ce que c'est devenue rigoureusement la même chose ?
182	**Els**	Non, non
183	**En**	Eh ben, oui [brouhaha] Alors, chuch, que j'écrive, trois x ou plus trois x, est ce que j'écris la même chose ?
184	**Els**	Oui
185	**En**	Oui (elle écrit 3x). Que je mette le moins quatre à la fin [brouhaha] Est-ce que, est ce que ça (elle montre (-4 + 3x)), je peux l'écrire trois x moins quatre ? (elle écrit (3x – 4))
186	**Els**	Oui
187	**En**	Bon. [inaudible] que tu écris dix plus cinq, ou cinq plus dix, tu écris pareil comme résultat. T'as pas mis
188	**Pi**	[Comment tu mets un plus, quand il y a moins ?
189	**En**	Alors, le but, le but, c'est d'avoir deux sommes algébriques rigoureusement identiques. Vous obtiendrez toujours, quand il y a moins, vous obtiendrez toujours, des sommes algébriques qui sont op, po, sées. Et bien, pour transformer l'opposé de quelque chose en ce

[101] Elle utilise à chaque fois « transformer » pour définir la « factorisation » : « *Factoriser, c'est transformer une somme en un produit* »

		quelque chose, on n'oublie pas moins un. Donc, on change un signe, si j'avais moins, je mets plus, et j'avais plus, j'aurai mis moins. Mais là vous serez complètement dégoûtés. Donc, là, on laisse quand même quelque chose du niveau de la cuisine d'un élève de troisième. Et donc là, maintenant, ces deux quantités là (elle montre (3x – 4) et (- 4 + 3x)), elles sont rigoureusement les mêmes. Et ce qu'on va mettre en facteur, c'est cette expression là (elle montre (3x – 4)). Alors que vous l'écriviez sous la forme trois x moins quatre, ou sous la forme moins quatre plus trois x, c'est pareil, c'est pareil

Dans cette partie, un nouveau savoir est en jeu. (a – b) et (– b + a) sont-ils égaux ? Pour les élèves qui sont habitués à travailler avec leur mémoire visuelle, ces deux binômes ne sont pas égaux. Pour faciliter cette tâche, l'enseignante découpe les deux termes du binôme (- 4 + 3x), les affecte chacun de son signe et montre que les deux binômes (3x – 4) et (-4 + 3x) sont égaux pour passer dans la suite à la factorisation.

190	**Pi**	C'est combiné combien
191	**En**	Alors, c'est en combiné, une deux, trois (elle montre les trois étapes). Alors [brouhaha]. C'est fini, il n'y a pas de plus difficile que ça, quand même, quoique, quoique
192	**Pi**	Vous préférerz
193	**En**	Non, allez, ici, ici, ça fait trois x moins quatre, facteur de, trois x plus quatre, plus, et là on a, cinq plus deux x (elle écrit (3x – 4)[(3x + 4) + (5+ 2x)])
194	**An**	[Trois x plus quatre, plus cinq plus deux x
195	**En**	Et puis maintenant on va compter, simplifier, dans le crochet. J'insiste que là, on a changé, on a transformé le moins en plus (elle parle du plus entre les deux binômes du crochet)
196	**An**	Pourquoi on a transformé le moins au milieu ?
197	**En**	Si tu n'as pas transformé, t'as pas la même chose
198	**An**	[Mais, mais
199	**En**	Donc, tu ne peux pas factoriser
200	**An**	Si, si ça a marché, j'aurai le moins
201	**En**	Si c'était, si ça (elle montre (3x + 4) et ça (elle montre 4 – 3x), était pareil, t'aurais mis moins Donc, on y va. Allez, ça fait, trois x moins quatre, et simplifie maintenant, trois x plus deux x, ça fait cinq x, et puis plus quatre plus cinq, ça fait, plus neuf (elle a écrit en même temps qu'elle dictait : (3x – 4)(5x + 9)). Là, c'est fini, là, c'est fini (on entend des rires)

Pi a pu découvrir que c'est la « méthode 5 », la méthode de combinaison dont l'enseignante a parlé dans ce qu'elle a appelé « cours » L'enseignante n'a pas annoncé ceci, mais elle profite de la question de **Pi** pour montrer les trois combinaisons déjà faites. Pour l'avancement du temps didactique, l'enseignante coupe court le dialogue avec **An**. Elle passe rapidement sur la réduction des termes semblables.

Tout le long de cet épisode, les élèves agités se sont demandés où **En** les emmène dans son discours d'avancement, de modification et de transformation. Ils ont passé leur temps à papoter, ils ne sont pas, en majorité, intéressés à ce type d'expression, puisque **En** l'a caractérisée par « très, très, très difficile » et ne sera pas un sujet de brevet. Etant sûrs qu'au brevet, une expression pareille ne sera pas proposée, les élèves ont profité de ce temps pour s'amuser et rire à haute voix.

L'enseignante devant la difficulté de cette factorisation, abuse du langage parlé pour désigner des termes mathématiques « *la même chose* » (TP 157, 197), « *rentrer* » (TP 171), « *quelque chose* » (TP134, .., 191), « *niveau de la cuisine* » (TP 189). Elle se sert parfois des délimitants au singulier qui n'existent qu'en couple : « *la parenthèse* »,

« *le crochet* » (TP 171, 195), comme si chacun d'eux est une « porte » qui s'ouvre et « *on rentre* », mais ne « se ferme pas ».

B – Classe de troisième Cinquième séance
Enseignant EnF2
Explication du développement des IRC

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
0	1	Présentation du cours d'aujourd'hui : les identités remarquables	L'enseignant introduit le thème du jour « les i, den, ti, tés rearquaaaables » dans la continuité des travaux précédents sur le développement et la factorisation. Il sait qu'il a à corriger le devoir du jour, mais il préfère avancer dans le cours.
1 ; 27	1	**L'enseignant explique les caractéristiques des IRC**	Pour trois minutes, l'enseignant parle des caractéristiques des IRC. « Ce sont trois formules qu'il faudra apprendre par cœur, … qui servent à développer de façon rapide et surtout à factoriser de façon efficace ». Devant les regards des élèves, il donne l'exemple $\mathbf{x^2 + 2x + 1}$ qui parait « difficile » à factoriser du fait que **x** est un facteur commun aux deux premiers termes. L'enseignant raconte que « dans quelque temps » les élèves seront capables de factoriser de telle expression et il faut « réagir pratiquement du tac au tac ». Il donne la réponse : $\mathbf{x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2}$ et il fait remarquer que les IRC sont appelées, dans certains pays, et même dans certaines écoles, des ERC.
4 ; 46	1 - 12	**Formulation des identités remarquables à partir des aires des rectangles et des carrés**	L'enseignant fait un saut de deux séances en arrière, pour rappeler la formule (a + b)(c + d) (1). Il trace les flèches de distribution et développe cette formule pour rappeler les élèves que chaque multiplication est le calcul de l'aire d'un rectangle. Il dessine un rectangle et refait le calcul des aires qui a été déjà fait. Il fait remarquer deux « formes » pour un calcul : la forme développée et la forme factorisée qu'il montre sur la formule (1). Il modélise les IRC dans le cas d'un carré. Toutes les combinaisons possibles d'addition et de soustraction des dimensions et des aires mettent à jour les trois IRC.
11 ; 50	12 - 22	**Mettre le point sur le double produit à partir des aires.**	L'enseignant fait remarquer que $\mathbf{(a + b)^2}$ ne donne pas $\mathbf{a^2 + b^2}$. « Il y a les deux rectangles » crie **Ti** . L'enseignant reprend cette remarque et la modélise sur le dessin pour assurer l'apprentissage. Il institutionnalise cette remarque une deuxième fois. Il met à jour $\mathbf{(a + b)^2}$ en remplaçant dans (1) **c** par **a** et **d** par **b**. Ainsi $\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$. Il écrit **2ab** en vert pour laisser une trace dans la mémoire visuelle des élèves.

14 ; 40	22 - 27	Passage à l'identité $(a – b)^2$	L'enseignant demande à **Er** de donner le développement de **(a – b)**^{2}. Il reprend ce développement deux fois. **Es** remarque qu'« on trouve toujours a carré et b carré ». (R1).
15 ; 48	28 - 30	Mettre en relief le signe du double produit des deux identités	L'enseignant parle du signe du double produit dans la continuité de la remarque de **Es.** Il institutionnalise que **(a + b)**^{2} ne donne pas **a**^{2} + **b**^{2}. Il ne faut pas « oublier » le double produit.
16 ; 55	30 - 34	**Passage à l'identité (a + b)(a – b)**	L'enseignant caractérise l'identité **a**^{2} – **b**^{2} « elle est toute simple ». Il développe **(a + b)(a – b)** « rapidement ». Et reprend la remarque de **Ti** « C'est jamais plus »
17 ; 59	34	Institutionnalisation du développement des trois identités	L'enseignant reprend la remarque (R1) de **Es** et institutionnalise la différence des signes des doubles produits de **(a + b)**^{2} et de **(a – b)**^{2}. Dans cette continuité il reprend le développement des trois IRC. Il fait remarquer qu'« il faut intégrer le double produit dans le développement de **(a + b)**^{2} et de **(a – b)**^{2}
19 ; 9	34 - 45	Explication inachevée de l'identité $(- a – b)^2$	**Es** se demande si **a** peut être un nombre négatif. L'enseignant arrête l'avancement du temps pour faire taire les élèves au fond qui semblent pas du tout intéressés au cours. Il répond à **Es** par « oui, on pourrait avoir moins cinq moins sept » que **Ti** refuse en disant « ce ne serait plus une identité remarquable ». Pour sortir de cette situation, l'enseignant propose de remplacer **a** par le nombre qu'elle symbolise.
20 ; 56	46 - 48	Fin du cours	L'enseignant demande aux élèves d'écrire les formules des identités remarquables sur le cahier de cours.
21 ; 34	48 - 50	Les IRC dans d'autres pays	L'enseignant positionne le niveau de l'enseignement des identités remarquables dans des pays autres que la France
22 ; 6	50	Rappel de la question d'**Es** sur $(- a – b)^2$	L'enseignant se rappelle qu'il a laissé en suspens la question de **Es** sur **(- a – b)**^{2}
22 ; 24	50 - 56	**Forme développée et forme factorisée des IRC**	L'enseignant différencie la forme factorisée des identités remarquables de celle développée. Il montre du doigt le développement et trace la flèche pour indiquer le sens. Il fait de même pour la factorisation. **Ti** préfère ne pas aller vite dans le développement. L'enseignant lui parle des désavantages de la non utilisation des IRC dans la factorisation. Il érige dans son discours vers les questions du brevet où « forcement » il y aura une question qui utilise les IRC. L'utilisation des IRC est simple une fois que les symboles sont repérés dit-il.
24 ; 30	56 - 117	Travail du développement des identités sur des exemples $(x + 3)^2$; $(x – 7)^2$; $(2x – 3)(2x + 3)$	L'enseignant passe aux applications sur le développement des IRC pour avancer l'apprentissage. Il prend la charge du tableau sur lequel il explicite les dictions des élèves qu'il choisit pour développer. **Liz** a su que **(x + 3)**^{2} se développe suivant le « premier modèle parce qu'il s'agit d'une addition. L'enseignant modélise ce

			développement par l'aire d'un carré de dimensions x et 3. « On va apprendre comment ça fonctionne » L'enseignant propose le développement de $(x - 7)^2$. **Cha** développe par distribution. L'enseignant se trouve obligée d'accepter ceci et publie la façon de faire de **Cha** **Ma** repère la formule dite « troisième IRC » et réussit le développement. L'enseignant l'accompagne pour expliquer son choix et sa méthode.
32 ; 5	117 - 180	Quatrième exemple $(-7 - x)^2$	Après quatorze minutes l'enseignant décide de répondre à **Es** (R1). Il propose $\mathbf{(-7 - x)^2}$. Il fait un arrêt pour faire remarquer à certains élèves qu'il faut suivre. **Cha** et **Er** raisonnent sur la distribution et calculent en public (-7) ′ (-7) = + 49. Les élèves sont agités. **Es** choisit la « première » IRC pour développer $\mathbf{(-7 - x)^2}$. L'enseignant demande de trouver les nombres symbolisés par **a** et par **b**. L'enseignant fait le développement sous prétexte que c'est l'« envie » de **Cha** et **Er**. Il écrit $= \mathbf{(-7)^2 - 2(-7)x + x^2}$. Il ne faut pas s'arrêter ici, donc $= \mathbf{49 + 14x + x^2}$. Il développe $\mathbf{(7 + x)^2} = \mathbf{x^2 + 14x + 49}$. Il encadre les deux réponses en rouge pour montrer l'égalité. **Ti** a pensé faire $\mathbf{(-7 + (-x))^2}$. l'enseignant explique toutes ses démarches qui à la fin donnent la même « forme-développée ». **Si** propose $[-(x + 7)]^2$ que l'enseignant apprécie et publie le développement.
43 ; 48	180	**Institutionnalisation du développement des identités remarquables carrées.**	L'enseignant, après avoir développé trois expressions qui portent sur les trois IRC, dit « il y a trois IRC à bien connaître sur le bout du doigt », puis il les institutionnalise. Il expose sa « manière de faire » : identifier le a et le b pour rechercher l'IRC convenable. Il reprend les différentes expressions équivalentes à $\mathbf{(-7 - x)^2}$.
45 ; 33	181 - 195	Discussion de $(a - b)^2$ et $(a + (-b))^2$	**Si** cause un arrêt. Il veut savoir comment trouver le développement de $\mathbf{(a - b)^2}$ à partir de $\mathbf{(a + b)^2}$. Il écrit $\mathbf{(a - b)^2 = (a + (-b))^2}$ que l'enseignant approuve le développement qui, pour se faire, utilise la « première » identité. Mais la réponse est celle du développement de $(a - b)^2$ L'enseignant clôt le discours en disant « on peut économiser et apprendre seulement la première et la troisième ».
47 ; 24	196 - 204	Discussion de $(2 + 3)^2$	**Ch** demande « comment on calcule $\mathbf{(2 + 3)^2}$. L'enseignant se trouve obligé de faire taire un groupe d'élèves avant de répondre à **Ch**. Il faut additionner **2** et **3** : $\mathbf{(2 + 3)^2 = 5^2 = 25}$. Il reprend une deuxième fois en disant qu'il ne faut pas appliquer le développement de $(a + b)^2$. L'utilisation des IRC n'a « d'intérêt que lorsqu'il y a des x ».

Sur la base de ce synopsis, nous avons construit le récit de l'intrigue du développement des IRC.

Les « identités remarquables » qui sont de fait l'élément nouveau de la séance et l'enjeu de l'enseignement seront engagées dans la continuité des deux savoirs : le « développement » et la « factorisation ». (Min 1) Ces formules outillent le développement (rapide) et la factorisation (efficace) des expressions comme $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$. Le travail se fait du « tac au tac ». L'enseignant éveille la mémoire didactique des élèves sur le calcul des aires des rectangles et des carrés dans la continuité du calcul des aires de ces figures pour développer $(a + b)(c + d)$ (Min 4). A la douzième minutes, il fait la remarque que $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$. Il y a le double produit qui est l'aire de deux rectangles. Il remplace dans cette formule c par a et d par b afin d'avoir $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Il écrit 2ab en vert pour laisser sa trace dans la mémoire visuelle des élèves. ***Er*** *donne le développement de $(a – b)^2$ et l'enseignant l'accepte et le démontre par distribution de $(a – b)$ sur lui-même (Min 14). Une minute plus tard, l'enseignant montre la différence et les similarités des deux développements $a^2 + 2ab + b^2$ et $a^2 – 2ab + b^2$. C'est le signe du double produit qui change, alors que a^2 et b^2 sont toujours présents. (Min 16) Le travail se poursuit sur le développement par distribution de $(a + b)(a – b)$ pour institutionnaliser la réponse $a^2 – b^2$. (Min 18) L'enseignant reformule les trois IRC en rappelant la présence importante du double produit. Le cours se limite à trois formules écrites au tableau et recopiées dans le cahier de cours (Min 21). L'enseignant, comme sa classe accueille des élèves de tous les pays du monde, positionne le niveau (Quatrième (A8)) de l'enseignement des identités remarquables dans certains de ces pays (l'Espagne, les Etats-Unis, l'Amérique du sud). Il institutionnalise les deux formes « développée et factorisée », il les montre du doigt dans la formule $(a + b)^2$. Il trace les flèches de sens au dessus desquelles il écrit le nom de chaque opération. Il n'est pas d'accord avec les élèves qui préfèrent développer par distribution ; retenir les formules les débloque dans une factorisation. Pour les convaincre à les retenir, il touche leur point sensible : l'épreuve de mathématiques du brevet. Selon l'enseignant, il y a « forcement » une question qui utilise les IRC (min 23). La phase des applications commence à la vingt quatrième minutes. La progression des exemples que l'enseignant formule sur place est celle du cours, d'abord utiliser $(a + b)^2$, puis $(a – b)^2$ et enfin $(a + b)(a – b)$. L'exemple $(-7 – x)^2$ donne lieu à une nouvelle règle $(a + b)^2 = (-a – b)^2$ (Min 32). Une deuxième institutionnalisation des trois formules des IRC, (Min 43), l'enseignant insiste à les connaître « sur le bout des doigts », et de la manière de trouver la formule convenable pour le développement. Pour faciliter l'apprentissage, l'enseignant conseille de retenir deux des trois formules : $(a + b)^2$ et $(a + b)(a – b)$ suite à la démonstration de l'égalité entre $(a + (-b))^2$ et $(a – b)^2$ (Min 45). La question du développement du carré de la somme de deux nombres entiers $(3 + 2)^2$ se pose (Min 47). L'enseignant conseille d'additionner avant de faire le carré.*

Dans ce qui suit, nous allons exposer des corpus sur l'explication des identités remarquables dans le but de montrer comment cet enseignant a publié le nouveau savoir : les « identités remarquables ».

Min 1 sec 27 L'enseignant explique l'utilité des identités remarquables.

1	**E**	..//.. Je sais qu'il nous reste une série d'exercices à corriger, mais, je voudrais néanmoins continuer sur les, ce qu'on appelle, le i, den, ti, tés remarquaables Alors, groossomodo, ce sont trois formules qu'il fau, dra apprendre par cœur, et ces trois formules vous serviront à développer de façon rapide, et surtout à factoriser de façon efficace

		Pourquoi je dis ça ? Parce que souvent, les factorisations que l'on vous propose, quand on veut factoriser, on rechercchche un facteur commun, et une fois qu'on a repéré ce facteur commun, on a une technique qui nous permet de transformer, de transformer l'écriture Alors, il arrive parfois dans un certain, certain contexte, que le facteur commun ne soit pas tout à fait évident à trouver. Donc, un des outils, quand vous aurez à rechercher des factorisations, un des outils sera, est ce que l'expression qui est écrite devant moi, est ce que c'est une expression qui peut être, qui ressemble à une identité remarquable ? Je vais donner juste un exemple. Si je prends l'expression x au carré plus deux x plus un (il écrit $x^2 + 2x + 1$). Alors si on prend cette expression qui est ici, si on cherche, n'est ce pas **Cha** (elle ne suivait pas), à la factoriser, je dirai, ça nous paraît, un enjeu assez difficile, pace que si on voit dans x carré plus deux x plus un, le facteur x qui est répété deux fois, il est commun aux deux premiers termes, mais il n'apparaît comme, enfin il n'apparaît pas avec le un qui est tout seul à la fin. D'accord Néanmoins, l'objectif serait pour vous de dire à ce moment là, et bien, dans x carré plus deux x plus un je vais reconnaître, dans quelque temps vous saurez tout de suite reconnaître que x carré plus deux x plus un n'est pas autre chose que x plus un au carré (il écrit à la suite de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$). C'est-à-dire, vous allez, j'allais dire réagir pratiquement <u>du tac au tac</u>, quand je vous dirai x carré plus deux x plus un, vous pouvez le factoriser, vous me répondrez : « oui, entre parenthèses, c'est x plus un au carré » Alors, oui, parce que vous connaîtrez les identités remarquables, Ok Alors, les identités remarquabbles, on dit i, den, tités remarquables (il l'écrit au tableau), on dit aussi, dans certains pays, même dans certaines écoles, on dit aussi égalités remarquables (il l'écrit en dessous des identités)

Pour l'avancement du temps didactique, l'enseignant renonce à la correction des exercices du devoir du jour, pour entamer une nouvelle partie du chapitre « Les Identités Remarquables » dont il détache les syllabes pour approcher les élèves de ce savoir nouveau. Il est maître du tableau qui lui sert de « lieu de travail » et de « lieu de savoir ». Il dialogue avec les deux pronoms « je » et « on », pour raccourcir la distance qui le sépare des élèves, mais à certains moments, il retrouve sa place d'enseignant. Par un mouvement topogénétique ascendant, **En** commence son cours en s'adressant au groupe classe par le pronom « vous ». Il paraît que le premier objectif de cette leçon, est « *apprendre par cœur les trois formules des identités remarquables* », puisqu'il commence son discours par cette nécessité avant que les élèves ne sachent de quoi parlent ces formules. Après, il parle du rôle de ces formules pour le développement et la factorisation.

Pour expliquer son premier discours, et rapprocher les élèves de ce nouveau savoir, il se plonge dans un nouveau récit, dans lequel il publie les deux méthodes de factorisation : celle par un facteur commun et celle utilisant une IRC. Il insiste sur le fait que les identités remarquables sont un outil de factorisation, dans le cas où la factorisation par un monôme est impossible et que l'expression ressemble à une identité remarquable. Après toute cette dissertation, il présente un exemple pour raccourcir encore plus, la distance qui sépare l'ensemble classe du savoir.

Par un mouvement chronogénétique/topogénétique, **En** ne donne pas une chance aux élèves de reconnaître la factorisation de $x^2 + 2x + 1$ et donne lui même la réponse, pour leur dire que l'objectif des identités remarquables, est de raccourcir le travail. Il exprime par un langage parlé qu'avec les identités remarquables, il n'y a pas d'étapes intermédiaires, le travail est un passage direct de la « forme-énoncé » à la « forme-développée » : « *du tac au tac* », en faisant un assemblage avec des parenthèses rondes et une puissance de 2 : « *entre parenthèses, c'est x plus un au carré* ».

Il mentionne que le terme « *égalités remarquables* » est équivalent à « *Identités remarquables* ».

Cha se trouvait dans un autre milieu, elle n'arrivait pas à se rapprocher du monde des IRC, tout ce que raconte l'enseignant n'était pas à sa portée (Nous avons remarqué pendant notre présence en classe, que plusieurs autres élèves étaient dans la même situation que **Cha**).

Min 4 sec 46 Formulation des identités remarquables à partir des aires des rectangles et des carrés

Dans cette partie, l'enseignant parle toujours des identités remarquables. Il rassure les élèves que les identités ne viennent pas de nulle part, et pour faciliter la tâche, dans un processus chronogénétique il fait le lien entre le développement et le calcul de l'aire d'un rectangle. Il rappelle le développement de (a + b)(c + d) fait par **Er** dans la séance trois sur le développement de cette identité. Il publie ce savoir en faisant de nouveau le développement en se basant sur un ostensif graphique : les flèches de distribution, et pour approprier ce savoir, il utilise un autre ostensif graphique : le dessin. Il relie le non ostensif « multiplication » au calcul d'aire « *souvenez-vous, qu'à chaque fois qu'on fait une multiplication, on peut toujours avoir en tête le calcul de l'aire d'un rectangle* ». Puis il donne une autre définition pour un calcul « *Il faut savoir, qu'un calcul, alors ici c'est avec des lettres, qu'un calcul peut se présenter sous deux formes. Ou s'il se présente sous une forme, ici la forme développée, vous pouvez le présenter sous la forme factorisée* ». Puis il passe aux IRC, pour dire qu'elles se placent dans un cas particulier, celui d'un carré.

Observons la suite de cet épisode.

3	**En**	**..//..** Alors, les égalités, les identités remarquables, elles vont se placer dans un cas très particulier, c'est dans le cas où au lieu d'avoir un rectangle, on va se placer dans le cas où l'on a
4	**Si**	Un carré
5	**En**	Un carré. C'est-à-dire que on va avoir a et c qui vont être identiques, b et d qui vont être identiques Alors, quelles sont les combinaisons possibles qu'on peut avoir ? On peut avoir, a plus b fois a plus b, qu'on note, je dirai de façon avantageuse, sous la forme, a plus b au carré (il écrit (a + b)(a + b) $(a + b)^2$, (E1), il laisse un espace entre les deux formes d'écriture) On va avoir une deuxième forme, qui va consister, au lieu de prendre l'addition, plus et plus, on va prendre la soustraction, donc a moins b, a moins b, bien sûr qu'on écrit sous la forme a moins b au carré (il écrit en dessous de (E1), (a – b)(a – b) $(a – b)^2$) Et puis, une troisième, une troisième disposition, qui va être le, ça où l'un des facteurs va être avec un plus et l'autre avec le coeff, enfin avec un moins. Donc, on va avoir du genre a plus b facteur de a moins b, ou a moins b facteur de a plus b. Ce qui veut dire que, si on pense cette écriture particulière avec toutes les combinaisons possibles d'addition et de soustraction, on ne voit apparaître que, trois, styles, de développement, trois styles d'expressions, donc, trois identités remarquables La première. Ça va être a plus b au carré, la deuxième, ça va être a moins b au carré, et la troisième ça va être a plus b facteur de a moins b, d'accord Alors, si je reprends mon schéma de tout à l'heure. Alors, on va avoir, je vais le faire pour a plus b facteur de a plus b, on a donc au départ un grand carré (il le trace), d'accord, qui a comme dimensions a puis b, je vais prendre a plus grand que b (il écrit les dimensions sur le dessin et trace les parallèles aux côtés), et puis, on a sur l'autre dimension, on a, a ici et on a b. Comme j'ai tracé les parallèles
6	**Ti**	Si on a un carré
7	**En**	Oui
8	**Ti**	Si on a un carré, le périmètre c'est
9	**En**	On parle de l'aire, hein

10	**Ti**	Si on peut faire a plus b euh
11	**En**	On peut faire de façon simple comme ça, je calcule la longueur du côté a plus b, et je fais a plus b fois a plus b. Ok Mais, comme tout à l'heure, dans a plus b facteur de c plus d, je vois apparaître à l'intérieur quatre morceaux. Ces quatre morceaux sont celui-ci, celui là et les deux qui sont ici (il montre le dessin du rectangle). Alors, ces quatre morceaux, vue que j'ai tracé des droites parallèles, vu que j'ai mis des dimensions petit a, etc, il y en a qui ressemblent à des choses connues. Ce sont des rectangles, on peut qualifier un peu plus, à savoir celui qui est ici, c'est un carré, donc si je veux calculer son aire, ça fait
12	**Si**	a carré
13	**En**	a fois a, c'est-à-dire, a au carré. Le petit qui est là
14	**Ch**	b carré
15	**En**	C'est b au carré, d'accord Vous serez peut être tentés de dire que a plus b au carré, c'est a au carré, plusss b au carré
16	**Els**	Non
17	**Ti**	Non, il y a les deux rectangles

Dans cet épisode, la topogenèse définit l'action de l'enseignant. Pour retrouver la forme $(a + b)^2$, il faut travailler dans un carré, selon **Si**. L'enseignant approuve cette réponse, et poursuit son explication ? il s'érige vers $(a - b)^2$ comme étant une deuxième « forme » et la troisième « forme » est $(a + b)(a - b)$. Il définit les identités remarquables, comme étant les trois combinaisons possibles d'addition et de soustraction obtenues à partir des aires d'un carré et d'un rectangle. Par un mouvement topogénétique ascendant, en s'adressant à l'ensemble classe par le pronom « vous », il reprend sa position d'enseignant pour faire remarquer la « règle-élève », à savoir $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, qu'il ne faut pas appliquer.
L'enseignant s'adresse aux élèves en mathématicien en utilisant l'ostensif « facteur », pour expliciter le produit de $(a - b)$ par $(a + b)$.

Les mêmes élèves accompagnent **En** dans son discours. **Si** répond à ses attentes**,** il a trouvé que l'aire du carré de côté $(a + b)$ le fait passer à $(a + b)^2$. Contrairement à **Ti** qui paraît dans un milieu différent, celui du « périmètre » alors que l'enseignant depuis plus que cinq minutes, essaye de créer le milieu des « aires ». Au TP 17, **Ti** se comporte en enseignant, il n'accepte pas la tentation d'utiliser la « règle-élève », puisqu'il y a deux rectangles.
La réponse de **Ch**, « b au carré », a donné l'occasion à l'enseignant de parler de l'erreur répétitive et même persistante, chez un grand nombre d'élèves $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

Min 11 sec 50 Mettre le point sur le double produit à partir des aires.

18	**En**	Voilà, alors, ce qu'il faudra faire bien attention. Ça c'est ce que souvent vous me répondrez, et je vous dirai : « non, vous oubliez quelque chose » Vous oubliez que dans l'aire, il y a ces deux rectangles ici (il montre les deux rectangles découpés dans le carré) Donc ça va être a au carré, il va y avoir le b au carré (il écrit $(a + b)^2 = a^2 \quad + b^2$ E2), mais il y a quelque chose d'autre qu'il va falloir ajouter. Ce quelque chose d'autre c'est quoi ? Ce sont deux rectangles **Er** (qui lève le doigt)
19	**Er**	a fois b
20	**En**	Voilà ! Chaque rectangle a pour dimension, ici c'est b fois a, donc b fois a et ici c'est a (il hachure les deux rectangles)
21	**Es**	Fois b
22	**En**	a fois b. donc les deux rectangles que j'ai hachurés en vert ont la même aire, d'accord, c'est a fois b. Donc, il faudra bien penser et c'est l'erreur que vous faites, c'est que, c'est l'oubli que vous faites, il faudra bien penser à tenir compte des deux parties que j'ai hachuré en vert. C'est-à-dire l'aire du grand carré, a plus b fois a plus b c'est a carré, ça d'accord, b carré, ça

		vous ne l'oublierez pas, mais il faudra pas oublier l'aire des deux rectangles, c'est-à-dire a fois b multiplié par (il ajoute en vert 2ab dans le trou qu'il a laissé dans E2) par deux, d'accord. Alors, si on reprend, si on reprend la forme a plus b facteur de c plus d, je vais le faire ici (il choisit le coin gauche du tableau pour écrire $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$), a plus b facteur de a plus b, puisque a plus b au carré c'est pas autre chose que ça. vous faites a fois a, c'est-à-dire a au carré, vous faites a fois b, donc plus ab, plus b fois a, plus ba, plus b fois plus b, plus b au carré (il développe en mimant les flèches de la distribution), d'accord. ab plus ba ça fait deux ab que j'ai expliqué tout à l'heure, le a carré et le b carré, d'accord Alors, il ne faudra pas oublier ce que j'ai écrit en vert ici le deux ab. Alors, comme on l'oublie souvent, on parle ici qu'on a, alors deux fois ab, on parle du douuubbble pro duit, et je dirai : « Ah !! **Er**, tu as oublié le dou ble produit ». Donc, vous allez, mais comme je suis un professeur formidable, vous n'allez pas le faire. Mais, en gros, quand vous développez, vous allez souvent oublier le, le double produit Donc, a plus b au carré c'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré

L'enjeu de cet épisode didactique est la recherche du développement de $(a + b)^2$ à partir des aires de deux carrés de côté a et b, et de deux rectangles de dimensions a et b, rassemblés ensemble de sorte à avoir un carré de côté (a + b), pour dire aux élèves que le double produit vient de l'aire de deux rectangles, de dimensions a et b, découpés dans le carré de côté (a+ b).
L'enseignant ne se libère pas de la topogenèse, il continue son discours sur la « règle-élève », mais en dialoguant avec l'ensemble classe. Dans cette partie, il se balance entre les deux mouvements topogénétiques ascendants et descendants, en s'adressant au groupe classe par les pronoms « je », « on », « vous ».
Il parle en langage parlé en désignant le double produit par « quelque chose ». Il réfère l'erreur de la « règle-élève » à l'oubli. Pour faciliter la tâche du développement de $(a + b)^2$, il fait une correspondance avec (a + b)(c + d) qui est déjà vue, en plus de la classe de quatrième, dans une des séances précédentes. Pour ceci, il se sert d'un ostensif gestuel, il mime les flèches de distribution. Puis il remplace c par a et d par b. Et pour instituer ce savoir, il reformule l'identité $(a + b)^2$ encore une fois en dialoguant par un langage mathématique, il annonce que le « 2ab », est le « double produit » qu'il marque en couleur.

Pour la continuité du travail, nous allons présenter en récit une partie de la suite.

*Dans la partie qui suit (Min14 à 17), l'enseignant poursuit son discours, il enchaîne au développement de $(a – b)^2$. Par une négociation à la baisse, et pour l'avancement du temps didactique, il choisit **Er** qui connaît les formules, puisqu'il les a travaillées avec sa maman. **Er** répond aux attentes de l'enseignant qui publie la réponse en l'écrivant au tableau, mais ne rate pas l'occasion pour mettre le point sur le 2ab, qu'il écrit en vert pour attirer l'attention des élèves et les inciter à remarquer la présence du double produit. **Er** enseigne à ses camarades, il déduit que a^2 et b^2 ne s'absentent jamais du développement. L'enseignant profite de cette intervention pour publier la différence entre le développement de $(a + b)^2$ et de $(a – b)^2$. Pour ceci, il questionne les élèves et toujours, c'est **Er** qui répond correctement en mathématicien. Pour que les élèves s'approprient le double produit, l'enseignant attire leur attention encore une fois sur la présence du double produit et de son signe qui dépend de l'identité à développer. Il réfère toujours le manque du double produit dans les réponses des élèves « à l'oubli ».*

Min 16 sec 55 Passage à l'identité (a + b)(a – b)

30	**En**	..//.. Vous allez voir pourquoi j'insiste bien, parce qu'il y en a une troisième, il y en a une troisième, alors **Er** (qui lève le doigt)
31	**Er**	C'est a carré moins b carré
32	**En**	Alors, c'est a au carré moins b au carré. Alors celle-ci, elle est toute simple. Alors, développons le rapidement ici (il écrit sous le développement de $(a – b)^2$) Alors, a moins b facteur de a plus b, ou a plus b facteur de a moins b, donc a fois a ça fait a au carré, a fois plus b ça fait plus ab, moins b fois a ça fait moins ab, moins b fois plus b ça fait moins b au carré. Ce que vous constatez ici, c'est que vous avez moins ab et plus ab qui disparaissent, alors, il vous reste a au carré, alors attention, moins b au carré. (il écrit $(a – b)(a + b) = a^2 + ab – ab – b^2 = a^2 – b^2$)
33	**Ti**	C'est jamais plus ?
34	**En**	C'est jamais plus, d'accord

Pour l'avancement du temps didactique, et par un processus topogénétique/chronogénétique, l'enseignant choisit toujours **Er** pour anticiper et qui répond toujours à ses attentes. **En** développe lui même (a – b)(a + b) par distribution. Il dialogue en langage mathématique, avec l'ostensif « facteur » pour désigner la multiplication entre les deux binômes (a – b) et (a + b). Il camoufle la commutativité de la multiplication (TP 32), il annonce que la permutation des termes est correcte, sans faire appel à la propriété qui est absente institutionnellement. Il reformule la question de **Ti** sans ajouter aucune explication.

Min 22 sec 24 Différencier la forme factorisée des identités remarquables de celle développée.

50	**En**	..//.. On peut, peut être préciseeeeer, puisque je parle de factorisation et de développement, siii jeee, j'écris a plus b au carré égal a au carré, plus deux ab, plus b au carré, j'ai fait quoi ? Développement ou une factorisation ? dans l'ensemble des écritures ici (il montre le cadre)
51	**Si**	Développement
52	**En**	C'est un développement (il trace une flèche vers la droite par-dessus, il écrit : développement)
53	**Ti**	A quoi ça sert d'aller plus vite ?
54	**En**	Oui !!
55	**Ti**	Si on, on peut faire comme avant, comme on est habitué à faire, sans utiliser les identités remarquables, non ?
56	**En**	Tu peux effectivement faire le développement sans utiliser l'identité remarquable. Donc tu perdras un peu de temps, mais à la limite, tu trouveras le résultat. D'accord. Par contre, si tu fais, si tu fais l'abstraction, ou l'économie d'apprendre ça, tu auras beaucoup de difficultés à faire la démarche en sens inverse (il trace une flèche vers la gauche par-dessous il écrit : factorisation) c'est-à-dire à faire la factorisation Si tu n'as pas en tête le modèle a carré plus b carré plus deux ab, si tu n'as pas dans la tête a carré moins deux ab plus b carré, si tu n'as pas dans la tête a carré moins b carré, tu auras beaucoup de difficultés à faire une factorisation Entre nous, soit dit, pour le brevet vous en avez une forcement, qui, qui utilise les identités remarquables Donnons quelques petits exemples Et puis je vais faire passer. Bon, ben, je ferai les premiers, puis on fera quelques petits exercices Bon, votre objectif, votre objectif, en tant qu'élèves, sera, je disais tout à l'heure, à bien repérer le, a, et à bien repérer le, b. Une fois que vous avez bien repéré le a et vous avez bien repéré le b, vous n'avez plus qu'à, je dirai appliquer l'identité remarquable convenable

L'enjeu de cet épisode est de différencier le développement des identités remarquables de leur factorisation. Nous retrouvons un balancement entre les deux processus topogénétiques ascendant et descendant. L'enseignant dialogue avec les pronoms « je », « on » et « vous ». Il questionne les élèves et **Si** répond à ses attentes. Par contre **Ti**, par son intervention, refuse le nouveau savoir, les identités remarquables, pour conserver un autre ancien, la distributivité, qu'il connaît bien et qu'il pratiquait jusqu'à présent. L'enseignant lui donne le choix entre les deux méthodes de développement. Mais il ne tarde pas à renoncer à cette idée, du fait que les identités remarquables sont très utiles pour la factorisation. Pour cela, il faut retenir les formules dans les deux sens, et leur utilisation permet d'économiser du temps. Pour mettre en relief son discours, **En** s'érige vers l'épreuve de mathématique du brevet qui préoccupe les élèves, dont une des questions est, selon lui, obligatoirement une factorisation en utilisant une des identités remarquables.
L'enseignant n'oublie pas son rôle de professeur, il se distant des élèves en instituant l'identification des termes de l'expression à développer avec les termes de la formule qu'il faut utiliser dans cette opération. En plus, il propose de travailler des exemples pour leur montrer comment s'utilisent les formules.

Dans la suite (Min 22 à 43), l'enseignant passe aux applications numériques sur le développement des identités remarquables, il propose quatre expressions à développer : $(x + 3)^2$, $(x - 7)^2$, $(2x - 3)(2x + 3)$, $(-x - 7)^2$
Il reste maître du tableau, tout en communiquant avec les élèves. Pour réussir le développement, il faut déchiffrer les termes en correspondance avec la formule, puis interpréter. Sa technique est une modélisation entre l'algébrique et le numérique. Il profite de l'occasion pour reparler de la présence du double produit par une modélisation géométrique.
Dans cette partie, nous retrouvons l'attachement de certains élèves aux manières de faire liées à des connaissances antérieures. Ils refusent de sortir d'un milieu familier à un autre nouveau et différent. Ils veulent procéder au développement par distribution et non pas par application directe de la formule à laquelle s'attendait le professeur. Par une négociation à la baisse, l'enseignant se trouve dans l'obligation d'accepter cette manière de faire qui est complètement correcte ainsi que la réponse.

Min 43 sec 48 Institutionnalisation du développement des identités remarquables carrées.

181	**En**	..//.. Alors, ce que je voudrais vous dire, ce qui me paraît important. Oh, les calculs ici sont simples. On a abordé à mon avis pas mal de choses, c'est que, bon, il y a trois identités remarquables à bien connaître sur le bout du doigt. a plus b au carré c'est a au carré plus deux ab plus b au carré, a moins b au carré c'est a au carré moins deux ab plus b au carré, a moins b facteur de a plus b c'est a au carré moins b au carré. Donc, ça, il faut que vous les connaissiez sur le bout du doigt. Ensuite quand vous allez développer ce genre d'expressions, vous allez dire : « tiens, ça ressemble à une identité remarquable, je vais mettre en œuvre une identité remarquable ». Vous allez, donc, identifier clairement le petit a, identifier clairement le petit b, et une fois que vous avez identifié le petit a et le petit b, vous allez associer une identité remarquable qui convient….

« *Il y a trois identités remarquables à bien connaître sur le bout du doigt* », il paraît que le plus important pour l'enseignant est la mémorisation des formules. Et ensuite le déchiffrement selon la formule apprise et retenue. Il défile encore une fois les trois formules. Et, sous la forme d'un récit, il expose sa « manière de faire » : identifier « clairement » le a et le b pour pouvoir associer l'IRC convenable.

Nous allons montrer dans ce qui suit, comment l'enseignant a introduit la factorisation des IRC, et quelles sont les techniques de factorisation enseignées ?

Septième séance d'enseignement, première période
Enseignant EnF2
Explication de la factorisation des IRC

L'enjeu de cette séance qui est de deux périodes est la factorisation en utilisant les IRC, par attachement aux formules.

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 7	Annonce du travail de factorisation.	L'enseignant introduit la factorisation en utilisant une IRC dans la continuité du développement de $\mathbf{(a + b)^2}$. Il écrit au tableau $\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$, puis officialise la lecture de gauche à droite par développement, et l'enjeu du travail du jour est « l'inverse »
3	7	**Explication de la factorisation sur les formules en utilisant les identités remarquables carrées.**	L'enseignant explique ce qu'il entend par « l'inverse ». Il écrit au tableau le développement des trois IRC, l'une en dessous de l'autre. « Factoriser, c'est dire que $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$ ». Il défile le même récit pour le reste et écrit à la suite de chaque développement suivi du signe (=) la « forme-produit » correspondante. Il explicite $\mathbf{(a + b)^2}$ en $\mathbf{(a + b)(a + b)}$ pour montrer la « forme-produit » implicite.
5	7 - 25	**Factorisation en utilisant $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$**	Le cours est fini, l'enseignant passe aux exercices d'application. Il propose la factorisation de $\mathbf{x^2 + 6x + 9}$. Il accompagne **Er** dans sa factorisation. Ce dernier recherche la racine de $\mathbf{x^2}$ puis divise **6x** par **2** pour faire apparaître le 2ab, et enfin il calcule la racine carrée de **9**.
6 ; 26	26 - 29	**Cha propose une autre technique de factorisation.**	**Cha** intervient pour proposer sa « méthode ». Elle trouve qu'il suffit de regarder les extrêmes, et rechercher leurs racines carrées, il ne faut pas étudier le terme du milieu. L'enseignant comprend son idée et expose les pensées de **Cha** qui veut rechercher les racines carrées qui lui permettent d'écrire $(x + 3)^2$.
6 ; 58	29	**Publication des deux techniques de factorisation proposées par Cha et Er**	L'enseignant reprend la méthode de factorisation de **Cha** puis celle d'**Er**. La différence provient du double produit. **Cha** contrairement à **Er** trouve qu'il n'est pas nécessaire de s'occuper du terme du « milieu ».
8 ; 8	29 - 45	**Vérification du double produit.**	L'enseignant, pour mettre en évidence l'importance du rôle du double produit, propose de factoriser $\mathbf{x^2 + 8x + 9}$ suivant la méthode de **Cha**. Et donne la réponse $\mathbf{(x + 3)^2}$. **Si** crie « non, c'est pas résolvable ». Il faut compenser 8x. Il y

			a 2x de plus. L'enseignant institutionnalise l'importance de vérifier le double produit. Il montre aux élèves qu'il faut ajouter **16** à $\mathbf{x^2 + 8x}$ pour avoir une identité remarquable. $\mathbf{x^2 + 8x + 9}$ ne peut pas être factorisée par un élève de troisième. Il conseille de rechercher encore une fois la cohérence de la formule et il écrit cette « règle » au tableau.
12 ; 12	45 - 49	**Ordre des termes de l'expression à factoriser**	L'enseignant pour publier l'importance de l'ordre des termes d'une expression à factoriser, il propose de factoriser $\mathbf{x^2 +9 + 6x}$.. Il explicite son deuxième conseil de repérer le « candidat susceptible pour être le double produit »
14 ; 53	49	**Vérification du résultat de la factorisation**	Le troisième conseil de l'enseignant est la vérification de la validité de la réponse « forme-produit ». Pour ceci, il faut redévelopper cette réponse et comparer la réponse « forme-développée » avec la « forme-énoncé ».
15 ; 35	49 - 63	**Factorisation en utilisant $\mathbf{a^2 – 2ab + b^2}$**	L'enseignant propose de factoriser $4\mathbf{x^2 – 4x + 4}$. **Er** explique sa façon de penser. Trouver le double produit dans ce cas n'est pas difficile, c'est celui qui a pour signe (-).
16 ; 36	63 ; 86	Factorisation en utilisant $a^2 – b^2$	L'enseignant propose $\mathbf{x^2 – 81}$. **Do** se demande si ce n'est pas la « troisième » . L'enseignant lui demande de réciter l'identité correspondante. Pour **Do** : $\mathbf{a^2 – b^2 = (a + b)^2 (a – b)^2}$**.** Il ne tarde pas à se corriger. L'enseignant l'accompagne dans son déchiffrement pour avoir la « forme-produit » **(x + 9)(x – 9). Do** a commencé par dire (x – 9), puis il s'est arrêté pour reprendre avec (x + 9) en disant « x moins neuf, non on doit commencer par plus ». L'enseignant lui laisse le choix de commencer par n'importe quel terme.
18 ; 2	86 - 174	**Factorisation de $\mathbf{x^2 + 4}$**	L'enseignant propose à factoriser $\mathbf{x^2 + 4}$. **Si** propose de « renverser les signes », alors que **Ti** propose de « faire moins quatre ». **Cha** propose « x carré moins, moins quatre ». L'enseignant met fin à la discussion en disant « c'est impossible avec les connaissances qu'on a de factoriser ». Il donne aux élèves la « forme de la réponse qu'il espère bien la voir ». **Do** propose maintenant « x carré moins plus quatre ». L'enseignant rejette la proposition de **Do** en lui expliquant la cause de son refus. L'enseignant développe $\mathbf{(x + 2)^2}$, donnée par **ES** pour montrer sa non validité. Il rappelle que $\mathbf{(a + b)^2 \neq a^2 + b^2}$
30 ; 55	174 - 194	**Factorisation de $\mathbf{x^2 – 2}$**	L'enseignant propose cette expression pour éveiller la curiosité des élèves. Un discours a eu lieu entre l'enseignant et plus qu'un élève. Un des élèves confirme qu'il ne connaît pas le carré de deux, un autre calcule la racine de deux etc. L'enseignant essaye d'éveiller leur mémoire didactique. Il fait un saut jusqu'à la classe de quatrième pour trouver une notation symbolique d'un nombre dont le carré est 2. **Si** trouve la bonne réponse et l'enseignant explicite ceci par écrit ($x^2 = (\sqrt{2})^2$), ainsi que la factorisation .
32 ; 50	194 - 221	**Factorisation de $\mathbf{4x^2 + 12x + 9}$**	L'enseignant demande des élèves de factoriser $\mathbf{4x^2 + 12x + 9}$. **Bj** s'occupe en premier des carrés, puis décompose le double produit 12x en

			2 ´ 2x ´ 3 puis il donne la « forme-produit » **$(2x + 3)^2$**. L'enseignant institutionnalise la procédure de **Bj** en faisant la remarque que le carré porte sur **4** et sur **x^2** L'enseignant explique ses exigences de présentation des écritures de factorisation. Il veut que le travail soit présenté « du tac au tac ». Donc la décomposition du double produit comme à **Bj** est un travail de brouillon.
36 ; 23	221 - 235	Discours sur les calculatrices	L'enseignant explique aux élèves que ce travail de factorisation ne peut pas se faire sur des calculatrices, Il y a certaines qui peuvent faire des factorisations, mais elles sont rares.
38 ; 12	235 - 319	**Factorisation de $(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$**	L'enseignant propose un nouvel exemple. Il profite de l'intervention de **Bj** pour donner la solution comme si c'était l'élève qui la trouve. Il symbolise **$(2x + 1)^2$** par **A^2** et **$(x – 1)^2$** par **B^2**., et entre les deux lettres il trace le signe (-). Et dans la réponse « forme-produit » il remplace, dans les deux assemblages, A par le binôme qu'elle symbolise et de même B. Il délimite ses assemblages par des couples de parenthèses rondes. Il faut « arranger un peu les calculs dans les grandes parenthèses ». **Ti** se demande s'il peut développer la « forme-produit ».
44 ; 21	319	L'enseignant explique le type d'exercices qui se posent au brevet**.**	L'enseignant érige vers l'épreuve de maths du Brevet. Il affirme que : une expression de la forme **$A^2 – B^2$** serait posée dans un exercice qui demande de développer et de factoriser.
44 ; 45	320 - 339	**Recherche du sens du mot « Factoriser »**	**Cha** semble perdue par l'exposé de l'enseignant. Elle n'arrive pas à distinguer si le travail fait est une factorisation ou un développement. Elle se demande de la définition de « Factoriser ». Pour **Er** « factoriser veut dire mettre entre parenthèses ». Pour **Si** « mettre en facteur » ce qui signifie « multiplier » pour **Er**. L'enseignant donne la « forme » de l'expression produit « il va y avoir des lettres entre parenthèses, des expressions entre parenthèses, et entre chaque parenthèse des signes multipliés ». L'enseignant reprend une deuxième fois la « forme » d'une réponse factorisée et ajoute que par « contrat », il faut mener les calculs jusqu'au bout, si non la moitié de la note sera pénalisée. **Es** se demande si par développement de la réponse **$3x(x + 2)$**, il peut retrouver la « forme-énoncé » **$(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$.**

Le récit de l'intrigue didactique relative à la factorisation en utilisant les IRC est à la base de ce synopsis.

*La factorisation en utilisant les IRC est le thème du jour. L'enseignant l'introduit dans la continuité du développement de **$(a + b)^2$**. Il officialise le développement par la lecture dans le sens de l'alignement **$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$** (de gauche à droite). Le travail « inverse », la lecture de droite à gauche de la même écriture, est l'enjeu du travail du jour. (Min 3) L'enseignant explique que factoriser c'est écrire **$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$**. Il suit le même schéma pour les deux autres IRC.*

Le cours se limite aux trois formules listées au tableau. L'entrée dans le travail proprement dit se fait à la cinquième minute à la base des applications. (Min 8) Il institutionnalise le rôle du double produit et la nécessité de sa vérification est obligatoire après chaque factorisation dont le développement est un trinôme. Sur un exemple il convainque certains élèves de cette nécessite. A la minute douze, l'enseignant fait remarquer que l'ordre de la « forme-énoncé » doit être le même que celui de la formule développée. La progression des exemples d'application est celle des formules. (Min 18) L'enseignant place les élèves dans une nouvelle situation inhabituelle : la factorisation de $x^2 + 4$ que les élèves de troisième ne peuvent pas factoriser. Le travail et la discussion de la factorisation de cette expression ont duré autant que tout le travail précédent (le cours et les applications). De nouveau, l'enseignant place les élèves dans une situation différente de la précédente : la factorisation de $x^2 – 2$ (Min 31) qui semble être difficile avec ses carrés non entiers. Mais il parait que les élèves se sont vite sortis. Preuve en est le temps du travail collectif : deux minutes.
*La discussion autour des calculatrices (Min 36) et autour des exercices de l'épreuve de mathématiques du brevet (Min 44) est interrompue par la factorisation de $(2x + 1)^2 –(x - 1)^2$ (Min 38) qui a placé **Cha** dans la confusion entre les deux opérations : développement et factorisation (Min 45).*

Min 2 sec 59 Explication de la factorisation sur les formules en utilisant les identités remarquables carrées.

5	**En**	..//.. Donc écrit sous cette forme là ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1)), quand je le lis de la gauche vers la droite, donc c'est le développement Maintenant, ce qu'on va essayer de faire, ce que vous allez essayer de faire, c'est
6	**Er**	L'inverse
7	**En**	L'inverse, c'est-à-dire, je vais vous donner quelque chose qui va ressembler à a au carré plus deux ab plus b au carré, ou bien à a au carré moins deux ab plus b au carré, ou bien sous la forme a au carré moins b au carré (il écrit $a^2 – 2ab + b^2$ (2) et en dessous $a^2 – b^2$ (3) et les deux en dessous de (1)). Et puis, vous allez essayer de les factoriser, c'est-à-dire, si vous reconnaissez a au carré plus deux ab plus bau carré, vous allez pouvoir dire que la forme factorisée, c'est, a plus b, au carré (il écrit à côté de (1) = $(a + b)^2$) Si vous reconnaissez a au carré moins deux ab plus b au carré, vous allez pouvoir l'écrire sous la forme a moins b au carré (il écrit à côté de (2) = $(a – b)^2$). Si vous repérez a au carré moins b au carré, vous allez pouvoir factoriser sous la forme a moins b facteur de a plussss, b (il écrit à côté de (3) = $(a – b)(a + b)$) Donc, si dans les développement votre, votreeeeuuuh, votre objectif c'était de savoir si c'était la première, la deuxième ou la troisième, ici, en regardant carré d'une somme, carré d'une différence, ou produit d'une somme par une différence, a moins b a plus b (il montre les formules qu'il vient d'écrire). Là, vous allez avoir une forme, ou je vais tenter de vous en donner une, peut-être que ça n'a pas marché, mais vous allez essayer de voir si ça correspond au premier modèle, au deuxième modèle ou au troisième modèle (il passe son doigt sur (1), (2), (3) tout en parlant) Et à ce moment là, de répondre par une des formes, ici, (il montre toujours les formules) qui est bien une forme factorisée, puisque ça c'est un produit, a plus b fois a plus b (il montre $(a + b)^2$), a moins b fois a moins b (il montre $(a – b)^2$), là c'est a plus b facteur de, heuuuu, a moins b (il montre $(a + b)(a – b)$) D'accord, donc l'enjeu il est, il est ici

L'enjeu de cet épisode est l'introduction de la forme factorisée de chacune des IRC. Le tableau est à la charge de l'enseignant, il lui sert d'un « lieu de savoir » et d'un « lieu de travail ». Par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants, il dialogue par les pronoms « vous », « je » et « on ».

Sur la base de la « forme », l'enseignant introduit la factorisation dans la continuité du développement. **Er** lui vient en aide, et désigne par « sens inverse », le sens de lecture de la formule de la droite vers la gauche. **En** accepte cette intervention et continue son discours. Donc, le « cours » de la factorisation se définit par une lecture de la formule $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ dans le sens opposé de la lecture du développement.
L'enseignant utilise le mot « *modèle* » pour remplacer « formule », qu'il appelle par leur ordre universel des manuels. Il rappelle la signification de l'exposant « carré ». Il fait un mélange des deux langages parlé et mathématique pour progresser l'apprentissage.

Passage à l'explication des techniques de factorisation, en utilisant les identités remarquables carrées

I - Min 5 Factorisation en utilisant $a^2 - 2ab + b^2$

7	**En**	..//.. Par exemple, si je vous donne, x deux plus six x plus neuf (il écrit $x^2 + 6x + 9$) Qu'est ce que tu repères **Er** ? (qui a levé le doigt)
8	**Er**	Eh ben, le a carré, c'est x au carré
9	**En**	Le a carré, c'est x au carré (il trace une flèche de x^2 et écrit a^2)
10	**Er**	Il faut juste diviser x par x
11	**En**	Diviser x par x
12	**Er**	Ça fait x
13	**En**	C'est-à-dire le carré de x, ça fait x
14	**Er**	Ah ! Oui la racine carrée
15	**En**	D'accord, oui la racine carrée. Donc, c'est-à-dire, le a c'est (il penche la tête en avant pour pousser **Er** à répondre)
16	**Er**	x
17	**En**	C'est x (il écrit a = x), et après
18	**Er**	Pour le deuxième, comme a c'est, ben, on, premièrement on divise par deux
19	**En**	Oui
20	**Er**	Donc c'est trois x
21	**En**	Donc, le six x, c'est ça ce que tu dis le six x, si on le divise par deux, donc, c'est (**Cha** voulait intervenir en levant son doigt), attends, on le laisse terminer, puis après tu interviens. Donc, c'est trois x
22	**Er**	Trois x, alors, x fois trois, ça veut dire que b c'est, c'est trois
23	**En**	Donc, d'après le six x, tu divises par deux, donc ça fait trois x, et comme t'as déjà dit que le a c'était x, ça veut dire que le b c'est, c'est trois (il trace une flèche de 9 et écrit 3). Donc deux ab (il trace une flèche de 6x et écrit 2ab), tu dis que b c'est trois
24	**Er**	Et racine carrée de neuf, c'est trois
25	**En**	Et racine carrée de neuf c'est trois Alors, euh, tu voulais intervenir en disant (il s'adresse à **Cha**)

L'enjeu de cet épisode est l'explication de la factorisation de l'identité $a^2 - 2ab + b^2$. L'enseignant prend la charge du tableau. Par un processus topogénétique ascendant, il propose à l'ensemble classe, à qui il s'adresse par le pronom « vous », la factorisation de $x^2 + 6x + 9$. Il choisit **Er** pour donner la réponse. Il l'accompagne et reprend à chaque fois la réponse de l'élève. Il ne lui corrige pas l'erreur de « *diviser* » pour rechercher la racine carrée, ni celle du quotient. Par contre, il change la tournure de la phrase, pour sauver la situation sans qu'aucun élève ne remarque les erreurs d'**Er**. A partir du TP 21, il s'adresse uniquement à **Er** par le pronom « tu ». Par une technique mésogénétique, il publie la méthode de **Er**, qui a utilisé le lexique des racines carrées correctement pour 9, sans l'évaluer.

Par un mouvement gestuel, **En** penche la tête en avant pour inciter **Er** à répondre (TP 15). Il utilise l'ostensif « flèche » pour marquer les lettres de la formule et les lier aux nombres correspondants de la forme-énoncé ».

Er répond aux attentes de **En**. Il suit la technique de l'enseignant : rechercher le a et le b à partir des carrés. Il a réussi à déchiffrer le a^2. Par contre il s'est trompé deux fois dans l'interprétation : Il a divisé x par x pour rechercher la racine carrée de x^2, et la deuxième erreur est le quotient de cette division : x. Il ne tarde pas à retrouver le mot qui lui manquait « *la racine carrée* ». Pour retrouver le b, il déchiffre le double produit en utilisant encore une fois « la division ».

Observons dans ce qui suit, comment **Cha** pense factoriser $x^2 + 6x + 9$.

Min 6 sec 26 Intervention de Cha, pour proposer une autre technique de factorisation

26	**Cha**	Ben, pourquoi faire le milieu, il ne faut prendre le milieu, ben moi je remplace
27	**En**	C'est-à-dire, que tu as x carré, tu dis, moi je prends x carré, donc, c'est le carré de x. Tu dis, je prends neuf, et neuf, je sais bien, c'est le carré de, de trois Donc, tu dis, euuhh, ce que je vais mettre, alors, ça va être quoi pour la factorisation ?
28	**Cha**	Eh, ben, euh, entre parenthèses x plus trois
29	**En**	Entre parenthèses x plus trois (il écrit (x + 3)), au carré, j'imagine, hein ! (il ajoute la puissance 2), x plus trois au carré, d'accord

L'enseignant ne cède pas la topogenèse à **Cha.** Il lui fait rater l'occasion de publier son idée. Il dialogue avec **Cha** avec le pronom « tu ». Il prend la charge de publier l'idée de **Cha**, sans aucun commentaire. A la fin, il demande son accord sur la réponse trouvée par son aide.

Avec **Cha** qui demande la parole, nous retrouvons la fameuse « règle- élève ». Elle ne veut que regarder les nombres au carré. Le « *milieu* » n'a aucune importance. La recherche des racines carrées lui procure l'écriture d'une forme $(a + b)^2$. Elle agrège son assemblage par un couple de parenthèses rondes. L'enseignant ne nous a pas permis de savoir si l'élève allait s'occuper de la puissance 2.

Min 6 sec 58 Publication des deux techniques de factorisation proposée par Cha et Er

29	**En**	..//.. Alors, vous avez vu qu'il y a deux, il y a deux démarches. On va faire un petit commentaire ici (il retourne au travail de **Cha**) Bon, si vous n'êtes pas convaincus, vous prenez x plus trois, vous le développez au carré, ça fait x au carré, on aaa, plus deux fois trois fois x, ça fait bien mon six x, plus trois au carré, ça fait neuf Alors, vous savez qu'il y a deux démarches. Il y a une personne qui a dit, je regarde x carré, je regarde le neuf, parce que, euuuh, celui qui est au milieu ça semble être le double produit. Donc, x au carré, c'est le carré de x, neuf, c'est le carré de trois, donc ça marche Et puis, il y a **Er,** lui, qui est parti de façon très, très systématique, qui a dit, je prends x au carré, je prends six x et j'essaie de voir si c'est le double produit, et puis ensuite, je prends neuf et je constate que, en prenant six x et en prenant neuf, je trouve la valeur b égal à trois, l'identification b égal trois marche bien Donc, j'attire votre attention sur deux choses, importantes. C'est que je peux, par exemple, proposer comme ça : (il écrit $x^2 + 8x + 9$), x au carré plus huit x plus neuf. Alors, si je propose quelque chose comme ça, et si je, je prends l'analyse de **Cha.**

		Cha va dire, je prends, le carré de x. enfin, oui, enfin x au carré est le carré de x, neuf est le carré de trois, donc, je vais dire que c'est (il écrit $(x + 3)^2$) x plus trois au carré

Par un processus mésogénétique, l'enseignant institue les deux techniques, celle de **Cha** en premier : s'occuper seulement des termes extrêmes de la « forme-énoncé » pour factoriser. En second, il publie la méthode d'**Er** qui en plus des occupations de sa camarade, il vérifie par développement de la « forme-produit » la validité du double produit.
Il demande l'attention de l'ensemble classe sur l'exemple $x^2 + 8x + 9$ qu'il propose de factoriser selon la technique de **Cha**. Pour montrer, non seulement à **Cha** mais à l'ensemble classe l'erreur de s'occuper uniquement des carrés, il propose de développer $(x + 3)^2$ dont le double produit n'est pas 8x. Par ceci, il essaye de prouver aux élèves l'importance de la vérification du double produit après la factorisation.

30	**Si**	Non ce n'est pas résolvable
31	**En**	Si ce n'est pas résolvable comme tu dis, c'est-à-dire qu'alors, il y a un petit problème
32	**Si**	Plus deux x, il faut qu'on ait six x, il faut compenser huit x
33	**En**	Voilà, c'est-à-dire, j'ai mis huit x, et j'ai pas mis six x, alors **Si** dit, en fait, c'est ça, huit x, c'est six x plus deux x. Dans le sens, si on fait l'analyse à la mode de **Cha,** je prends les extrêmes, d'accord. Si je prends les extrêmes, il faut que je fasse bien attention que, le huit x, celui que j'ai laissé de côté soit bien le double produit

Si remarque l'erreur sur la valeur du double produit, Il refuse la réponse $(x + 3)^2$ en disant « *Non ce n'est pas résolvable* ». Il trouve que 8x ne convient pas et propose de le « *compenser* », il doit être 6 pour que le développement de $(x + 3)^2$ soit correct.
L'enseignant parle au nom de **Cha** pour publier « sa manière de faire » : s'occuper uniquement des « *extrêmes* », les nombres carrés, pour retrouver la réponse $(x + 3)^2$. Il reformule l'idée de **Si** sur 8x (TP 33), sans commenter. L'enseignant a repris la méthode de factorisation de **Cha**, pour mettre au clair l'erreur dans sa pensée, et peut être d'autres élèves pourront en profiter.

34	**Cha**	Donc, ça, ça fait quoi ?
35	**En**	Donc, ça fait que je suis coincé, je ne peux pas répondre comme ça, en disant que x carré plus huit x plus neuf, ben, c'est pas une iden, ça ne rentre pas dans le modèle d'une identité (**Cha** lève son doigt). Attends que je termine, ça ne rentre pas dans le modèle d'une identité remarquable, parce que, il y a pas une cohérence entre le trois au carré, c'est-à-dire le coefficient trois, et le coefficient, euh, huit x. D'accord Si j'avais, x au carré plus huit x (il écrit $x^2 + 8x$), qu'est ce qu'il faudrait que j'aie pour que ça soit une identité remarquable ici ?
36	**Els**	Quatre
37	**Els**	Huit
38	**Els**	Seize
39	**En**	Attendez, il faudrait que j'aie quatre, huit, seize, alors ?
40	**Si**	Seize
41	**En**	Seize pour que ça marche. Si j'avais mis, x au carré plus huit x plus seize (il écrit +16 à côté de $x^2 + 8x$), à ce moment là, je pourrais le factoriser sous quelle forme ? x plus quatre entre parenthèses au carré (il écrit $(x + 4)^2$) Donc, je termine juste mon propos et je te donne la parole (il s'adresse à **Cha** qui lève son doigt) Vous regardez les extrêmes, certes. Mais vous faites bien attention que ce que vous avez au milieu, c'est bien le double produit

Cha se trouve frustrée de son échec. Elle semble être loin du monde du double produit. Pour la persuader, ainsi que l'ensemble classe de l'importance du rôle du

double produit, l'enseignant demande de compléter l'expression $x^2 + 8x$. Plusieurs réponses sont proposées. **En** accepte la bonne réponse, celle de **Si** « Seize » (TP 40), sans s'arrêter devant les réponses erronées. Son occupation se centre sur le double produit.
Il voulait par cet exemple montrer l'existence des expressions dont les « *extrêmes* » font appel à l'une des deux identités, carré d'une somme, et en fait elles ne peuvent l'être grâce au « supposé double produit » dont l'emplacement est « *le milieu* ».

41	**En**	..//.. D'accord, parce que M. **X** (l'En dit son propre nom), qu'est ce qu'il va faire ? Eh, ben, il va faire exprès de se tromper, puis il va dire : « Factoriser si possible » par exemple. Enfin, « Factoriser si possible, en utilisant les identités remarquables »
42	**Ti**	C'est-à-dire que huit x plus neuf là
43	**En**	Eh, ben, c'est-à-dire que en utilisant les identités remarquables tel que c'est proposé ici (il montre $x^2 + 8x + 9$), vous ne pourrez pas répondre, vous ne pourrez pas répondre. D'accord Alors, ce que je vous ai dit hier, c'est que bon, on a des techniques qui sont hors programme pour nous, mais il y a des techniques queee, vous affinerez au niveau du lycée pour pouvoir répondre à cette question là **Cha** voulait intervenir
44	**Cha**	Non, c'est bon
45	**En**	Non, dans mes commentaires, j'ai répondu à tes interrogations ? Donc, donc première idée c'est de bien repérer la cohérence avec la formule a au carré plus deux ab pour b au carré (il écrit toute cette phrase au tableau et la numérote 1), d'accord Alors, je fais avec l'addition, je ferai la même chose avec la soustraction, vous êtes, vous êtes, euuhh, convaincus de ça

L'enseignant profite de la situation pour informer les élèves que certaines expressions algébriques ne peuvent pas se factoriser, au niveau de la classe de troisième, en utilisant les IRC. **Ti** semble inquiet, il n'a pas saisi l'idée de **En** « *factoriser si possible* ».
Par un mouvement chronogénétique, et pour que les élèves admettent l'idée de « *factoriser si possible* », il les rassure qu'ils seront capables de factoriser de telles expressions en seconde. Il clôt son discours par une « *première idée* » qu'il écrit au tableau pour l'officialiser et pour qu'elle soit à la portée des élèves « *bien repérer la cohérence avec la formule a au carré plus deux ab pour b au carré* ». Il renvoie, à tout le groupe classe, l'analogie du travail pour le carré de la différence, « *vous êtes convaincus de ça* ».

Tout le long de cet épisode, nous retrouvons l'enseignant en analyste. Il interagit avec le groupe classe par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants. Il dialogue par les pronoms « vous » et « je ». Du point de vue élève, le groupe classe était en interaction avec **En**.

Puisque dans cette partie, l'enseignant parle de milieu et des extrêmes, il enchaîne un nouvel épisode pour discuter l'emplacement et l'ordre des termes.

Min 12 sec 12 Ordre des termes de l'expression à factoriser

45	**En**	..//.. Il y a une deuxième chose aussi, sur laquelle je voudrais attirer votre attention, c'est que je pourrais très bien proposer x au carré plus neuf plus six x (il écrit $x^2 + 9 + 6x$)
46	**Er**	Ben, c'est la même chose, sauf vous aveeeeez, ben désarrangé des nombres
47	**En**	Désarrangé, changer l'ordre des termes. C'est-à-dire, quand vous dites je regarde les extrêmes, ce qui est complètement à gauche, et ce qui complètement à droite, le x carré et le

		neuf (il parle de $x^2 + 6x + 9$). Là, c'est conforme, a carré d'un côté, b carré de l'autre. Dans la pratique, on a souvent, je dirais dans la plupart des cas, on a une expression qui n'est pas toujours écrite dans le bon ordre. Donc, il faut, deuxième conseil, c'est bien repéré ce qui peut jouer le rôle du double produit
48	**Ti**	Ce sera tout le temps avec des x ou des lettres puisqueee on nous proposera de factoriser
49	**En**	Ben, puisque on vous propose de factoriser, ce sera pas avec des nombres, que des nombres, hein, on a déjà dit, mais il y aura des lettres. Et comme on disait hier, j'ai peut-être perturbé en mettant des lettreees, moi aussi, je mets des lettres de partout comme notre trois r au carré moins quatre t d'hier, on risque un tout petit peu de, deee, d'avoir quelque chose de, confus, par ce qu'il y a des lettres de partout Donc, l'indice, l'indice qu'il y ait, euh, une, lettre, x et un coefficient six, enfin un nombre, bon là, c'est assez claire pour repérer le double produit. D'accord, mais, il faudra bien voir queeuuuhhh, ben, s'il y a des lettres partout, euuhh, l'indice sera, peut-être moins évident Donc, en gros, je dirais un deuxième point qui me paraît important, c'est que, il faut que vous repériez bien, je dirai en gros, le double produit, qui est le candidat susceptible pour être le double produit. Parce que, une fois que vous repérez le double produit, je dirai, en gros, ouhhh, en gros, vous avez fait une bonne partie du chemin, parce que à ce moment là vous savez, où est le a au carré, qui peut être le a au carré, qui peut être le b au carré. D'accord Donc, c'est pas nécessairement celui du milieu, ne me dites pas que neuf c'est le double produit (il parle de $x^2 + 9 + 6x$). D'accord Donc bien repérer le double produit (il écrit cette phrase en dessous de la phrase1 et la numérote 2)

Des mouvements topogénétiques, ascendants caractérisés par un dialogue avec le pronom « vous », et descendants caractérisés par le pronom « je » et « on », définissent l'action de l'enseignant. Le tableau qui sert d'un « lieu de savoir » et d'un « lieu de travail » est à sa charge. Il propose différentes formes d'expressions qui semblent être, ou sont le développement de $(a + b)^2$. A son avis, la concrétisation facilite l'apprentissage. Il accepte le mot « *désarranger* » proposé par **Er** et explicite son sens pour identifier les extrêmes des deux exemples $x^2 + 9 + 6x$ et $x^2 + 6x + 9$. Il insiste à « *bien repérer le double produit* ». C'est la « *pratique* » qui impose des expressions non ordonnées suivant les formules des IRC.
Au TP 49, **En** semble être en difficulté de symboliser le double produit. Il hésite d'accepter l'idée de **Ti** (TP 48) à propos des lettres pour factoriser. Pour se convaincre, il fait une bifurcation sur une expression travaillée dans la séance d'avant $(3r^2 u – 4t)(3r^2 u + 4t)$ (cette expression est dans le Doc1 : la fiche d'exercices distribuée par **En** au début du cours de développement et de factorisation) pour expliciter l'idée de **Er** « *x ou des lettres* ». Reconnaître le terme double produit, selon lui, est la moitié du travail. Il ne reste plus, pour réussir la factorisation, qu'à rechercher les racines carrées des nombres qui restent.
Pour que ce savoir soit à la portée des élèves, il écrit la deuxième idée « *bien repérer le double produit* », qui fera partie du cours à recopier et à étudier.

Er est toujours en interaction avec **En**. Il a reconnu, grâce à la pratique, que l'addition est une opération commutative, sans connaître la propriété, puisqu'elle est supprimée du programme. Il caractérise la permutation des termes par le verbe « *désarranger* ». **Ti** reconnaît le double produit de sa partie littérale. Il est conscient que la lettre n'est pas toujours x.

Min 14 sec 53 Vérification du résultat de la factorisation

49	**En**	..//.. En d'autres termes, en d'autres termes, moi, je ferai une conclusion, si, si on veut être sûr de soi, moi ce que je vous conseille, c'est que quand vous avez, quand vous supposez, quand vous êtes sûrs d'avoir trouvé la forme factorisée, eh bien, mentalement redéveloppez, mentalement redéveloppez mentalement redéveloppez votre x plus trois au carré et regardez si c'est bien cohérent avec le résultat que vous avez Bon, après, vous aurez l'habitude, vous sauterez cette étape, mais faites mentalement une petite vérification. D'accord Moi, je vais mélanger, c'est à vous de bien repérer les choses

Dans cette partie du tour de parole, **En** s'adresse au groupe classe avec un mélange de pronom. Il se place au niveau des élèves pour les conseiller, mais ne tarde pas à reprendre sa position d'enseignant pour publier ce conseil. A son avis, c'est par répétition et par habitude que se fait l'apprentissage, la preuve est : la répétition trois fois de « *mentalement redéveloppez* ».

Min 18 sec 2 Factorisation de $x^2 + 4$

Pour cette expression, nous allons uniquement exposer le discours de l'enseignant où il a publié la factorisation de cette expression.

*Les élèves ont essayé de trouver un moyen pour avoir la forme $a^2 - b^2$. **Si** propose de « renverser les signes », **Ti** veut « faire moins quatre ». **Cha** veut faire « x carré moins, moins quatre ». **Do** affirme qu'un « carré n'est jamais négatif ». Devant toutes ces suggestions, observons le discours de l'enseignant.*

106	**En**	Ah !! Il me semble, là quand je dis, bon, la formule, c'est normalement c'est a au carré moins b au carré Donc pour a, ça ne pose pas de problèmes, on voit bien que c'est x et pour b, ça veut dire que b au carré c'est moins quatre. Or, **Do** vient de nous dire que le carré d'un nombre, le carré d'un nombre réel, il ne peut pas être négatif. Donc là, c'est impossible (il écrit à côté de $x^2 - (-4)$ impossible). Impossible, impossible avec les connaissances qu'on a, impossible de faire une factorisation
107	**Cha**	Après on l'apprendra ?
108	**En**	C'est-à-dire que, euh, après, après suivant l'esprit que vous ferez, vous apprendrez à, à répondre à ce, ce genre de, de questions Mais, quand vous avez, x carré plus quatre, à cause du plus, bien que vous ayez un bon réflexe, en disant, c'est, c'est moins, moins quatre, à cause du plus, vous êtes coincés. Ça ressemble à a carré moins b carré, mais c'est pas a carré moins b carré, c'est a carré plus, b au carré Et, bon, si vous vous en apercevez pas, vous vous rendez compte qu'ici, que, ben, vous obtenez un carré qui est négatif, ce qui est à notre connaissance pas possible Donc, là, résoudre, factoriser si possible les expressions suivantes, là vous me répondrez que c'est pas possible, parce que c'est pas, ça fait pas partie d'une identité remarquable

L'enseignant pour calmer la situation, il confirme que dans les limites du normal, la formule est « *a carré moins b carré* ». Le problème ne se pose pas au niveau de a^2 et de sa racine, mais au niveau de b^2. Se servant de l'affirmation de **Do**, il annonce l'« impossibilité » de factoriser $x^2 + 4$ compte tenu des connaissances et du niveau de la classe dont il fait partie, du fait qu'il dialogue avec le pronom « on ». Par contre, au TP 108, par un mouvement topogénétique ascendant, il reprend sa position d'enseignant, il parle avec le pronom « vous » et fait l'identification entre l'expression « forme-énoncé » et la « formule ». Il y a une ressemblance pour les carrés, mais pas pour les signes. Il publie la réponse avec la justification.

Cha semble perturbée par l' « impossible » et se demande si la possibilité de factoriser cette expression sera apprise plus tard. Le « oui » de **En** est en lien avec le choix des études supérieures.

Pour avancer l'apprentissage et faciliter la tâche, l'enseignant enchaîne dans un autre exemple $x^2 - 2$. Son objectif est de montrer que c'est uniquement grâce au signe qui sépare l'*amont* de l'*aval* que la factorisation est possible ou impossible.

Min30 sec 55 Factorisation de $x^2 - 2$

174	**En**	..//.. Alors, j'aurai juste éveillé votre, votre petiteeuh, votre curiosité, on fera pas tout de suite, mais simplement, pour vous dire, et ce genre de choses (il écrit $x^2 - 2$), est ce que je vais pouvoir la factoriser par exemple, x carré moins deux
175	**Si**	On connaît pas le, le carré de deux
176	**En**	On connaît pas le carré de deux, c'est peut être paaas
177	**Ti**	On fera racine de deux
178	**Si**	Si, racine de deux
179	**En**	Ah !!! Donc, vous êtes en train de me dire que deux
180	**Ti**	C'est pas un carré qui se finit
181	**En**	C'est pas un carré qui se finit
182	**Cha**	C'est zéro quarante sept
183	**En**	Non, c'est pas zéro quarante sept. Mais
184	**Er**	On a appris ça en quatrième
185	**En**	Oui, vous avez appris ça en quatrième, c'est-à-dire il y a un nombre dont le carré est deux. C'est avec le théorème de Pythagore, hein. C'est le nombre qu'on note symboliquement comment ?
186	**Si**	Racine de deux
187	**En**	Racine de deux. Donc, je peux toujours écrire que x au carré et puis à la place de deux, je mets racine de deux au carré (il écrit = $x^2 - (\sqrt{2})^2$)
188	**Se**	Du coup, il faut remplacer le deux par son carré
190	**En**	Oui, mais qu'est ce que je reconnais comme identité remarquable ici ? Je vais avoir la troisième x carré moins a au carré, moins racine de deux au carré, donc ça va être x
191	**Si**	x moins racine de deux
192	**En**	x moins racine de deux, facteur de
193	**Si**	x plus racine de deux
194	**En**	x plus racine de deux (il écrit $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$ D'accord Donc l'intérêt des racines carrées, c'est ça. C'est de dire, n'importe quel nombre positif moins plus deux, n'importe quel nombre positif, en fait, c'est le carré de sa racine carrée Donc, je vais toujours pouvoir factoriser une expression qui est comme ça, en utilisant si besoin la racine carrée. D'accord

Des mouvements chronogénétique/topogénétique ascendants et descendants définissent l'action de l'enseignant. Il se justifie devant les élèves par le pronom « je ». Son intention était d'éveiller leur curiosité. L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant l'identité $a^2 - b^2$, avec b^2 un carré non parfait. Signalons que ce travail n'est pas au programme français. Il accompagne le groupe élève dans son interaction pour retrouver la racine carrée de 2. Suite à l'intervention de **Er**, il fait un arrêt du temps et fait un saut en arrière dans un but de rappeler aux élèves, la situation où ils ont vu la racine carrée, et leur demande son symbole qu'il écrit pour déchiffrer la « forme-énoncé ». $x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2$. **En**, ne donne pas de l'importance au lexique des élèves, le plus important, c'est de retrouver la forme développée d'une identité pour faire la transformation (ζ). Il renvoie la réponse de **Si** aux élèves en demandant leur accord pour l'écriture « forme-produit » (TP 194). Il clôt cet épisode par l'idée que la racine carrée est un outil de factorisation dans certains cas.

Si, qualifié par bon élève, ne reconnaît pas tout de suite, que 2 est le carré de $\sqrt{2}$. Il accompagne **En** et c'est à la fin de l'épisode qu'il retrouve la « forme-produit » visée. Par contre, **Ti** l'a reconnue, il enseigne à ses camarades que $\sqrt{2}$ « *n'est pas un carré qui se finit* ». Il confond le carré d'un nombre avec sa racine carrée. Le lexique lui manque. Il se trouve qu'il n'est pas le seul. **Se**, lui aussi, veut « .. *remplacer le deux par son carré* ». Par un processus chronogénétique, **Er** n'accepte pas la réflexion de **En** sur la valeur décimale de $\sqrt{2}$, puisque c'est un apprentissage de l'année d'avant.

L'explication du « cours » n'est pas finie, il reste une dernière remarque à signaler concrètement sur un exemple. Observons de quoi il s'agit.

Min 32 sec 50 Factorisation de $4x^2 + 12x + 9$

194	**En**	..//.. Dernier petit, petite remarque au passage et puis après, on fait des exos Si j'écris ceci, euuuuh, quatre x au carré, plus, plus, euh, douze x, plus neuf (il écrit $4x^2 + 12x + 9$), alors, si vous me factorisez ceci **Ad**, est ce que tu as une idée ?
195	**Ad**	Euh,
196	**En**	Oui, **Ad**, vas-y (pas de réponse) **Bj**
197	**Bj**	On va prendre quatre x carré comme a
198	**En**	Alors, quatre x carré comme a. Euuh, soit un tout petit peu, parce queeee
199	**Do**	C'est pas deux x plutôt ?
200	**En**	Tu, tu dis quatre x carré comme a
201	**Do**	Au carré
202	**En**	J'aurai dit comme a au carré, c'est ça
203	**Bj**	a au carré
204	**En**	Oui, donc
205	**Bj**	Donc, c'est deux x au carré (sous $4x^2$ l'**En** écrit $(2x)^2$). Après, euh (3 sec de silence)
206	**En**	Alors
207	**Bj**	Douze x ça fait, non, on va faire d'abord le b
208	**En**	Oui
209	**Bj**	Neuf ça fait trois au carré (sous 9 l'En écrit, 3^2)
210	**En**	Oui, et après ? (on entend des réponses par ci par là) Chuchu, et après
211	**Bj**	Le douze x, ça fait deux fois deux x, fois trois
212	**En**	(il écrit 2 ´ 2x ´ 3) Deux fois deux, quatre fois trois, douze. Donc, on a bien le double produit ici. Donc, ici, on va répondre que la forme factorisée va être (il attend une réponse de **Bj**) Va être ?
213	**Bj**	Deux x, euuh
214	**En**	Oui, deux x
215	**Bj**	Moins trois
216	**Els**	Plus trois
217	**En**	Plus trois et tout ça, exposant combien ? (il mime les parenthèses)
218	**Bj**	Euh, deux (**En** écrit = $(2x + 3)^2$)
219	**En**	Exposant deux, d'accord

		Alors, je suis tombé sur le bon numéro qui, qui a bien pensé, qui a bien pensé, que quatre x au carré, le carré porte uniquement sur le x, donc il faut bien, penser, à quatre, c'est le carré de quoi ? Eh, bien c'est le carré de deux x, tout ceci entre parenthèses, au carré. Hein, bien penser à ça, c'est le carré de deux x Donc, vous voyez comment il a fait son analyse, quatre x carré, le neuf, il a vérifié que le double produit c'était bien ça (il montre 12x), donc il a pu affirmer que c'est deux plus trois le tout au carré

Il semble que l'enseignant est conscient de la quantité de savoir qu'il vient de donner aux élèves en une demi heure. Il enchaîne son nouvel épisode par une déclaration « *Dernier petit, petite remarque au passage* » avant de passer aux applications qui aideront les élèves à acquérir l'apprentissage. Il est toujours maître du tableau. Il interagit avec des élèves qu'il choisit, peut être pour tester leur acquisition. Il n'a pas pu interagir avec **Ad**, il choisit **Bj** pour l'accompagner tout le long de cet épisode. Il se place au niveau de **Bj**, et dialogue avec les pronoms « je » et « on ». Il négocie à la baisse, par une indication Topaze, pour le pousser à se corriger, à dire a au carré, et aussi à retrouver la « forme-produit » après l'interprétation de son déchiffrement pour la « forme-énoncé ». Pour déchiffrer la « forme-énoncé », il utilise un couple de parenthèses rondes qui lui sert à agréger 2 et x dans le même assemblage pour les prendre ensemble au carré.
Il clôt son discours par un mouvement mésogénétique, il publie à l'ensemble classe l'« *analyse* » de **Bj**, et ne rate pas l'occasion

Ad ne répond pas aux attentes de **En**. Il ne réagit pas, il semble qu'il est loin du monde de la factorisation en utilisant une identité remarquable. Contrairement à **Bj** qui insiste à travailler par analogie à son professeur : rechercher les nombres carrés, puis leur racine carrée, et en dernier vérifier l'exactitude du double produit. **Do**, vient au secours de **Bj**, et retrouve qu'il faut dire « *au carré* » pour a.

Min 36 L'enseignant met l'accent sur ses exigences pour la factorisation

219	**En**	..//.. Alors, concrètement, votre boulot d'élèves, hein, toute cette partie qui est ici (il montre $(2x)^2$, $2 \times 2x \times 3$ et 3^2), elle peut être conduite au brouillon, hein. Moi, ce que j'attends, c'est que vous me répondiez, du tac au tac, deux x plus trois entre parenthèses au carré

Par un mouvement topogénétique ascendant, l'enseignant officialise sa « manière de faire » une factorisation en utilisant une des identités remarquables. Il impose un travail automatique « *du tac au tac* ». Pour ceux qui se trouvent incapables de réagir rapidement, ils peuvent faire les étapes intermédiaires « *au brouillon* ».

L'enseignant ne se contente pas de tous les exemples faits jusqu'à maintenant. Il se rappelle qu'il doit faire un autre exemple pour clôre la partie « cours ».
Encore une « *dernière remarque* », comment factoriser la différence de deux binômes carrés d'une somme ?

Min 38 sec 12 Factorisation de $(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$

235	**En**	..//.. Alors, dernière petite remarque que je voulais faire (il écrit $(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$) (E1) Imaginons, dernier exemple (les élèves s'agitent beaucoup) Alors, imaginons que je vous propose
236	**Ti**	De factoriser ça ?
237	**En**	Ouvrez la parenthèse, deux x plus un, fermez la parenthèse, au carré, moins, parenthèse, x moins un, fermez la parenthèse au carré (**Er** et **Bj** lèvent le doigt) Et je vous demande deeee, de factoriser cette expression qui est là **Bj**
238	**Bj**	Ça, (il montre de son doigt $(2x + 1)^2$) ça fait a et ça, ça fait b
239	**En**	Alors, le premier ça, c'est quoi ?
240	**Bj**	Euh, deux x plus un au carré
241	**En**	Alors, a au carré, tu dis, c'est deux x plus un au carré. Et puis
242	**Bj**	Et b, ça fait x moins un
243	**En**	x moins un au carré, ça fait
244	**Bj**	b, b au carré
245	**En**	Donc, il a reconnu, il a reconnu, comme identité, a au carré moins b au carré (sous $(2x + 1)^2$ il écrit A^2 et sous $(x – 1)^2$ il écrit B^2, séparés par un signe (-)) Est-ce que tout le monde la voit bien cette identité remarquable ?
246	**Bj**	C'est la troisième
247	**En**	C'est la troisième. A au carré (il montre avec son doigt que A^2 c'est $(2x + 1)^2$), moins b au carré (de même pour B^2). Vous la voyez celle-ci. Il y en a qui voient peut-être autre chose
248	**Es**	Moi, je vois la première et la deuxième
249	**En**	Tu vois la deuxième
250	**Es**	La première et la deuxième, Monsieur
251	**En**	Oui, alors, où est ce que tu vois la première ?
252	**Es**	Ben, la première c'est, deux x plus un au carré
253	**En**	Voilà
254	**Es**	Ben, la deuxième, ça fait x moins un au carré
255	**En**	x moins un au carré
256	**Si**	Est-ce qu'on peut calculer comme ça ?
257	**En**	Alors
258	**Ti**	Il faut changer le signe moins entre les deux là
259	**En**	Attends, attends La question ici, c'est, fac, to, ri, ser
260	**Es**	Hen !
261	**En**	La question ici c'est fac, toriser Donc, si **Bj**, nous propose, il nous dit : « Moi, je reconnais a au carré moins b au carré ». Quand on a, a au carré moins b au carré, ça va se factoriser comment ?
262	**Bj**	Euh, entre parenthèses, a moins b facteur, euh, entre parenthèses a plus b
263	**En**	Oui, a moins b, facteur, de a plus b (il écrit (A – B)(A + B)) Donc, en remplaçant par A et par B, qu'est ce que ça va donner maintenant, sachant queeeee, c'est pas moins A et B, c'est deux x plus un au carré moins x moins un au carré
264	**Bj**	Entre parenthèses
265	**Si**	Entre crochets
266	**Bj**	Entre grandes parenthèses
267	**En**	Entre crochets, on peut mettre des crochets si vous voulez
268	**Bj**	Deux x plus un entre parenthèses, moins, x moins un entre parenthèses
269	**En**	Oui (il écrit en même temps que **Bj** parle)
270	**Bj**	Euh facteur de, deux x plus un
271	**En**	Entre parenthèses
272	**Bj**	Oui, plus, Entre parenthèses, x moins un
273	**En**	Entre parenthèses ou entre crochets, ça revient au même (il a écrit à côté de (E1) = ((2x + 1) – (x – 1))((2x + 1) + (x – 1)))(E2) Est-ce que vous voyez bien, qu'on a écrit le moins B, est ce que vous voyez bien le A plus

		B ? (il les montre par le doigt) **Cha** qui semble viser en fermant, en clignant un œil (elle semblait perdue)
274	**Cha**	Factoriser, c'est pas, c'est pas mettre entre parenthèses ?
275	**En**	Ça veut dire queee, dans les grandes parenthèses, on va arranger un peu les calculs maintenant. On va arranger un peu le calcul Alors, qu'est ce qu'on va pouvoir écrire dans les grandes parenthèses ici ? (il montre (E2))
276	**Ti**	On peut supprimer les deuxièmes parenthèses
277	**En**	On peut supprimer les, les
278	**Ti**	Petites parenthèses
279	**En**	Voilà, les petites parenthèses qui sont ici (il montre (E2)) Alors, il faut faire attention, quand on supprime les parenthèses
280	**Si**	Aux signes
281	**En**	Aux signegneuh
282	**Ti**	Il faut changer les signes de la deuxième parenthèse
283	**En**	Il faut changer les signes de la deuxième parenthèse par ce qu'il y a un signe moins ici Donc, qu'est ce que ça va donner ?
284	**Es**	Deux plus un
285	**En**	Deux plus un
286	**Es**	Plus
287	**Els**	Moins
289	**En**	Moins x
290	**Cha**	Plus un
291	**En**	Plus un, facteur de, deux x plus un, plus x moins un (il écrit en même qu'il dicte : (2x + 1 – x + 1)(2x + 1 + x – 1)) (E2*) D'accord
292	**Es**	Monsieur
293	**En**	Oui
294	**Es**	Vous dites, il faut changer le signe
295	**Si**	On l'a changé
296	**Es**	Ah, oui
297	**En**	Après
298	**Ti**	On va réduire
299	**En**	On va réduire les x, ça va donner quoi ? Alors deux x plus un, moins x plus un, qu'est ce que ça donne ?
300	**Ti**	Trois x plus deux (à voix très basse)
301	**En**	Ça fait trois x plus deux ?
302	**Si**	x
303	**Ti**	Non, pardon, x plus deux
304	**En**	x plus deux, et le deuxième ?
305	**Els**	Trois x
306	**Pal**	Trois x
307	**En**	Trois x, d'accord (il écrit (x + 2)(3x))

L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant l'identité $a^2 - b^2$, tel que a et b sont les carrés de deux binômes. L'enseignant prend toujours la charge du tableau qui lui sert d'un « lieu de travail ». Il se comporte en enseignant et dialogue avec le pronom « vous ». Pour approcher les élèves de la nouvelle situation, il leur demande d'imaginer une telle expression. Comme si ce type d'expressions ne se trouve pas en réalité. Il lit la « forme-énoncé » en délimitant les deux binômes par un couple de parenthèses rondes, qu'il ouvre et ferme à chaque fois. Entre **Er** et **Bj**, qui lèvent le doigt pour répondre à la consigne, il choisit **Bj** qui répond à ses attentes. Par un processus d'accompagnement de la part de **En**, **Bj** publie sa « manière de faire » par analogie à son professeur. **En** symbolise les binômes par a et b respectivement, mais en lettres majuscules, contrairement à la symbolisation habituelle, où il se servait des lettres a et b en minuscules. Il ne se contente pas de la réponse de **Bj**, il a recherché d'autres réponses basées sur la vue. C'est **Es** qui sort de sa cachette pour exprimer ce qu'il voit : « la première et la deuxième ». **En** l'interrompt et pour insister détache nettement les syllabes du mot « Fac, to, ri, ser » (TP 259). Il communique en langage de mathématicien, il parle de « facteur » pour lire la « forme-produit ». Il donne la liberté de choisir entre les parenthèses et les crochets pour délimiter les assemblages dans la « forme-produit ». Il s'attache à ce que les élèves voient le A et le B dans son premier déchiffrement qu'il a délimité par un couple de grandes parenthèses rondes. Désormais, il ne s'arrête pas devant la question de **Cha**, et avance le temps didactique. Il passe à la seconde étape, aidé en premier par **Ti**, et puis par **Si**, et aussi par d'autres élèves pour interpréter les déchiffrements des sous assemblages un après un pour arriver à la « forme-produit » dûment complétée.

Du point de vue élève : ils ont interagi avec l'enseignant. **Ti** semble effrayé de la forme de l'expression, contrairement à **Bj** qui se trouve capable de déchiffrer la « forme-énoncé » suivant l'identité $A^2 - B^2$. **Bj** se sert des parenthèses rondes pour délimiter ses assemblages (A – B)(A + B) et d'un autre couple de grandes parenthèses pour séparer les deux assemblages, à l'étape où il remplace chaque lettre par le binôme qu'elle représente. **Si** ne veut pas sortir de l'ordinaire, il propose d'utiliser des crochets. Au TP 295, il prend la charge de répondre à **Es** qui semble loin de s'approprier le savoir des signes dans un travail algébrique. **Es** répond aux attentes de **En**. Dans le registre combinatoire, il déchiffre chaque binôme tel qu'il le voit, le carré d'une somme. **Si** lui vient en objection. **Cha** se trouve perdue par les multiples parenthèses et demande en public « *Factoriser, c'est pas mettre entre parenthèses* ? ».

Min 44 sec 45 Recherche de la signification du mot « Factoriser »

320	**Cha**	En fait, je ne comprends pas ce qu'on a fait là
321	**En**	Euheuh, où ça ? Qu'est ce que tu, qu'est ce que tuuu
322	**Cha**	Là, on a développé ou on a factorisé ? (elle montre (E1) et tout ce qui a été écrit après)
323	**En**	Donc, je vais effacer, tout ça là Ah, mince !!! Est-ce qu'on a développé ou est ce qu'on a factorisé ? Oh, en fait, qu'est ce que ça veut dire factoriser ? Chuchuchcu Qu'est ce que ça veut dire factoriser ?
324	**Es**	Oh, mince
325	**Er**	Ça veut dire mettre entre parenthèses
326	**Si**	Mettre en facteur
327	**En**	Alors, mettre en facteur, c'est-à-dire
328	**Er**	Ben, multiplier
329	**En**	Multiplier (il attend une suite pendant 3 sec) C'est-à-dire que l'expression que vous allez obtenir, ça, ça, il va y avoir, bon, des choses, des lettres entre parenthèses, enfin des expressions entre parenthèses, et entre chaque parenthèse, vous allez avoir des signes, des signes multiplier. Hein, par exemple, euh, si vous avez (il écrit en même temps qu'il dicte), x plus sept, facteur de trois x plus 2, facteur de quatre x moins un, plus, écrits comme ceci (il écrit (x + 7)(3x + 2)(4x – 1)) (E3), entre chaque parenthèse vous avez un signe
330	**Es**	Moins
331	**En**	Multiplier. Donc ça, ça veut dire factoriser Si, par hasard, vous avez, un ou plus quelque chose, ou si vous avez, plus parenthèses x plus quatre (il ajoute à (E3) + (x + 4)), entre chaque parenthèses, il y a « multiplier » ici, multiplier ici, (il écrit le signe (´) entre les parenthèses de (E3)) mais là, il y a un plus (il montre (E3) + (x + 4)), c'est pas factorisée. L'expression écrite comme ceci n'est pas factorisée
332	**Cha**	Comment on peut faire ici ?
333	**En**	Eh, ben comment on peut faire ici ? J'en sais rien. Je crois qu'on est un peu coincé ici, tel que je l'ai écrite, euuuhh, c'est faux Si vous allez factoriser, c'est un problème qui n'est pas très facile. Vous avez vu hein,

		c’est pas très facile, il suffit que je joue sur le double produit, il suffit que je fasse pas paraître le terme, le terme, le facteur commun, de façon, même s’il le cache, il est tellement caché, on le voit pas. Vous voyez, c’est pas quelque chose de facile Donc, quand on essaye de factoriser, on essaye de faire apparaître une écriture de la forme suivante (il montre (E2) : (2x + 1 – x + 1)(2x + 1 + x – 1)), avec des parenthèses et entre les parenthèses un signe « multiplier » (il met (´) entre les deux grandes parenthèses). Il faut pas se tromper, il y a des grandes et des petites parenthèses, hein, donc, entre les grandes parenthèses, ici, il y a un signe « multiplier ». Et donc là, c’est a carré moins b carré, donc je dirais, ici, ici (il montre (E2)), on a répondu à la factorisation. Là, on a factorisé. A partir de là (il montre (E2*)), je dirais, ccc’est de la présentation. C’est-à-dire, on fait en sorte que le calcul soit pluuus aiiiséééé à lire, eeet à comprendre et un résultat soit écrit de façon beaucoup plus lisible. Trois x facteur de x plus deux Mais, la factorisation, au sens strict du terme, vous l’avez écrite à partir du moment où vous avez écrit a moins b facteur de a plus b Ce que je veux dire par là, le contrat, c’est que vous vous arrêtez pas ici (il montre (E2))
334	**Es**	Et si on s’arrête là ?
335	**En**	Ben, vous aurez, je ne vous mettrai pas la totalité des points. Tout ce que je verrai, c’est que vous avez bien reconnu l’identité remarquable, mais écrit sous cette forme là, bon on arrange un petit peu, mais surtout on va pas redévelopper. On laisse sous la forme d’une factorisation, c’est-à-dire avec une multiplication
336	**Es**	Là Monsieur, si, si on a ce calcul dès le début, on peut arriver jusque là ? (il parle de 3x(x + 2) est ce qu’il peut retrouver (E 1))
337	**En**	Si on a x plus deux facteur de trois x, pour arriver, faire le calcul dans l’autre sens, non, je veux dire, si, non, non, non !!! Sauf si on a beaucoup d’imagination. En fait, il faut retrouver, retrouver le chemin qui est ici pour ça. Donc, il y a de forte chance pour arriver, moi je ne peux hein (on entend des rires). Donc, il y a des calculs qu’on peut faire dans un sens, et qui sont très difficiles à refaire dans l’autre sens si on les a pas écrits. Mais La cloche a sonné Tu poses une question qui est quand même intéressante, c’est qu’une égalité, il faut bien voir, ça se lit dans les deux sens. Donc on la lit dans ce sens là, c’est le sens dans laquelle on la fait, mais à la limite, on peut, on peut l’écrire dans, en fait ça se lit dans l’autre sens aussi. Donc, l’égalité, elle n’est pas seulement vraie dans le sens de l’écriture, mais dans l’autre sens aussi C’est-à-dire en gros le x plus deux, vous dites le x, ça revient, un peu, à ce qu’on a dit hier, le x, vous écrivez sous la forme deux x moins x, et le deux sous la forme un plus un, le trois x, vous dites que c’est deux x plus x, et puis vous dites, il n’y a rien après, donc, c’est plus un moins un
338	**Ti**	Mais développer, c’est faire un calcul, mais factoriser c’est
339	**En**	On va, on va y arriver. On y arrivera la semaine prochaine. Ceci va nous servir à résoudre des équations

Cet épisode est le dernier de la première période. La topogenèse définit l’action de **En**, qui cette fois répond à l’intervention de **Cha** qui a produit un arrêt du temps didactique. Il semble que **Cha** n’est pas la seule en difficulté de différencier le développement de la factorisation. Le comportement de **En** au TP 323 est à remarquer. Il reprend la question de **Cha** et lui répond en question « *Qu’est ce que ça veut dire factoriser* ? ». Il intervient après un dialogue entre les élèves. Il se comporte en enseignant et dialogue avec le pronom « vous ». Il se trouve comme **Er** en manque du lexique mathématique pour expliquer le sens du mot « Factoriser ». Il ne trouve que tardivement le mot « expression » pour parler des assemblages délimités par des parenthèses rondes. Il concrétise deux exemples pour différencier un produit d’une somme. Le produit de plusieurs assemblages est une factorisation. Pour répondre à la deuxième question de **Cha** au TP 332, il raccourcit la distance qui le sépare des élèves par un mouvement topogénétique descendant, et se comporte non plus en enseignant, mais en élève, en dialoguant par « je » pour publier son ignorance « *J’en sais rien,.., c’est faux* » (TP 333). N’ayant rien à ajouter pour répondre à **Cha,** dans le même tour de

parole, il reprend son rôle d'enseignant par un mouvement topogénétique ascendant, et s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « vous ». Il répond maintenant à la première question de **Cha**. Il se trouve en difficulté d'expliquer. Il fait un mélange de langage dans ses paroles. Il parle en mathématicien et abuse du langage parlé pour faciliter la tâche aux élèves. Il confond dans son discours le « double produit » et le « facteur commun ». Il répète trois fois dans une même phrase que factoriser « *ce n'est pas facile* ». Voulait-il par ceci inciter les élèves à travailler davantage la factorisation ou se trouver une excuse pour la difficulté de s'exprimer ? Il institutionnalise une deuxième fois la « forme-produit » après la transformation (ζ). Il s'arrête devant les délimitants grandes et petites parenthèses rondes, et trace le signe (×) pour séparer l'assemblage *amont* de celui *aval* (TP 333). Il est conscient que factoriser c'est une transformation de la « forme-énoncé » à la « forme-produit ». Mais, le feu rouge ne s'allume pas à ce stade, il faut par « *contrat* », donner une réponse plus « *lisible* », pour cela il faut déchiffrer les sous assemblages. Tout travail incomplet sera pénalisé. Nous trouvons qu'il donne la même importance à la réduction des termes semblables de chaque assemblage qu'à la transformation de la « forme-énoncé » à la « forme-produit ».
Il se comporte une deuxième fois en élève ignorant suite à l'intervention de **Es** (TP 336) qui le place dans l'embarras. C'est lui qui leur a appris de développer la « forme-produit » pour retrouver « la forme-énoncé ». Pour lui, c'est l'imagination qui rend ce passage possible. Il avoue qu'il y a des calculs difficiles à refaire dans le sens opposé. Bien que la cloche ait sonné, il ne clôt pas son discours, et emporte les élèves dans un déchiffrement pour retrouver la forme (a + b)(c + d). Ce travail fut interrompu par l'intervention de **Ti,** à laquelle il ne répond pas. Il renvoie le travail de factorisation à la résolution des équations qui sera le prochain chapitre et clôt en ce point son discours.

Cha se trouve en grande difficulté. Elle est complètement perdue dans ce qui a été fait et dit dans l'épisode précédent. Comme si elle est dans un labyrinthe et ne trouve plus la sortie. Elle suit l'enseignant dans ses explications et s'arrête devant l'expression (x + 7)(3x + 2)(4x – 1) + (x + 4) et pose sa question en public « *Comment on peut faire ici* ? ».
Es se trouve coincé par la question sur le sens du mot « Factoriser ». Il ne réalise pas que le blanc entre une parenthèse fermée et une deuxième ouverte remplace le signe (×) dont l'écriture n'est pas nécessaire. Par contre opérationnellement il est présent. Sa question au TP 336 montre qu'il travaille par analogie. Il a appris à vérifier la réponse factorisée.
Er se trouve en manque du lexique mathématique dans sa première réponse. Pour lui, factoriser c'est « *mettre entre parenthèse* ». Par contre pour **Si** c'est « *mettre en facteur* ». Cette réponse fait penser **Er** à la multiplication.
Ti intervient en dernier. Pour lui, « *développer, c'est faire un calcul* », par contre, il n'a aucune conception pour « *Factoriser*».

La première période est terminée et l'explication du cours aussi. La deuxième période est consacrée pour un entraînement sur la factorisation en utilisant les IRC. Il travaille l'exercice 7 du Doc 1. Il fait passer des élèves pour travailler au tableau.
Observons dans ce qui suit la manière de faire des factorisations par les élèves.

Septième séance d'enseignement, période 2
Enseignant EnF2

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
58 ; 10	339 - 360	Annonce du travail de l'exercice 7 du Doc 1	L'enseignant remet pour vendredi l'interrogation qu'il a prévu faire aujourd'hui, pour avancer dans le travail de factorisation. Ainsi les questions porteront sur la factorisation et le développement. Il demande des élèves de prendre le Doc 1 pour faire ex 7.
H1 ; 0 ; 29	360 - 373	**Factorisation de $9x^2 + 30x + 25$**	**Es,** au tableau, écrit l'expression et la déchiffre ainsi **$9x^2$** est **a^2**, **25** est **b^2**, et enfin **30x** est **2ab**. Il écrit les symboles par-dessus, et ainsi il reconnaît que c'est « la première identité ». Il trace après le signe (=) $(\quad + \quad)^2$ puis écrit **3x** et **5** chacun dans son emplacement par rapport au signe « la croix ».
H1; 2 ; 15	374 - 383	**Factorisation de $49x^2 – 14x + 1$ et institutionnalisation du contrôle du double produit et des signes.**	**Cha** désire elle-même choisir l'exercice**.** Elle fait la même technique que **Es.** Elle trouve **$(7x – 1)^2$**. L'enseignant arrête **Cha** qui voulait retourner à sa place. Il lui fait remarquer la vérification de la réponse, du signe qui sépare **7x** et **1**. **Ti** voit qu'il y a un signe (-) devant 1, **En** en profite pour montrer aux élèves une des expressions qu'ils ne peuvent pas factoriser.
H1 ; 4 ; 23	384 - 407	Factorisation de $x^2 – 9$	L'enseignant appelle **Pal** pour passer au tableau. Elle refuse sous prétexte qu'elle a « un problème avec ça ». Par un processus d'accompagnement, l'enseignant aide **Pal** à choisir une des trois identités nommées par leur ordre de classement. L'élève choisit la dite troisième et écrit **$(a + b)^2$** sous l'expression, mais elle ne tarde pas à effacer la puissance pour écrire (a – b) suite à un souffle. L'enseignant interagit avec **Pal** pour trouver la réponse « forme-produit » que lui souffle un de ses camarades.
H1 ; 6 ; 51	407 - 420	**Factorisation de $9 – 12x + 4x^2$**	**Li** au tableau, elle écrit l'expression suivie du signe (=) et **(2x)**, puis **$(3 – 2x)^2$**. Cette réponse conduit à un déséquilibre entre les élèves, certains disent « ça marche » et d'autres « ça marche pas ». Même **Li** hésite. Sous la demande de l'enseignant elle vérifie mentalement le double produit et s'assure que sa réponse est correcte.
H1 ; 8 ; 40	421 - 449	Explication de la différence entre a – b et b – a	L'enseignant suite à la question de **Es**, explique qu'il veut la réponse en une seule étape. **Cha** pose la question de l'ordre. L'enseignant écrit l'expression dans l'ordre décroissant des puissances pour montrer que $(3 – 2x)^2$ et $(2x – 3)^2$ sont égaux. Mais lui,

			dans son discours,h il ne fait pas intervenir les puissances. La question d'opposé se pose et **Si** met en jeu le savoir des distances à zéro. Il énonce la règle à la fin du discours « les expressions sont opposées, mais quand vous élevez au carré, ça donne le même résultat » Donc $\mathbf{(3 - 2x)^2 = (2x - 3)^2}$.
H1 ;12 ; 37	450 - 457	Factorisation de $64 - 9x^2$	**Ad** au tableau, il reconnaît tout de suite que c'est la « troisième ». IL procède par analogie à ses camarades. Il écrit par-dessus les monômes leur symbole, et réussit la « forme-produit ». **Mar** pose dans un dialogue avec l'enseignant en privé la question de l'ordre de l'expression dont parle l'épisode suivant.
H1 ; 14	457 - 470	Factorisation de $16 + 25x^2 + 40x$	**Liz** au tableau, elle fait la correspondance avec $\mathbf{(a + b)^2}$ pour laquelle **Do** n'est pas d'accord, il crie « Impossible ». **Liz** continue son travail et donne $\mathbf{(4 + 5x)^2}$ comme réponse de factorisation. Et se défend en vérifiant que le double produit est bien $4 \times 5x \times 2 = 40x$. La classe est bruyante, il semble que les élèves ne s'intéressent pas à ce travail. L'enseignant rappelle sa remarque qui est toujours au tableau « bien identifier le double produit ».
H1 ; 16 ; 19	470 - 489	Factorisation de $\frac{1}{9}x^2 - \frac{25}{16}$	**Ti** au tableau, mais **Es** produit un arrêt par sa question $\mathbf{16 + 25x^2 + 40x = (5x+ 4)^2}$. **Ti** trouve que cette expression est dure, il « pense que c'est la troisième ». L'enseignant l'accompagne pour trouver les racines carrées et donner la « forme-produit ».
H1 ; 18	489 - 567	**Factorisation de $\mathbf{(3x + 1)^2 - (4x - 5)^2}$**	**Do** au tableau, il écrit l'expression suivie de $\mathbf{= (3x + 1) - (3x + 1) \times (4x -}$ L'enseignant l'arrête à ce point, et **Do** a remarqué qu'il a « embrouillé ». Par un processus d'accompagnement, l'enseignant fait sortir **Do** de l'embarras. Il l'aide à retrouver la formule qui sera à la base de son travail, et par identification l'enseignant trouve la réponse que **Do** avoue n'avoir rien compris. L'enseignant dialogue uniquement avec **Do**, et lui explique la procédure du travail. L'enseignant pour assurer la progression de l'apprentissage, il modélise $\mathbf{A^2 - B^2}$ par $\Delta^2 - O^2$ Pour dire qu'une formule peut être modélisée par n'importe quoi. Le problème de **Do** n'est pas ça, et il n'arrive pas à exprimer qu'est ce qui l'embrouille. L'enseignant essaye de son mieux, pour faire sortir **Do** de sa difficulté.
H1 ; 35 ; 34	568 - 570	Factorisation de $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$	**Ch** au tableau travaille en silence et réussit la factorisation. L'enseignant fait remarquer à **Do** que c'est « exactement le même modèle ».
H1 ; 40	571 - 590	Factorisation de $(7x + 3)^2 - 25^2$	**Ti** au tableau, il écrit ses premiers assemblages correctement sans tracer le signe (=). Mais il ne tarde pas à douter de sa

			réponse. C'est **$25x^2$** il est conscient que sa racine carrée est **5x**, mais le **25** doit paraître dans les deux assemblages de la « forme-produit » par analogie à **(7x + 3).** L'écriture **$(7x + 3)^2 – (5)^2$** de l'enseignant a débloqué **Ti** qui continue son travail sans aucun souci et sans mettre le signe (=) entre les écritures que l'enseignant trace après. L'enseignant accepte la réponse **(2x + 3)(12x +3)**, il fait remarquer qu'il est possible de mettre **3** en facteur, mais il n'insiste pas.
H1 ; 42 ; 50	590 - 643	Factorisation de $x^2 – 6x + 9 + (x – 3)(x + 1)$	« On adopte un nouveau style de problème » dit l'enseignant. Pour **Liz** c'est nouveau par ce qu'il y a des parties sans parenthèses. **Er** vient à l'aide de **Liz** pour dire que ce travail est comme tout ce qui a été fait avant « c'est développé, il faut factoriser une partie. ». Devant l'écriture $(x – 3)^2 + (x – 3)(x + 1)$ **Liz** est capable de travailler, elle déchiffre le carré et souligne le binôme facteur commun. Quelqu'un lui souffle de mettre des crochets pour faire les assemblages.

Pour l'avancement de l'apprentissage, l'enseignant cède la charge du tableau aux élèves pour un travail d'application de la fiche d'exercice (Ex 7, Doc 1). (H1) Il rappelle qu'il ne faut pas oublier de vérifier le double produit à la fin de chaque factorisation. Il profite de l'expression $9 – 12x + 4x^2$ (H1 min 14) pour parler de l'ordre des termes d'une expression et de l'égalité entre le carré de deux nombres opposés. (H1 min 14) l'ordre des termes se pose encore une fois avec $16 + 25x^2 + 40x$. L'enseignant modélise la différence des carrés de deux binômes par $A^2 – B^2$ (H1 min 20), mais cette modélisation n'a pas aidé, il se sert d'un autre modèle, il trace $\Delta^2 – O^2$ pour dire que le modèle est le même, « La formule est la même, on peut mettre n'importe quoi ». Il rappelle qu'il faut réduire les termes semblables de chaque assemblage en respectant les règles de signe. Avec l'exemple $(7x + 3)^2 – 25x^2$ (H1 min 40) une nouvelle difficulté se pose. Le comportement de 25 pourquoi diffère-t-il de celui de (7x + 3). L'écriture $(7x + 3)^2 – (5x)^2$ résout le problème. L'enseignant devant la réponse (2x + 3)(12x + 3) se comporte différemment que les séances précédentes, il fait remarquer que la factorisation par 3 est possible, mais pas obligatoire. (H1 min 43) Il place les élèves dans un milieu antagoniste : une double factorisation avec l'expression $x^2 – 6x + 9 + (x – 3)(x+ 1)$. La factorisation de $x^2 – 6x + 9$ replace les élèves dans une situation connue. L'enseignant accepte la réponse « forme-produit » (x – 3)(2x – 2) sans aucun commentaire.

H 1 sec 29 Factorisation de $9x^2 + 30x + 25$

..//..

365	**Es**	Alors, ça c'est a, au carré, et celui là, c'est bbb, au carré (il trace une flèche de $9x^2$ et écrit a^2, et une autre de 25 et écrit b^2) et celui là, et celui là c'est deuuux aaab (il trace aussi une flèche de 30x) Donc, c'est la première identité (il écrit $a^2 + 2ab + b^2$)

..//

371	**En**	..//.. Alors ça donne (Es trace des parenthèses avec un signe plus au milieu (+))
372	**Es**	Trois x, plus, euhh, cinq (il écrit dans les parenthèses 3x et derrière le plus 5 et puis il met l'exposant deux $(3x + 5)^2$)

373	**En**	Trois x plus cinq au carré

La topogenèse définit l'action de **Es** qui réussit à factoriser $9x^2 + 30x + 25$. Il applique la « manière de faire » de l'enseignant. Il recherche le carré qui se symbolise par a^2, puis celui qui se symbolise par b^2, et celui qui reste est deux ab. Il utilise l'ostensif graphique, les flèches, par analogie à **En** pour relier les nombres aux symboles, et aussi il prépare son assemblage délimité par un couple de parenthèses rondes, à l'intérieur duquel il trace le signe (+) pour séparer l'*amont* de l'*aval*, pour après écrire chaque racin carrée dans son emplacement.

H 1 min 2 sec 15 Factorisation de $49x^2 – 14x + 1$

..//..

379	**En**	Ben, oui, ce que je te demande de venir faire, le suivant (**Cha** passe au tableau) Alors, quarante neuf x carré moins quatorze x plus un (**Cha** écrit en même temps que l'**En** dicte $49x^2 – 14x + 1$, sans rien dire, elle trace une flèche de 49 x^2 et écrit a^2, une flèche de 1 et écrit b^2, une flèche de 14 x et écrit 2ab, puis = $(7x – 1)^2$) Donc, tu nous dis que le quarante x carré, c'est le a carré, le un c'est le b au carré et le deux ab c'est quatorze xeuh Tu nous écris, parenthèses sept x moins un au carré (**Cha** s'apprêtait à rejoindre sa place) Il faut bien s'assurer, hein, souvenez-vous de ce qu'on a dit dans la première heure, mentalement, vérifie bien que ton calcul est juste, c'est-à-dire en gros, est ce que le double produit c'est bien celui qui est attendu ? Est-ce que c'est bien quatorze x ? Ce qui est le cas ici. Est-ce que c'est bien trente x, ce qui est le cas ici aussi (il montre l'expression précédente, factorisée par Es, qui est toujours au tableau) Mais, il faut bien vérifier, sinon hein, il peut y avoir de petits problèmes On est d'accord sur le signe plusss, trois x plus cinq, et sept x, moins, un

Cha prend la charge du tableau. Elle travaille par analogie à l'enseignant et à **Es**. Elle applique la « même manière de faire » et n'oublie pas de tracer l'ostensif graphique « les flèches » pour relire les nombres à leurs symboles. Elle travaille en silence et réussit la factorisation.
En se comporte en enseignant, il publie la réponse de **Cha** en lisant les parenthèses. Il attire l'attention de **Cha,** ainsi que l'ensemble classe sur le contrôle du double produit et sur son signe. Il n'a pas oublié la technique qu'avait proposée **Cha** en première période. Pour approcher le rapport des élèves à la vérification de la validité du double produit, il explicite celui de cette expression et retourne à l'expression précédente. Par un mouvement topogénétique descendant, il se place au niveau des élèves pour accorder le signe (+) qui sépare l'*amont* de l'*aval* dans la « forme-produit ».

Observons dans l'épisode suivant la conception de **Li** sur le double produit.

H 1 min 6 sec 51 Factorisation de $9 – 12x + 4x^2$

407	**En**	..//.. Alors, le suivant, neuf, neuf moins douze x (**Li** n'a pas écrit encore) Donc, neuf (il l'attend 5 sec pour qu'elle commence à écrire) Neuf moins douze x, plus quatre x carré (**Li** écrit $9 – 12x + 4x^2 = (\quad 2x))$ Donc, tu écris parenthèses deux x (**Li** remplit ses parenthèses ainsi $(3 – 2x)^2$) Donc, elle écrit trois moins deux x, entre parenthèses, au carré
407	**En**	..//.. Alors, le suivant, neuf, neuf moins douze x (**Li** n'a pas écrit encore) Donc, neuf (il l'attend 5 sec pour qu'elle commence à écrire) Neuf moins douze x, plus quatre x carré (**Li** écrit $9 – 12x + 4x^2 = (\quad 2x))$ Donc, tu écris parenthèses deux x (**Li** remplit ses parenthèses ainsi $(3 – 2x)^2$)

		Donc, elle écrit trois moins deux x, entre parenthèses, au carré
408	**Es**	Est-ce que
409	**El**	Non, ça marche pas
410	**En**	Attends, attends, elle n'a pas fini, alors vas-y (il s'adresse à **Li**)
411	**Li**	Ça marche pas Parce quee
412	**Do**	Si, ça marche
413	**Li**	Oui, ça marche
414	**En**	Alors pourquoi ça marche ? Pourquoi ça marchait pas ? Qu'est ce que tu voulais vérifier ?
415	**Li**	Je pensais que ça faisait pas douze
416	**En**	Si, au niveau du double produit ?
417	**Li**	Oui, c'est ça
418	**En**	C'est au niveau du double produit. Tu pensais que ça ne faisait pas douze, douze x, c'est autre chose
418	**Li**	Oui, maintenant je pense que c'est douze
420	**En**	Tu penses que c'est ça, t'as raison Donc, elle a vérifié, elle a vérifié son double produit. Et elle, euh, elle euhh, elle a pensé que ça fait pas douze, donc « je me suis trompée »

L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – 2ab + b^2$. L'enseignant dialogue uniquement avec **Li** qui travaille en silence à sa « manière de faire ». Elle prépare son assemblage, elle trace les parenthèses rondes, et puis écrit dedans du côté droit 2x, et puis du côté gauche 3 en laissant de la place pour le signe (-) qu'elle trace avant d'écrire l'exposant 2. Sa « manière de faire » diffère de celle de **En**. Il semble qu'elle n'est pas sûre de sa réponse. Les dictions d'un élève « *ça ne marche pas*», la place dans l'hésitation, elle essaye de justifier en public pourquoi pour elle « *ça ne marche pas* », mais elle se tait un instant, puis elle reprend la phrase de **Do** « *ça marche* ». Il se peut qu'elle a vérifié le double produit en silence, puisqu'elle répond à **En** « *Je pensais que ça faisait pas douze* », et il se peut qu'elle reprend ce que les autres soufflent. Elle n'arrive pas à dire « le double produit », elle se contente de dire « 12 ». Elle « *pense* » que son travail est bon à la suite de l'intervention de **En** qui parle de « *double produit* ».

En accompagne **Li** dans son travail, il joue le rôle d'analyste. Il parle en mathématicien pour compléter l'idée de **Li**. Il accepte sans aucune justification sa réponse finale**,** bien que l'affirmation ne soit pas claire, elle est camouflée par la pensée.

L'épisode suivant est de 79 tours de parole, nous allons le découper pour pouvoir l'analyser.

H 1 min 18 Factorisation de $(3x +1)^2 – (4x – 5)^2$

Dans cette partie, nous retrouvons **Do**, en élève studieux qui récite correctement la formule, mais désormais, il ne sait pas comment l'appliquer.

489	**En**	..//.. **Do**, vous venez nous faire le suivant Donc, trois x plus un au carré, entre parenthèses, trois x plus un tout ceci entre parenthèses au carré, moins, ouvrez la parenthèse, quatre x moins cinq, fermez la parenthèse au carré (**Do** écrit ce que dicte l'**En** $(3x +1)^2 – (4x – 5)^2$ (F), puis = ((3x + 1) – (3x + 1) × (4x -) Alors, tu nous écris, trois x plus un entre parenthèses, moins entre parenthèses, trois x plus uuun. Tu écris quatre x moins
490	**Cha**	Monsieur

491	**En**	On le laisse terminer Quatre x moins ciiinqqqqq
492	**Bj**	Non Do, c'est pas un moins là, il n'y a rien, c'est facteur (**Do** efface le signe moins entre (3x + 1) et (3x + 1))
493	**En**	Ah !! Donc, tu écris, trois x plus un, fffois, trois x moins un
494	**Do**	(il s'arrête d'écrire à (3x + 1) (3x + 1) × (4x -) (F1)) C'est bon, on a embrouillé
495	**En**	Ah ! On a embrouillé (**Do** voulait tout effacer) Non, non laisse, laisse le, le **Do** à quelle identité remarq, pour factoriser quelle identité remarquable mets-tu en avant ?
496	**Do**	C'est la troisième
497	**En**	La troisième. Donc, rappelle-nous la troisième, c'est
498	**Do**	a carré moins b carré
499	**En**	a carré moins b carré, et c'est égal à (il écrit en jaune $A^2 – B^2$)
500	**Do**	a moins b
501	**En**	a moins b
502	**Do**	a plus b
503	**En**	a plus b (il continue à écrire en jaune (A – B)(A + B)) Alors, si tu repères la troisième, pour la factorisation, puisque a moins b, facteur de a plus b. A la place de A, on a mis quoi, enfin, j'ai mis quoi dans l'exercice qui est ici (il montre (F)). A la place de A, qu'est ce que j'ai mis ?
504	**Do**	Trois x moins un au carré
505	**En**	Plus un
506	**Do**	Plus un au carré
507	**En**	Donc, a au carré, c'est trois x plus un au carré, et le B au carré, c'est quatre x moins cinq au carré. D'accord, est ce que tout le monde est d'accord avec, avec, enfin, avec ce que **Do** m'a soufflé ? si j'ose dire, c'est trois x plus un au carré c'est le A au carré, quatre x moins cinq au carré, c'est le B au carré
508	**Do**	Oui
509	**En**	D'accord, donc, ça veut dire ici il y a le carré, ici il y a le carré (il montre les binômes de (F)), ça veut dire que le A, c'est trois x plus un, entre parenthèses, et le b, c'est quatre x moins cinq, entre parenthèses. D'accord **Do**, donc je crois t'as pas d'écrire ça, (il montre (F1)), car quand tu écris ça, tu pars, enfin, je vais pas dire sur une fausse piste, mais tu vas perdre beaucoup d'énergie, tu vas simplement réécrire, A moins B facteur de A plus B, en remplaçant le A par trois x plus un entre parenthèses, et en remplaçant le B par quatre x moins cinq entre parenthèses (il explique en faisant la correspondance formule/binôme avec ses mains)
510	**Do**	Euuuuhhh !! (il est complètement perdu et retourne à sa place tout en fixant son regard sur le tableau pour essayer de comprendre) (on entend des rires de partout)
511	**En**	Alors, quand tu as
512	**Do**	Je n'ai rien compris à présent

L'enseignant dialogue directement, avec **Do**, avec le pronom « tu ». Il refuse les interventions d'autres élèves. Il ne permet pas à **Do** d'effacer le tableau, pour refaire. Il négocie à la baisse pour mettre **Do** dans le bon chemin. Il reprend à chaque fois les dictions de **Do**, et les renvoie au groupe classe pour avoir l'accord « *est ce que tout le monde est d'accord* ». Avec une certaine diplomatie, il fait comprendre à **Do**, qu'il ne faut pas expliciter la puissance 2, et de faire directement à partir de la « forme-énoncé » la transformation (ζ) afin d'avoir la « forme-produit » visée.

Il utilise la couleur jaune pour mettre en relief la formule, qu'il écrit en lettres majuscules. C'est la deuxième fois qu'il se sert de A et B. Il semble qu'il réserve les premières lettres minuscules pour les monômes, et celles majuscules pour les binômes. Il se sert aussi d'un ostensif gestuel, il relie les binômes aux lettres de la formule par des flèches tracées en l'air.

La topogenèse définit l'action de **Do**. Il explicite la puissance en une soustraction. Expliciter une puissance de deux en un produit de termes identiques est un travail que les élèves mènent pour développer et non pas pour factoriser. **Bj** ne donne pas de l'importance à la remarque de **En**, il se comporte en enseignant et corrige l'erreur à **Do**. Pour **Bj** le « *rien* » entre les deux délimitants parenthèses rondes signifie « *facteur* ». **Do** répond aux attentes de **En**, il formule correctement « *la troisième* », et donne à chaque lettre de la formule son nombre. Sa déclaration au dernier TP est étonnante, il paraît qu'il n'a pas assimilé le discours de l'enseignant, il se permet de retourner à sa place, sans permission et sans avoir fini ce qu'il devait faire au tableau. Tellement il est inquiet pour la solution, qu'il prend son chemin en marche arrière, en regardant le tableau, peut être il pourra trouver de quoi il s'agit.

513	**En**	On y recule **Do** **Do**, on y recule (il retourne au tableau) Alors, est ce que tu es d'accord que c'est la troisième (toute la classe rit) Chuchuchu, on est bien d'accord, tu as bien repér é la, tu as bien repérer la, la, attends, attends (le bruit s'élève de plus en plus) **Bj**, alors, alors (3 sec d'attente pour que les élèves se calment un peu) Donc, **Do** a bien repéré la troisième identité remarquable, c'est bien A carré moins B carré. Donc, ça, on est d'accord Donc, A carré, c'est trois x plus un au carré, et B carré, c'est quatre x moins cinq au carré, avec le signe moins qui est ici, le signe moins qui est là (il identifie les signes moins de la formule et de (F)), nos petits trucs ici, A carré, on retrouve là, le B carré on le trouve ici (toujours il identifie la formule avec les termes de (F)). D'accord Donc, on a bien notre identité remarquable, telle que tu l'as repérée. Donc, ça, c'est un bon point. Alors, ensuite, tu sais que cette expression qui est ici (il montre $A^2 – B^2$), tu peux la factoriser sous la forme A moins B facteur de A plus B, c'est toi qui m'as dit que c'est comme ça. Mais, moi, j'ai pas donné A, j'ai pas donné B, J'ai donné avec trois x plus un, et j'ai donné avec quatre x moins cinq Donc, si tu appliques ta formule, à la place de A, c'est un peu comme la substitution, si tu veux, à la place de A, tu vas mettre trois x plus un

L'enseignant, par un ton autoritaire, fait retourner **Do** au tableau, et calme l'ensemble classe. Il dialogue avec **Do**, tout en lui renvoyant à chaque fois le travail. Il a essayé de l'aider à dévoluer. A la fin de son discours, par une indication d'effet Topaze, **En** essaye de rapprocher **Do** de la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$. Il lui parle en mathématicien « *c'est un peu comme la substitution* ».

Il semble que certains élèves de la classe sont dans le même cas que **Do**. Preuve en est, il parle entre eux et à voix haute.

514	**Do**	Oui (il dit son oui avec une grimace)
515	**En**	Il dit oui, mais il n'est pas convaincu, hein Il dit avec une grimace, il a l'air dire : je vais peut-être bien vous faire plaisir, mais, je suis pas convaincu
516	**Do**	Oui, c'est un tout petit peu ça
517	**En**	Hein, c'est un tout petit peu ça pour l'instant. Mais à la place de A, Tu vois c'est exact, les garçons là, s'il vous plait C'est exactement la même formule, dans le mot formule, il y a le mot forme. C'est le même modèle. Si tu veux, je peux mettre A, je peux mettre des formules, je vais mettre un petit dessin si tu veux, le dessin, je peux mettre un petit triangle au carré, moins un petit rond au carré (il trace $\Delta^2 – O^2$), et je pourrai mettre n'importe quoi, d'accord Chutt, s'il vous plait. (perte de 14 sec, problème de technique du dictaphone) Ce qu'il faut bien voir, lorsqu'on donne les formules des identités remarquables, ce qu'il faut voir, c'est l'organisation des calculs, ça traduit une organisation des calculs, le fait qu'on met des lettres, on pourra mettre n'importe quoi, comme j'ai pris un petit triangle et

		un petit rond
518	**Do**	Ça j'ai compris, mais quand on passait de (il montre (F))
519	**En**	Ça t'as pas compris. Alors les signes c'est quoi ? Quel signe t'énerve ? Lequel t'énerve ?
520	**Do**	Tous les moins et le plus
521	**En**	Ici, le signe de trois x plus un, celui là, ou le signe moins (il montre les signes et les binômes de (F))
522	**Do**	Non, non, c'est pas ça
523	**En**	Quoi alors ?
524	**Do**	C'est après, quand on fait
525	**En**	Donc essaye d'écrire pour voir
526	**Do**	Non
527	**En**	Si, tu vas voir, tu vas t'en sortir, tu vas voir, vas-y Alors qu'est ce que tu écrirais pour appliquer ça (il montre la formule de $A^2 – B^2$) Donc, il y a des grandes parenthèses ici, à la place de A, qu'est ce que je mets ?
528	**Do**	Trois x plus un
529	**En**	Donc, parenthèse trois x plus un, ensuite, je recopie la formule bêtement, si j'ose dire. Je dis bêtement, je veux dire sans réfléchir
530	**Do**	Après si on a moins, on change les signes, non ?
531	**En**	On va voir, pas trop de choses à la fois Donc, moins, après c'est qui, c'est quoi le b ?
532	**Do**	Ben, quatre x moins cinq

Dans cette partie, **En** est toujours en dialogue direct avec **Do** qui est devant le tableau. Le « *oui* » de **Do** ne l'a pas convaincu. Il publie l'action de **Do** en commentaire. Il donne un sens au mot « formule » et utilise de petits dessins à la place de A et B, dans le but d'aider **Do** à s'approprier la « manière de faire ». Il introduit un nouveau sens pour la symbolisation des lettres « *ça traduit une organisation des calculs, le fait qu'on met des lettres*». Il parle d'organisation des calculs due à la présence des lettres, puis il reformule la formule avec de petites figures géométriques. Il négocie à la baisse avec **Do** pour comprendre sa difficulté, et lui demande de travailler au tableau la factorisation. Il le calme et l'encourage pour travailler. Il utilise de « *grandes parenthèses* » pour délimiter les deux assemblages, et des « *parenthèses* » pour délimiter les sous-assemblages. Il officialise sa manière de faire : « je r*ecopie la formule bêtement,…, sans réfléchir* ». Voilà comment **EnF2** institue la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$.

Do répond par « oui » pour faire plaisir à l'enseignant, il le confirme au TP516. Au TP 518, il affirme sa compréhension pour la formule (du fait qu'il l'a bien récitée dans la partie d'avant). Ce sont les signes qui font obstacle à sa compréhension. Avant d'écrire les assemblages et leurs sous-assemblages, il annonce son problème qui est l'interprétation des signes des sous-assemblages. Tellement il s'inquiète sur le calcul, qu'il demande « *Après si on a moins, on change les signes, non* ? ».

Un second long discours pour l'enseignant.

533	**En**	Quatre x moins cinq. Effectivement, t'as bien senti qu'il y avait quelque là, qu'il y avait quelque chose auquel il faut faire attention, qu'il faut faire quelque chose avec le signe moins. Après, qu'est ce qu'il faut écrire, j'ai écrit A moins B, donc, j'écris (**Do** ne répond pas) C'est le même A, donc trois x, c'est le même A, il n'a pas changé Le A, le A qui est ici (il montre $A^2 – B^2$), le A qui est là (il montre (A – B)) et le A qui est là (il montre A + B)), c'est la même, la même chose, donc c'est toujours trois x plus un. Et le B, qu'il soit là ou qu'il soit là, ou là (il montre les mêmes formules que pour A), c'est toujours quatre x moins cinq. D'accord, **Do**, il n'y a pas de changement de signes pour l'instant. Le signe qui change est le signe de A moins B et le signe de A plus B (il montre

		les formules). Le A et le B sont toujours les mêmes pour l'instant Donc, je vais écrire, grandes parenthèses, parenthèse trois x plus un, moins parenthèse quatre x moins cinq. Eh ben, la deuxième grande parenthèse, parenthèse trois x plus un, plus parenthèse quatre x moins cinq (il efface tout ce que **Do** a écrit et à côté de (F) il écrit = ((3x – 1) – (4x – 5))((3x + 1) + (4x – 5)) Donc, tu vois bien **Do**, on a bien la même expression, le A est le même, trois x plus un, et le B est le même, quatre x moins cinq. Pas de problèmes Après, tu m'as dit, oui, il y a des parenthèses, il faut changer les signes, etc. Oui, je suis d'accord, parce que dans les grandes parenthèses, on peut mettre des crochets, c'est pareil (il trace des crochets), je supprime les petites parenthèses. Alors, là maintenant, je fais attention, parce que les petites parenthèses, quand je les supprime, il faut que je regarde si, le signe devant la parenthèse c'est un signe moins, ou si c'est un signe plus. Si c'est un signe moins, je dois changer tous les signes qui suivent et si c'est un signe plus, on ne change rien. C'est à ce moment là que je fais des changements

L'enseignant publie à l'ensemble classe le remplacement des symboles par leur valeur numérique, en s'adressant toujours à **Do**, il lui parle par le pronom « tu ». Par un processus chronogénétique / topogénétique descendant, il dialogue avec le pronom « je ». Il attire l'attention de **Do** sur le signe (-) devant le 5 dans (4x – 5). Il explique les symboles utilisés (les lettres A et B), et les montre avec son doigt dans les formules développées et factorisées. Il insiste sur le fait que le même symbole remplace partout le même nombre. Il demande l'accord de **Do** et lui renvoie le travail. Il délimite ses assemblages par de « *grandes parenthèses* » et les sous assemblages par des « *parenthèses* » qu'il caractérise par « *petites parenthèses* » et qu'il « *supprime* » lors de la réduction des sous assemblages. En plus, il suggère de les remplacer par deux couples de crochets. Il se charge du tableau qui lui sert d'un « lieu de travail », pour écrire la « forme-produit » intermédiaire[102]. Il explique les règles des signes.

H 1 min 42 sec 50 Factorisation de $x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(x + 1)$

579	**En**	..//.. (9 sec perdues pour que **Liz** décide sur quelle partie du tableau elle va écrire) Alors, on a x carré moins six x, plus neuf, plus, ouvrez la parenthèse, x moins trois, facteur de, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse, x plus un, fermez la parenthèse (**Liz** écrit $x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(x + 1)$) Alors là, on adopte un nouveau style de problème Pourquoi **Liz**
580	**Liz**	Parce que là c'est sans parenthèses (elle montre $x^2 - 6x + 9$) et là, il y a des parenthèses (elle montre $(x - 3)(x + 1)$)
581	**En**	Voilà, on se retrouve avec des parenthèses, x moins trois, facteur de x plus un, et on se retrouve avec x carré, moins six x plus neuf Alors, vous pourrez dire quoi de x carré moins six x plus neuf ?
582	**Liz**	Non, je sais pas
583	**En**	Alors, **Er**
584	**Er**	C'est comme les problèmes qu'on a vus avant, c'est développé, il faut factoriser
585	**En**	Il faut factoriser, oui
586	**Er**	C'est une partie
587	**En**	Ah !!! Oui, il faut factoriser une partie, c'est-à-dire dans x deux moins six x plus neuf**,** **Er** tu as reconnu quelque chose ?
588	**Er**	Ah, oui !!! C'est, laaa deuxième factorisation, que cette partie là (il montre du doigt $x^2 - 6x + 9$), parce que, à droite, euuh, c'est déjà
589	**Cha**	C'est déjà factorisé

[102] Nous voulons dire par intermédiaire : la « forme-produit » dont les sous assemblages ne sont pas réduits.

590	**En**	A droite c'est déjà factorisé Alors, je ne sais pas si tout le monde a compris. **Er** a dit que x carré moins six x plus neuf, c'est la deuxième factorisation, je pense qu'il voulait dire, c'est la deuxième identité remarquable que **Liz** a bien repérée maintenant, puisqu'elle écrit (**Liz** écrit en seconde ligne sans mettre =, (x – 3) + (x – 3)(x + 1)) Alors, fais un petit recul sur ce que tu as écrit, il me semble qu'il faut que tu rajoutes quelque chose
591	**Liz**	(elle fait un pas en arrière et regarde ce qu'elle a écrit) Ah !! Il y a un carré (elle ajoute la puissance 2 pour (x – 3), et elle essaye de retourner à sa place, mais l'**En** l'arrête)
592	**En**	Voilà, et il y a bien un signe égal devant Donc, **Liz** a bien repéré, euh, avec la remarque de **Er**, que x carré moins six plus neuf, c'est x moins trois au carré, plus, parenthèse, x moins trois facteur de x plus un Alors, est-ce que c'est factorisé maintenant, **Liz** ? Est-ce que c'est factorisé ?
593	**Liz**	Non
594	**Pal**	Non, il y a un plus
595	**Cha**	C'est factorisé en partie
596	**En**	Non, dit-on, il y a un plus, c'est **Pal** qui nous le dit C'est factorisé en partie, nous dit **Cha**, c'est factorisé en partie Mais moi, je veux pas que ça soit factorisé en partie, je veux que ça soit factorisé complètement Alors, **Ti**, on écoute s'il te plait
597	**Er**	On va faire euh, x moins trois facteur de, après, x moins trois plus x plus un
598	**En**	Voilà, c'est-à-dire que **Er** est en train de dire, bon, c'est pas complètement factorisé, mais il y a un facteur commun qui saute aux yeux, c'est x moins trois Alors, sur la totalité, comme dans les exercices qu'on a fait d'avant, je ne sais pas quand, on peut retrouver un facteur commun, qui est x moins trois. Alors, qu'est ce que ça donne ? x moins trois (**Liz** écrit x – 3) Le x moins trois, mets le entre parenthèses (elle trace les parenthèses) Qu'est ce que c'est que x moins trois au carré ?
599	**Er**	C'est x moins trois fois de x moins trois.
600	**En**	Oui, **Liz**
601	**Liz**	Euh, c'est x moins trois, facteur de x moins trois
602	**En**	Oui, x moins trois facteur de x moins trois, et après
603	**Cha**	Plus tout le reste
604	**Liz**	Non
605	**En**	Alors, écris plus tout le reste, **Cha** dit, plus tout le reste (**Liz** écrit (x – 3)(x – 3) +(x – 3)(x + 1)) Bon, **Ti**, j'aimerais qu'on soit un tout petit peu attentif Donc, si tu l'écris comme ça, est ce qu'il y a un facteur commun ?
606	**Liz**	Oui, x moins trois
607	**En**	Bon, alors, souligne le facteur commun (**Liz** souligne ainsi $\underline{(x – 3)(x – 3)}$ +(x – 3)(x + 1)) Non, non (il efface la ligne du second facteur et souligne le x moins trois du second terme ainsi ($\underline{x – 3}$)(x – 3) +($\underline{x – 3}$)(x + 1)) Alors, comment on factorise ça ?
608	**Liz**	x moins trois (elle écrit en seconde ligne (x – 3) et s'arrête, elle regarde ses camarades en demande d'aide)
609	**En**	Donc le facteur commun c'est x moins trois
610	**Es**	C'est kaaaa, plus k a
611	**En**	Donc, x moins trois entre parenthèses, et puis, maintenant qu'est ce qu'on va mettre, facteur de
612	**Bj**	Brackets
613	**En**	On te souffle de mettre des crochets, voilà, tu peux mettre des crochets (**Liz** ouvre un crochet et s'arrête) Ah !! Voilà qu'est-ce que c'est prendre des notes ? Voilà, qu'est-ce que c'est parlé avec sa voisine ? Voilà, qu'est-ce que c'est ? Hein !! (il s'adresse à **Liz** d'un ton fort et énervé) Alors, qui est-ce qui lui souffle ? **Er**

614	**Er**	Eh, ben, x moins trois
615	**En**	x moins trois (il écrit (x – 3) dans le crochet que **Liz** avait déjà tracé)
616	**Er**	Fermer les parenthèses, plus x plus un
617	**En**	Plus, parenthèse, x plus un, on ferme la parenthèse et on ferme le crochet ((x – 3)[(x – 3) + (x + 1)]) **La cloche a sonné**. Vous êtes d'accord
618	**Liz**	A ce moment là, c'est fini
619	**En**	A ce moment là, non
620	**Liz**	Non ?
621	**En**	Non, on n'a pas fini. Donc égal x moins trois (**Liz** écrit ce que l'**En** dicte), entre parenthèses, crochet, quand je fais les calculs, ça donne quoi ? Chuchuchch
622	**Es**	x au carré
623	**En**	Deux x moins deux (**Liz** écrit (x – 3)[2x – 2]) Merrrci Bien, vous terrrrminez cette série d'exercices pour vendredi

L'enjeu de cet épisode, qui se caractérise par des mouvements topogénétiques ascendants/descendants, est la factorisation d'une expression qui, pour se transformer en « forme-produit » visée, demande une factorisation partielle en premier. L'enseignant place les élèves devant une situation nouvelle (rappelons que cette expression est tirée du Doc 1). Tout le long de cet épisode, il renvoie le travail à l'élève qui le dit, et aux travaux précédents. Il cède le topo à **Liz** et l'accompagne dans son travail, mais n'oublie pas l'ensemble classe. Il fait plus qu'une remarque à certains élèves pour suivre. Il renvoie l'ignorance de **Liz** à la distraction.
En confirme la réponse de **liz**, et la publie à l'ensemble classe en se plaçant à son niveau en parlant avec le pronom « on ». Mais il ne tarde pas à retrouver son rôle d'enseignant, il s'adresse aux élèves par le pronom « vous » pour qu'ils recherchent la factorisation de $x^2 - 6x + 9$. Par une technique mésogénétique, il reformule l'idée d'**Er**, avec le même langage. Il parle de « *à droite, c'est déjà factorisér* » pour l'*aval*. Par une indication d'effet Topaze, il fait remarquer à **Liz** son erreur. Il se base, dans sa factorisation par un facteur commun binôme, sur la mémoire visuelle. Il demande de **Liz** de souligner le facteur commun. Il efface le soulignant faux sans aucun commentaire et continue pour officialiser la factorisation complète.

Quelques élèves participent au travail, ils soufflent des bonnes réponses à **Liz**. Par contre le reste de la classe est loin de s'approprier le travail. Il n'arrive pas à suivre l'enseignant. Il essaye de faire passer le temps par discussion sur des sujets qui n'ont aucun rapport avec le travail qui se fait au tableau.
Pour **Liz**, la nouveauté est la forme de l'expression, qu'elle caractérise par la présence et l'absence des délimitants, les parenthèses. Elle déclare son ignorance, mais ne tarde pas, grâce à l'aide de **Er**, à retrouver le bon chemin pour factoriser $x^2 - 6x + 9$. Elle ne réussit pas à donner la bonne réponse puisqu'elle n'a pas mis l'exposant 2 à (x – 3). Elle n'a pas tracé le signe de « deux traits » entre la « forme-énoncé » et l'expression qu'elle vient d'écrire. Elle n'arrive pas à continuer le travail, elle se trompe en soulignant le facteur commun. Elle écrit ce que ses camarades lui soufflent et ce que **En** lui dicte. **Er** vient au secours pour **Liz**. Il pense par analogie au travail précédent. Il publie un nouveau savoir : « *La factorisation en partie* ». Le mot « identité » lui manque, il le remplace par « factorisation » pour exprimer qu'il faut factoriser $x^2 - 6x + 9$ en utilisant l'identité $(a - b)^2$. Il désigne l'*aval* par « *la partie à droite* ». Il répond aux attentes de **En** et trouve la « forme-produit visée » que l'enseignant néglige pour permettre à **Liz** de

dévoluer. **Cha** aussi aide **Liz** plus qu'une fois, de même **Bj** qui lui souffle en anglais « *crochets* ».

- **Au Liban**

C - <u>Classe de quatrième, 1ère séance d'enseignement</u>
<u>Enseignant EnFL</u>
<u>Explication du développement des IRC</u>

Le Synopsis et le récit se trouvent aux pages 163-168.

Observons comment l'enseignante a introduit le nouveau savoir « Les identités remarquables ».

Min 0

1	**En**	Aujourd'hui, on va commencer, uuuneeuh, nouvelle notion, qui est très facile, que vous allez vous-même dégager la majorité des propriétés. Elle est très importante, pour cette année et pour les années à suivre Donc, vous allez fermer les livres et les cahiers maintenant, après à la fin vous allez prendre notes Donc le chapitre, c'est le chapitre onze, Qui s'intitule les identités remarquables, équations produits (elle écrit en même temps que ses dictions) Bien on va détailler, on va voir c'est quoi une identité remarquable et comment l'utiliser ? Bien avant on va se rappeler de quelque chose, qui a été déjà vu dans les années précédentes. Par exemple, **Mi,** si tu prends A égal, deux moins trois, facteur, trois x plus deux (elle écrit en même temps que ses dictions : A = (2x – 3)(3x + 2)). Ça, c'est le produit de deux facteurs, et **Mi** va le développer

L'enseignante par un mouvement topogénétique descendant introduit le travail du jour ainsi que les objectifs visés, en s'adressant à l'ensemble classe par le pronom « on ». La craie en main, elle situe le chapitre, énonce son titre et se charge de l'écriture au tableau. Elle annonce, en s'adressant aux élèves par le pronom « vous », qu'ils seront placés en situation de recherche des propriétés de la nouvelle notion, qui est « très facile ». Ainsi, elle balance la topogenèse aux élèves. Elle situe le travail des IRC après un rappel d'un savoir ancien, qu'elle appelle « *Chose* ». Elle invite **Mi** pour développer A = (2x – 3)(3x + 2) qui est « *le produit de deux facteurs* ».

Par la suite, elle change dans l'expression A, (3x + 2) en (2x – 3), et interroge les élèves sur les deux facteurs (2x – 3)(2x – 3). Un dit que ce sont « *deux facteurs communs* », un autre dit « *même facteur* », un troisième dit « *les nombres sont les mêmes* ». Enfin, elle annonce que « *ce sont deux facteurs identiques* », et érige vers un rappel sur les puissances de deux, pour dire que $(2x – 3)(2x – 3) = (2x – 3)^2$.

Observons la suite de cet épisode.

Min 5 sec 57 Introduire le développement des IRC

45	**En**	Très bien, c'est deux moins trois à la puissance deux (elle écrit $B = (2x – 3)^2$) Donc, ce produit, qui est le même, deux x moins trois, facteur de, deux x moins trois, que j'ai écrit deux x moins trois au carré, ça c'est une première forme d'une identité remarquable Donc, le deux x moins trois, c'est-à-dire, la somme de deux, ou bien la différence de deux

		monômes, qui est élevée à la puissance deux, est une identité remarquable Une autre forme d'identité, au lieu d'avoir ici (elle montre $(2x - 3)^2$), le moins, on peut avoir
46	**Els**	Plus
47	**En**	Le plus, très bien. Donc, aussi, il y a une autre forme, disons, deux x plus trois, le tout, au carré (elle écrit $C = (2x + 3)^2$). Et aussi, ça, c'est une identité remarquable, et encore, il y a une troisième identité, qu'on va voir Donc, ce sont, c'est le but de notre travail. Comment travailler avec un produit ou bien un facteur élevé à la puissance deux ? On va développer, on va factoriser, on va résoudre Vous êtes prêts ?
48	**Els**	Oui
49	**En**	Donc, les trois identités, qu'on va voir cette année, effectivement il y a sept identités, cette année, vous allez étudier trois, et l'année prochaine en brevet, vous allez étudier les quatre qui restent. Donc profitez pour bien comprendre Au lieu d'avoir, deux xxx et trois, je veux nommer mon deux x, a (elle entoure 2x et écrit en dessous a), et le trois, je veux le nommer b (elle entoure 3 et écrit en dessous b)

L'enseignante, par un mouvement topogénétique descendant/chronogénétique, introduit le nom des IRC « *la somme de deux, ou bien la différence de deux monômes qui est élevée à la puissance deux, est une identité remarquable* » à partir de $B = (2x - 3)^2$, $C = (2x + 3)^2$ et elle remet la troisième IR pour plus tard. Elle s'adresse au groupe classe par le pronom « on » et « je ». Elle introduit les trois objectifs de son cours « *on va développer, on va factoriser, on va résoudre* ». Elle renvoie l'accord aux élèves pour commencer « *Vous êtes prêts* ? ». Avant de commencer le travail, elle annonce aux élèves le programme de leur classe et celui de l'année d'après à propos des IRC. Puis, par un mouvement topogénétique ascendant, elle s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « je », pour passer du langage numérique au langage algébrique. Elle utilise les variables minuscules traditionnelles « a et b », pour dénoter des nombres (TP 49).

Par la suite, les élèves trouvent les deux IRC, et un élève qui refait sa classe a donné l'identité $(a + b)(a - b)$. Dans le tour de parole qui suit, l'enseignante institutionnalise les trois formules.

65	**En**	..//.. Bien. Donc le a moins b au carré, le a plus b au carré, la troisième identité, c'est a moins b, facteur de, a plus b (elle écrit en dessous de (I), $(a - b)(a + b)$). A noter que le a et le b, ce sont des monômes, c'est-à-dire, comme deux x, comme quatre x deux, comme cinq x trois (elle écrit $2x$, $4x^2$, $5x^3$). Ce sont des, le a et le b, qui, qui peuvent être ainsi

L'enseignante publie les trois IRC. Elle fait la remarque que les lettres sont des monômes. En donnant plus qu'un exemple de monômes elle institutionnalise que les lettres a et b, sont ainsi.

Elle choisit des élèves pour passer au tableau. Elle les accompagne dans le développement par distribution de $(a - b)^2$, $(a + b)^2$ et $(a + b)(a - b)$.

96	**En**	C'est le b qui est élevé au carré, seulement. Même si c'est le b qui est élevé au carré, moi, je n'élève plus au carré ici (elle montre 2ab), je multiplie le produit par deux. Ça va ? Donc, la première identité qui est a moins b au carré, on a trouvé qu'elle est de la forme, a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit dans (I) à la suite de $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$). Cette forme là, elle est une forme, qu'est ce que j'ai fait pour passer de là (elle montre $(a - b)^2$) jusque là ?(elle montre $a^2 - 2ab + b^2$)
97	**Els**	Développé
98	**En**	**Ca**, on a

99	**Ca**	Développé
100	**En**	Développé. Donc, ça (elle montre $a^2 – 2ab + b^2$) c'est la forme développée (elle souligne $a^2 – 2ab + b^2$ et écrit en dessous : Développée) Alors, cette forme (elle montre $(a – b)^2$), **Ca**, elle est la forme
101	**Els**	Développée
102	**En**	Elle est la forme
103	**Be**	Réduite
104	**En**	Réduite **An ?**
105	**An**	Factorisée
106	**En**	Factorisée (elle souligne $(a – b)^2$ et écrit en dessous : Factorisée)

L'enseignante dialogue toujours avec les élèves, elle les aide à dévoluer. Elle prend la charge du tableau, qui lui sert de « lieu de savoir » et aussi de « lieu de travail ». La factorisation est dans le sens opposé du développement. A chaque fois, elle montre la forme correspondante à ses dictions.

Du point de vue élèves, ils ont reconnus facilement la « forme-développée». Par contre, plusieurs réponses sont données pour la « forme-produit ». Elle est « *La forme réduite* », « *développée* ». Ils ne sont pas capables de voir un binôme au carré, comme le produit de deux binômes.

Observons dans ce qui suit comment l'enseignante institutionnalise le développement de $(2x – 3)^2$.

176	**En**	..//.. Donc, le développement de deux x, moins trois, au carré, c'est, le deux x qui est élevé au carré, moins, deux fois deux x fois trois, le premier nombre, fois, le deuxième, plus le second au carré *Ok*, le terme qui est là (elle montre $2(2x \times 3)$), c'est deux fois a fois b. C'est le produit du premier nombre, fois le second, fois, deux Donc, le nombre qui est entre le carré de a et le carré de b, je l'appelle, le double produit (en rouge, elle entoure 2ab dans (I), et écrit en dessus le double produit). C'est clair, ça va ? Très bien **Ro**, merci à ta place
177	**Ma**	M[elle], pourquoi on, c'est plus facile de faire deux x moins trois, fois, deux x moins trois.
178	**En**	C'est plus facile de faire, deux x moins trois, fois deux x moins trois, d'accord. Mais, le travail avec les identités remarquables, c'est pour nous raccourcir, pour nous faciliter la tâche. Directement, on a le droit de passer de a moins b au carré, à la réponse finale Donc, ceux qui trouvent parfois, une difficulté à appliquer ce calcul directement (elle montre (I)), pour passer de a moins b au carré, à a deux, moins deux ab, plus b deux. Ils ont le droit de faire au brouillon seulement, non pas au propre, ces deux étapes (elle montre le développement de $(a – b)^2$ par distribution et le souligne), d'accord *Mais*, avec les identités remarquables, vous allez voir, que c'est beaucoup plus facile d'appliquer directement l'étape, a moins b au carré, égal, a deux, moins deux ab, plus b deux Donc, j'ai un moins entre les deux (elle montre le moins dans $(a – b)^2$), donc j'ai un moins devant le double produit (elle montre 2ab)

L'enseignante, toujours du côté du tableau, par un mouvement gestuel, montre et décode chaque terme du développement de $(2x – 3)^2$. Elle entoure 2ab en rouge dans la formule pour le mettre en évidence, et publie son nom en lui fixant son emplacement, comme si le double produit ne peut que, être entre les deux carrés « *Donc, le nombre qui est entre le carré de a et le carré de b, je l'appelle, le double produit* », et son signe est le signe qui est entre les deux nombres dans la « forme-énoncé ».
Elle profite pour informer les élèves de la méthode pour le développement, il ne faut pas le faire par distribution, il faut appliquer la formule. Ceci nous rappelle « du tac au tac »

de **EnF2.** Le développement des IRC est plus simple et plus rapide par utilisation de la formule, dit-elle. Pour faciliter la tâche à certains élèves, elle leur permet de travailler la distribution, mais au brouillon.

Une fois le développement des trois IRC est fini, elle dit « *on va faire maintenant des exemples pour bien approfondir* ». Mais **Ca** pose une question qui produit une discussion sur
le statut du double produit.

Min 26 sec 22 Discussion sur le statut du double produit dans $4x^2 + 12x + 9$

N.B : Cette discussion vient à la suite du développement de $(2x + 3)^2$. Mais, ce développement a été suivi par le développement de (a + b)(a – b), avant que les questions se posent sur le statut du double produit.

300	**Ca**	M[elle] dans quatre x deux, plus douze x, plus neuf, il n'y a pas un double produit, car il n'y a pas deux, (elle parle de $4x^2 + 12x + 9$)
301	**En**	Si !! Le douze, le douuuuzeuh, tu peux l'écrire, deux fois six x (elle écrit $12x = 2 \times 6x$). Donc, le produit, deux x fois trois, c'était six x
302	**Ca**	On peut pas, on peut pas dire que douze x, est un double produit
303	**En**	Pourquoi pas
304	**Ca**	Ah !
305	**En**	C'est un, c'est un double produit, mais tu ne vas pas la garder deux fois six x, n'est ce pas ? Bien je la multiplie Oui **Ge** (il demande la parole)
306	**Ge**	On peut pas faire a moins b, le tout au carré
307	**En**	A moins b, le tout au carré. Le fait de dire a deux moins b deux, c'est a moins b, le tout au carré (elle écrit $a^2 – b^2 = (a – b)^2$) (L1) tu veux ça ? Mais on vient de voir qui est a moins b le tout au carré ?
308	**Da**	a deux, moins deux ab
309	**En**	Donc, il y a un double produit qui manque ici (elle montre (L1)), tu ne peux pas l'appliquer. Ça va ? Donc, il a proposé **Ge** de dire que le a deux, moins, b deux, c'est le a moins b, le tout au carré. Mais, on vient de voir maintenant, que le a moins b le tout au carré, c'est a deux, moins deux ab, plus b deux, hein, je ne peux pas factoriser et mettre l'exposant dehors ici (elle montre les exposant 2 dans (L1)), je n'ai pas le droit, et de même pour a deux plus b deux. Faites attention (d'un ton fort), cette erreur vous allez tous la commettre, le a plus b deux, n'a jamais était égal à, a plus b au carré (elle écrit $a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$). Qu'est ce qui manque ?
310	**An**	Le double produit
311	**En**	Le double produit, très bien **An**
312	**Da**	Mais Madame
313	**En**	Oui
314	**Da**	Ici, a deux moins b deux, si on prend, si on va faire comme il a dit Ge, a moins b, a deux, le moins sera plus, ça veut dire on a changé
315	**En**	Très bien. Il a trouvé une bonne remarque, **Da**. Il a dit que le a au carré, moins b au carré, quand je veux faire, a moins b au carré, le signe de b au carré ça sera quoi ?
316	**Els**	Plus
317	**En**	Plus, très bien. Tandis que, lorsque j'ai, a moins b, facteur de, euh, de, a plus b, le signe de b au carré sera
318	**Da**	Moins
319	**En**	Moins **Yo**, tu vas passer au tableau maintenant. On va faire une application numérique à cette identité (elle montre (a + b)(a – b)) Donc, tu vas effacer la dernière colonne Oui **An** (il demande la parole)

320	**An**	M^{elle}, on peut, on peut les mettre, si on avait deux exposant deux, moins trois exposant deux, on peut les mettre
321	**En**	Est-ce que deux exposant deux, voilà, avant, on va répondre, à la question de **An**, il a dit, si on a deux au carré, moins trois au carré, il propose que, c'est aussi égal, à, deux moins trois au carré (elle écrit $2^2 – 3^2 = (2 – 3)^2$) (brouhaha) chuchchch, silence Quand on a, quand on a
322	**An**	Deux variables
323	**En**	Deux variables, on ne change pas, on va, on va vérifier si c'est juste, n'est ce pas ? Tu as deux au carré, c'est combien ?
324	**An**	Quatre
325	**En**	Quatre, moins
3267	**An**	Neuf
327	**En**	Neuf, c'est égal
328	**Be**	Moins cinq
329	**En**	Et tu as ici, deux moins trois
330	**Be**	Deux moins trois, égal à moins un
331	**En**	Moins un. Moins un au carré, c'est égal à combien ?
332	**Els**	Moins un
333	**Els**	Plus un
334	**En**	Plus un. Est-ce que moins cinq, est égal, à plus un ?(elle a écrit $2^2 – 3^2 = (2 – 3)^2$ $4 – 9 \qquad (-1)^2$ $-5 \quad \neq \quad 1$
335	**Els**	Non
336	**En**	Donc, que ça soit avec des variables, ou bien sans variables, toujours, je dois développer de la même manière. Ça va ? Vous avez compris ? Tu es convaincu (elle s'adresse à **An**)
337	**An**	Oui

Dans cet épisode, le temps didactique se trouve arrêté plus qu'une fois. **En,** par un mouvement topogénétique descendant, raccourcit la distance qui la sépare des élèves, et dialogue par le pronom « on », qui la groupe avec les élèves, et des fois, par le pronom « je ». Elle s'adresse à chaque élève qui pose une question par le pronom « tu ». Elle ne donne pas trop d'explication pour **Ca**, et coupe court le discours, ou bien pour faire avancer le temps didactique, ou bien parce qu'elle pense que la multiplication par deux est une acquisition très ancienne, par suite, à ce niveau, elle va de soi.

Par un processus mésogénétique, **En** reprend l'idée de **Ge**. Par une reprise de la formule, elle fixe le rapport institutionnel avec l'objet de savoir. Et par une négociation à la baisse, elle s'interdit le droit de distribuer l'exposant deux, dans les deux formules, $(a + b)^2$ et $(a – b)^2$. Elle attire l'attention des élèves sur le « manque » du double produit.

En apprécie la remarque de **Da**, et l'institue de nouveau en dialoguant avec le groupe classe. Par le même processus, elle publie l'information de **An** à l'ensemble classe, en l'écrivant au tableau. **En** et **An** dialoguent en mathématiciens. Tous les deux utilisent le mot « variables », (TP 322 et 323), d'une façon dénouée de sens. L'enseignante se retire en proposant la vérification numérique. Mais, à la fin de la validité de la non égalité entre $2^2 – 3^2$ et $(2 – 3)^2$, elle institue le savoir visé en distinguant les « variables », des « non variables » qui sous entendent les « nombres ».

A la fin, l'enseignante demande en premier aux élèves de la classe, s'ils ont compris, et puis s'adresse uniquement à **An** pour s'assurer qu'il n'est plus en rupture de contrat. Comme il n'y a eu aucune intervention de la part des élèves, elle poursuit le travail annoncé, avant l'intervention de **An**, au TP 319.

Du point de vue élève **: Ca** semble être en rupture de contrat. Son intervention fait un arrêt du temps didactique. Elle met en place une conception, qui repose d'une part sur le savoir du développement de la formule $(a + b)^2$, et d'autre part sur la cohérence du résultat obtenu du point de vue « forme ». Elle cherche le référent numérique du terme algébrique 2ab. Elle ne trouve pas le 2, qui est censé être le multiplicateur de $a \times b$. Les transformations du produit, proposées par **En**, ne l'ont pas persuadée. Elle refuse l'idée que douze est le résultat de la multiplication de 2 par 6x (TP 302). Elle ne saisit pas le lien entre le produit par 2 et le résultat de ce produit, puisque le 12x ne lui donne pas à voir un produit par 2. Avec **Ge**, nous retrouvons la « règle – élève » : « la distribution des carrés » qui est fréquente dans les productions des élèves. Lui aussi, il se trouve en rupture de contrat avec le travail fait avant dans cette séance.
Au TP 314, **Da** institue une signification nouvelle pour la « règle-élève » de **Ge**. Le signe est preuve de l'erreur, du fait que $(-b)^2$ est égal à $(+b^2)$. L'avancement du temps didactique que l'enseignante propose en passant à une nouvelle application, fut interrompu par **An**, qui met en jeu une articulation entre l'algébrique et le numérique. Pour lui, la « règle-élève » s'applique sur des nombres, mais pas sur des « variables ». $2^2 - 3^2 = (2 - 3)^2$ est vrai car ce sont des nombres concrets, par contre $a^2 - b^2 \neq (a - b)^2$, puisqu'il ne sait pas la nature de ces lettres, qu'est ce qu'elles symbolisent ?

L'enseignante travaille l'exemple $(2x - 3)(2x + 3)$ avant d'institutionnaliser les trois IRC. Elle leur rappelle que ce sont les trois identités à voir cette année, elle questionne des élèves sur ces identités. Elle publie ce savoir, puis de nouveau elle reprend son questionnement pour raccourcir la distance qui pourrait séparer certains élèves du savoir.

L'étape suivante est la factorisation en utilisant les IRC. L'explication se fait à partir des exemples.

Explication de la factorisation en utilisant les IRC

Cette partie est la suite de la première séance d'enseignement.

Min 33 sec 58 Factorisation de $A = 4x^2 + 8x + 4$

398	**En**	..//.. Bien, maintenant, je vais vous donner quelques polynômes, quelques expressions, et vous avez vous-mêmes, à les factoriser
399	**Be**	On prend les cahiers
400	**En**	Non, non, ce sont des applications. Si on prend par exemple quatre x deux
401	**Be**	On écrit
402	**En**	Non, non, n'écrivait rien. (Elle continue à écrire sans dicter : $A = 4x^2 + 8x + 4$) Si je vais faire une identification, ça c'est un (pas de réponse) C'est un développement, c'est un polynôme, c'est une expression que j'ai à factoriser ici, de la forme d'une identité remarquable. Je vous demande de me chercher le a et le b (des doigts se lèvent) Oui, **Ha**
403	**Ha**	Quatre x deux, c'est le a
404	**En**	Quatre x deux, c'est le a ?
405	**Be**	Non, a deux
406	**En**	C'est le, **Ha**, laissez le, il sait, le quatre x deux c'est

407	**Ha**	a deux
408	**En**	a au carré, alors, le a, c'est quoi ?
409	**Ha**	Quatre x
410	**En**	Non
411	**Els**	Deux x, deux x
412	**En**	Qui est le nombre que j'élève au carré, qui me donne quatre ?
413	**Ha**	Deux x
414	**En**	Donc, c'est deux x (elle écrit A = 2x) Et qui est l'autre carré ?
415	**Ha**	Quatre
416	**Be**	Deux
417	**En**	Huit x plus quatre, est ce que huit x est un carré ?
418	**Els**	Non, non, non
419	**En**	Plus
420	**To**	Plus deux au carré
421	**Be**	Deux
422	**En**	Je ne l'écoute pas, **Ha**
423	**Ha**	Deux trois
424	**En**	Deux exposant trois, est ce que c'est un carré, le deux exposant trois ? Qui je regarde ? J'ai regardé le quatre x deux, j'ai dit, qu'il est le carré de, deux x. Qui est, où il y a un autre carré ici ?
425	**Ha**	Quatre
426	**En**	Le quatre. C'est le carré de quoi ?
427	**Ha**	Deux
428	**To**	Deux
429	**En**	De deux, et entre les deux, qu'est ce que je mets ? (elle écrit 2, à la suite de deux en laissant un espace entre eux ; A = 2x 2)
430	**Els**	Un plus
431	**En**	Pourquoi ?
432	**Da**	Le double produit, c'est
433	**En**	Chuchch, qui est le double produit **Ha** ?
434	**Els**	Huit x
435	**En**	Je ne l'écoute pas, **Ha**
436	**Ha**	Huit x
437	**En**	Huit x, est le double produit. Quel est le signe de huit x ?
438	**To**	Positif
439	**En**	Positif, alors, entre les deux, je mets un
440	**Ha**	Plus
441	**En**	Plus (elle trace le signe (+) ; A = 2x + 2) Et faites attention à l'erreurrrr, que, les élèèves, commettenteuh, ils perdent beaucoup de points à cause de ça. Ils disent que le quatre x deux, plus, huit x, plus quatre, c'est le carré de deux x plus deux, mais, ils écrivent, le deux x, plus, deux, comme ça (elle montre A = 2x + 2) Il y a quelque chose, très importante (d'un ton fort), qui manque
442	**DaH**	Des parenthèses à la puissance deux
443	**En**	Très bien, DaH, ce sont les parenthèses au carré (elle trace les parenthèses et écrit l'exposant 2 ; $A = (2x + 2)^2$) Si non, si non, le deux x plus deux, ne serait plus égal à quatre x deux, plus huit x, plus quatre. Donc, ils factorisent juste, ils disent que ce, que cette expression est le carré de deux x plus deux, mais, ils ne mettent plus au carré. C'est clair, **Ka**, ça va ? (elle semble perdue)
444	**Ka**	Oui
445	**En**	Bien

L'enjeu de cet épisode didactique est la factorisation de $A = 4x^2 + 8x + 4$. Dès la première minute, et pour un temps court, l'enseignante place les élèves en situation de recherche. Mais Pour l'avancement de la tâche de factorisation en utilisant $(a + b)^2$, elle

ne tarde pas, par une technique topogénétique descendante, à s'installer au niveau des élèves en position d'accompagnement. Elle prend la responsabilité du tableau, elle s'adresse à l'ensemble classe, par le pronom « je », pour leur confier la tâche, puis elle entretient face à face avec un élève, **Ha**, choisi pour répondre de sa place. Elle insiste à lui donner toujours la parole, elle le protège des autres intervenants et le pousse à réfléchir publiquement. L'interaction de l'enseignante et des élèves, nous laisse dire que la clé de la factorisation est le découpage du travail en quatre étapes dont l'enseignante explicite, dans son dialogue, trois : 1) reconnaître a^2 et en déduire a ; 2) reconnaître b^2 et en déduire b ; 3) reconnaître le double produit afin de savoir le signe du binôme. A l'occasion de l'erreur non seulement de **Ha**, mais aussi de la majorité des élèves, l'enseignante explicite la quatrième étape : agréger l'assemblage par un couple de parenthèses rondes et l'élever à une puissance de 2. Elle exerce une pression pédagogique en les pénalisant par la note s'ils oublient la quatrième étape.
Nous retrouvons chez l'enseignante un jeu de langage mathématique intéressant, relatif aux non ostensifs : polynômes, développements et expressions ; par lequel elle régule les pensées des élèves relativement à leurs savoirs (notons que les expressions littérales et les développements sont des savoirs anciens de la classe de 5e, par contre les polynômes seront à acquérir en 3e).
A la fin de cet épisode, l'enseignante s'adresse en particulier à **Ka**, qui semble perdue, pour s'assurer de sa compréhension.

Les élèves se placent en correcteurs des réponses de **Ha**, puisque **En** interagit avec lui seul. **Ha** n'a pas d'arguments pour interagir avec **En**, ceci permet à certains de ses camarades de s'imposer avec la bonne réponse. **DaH** répond aux attentes de l'enseignante, il trouve l'erreur commise par **Ha** et fréquente chez d'autres élèves : le manque des parenthèses et de l'exposant 2. **DaH** agrège le binôme par des parenthèses, ils en parlent au pluriel, pour décoder l'ouverture et la fermeture, et n'oublie pas de le prendre au carré, pour trouver, par la transformation (ζ), « la forme-produit » visée.

La factorisation de $4x^2 + 8x + 4$, expression à trois termes, en $(2x + 3)^2$ expression à deux termes, a retardé de quatre minutes l'avancement du temps didactique. « *Où se cache le double produit* ». Observons dans ce qui suit le jeu de cache - cache du double produit qui est présent dans la « forme-énoncé » et qui est absent de la « forme-produit ».

Min 37 sec 30 Discussion sur le statut du double produit dans la factorisation

446	**An**	Melle
447	**En**	Oui
448	**An**	Où est ce qu'il est passé le huit x ?
449	**En**	Hein, hein, c'est une très bonne question, où est ce qu'il a (brouhaha) Chuch, levez la main **An** a dit, où est ce que le huit x a disparu ? Chuchch (brouhaha)
450	**Mar**	Dans le deux
451	**En**	Non (brouhaha) Levez la main, **Ma**
452	**Ma**	Deux x plus deux, si on fait deux facteur deux x plus deux, on obtient huit x
453	**En**	On fait, deux, facteur, deux x
454	**Ma**	Quatre x plus quatre, c'est huit x
455	**En**	Jamais, non
456	**Ma**	Si on met dehors deux
457	**En**	Chuchch, vous faites du bruit, oui **Ma**

458	**Ma**	Comme la première méthode, si on va calculer, on doit mettre dehors deux
459	**En**	On doit, c'est deux, fois a, fois b. C'est le double produit. Donc, oui, **Ka** (qui insiste à prendre la parole)
460	**Ka**	On fait, deux fois deux x, fois deux ?
461	**En**	Quand on fait, deux fois deux x, fois deux, il va réapparaître, d'accord. Mais maintenant, où est ce qu'il se cache, mon huit x?
462	**To**	Huit x, c'est
463	**En**	Chuchchtt
464	**To**	Huit x, c'est le deux ab
465	**En**	Je ne t'ai pas permis, **To** **Ra**
466	**Ra**	Dans le a plus b
467	**En**	Dans le a plus b, mais où aussi ?
468	**To**	Dans le signe plus
469	**En**	Chuchch, il ne se cache pas dans le signe
470	**To**	Dans le x
471	**En**	Dans les
472	**Be**	Dans les deux parenthèses
473	**En**	Dans les parenthèses, quand je redéveloppe, il est au carré, quand je redéveloppe, mon double produit, va apparaître. Quand j'ai développé a plus b au carré, le double produit, il a été là (elle montre 2ab dans le développement de $(a+ b)^2$). Mais quand je passe, de a deux, plus deux ab, plus b deux, à a plus b au carré, le double produit, il est quelque part (elle trace une flèche de 2ab vers $(a + b)^2$) Hein, il n'apparaît pas entre les parenthèses, il apparaît seulement dans le
474	**To**	Développement
475	**En**	Développement, ça va ? Donc, il a posé une très bonne question, le double produit, il ne disparaît pas, il est toujours, mais, il est caché quelque part dans l'exposant. Il réapparaît quand on va
476	**Els**	Développer
477	**En**	Développer. Et quand on factorise
478	**Els**	Il n'apparaît pas
479	**En**	Il se cache. C'est clair ?
480	**An**	Si on développe, on aura, quatre, x, deux, plus quatre ?
481	**En**	Si on développe, on aura, quatre x deux
482	**An**	Plus quatre
483	**En**	Plus quatre ? Fais attention (elle a écrit $A = (2x + 2)^2$ $= 4x^2 + \quad + 4$) Et où est le double produit ?
484	**Da**	Deux fois
485	**En**	Arrête de crier **Da** (d'un ton très fort), tu as exagéré, oui (elle s'adresse à **An**)
486	**An**	Plus huit x
487	**En**	Voilà. Quand tu as développé, tu as dit, c'est a au carré, plus, deux ab, plus b au carré.
488	**An**	S'ils nous donnent, deux x plus deux, au carré, et ils nous disent, euh, euh, développer
489	**En**	S'ils nous donnent seulement deux x plus deux au carré, et ils nous disent développer, le deux x plus deux au carré, ça ressemble à
490	**An**	a plus
491	**En**	A, a plus b au carré, donc j'applique ce développement (elle montre le développement de $(a + b)^2$). Je vais dire, alors**,** si je veux reeedévelopper, pour vérifier qu'on a très bien travaillé, on dit, le développement, c'est a plus b au carré, alors, c'est égal à
492	**Ka**	a deux
493	**En**	a deux, donc, c'est deux x au carré (elle écrit en même temps)
494	**Da**	Deux, deux
495	**En**	Plus, deux ab, donc, c'est deux, fois deux x
496	**Els**	[Fois deux x
497	**En**	Fois deux, qui est le b au carré ?
498	**To**	Deux au carré
499	**En**	Deux au carré. Alors c'est quatre x deux, plus, deux fois deux fois deux ?
500	**Els**	Huit

501	**En**	Huit x, plus (elle a écrit = $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2$ $= 4x^2 + 8x + 4$) Est ce que c'est la même que celle du départ ?
502	**Els**	Oui

L'enjeu de cet épisode didactique est la « disparition ou la non disparition du double produit » dans la « forme-produit ».

An, produit une question typiquement chronogénétique que l'enseignante reformule pour la publier à tout le groupe classe. **An** recherche le double produit. L'enseignante, pour factoriser, s'est occupée plus haut des carrés représentants de a^2 et b^2, mais le 2ab, elle n'en a pas parlé que pour répondre à **Ha**. Cette question évoque chez **Ma** des savoirs anciens, la factorisation par un nombre numérique, le développement par distribution, ainsi que la réduction des termes semblables qu'il investit d'une façon erronée (TP 452, 454).

Ma, reformule sa question au TP 458, pour expliciter, d'une façon plus claire, la factorisation par un nombre numérique. Mais, l'enseignante ne donne aucune attention à sa réflexion et parle du double produit avant de se tourner vers **Ka** qui ne répond pas à ses attentes. **Ka** se sert de son rapport personnel au double produit dans une voie numérique, en réponse au travail formel de l'enseignante. Pour faciliter la tâche, **En** utilise le langage du jeu « *où est ce qu'il se cache* ? ». Les élèves sont bruyants, ils sont en conflit entre eux et chacun veut prendre la parole, même certains donnent leur réponse sans prendre la permission de parler comme c'est le cas de **To.** Dans une position autoritaire, **En** refuse la réponse de **To** et choisit **Ra** pour parler. Mais ce dernier ne répond pas à ses attentes. Elle diffuse, à l'ensemble classe qui est trop agitée, la découverte de **Be,** bien qu'il ait pris la parole sans sa permission.

A partir du TP 466, les élèves participent au jeu de l'enseignante, ils cherchent où peut « se cacher le double produit ». Puisqu'il n'est pas dans « *les lettres a et b* », ni « *dans le signe* », alors il ne reste devant **Be** que « *les parenthèses* » que l'enseignante par une indication d'effet Topaze a pu le rapprocher de la réponse TP471.

Mais, comment un nombre se cache-t-il dans des parenthèses ? **En** donne un nouveau statut à ces délimitants, en plus de leur rôle d'agrégateur, elles sont à présent « un lieu de cachette pour le double produit ».

Au TP 473, **En** publie « la présence » du double produit dans la « forme-développée » de $(a + b)^2$, elle montre du doigt l'emplacement de 2ab « *il a été là* », et la « disparition » de ce double produit dans la « forme-produit » $(a + b)^2$. Elle ne sait pas où il est mais « *le double produit, il ne disparaît pas, il est toujours, mais, il est caché quelque part dans l'exposant* ». Pour s'assurer de l'appropriation de l'apprentissage, elle reformule une deuxième fois ce savoir, en dialoguant avec les élèves qui répondent bien à ses attentes.

Au TP 479, l'enseignante reprend « *il se cache* » en réponse aux élèves qui ont dit « *il n'apparaît pas* ». L'enseignante éprouve manifestement quelques difficultés dans l'explication de ce phénomène. Un jeu de langage accompagne son activité dans le but de rapprocher les élèves du savoir.

An semble très loin d'approprier le jeu de l'enseignante, preuve en est, il développe $(a + b)^2$ suivant la « règle-élève » $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. L'enseignante insiste à s'adresser uniquement à **An**, pour lui faire découvrir la place du double produit. Elle refuse toute intervention au début, mais les élèves ne tardent pas à l'accompagner dans le développement de $(2x + 2)^2$. Elle garde une place vide entre les deux signes « croix » qui séparent le double produit des carrés ($4x^2 +\quad + 4$). Elle déchiffre le double produit pour montrer aux élèves que le 2, le a et le b sont séparés par des signes ($\times$). Et à la fin de cet épisode, elle place les élèves en situation de contrôle pour la réponse « forme-développée ».

N.B L'enseignante insiste sur le mot « *il se cache* », pour que les élèves n'oublient pas que le double produit se trouve dans le développement (C'était sa réponse à notre question à propos du jeu à cache-cache)

Min 41 sec 30 Factorisation de B = $9x^2 - 8x + 4$

503	**En**	Je vais vous donner une autre B égal, neuf x deux, moins huit x, plus quatre. Je vous demande de factoriser ce produit, ce
504	**Da**	C'est x
505	**En**	Levez la main. Toujours, quand il s'agit de factoriser, je regarde les carrés, comme on a fait dans l'exemple précédent. Ici (elle montre l'expression A), on a regardé les carrés, on a dit, quatre x deux est le carré de deux x, quatre est le carré de deux, et puis, on a vérifié le double produit. Maintenant, essayez de refaire le même travail avec ce polynôme **Ra** (il a levé la main)
506	**Ra**	Trois x, euh, plus deux
507	**En**	Trois x, d'où tu as apporté le trois x ?
508	**Ra**	De, euh
509	**Els**	Neuf x deux
510	**En**	De (3 sec, pas de réponse de **Ra**) Tu as apporté le trois x d'où ?
511	**Ra**	De neuf x deux
512	**En**	De neuf x deux. Trois x
513	**Ra**	Moins deux
514	**En**	Hein ?
515	**Ra**	Moins deux
516	**En**	Pourquoi tu as mis moins, **Ra** ?
517	**Da**	Car le double
518	**Ra**	..[Car le double produit est, est
519	**En**	Car
520	**Ra**	Car le double produit est négatif
521	**En**	Car le double produit est négatif, d'accord
522	**Da**	Moins deux
523	**Ra**	..[moins deux
524	**En**	D'où tu as apporté le deux ?
525	**Ra**	Euh
526	**Els**	Quatre
527	**Ra**	Quatre
528	**En**	Le quatre. Et après, qu'est ce que tu vas mettre ?
529	**Ra**	Euh, facteur au carré
530	**En**	C'est le tout
531	**Els**	au carré
532	**En**	A la puissance deux (elle a écrit B = $(3x - 2)^2$)

L'enjeu de cet épisode est la reconnaissance d'un nombre qui semble être un double produit, or en fait il ne l'est pas. Pour cela, l'enseignante propose aux élèves un trinôme, dont deux termes sont des carrés parfaits, et qui ne se factorise pas en utilisant l'identité $(a - b)^2$. **En** est encore une fois dans la difficulté des notions, elle appelle le trinôme « *un produit* » (TP 503), et puis dans le tour de parole qui suit, il est un « *polynôme* » (TP 505). Dans un processus topogénétique ascendant, elle s'adresse aux élèves par le pronom « vous », pour les placer en situation de factorisation de $9x^2 - 8x + 4$. Et dans un processus topogénétique descendant, elle raccourcit la distance qui la

sépare des élèves, en parlant par le pronom « on ». Par une indication d'effet Topaze, elle facilite la tâche aux élèves en publiant de nouveau la technique de factorisation de l'expression précédente, et leur demande de faire un travail pareil. Elle s'installe en accompagnement dans un travail individualisé avec **Ra**, qu'elle a choisi pour accomplir la tâche. Elle dialogue avec lui, non comme professeur, mais comme analyste et le protège des autres élèves, pour lui assurer la progression du savoir.
Aux TP 529 et 530, nous retrouvons dans un jeu de langage des significations partagées à propos des parenthèses. Pour **Ra**, ce sont un « facteur », par contre pour l'enseignante, ce sont « le tout ». Ils se servent des délimitants, les parenthèses rondes, pour agréger la somme trouvée afin de pouvoir lui accorder la puissance 2.

Des élèves sont venus secourir **Ra**, ils lui ont soufflé la première réponse. **Ra** a suivi le conseil de **En**, il a regardé les carrés pour donner sa réponse 3x + 2. Il n'a pas réussi à la première question du test d'analyse de **En** pour sa réponse. Il n'arrivait pas à dire, comment il a pensé pour trouver trois x. Il a repris la réponse soufflée par des camarades et depuis il s'est appliqué dans ses réponses. Même, il a parlé du signe du double produit sans accorder aucune importance au nombre qui le représente. **Da** a voulu intervenir sans permission, mais **En** lui a interdit.

Min 43 sec 4 Découverte de l'impossibilité de factoriser B par Be

533	**Be**	C'est pas juste (d'un ton fort)
534	**En**	Très bien, Be remarque une excellente chose
535	**Be**	C'est pas huit x, c'est six x
536	**En**	Regardez un peu (brouhaha). Regardez un peu Il a dit, le neuf x deux, c'est le carré de trois x, et le quatre, c'est le carré de deux. Il a très bien fait, il a regardé les carrés Pour vérifier que j'ai bien factorisé, je dois voir le (elle demande une réponse collective en penchant sa tête en avant vers le groupe classe)
537	**Els**	Double produit
538	**En**	Le double produit. Le double produit, là, c'est qui ?
539	**Els**	Huit x
540	**En**	C'est deux, fois
541	**Els**	Trois
542	**En**	Trois x, fois
543	**Els**	Deux
544	**En**	Deux (elle a écrit $2 \times 3x \times 2$). Deux fois trois x ?
545	**Els**	Six x
546	**En**	Six x fois deux ?
547	**Els**	Douze x
548	**En**	Douze x. est ce que douze x, c'est la même chose que huit x ?
549	**Els**	Non, non
550	**En**	Donc, du début, est ce que c'était une identité remarquable ?
551	**Els**	Non
552	**En**	Non. Donc, faites attention, beaucoup de fois, on vous fait des pièges On vous donne des polynômes pareils à factoriser, vous allez faire attention que le double produit doit correspondre au produit des termes que vous avez mis dans les parenthèses
553	**El**	On écrit quoi ?
554	**Ma**	On écrit impossible ?
555	**En**	Ce n'est pas impo
556	**An**	Qu'est ce qu'on écrit ?
556	**En**	Ce n'est pas impossible, on ne peut pas factoriser
557	**El**	On peut mettre x (il veut dire une croix pour désigner que c'est impossible)
558	**En**	Nononon, on ne peut pas factoriser C'est clair ? Ça va ?

559	**Els**	Oui
560	**En**	Qui a des questions ? (pas de réponse) Bien.

L'enseignante, dans l'épisode précédent, a accompagné **Ra** jusqu'au bout du travail, en tant qu'analyste et non en tant que professeur, pour l'éloigner, ainsi que le groupe classe, du doute de l'erreur. Or, dans cet épisode, un élève a découvert le jeu de l'enseignante, c'est **Be**, qui fait figure de héros en criant « *c'est pas juste* », et reçoit les félicitations de l'enseignante. L'enseignante libère **Be** de sa tâche, sans lui corriger son erreur sur la valeur du double produit, et par un échange didactique avec l'ensemble de la classe, elle publie ce qu'il fallait faire, en se plaçant au niveau des élèves, puisqu'elle parle avec le pronom « je », sans quitter la position d'accompagnement pour progresser le savoir.
En se trouve, parfois, en absence du lexique technique, elle se sert du mot « *chose* » pour s'en tirer (TP 534, 548). Elle attire l'attention des élèves au piège, en dialoguant par le pronom « on », ce « on » qui la groupe avec l'institution. En instituant, le travail à faire pour s'en passer de ce qu'elle appelle « piège », elle tombe dans l'erreur, elle définit le double produit comme étant le produit des deux nombres symbolisés par a et b « *le double produit doit correspondre au produit des termes que vous avez mis dans les parenthèses* ».
Autour de la réponse correcte, **En** ne donne aucun argument, elle insiste à écrire « *on ne peut pas factoriser* ». Avant de fermer cet épisode, elle renvoie à la classe son travail « *ça va* », « *c'est clair* », « qui a des questions ».

La topogenèse définit l'action de **Be.** Il se comporte en enseignant pour publier sa découverte (en s'approchant de lui, nous avons vu qu'il a développé $(3x - 2)^2$ sur un bout de papier). Les élèves répondaient au questionnement de **En.** Aucun élève ne l'a arrêtée pour sa correspondance du double produit au produit des termes : ou bien, personne n'a fait attention à ce qu'elle a dit, la réponse correcte les préoccupe, ou bien, étant élèves, ils considèrent que le professeur ne se trompe pas. Les élèves qui ont proposé des écritures différentes de celle « *on ne peut pas factoriser* » cèdent devant l'autorité de **En**.

Pour le dernier épisode de cette séance, l'enseignante propose de factoriser l'expression $4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)$. Son objectif était d'expliquer la factorisation en utilisant l'identité $a^2 - b^2$. Mais, il semble qu'elle n'a pu formuler qu'une expression qui demande plus qu'une méthode de factorisation.

Dans la suite nous allons exposer et étudier le travail qui se rapporte à la factorisation de $4x^2 - 9$, par contre le reste a été étudié dans la partie qui se rapporte à la factorisation par un facteur commun binôme (voir p 160).

Min 44 sec 39 Factorisation de $A = 4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)$

560	**En**	..//.. Ma, tu passes s'il te plait au tableau Je vais vous demander de factoriser A égal, quatre x deux, moins neuf, plus, deux x, moins trois, facteur de trois x plus cinq (elle écrit en même temps qu'elle dicte $A = 4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)$ Donc, on voit, on sait très bien comment on met en facteur, vous l'avez vu l'année dernière, on va voir comment l'appliquer maintenant
561	**Ma**	Je veux premièrement <u>résoudre</u> ça

562	**En**	Tu vas résoudre, il ne s'agit pas de résoudre, ici
563	**Ma**	Développer
564	**En**	On ne veut pas de développer. Notre but est de factoriser
565	**Ma**	[factoriser
566	**En**	Qui me gêne là **Ma ?**
567	**Ma**	Les parenthèses
568	**En**	Non, dans la factorisation ?
569	**Els**	Quatre x deux
570	**En**	(brouhaha) chuchuchu
571	**Ma**	Quatre x deux moins neuf
572	**En**	Quatre x deux moins neuf Est-ce que le quatre x deux moins neuf te rappelle quelque chose ? Tu viens de voir maintenant ? (La classe est trop bruyante) Chuchuchu, tu peux regardez ici (elle montre à **Ma** les trois formules qui sont écrites dans le coin gauche du tableau)
573	**Ma**	a plus b à la puissance deux
574	**En**	a plus b, non
575	**To**	Non, non
576	**El**	a moins b
577	**En**	Qu'est ce qui manque ici ? (elle montre $4x^2 – 9$)
578	**To**	Moi, a deux moins b deux
579	**Be**	Puissance
580	**En**	Il n'y a pas de double produit, alors c'est a deux moins b deux
581	**Els**	[a deux moins b deux
582	**En**	Qui est a deux **Ma** ?
583	**Ma**	a deux, c'est quatre x deux
584	**En**	Quatre x deux. Alors, c'est le carré de qui ?
585	**To**	Deux x
586	**En**	Chuchuchuttttttttt
587	**Ma**	C'est le carré de deux x
588	**En**	C'est le carré de deux x Et qui est le neuf ? Le neuf c'est le carré de
589	**Ma**	Trois
590	**En**	De trois Donc, c'est deux x moins trois (Ma écrit $(2x – 3)^2$) Non ! Non !! Le deux x moins trois au carré, ça sera a moins b au carré. Tu peux regarder ici, tu n'as pas encore appris les identités.
591	**Ma**	La puissance deux (elle désigne de son doigt $(a – b)^2$)
592	**To**	Non !!!
593	**En**	Deux x moins trois à la puissance deux, tu vas avoir un double produit. Là, tu n'as pas un double produit (elle lui montre $4x^2 – 9$) Donc, viens, regarde (elle lui montre $a^2 – b^2$), c'est deux x moins trois, une fois tu mets un plus
594	**Ma**	Une fois un moins
595	**En**	Donc, c'est deux x moins trois, facteur
596	**Ma**	Deux x plus trois
597	**Els**	[deux x plus trois

L'objectif de l'enseignante, comme nous avons dit avant, est d'introduire la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$. Elle utilise un savoir faire ancien (la factorisation par un facteur commun) pour introduire un savoir faire nouveau (la factorisation en utilisant l'identité $a^2 – b^2$).

Il est clair, que l'expression A proposée demande une double technique de factorisation : 1) factorisation partielle en utilisant l'identité $a^2 - b^2$ 2) factorisation par un facteur commun binôme qui est devenu apparent.
Le choix de l'expression est venu « comme ça » à l'esprit de l'enseignante qui ne prépare pas un cours détaillé.

La topogenèse définit l'action de **Ma**, elle se comporte en enseignante, et parle en langage d'enseignant, mais ne tarde pas à se comporter en élève, puisqu'elle propose une résolution, puis un développement pour l'expression donnée à factoriser. Signalons que l'enseignante a bien annoncé l'action qu'il faut faire « *Je vais vous demander de factoriser A* »
Le comportement de **Ma** vis-à-vis l'expression nous laisse penser que cette élève est en rupture de contrat avec le travail fait avant dans cette séance. Aucune des expressions proposées n'avait une forme pareille. Elle s'appuie sur ses connaissances antérieures qui ne l'aident pas pour faire avancer le temps didactique. Par contre, dans ce but, l'enseignante accompagne **Ma** dans sa recherche et dialogue avec le pronom « je ». Mais contrairement à ses attentes, **Ma** est gênée par les délimitants « *les parenthèses* », qui lui ont fait penser à « *résoudre* » et à « *développer* ». L'enseignante refuse la réponse de **Ma**, et par une indication d'effet Topaze, lui indique de rechercher « *qui gêne dans la factorisation* ».
Nous voyons bien (TP 560--- TP 590) que **En** s'abstint de communiquer avec les élèves du groupe classe. Elle cherche, par ostension, à faire dévoluer **Ma**, par une négociation à la baisse « *te rappelles quelque chose* », « *tu viens de voir* », « *Tu peux regarder ici, tu n'as pas encore appris les identités* ». Elle fait appel à la pratique par l'ostensif « formule », qui est son instrument de contrôle. **Ma** déçoit son professeur en choisissant la première formule qui lui tombe à l'œil (les trois formules sont dans le coin gauche du tableau et dans cet ordre $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ et $a^2 - b^2$). Pour justifier son choix, l'enseignante camoufle « *le double produit* » par « *qu'est ce qui manque ici* » (TP 577). Dans le but de l'avancement du temps didactique, **En** ne tarde pas à lui donner la réponse (TP 580) en négligeant les réponses des autres élèves.
En se retrouve dans une situation inattendue, et pour activer le développement des connaissances des élèves, à travers celui de **Ma**, elle focalise l'apprentissage sur la présence ou non du double produit, en comparant le modèle (la formule) et la « forme-énoncé ». Pour mettre en œuvre l'interaction des élèves avec l'identité $a^2 - b^2$, et toujours en communiquant avec **Ma**, l'enseignante et **Ma** institue une signification nouvelle pour les expressions conjuguées : « *une fois tu mets un plus* », « *une fois un moins* ».

<u>Quatrième séance d'enseignement</u>
<u>Enseignante EnFL</u>

Le tableau complet ainsi que le récit sont à la page 113, nous avons retiré l'épisode qui se rapporte à la factorisation en utilisant les IRC qui est l'enjeu de cette partie. C'est le premier exercice d'application sur la factorisation en utilisant les IRC.

<u>Sypnosis de la séance</u>

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
47 ; 3	171 - 237	Factorisation en utilisant les	L'enjeu de cet épisode est la factorisation en

		identités remarquables	utilisant les identités remarquables. Cette méthode est introduite à la fin de la séance à partir de l'exercice 19 de la page 160. Le temps restant ne permet à l'enseignante que de travailler les deux premières expressions $\mathbf{x^2 + 4x + 4}$, qui pour certains élèves ressemblent à $\mathbf{a^2 + b^2}$ et $\mathbf{x^2 - 64}$.

Exercice 19 Factorisation en utilisant les identités remarquables.
Nous lisons

« ….en reconnaissant le développement d'une identité remarquable

Dans les exercices **19** à **22**, factoriser chaque expression algébrique proposée»

Min 47 sec 3 Factorisation de $A = x^2 + 4x + 4$

171	**Da**	Numéro dix neuf
172	**En**	Numéro dix neuf. Quelle est la consigne du numéro dix neuf **Da** ?
173	**Da**	(Il lit la consigne) Dans les exercices dix neuf à vingt deux, factoriser chaque expression algébrique proposée
174	**En**	D'accord (**Da** écrit n° 19) $A = x^2 + 4x + 4$ = et il s'arrête) x deux, plus quatre x, plus quatre
175	**Da**	C'est x
176	**En**	Hem, ça ressemble à quoi ?
177	**Da**	Ça ressemble à
178	**En**	chuchuchu
179	**Da**	A, a deux plus b deux
180	**En**	a deux plus b deux ? Et le quatre a, et leeeeeee, où est le a deux ? Où est le b deux ? Montre les moi. C'est a deux, plus
181	**Da**	b deux
182	**En**	Deux ab, plus
183	**Da**	b deux
184	**En**	b deux. Et ça, c'est quoi ça ? (elle montre 4x)
185	**Be**	Euh, double produit
186	**En**	Double produit Quelle est la factorisation de a deux, plus deux ab, plus b deux ?
187	**Da**	x, euh, x, x plus deux au carré
188	**En**	C'est x plus deux, chuchuchu
189	**Be**	Le tout au carré
190	**En**	Le tout au carré (**Da** écrit $(x + 2)^2$) Mais, j'ai insisté sur une chose, moi, quand j'ai expliqué cette factorisation. Qui se rappelle ?
191	**Be**	Moi
192	**En**	Levez la main pour répondre Quand vous êtes
193	**Be**	[On doit vérifier le double produit
194	**En**	[de, factoriser en identité remarquable, **Ra**
195	**Ra**	On va vérifier le double produit
196	**En**	On va vérifier le double produit au brouillon
197	**Da**	Deux, fois x, c'est deux x, fois deux, c'est quatre x
198	**En**	C'est juste
199	**Da**	[c'est juste
200	**En**	Très bien, **Da**

Dans cet épisode didactique, l'enseignante, en se tenant du côté du tableau, est en dialogue directe avec **Da** qui passe au tableau pour factoriser la première expression de l'exercice 19. Nous observons un travail individualisé avec l'élève qui est au tableau, et une présence autoritaire pour l'ensemble de la classe afin de le clamer. Rappelons que, en même temps que la correction au tableau, les élèves, certains en groupe, ont le droit de travailler devant eux les exercices qui seront objet des devoirs maison.
En demande à **Da** de lire la consigne. Elle fait émerger le travail de factorisation en utilisant l'identité $(a + b)^2$, en partageant la topo avec **Da,** et en le questionnant à chaque fois pour rendre le savoir officiel. Dans un but de modélisation, l'enseignante demande à **Da** de retrouver la formule par ressemblance. Nous nous trouvons en présence d'une « indication Topaze », au TP 180, par l'intervention de l'enseignante qui fait appel à l'identification avec le développement de $(a + b)^2$. Par un processus d'accompagnement, elle publie le développement de $(a + b)^2$ et met en avant le double produit que **Da** a raté. Elle n'accepte pas la réponse de **Da** « *x plus deux au carré* ». Pour mettre en évidence le rôle d'agrégateur du délimitant, les parenthèses rondes, **En** accepte la réponse de **Be** « *le tout au carré* ». Elle camoufle les parenthèses par « *le tout* » pour que les élèves soient conscients que la puissance 2 est pour toute la somme et non pas pour deux seulement.
Au TP 190, **En** camoufle la vérification du double produit par le mot « *chose* », pour éveiller la mémoire didactique des élèves. Elle ne donne aucune importance à la réponse de **Be** qui s'est permis de répondre, et demande à **Ra,** qui a levé le doigt, de donner la réponsequ'elle publie une deuxième fois pour assurer l'apprentissage. Elle clôt cet épisode par un encouragement pour **Da** qui a réussi la vérification du double produit (TP 197).

Du point de vue élève : deux élèves autres que **Da** participent à ce travail. Au TP 179, **Da** ne répond pas aux attentes de l'enseignante, il parle de la « fameuse règle-élève », $(a+ b)^2 = a^2 + b^2$. **Be** lui vient au secours en répondant « *double produit* ». **Da** factorise correctement l'expression. Comme il a raté deux fois la réponse sur le double produit, il semble qu'il s'est préoccupé des nombres au carré seulement, il travaille sur $a^2 + b^2$ dans sa tête. **Be** et **Ra** répondent aux attentes de **En.**

Min 49 sec 2 Factorisation de $x^2 – 64$

200	**En**	..//.. Bien, B égal (**Da** écrit $B = x^2 – 64$)
201	**Da**	x deux, moins, soixante quatre (il écrit $B = x^2 – 64$)
202	**En**	x deux, moins soixante quatre, c'est quoi ça ?
203	**Da**	Ça ressemble à a
204	**Ra**	a deux moins b deux
205	**En**	Chuchuchu
206	**Da**	a deux
207	**En**	a deux
208	**Da**	Moins deux ab
209	**En**	Où est le deux ab, là ?
210	**Da**	Ça ressemble à a deux
211	**En**	a deux
212	**Da**	Moins, b deux
213	**En**	a deux, moins b deux Quelle est la factorisation de a deux, moins b deux ?
214	**Da**	x moins huit
215	**En**	x moins huit

216	**Da**	Le tout au carré (il écrit $(x – 8)^2$)
217	**En**	x moins huit le tout au carré. Regardez, est ce que c'est juste ?
218	**Be**	Non
219	**Da**	x deux, moins, huit fois huit, soixante quatre
220	**En**	Est-ce que c'est a moins b au carré ? a moins b au carré, c'est a deux, moins b deux ? (elle écrit $(a – b)^2 = a^2 – b^2$)
221	**Els**	a moins b, facteur de a plus b
222	**En**	Chuchuchu. Quelle est la factorisation de a deux, moins b deux, **Da**
223	**Da**	x
224	**En**	Dis moi. Tu as a deux moins b deux ? (elle écrit $a^2 – b^2 =$) Comment tu la factorises ?
225	**Da**	a
226	**En**	*Oui*
227	**Da**	Moins b
228	**En**	*Oui*
229	**Da**	Moins
230	**En**	a moins b (elle écrit (a – b))
231	**Els**	Facteur de a plus b
232	**Da**	Le tout au carré
233	**En**	Le tout au carré. Il vaut mieux revoir ton cours à la maison. **Ra** comment on la factorise ?
234	**Els**	a moins b facteur de a plus b
235	**En**	a moins b facteur de a plus b (elle a écrit en tout $a^2 – b^2 = (a – b)(a +b)$) **La cloche a sonné** Qui est le a ?
236	**Els**	x moins huit facteur de x plus huit
237	**En**	x moins huiiit, facteur deee, x plus huit (Elle écrit après $x^2 – 64 = (x – 8)(x + 8)$) Prenez la préparation pour lundi ?(Elle note au tablea p 160 n° 19-20-21-22-23-24-25) Numéro dix neuf, vous le continuez

Da est toujours au tableau, l'enseignante lui confie la factorisation de la deuxième expression de l'exercice 19. Elle le questionne sur la forme de l'expression par un langage parlé « *c'est quoi ça* ? », et **Da** répond par le même langage que l'enseignante a utilisé dans l'interaction précédente. Il cherche la ressemblance, que **Ra** lui souffle, et que l'enseignante refuse, puisque la tâche est à la charge de **Da.** Ce dernier, comme il travaille par ressemblance à l'expression précédente, ne répond pas aux attentes de l'enseignante, et évoque non seulement le double produit, mais aussi « *le tout au carré* ». Devant la réponse erronée de **Da**, l'enseignante questionne la classe, mais c'est **Da** qui lui répond. Il développe sa réponse en utilisant la « règle-élève » pour convaincre l'enseignante. La négociation à la baisse de l'enseignante et les souffles des élèves de la classe pour retirer **Da** de l'idée que $(a – b)^2$ n'est pas égal à $a^2 – b^2$ n'ont pas été fructueuses. L'enseignante se trouve dans l'obligation de l'inciter à revoir le cours à la maison et implicitement à le retenir « *Il vaut mieux revoir ton cours à la maison* ». Elle choisit **Ra** pour répondre à sa question, mais les élèves connaisseurs de la réponse le dépassent. L'enseignante accepte leur réponse puisque la cloche a sonné. Elle publie la réponse en écrivant la formule au tableau, ainsi que la bonne réponse.
A la fin de la séance, elle écrit au tableau le devoir maison pour le lendemain.

Cinquième séance d'enseignement
Enseignante EnFL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 13	**Factorisation des deux expressions C = $y^2 – 2y + 1$ et D = $y^2 – 81$ qui restent du n° 19**	L'enseignante demande des élèves de mettre les préparations devant eux, elle va passer les contrôler. **Ra** est au tableau pour corriger les deux expressions qui restaient du n° 19 et qu'il réussit. **Bec** demande une explication de l'enseignante. Elle ne peut pas factoriser la première expression « suivant les méthodes traditionnelles » dit l'enseignante. Cette expression ressemble à $\mathbf{a^2 – 2ab + b^2}$ qu'elle écrit par dessus l'expression $\mathbf{y^2 – 2y + 1}$ et dont la factorisation est $\mathbf{(a – b)^2}$. Elle recherche les carrés et trouve leur racine carrée, puis le signe qui est celui du double produit doit les séparer. Il ne faut pas oublier d'agréger le tout par un couple de parenthèses rondes et d'écrire en haut et à droite l'exposant 2. **Mar** demande que « si ce n'est pas une IRC, qu'est ce qu'on peut faire ? » La réponse de l'enseignante est « rien ». L'enseignante continue l'explication de la deuxième expression rapidement.
3 ; 30	13 - 115	**Correction du n° 20**	**An** au tableau pour corriger deux expressions du n° 20. Il lit la consigne qui est la même que celle du n° 19. L'enseignante l'accompagne dans la factorisation de $\mathbf{x^2 – 6x + 9}$ et de $\mathbf{4x^2 – 25}$ par identification aux formules qu'il réussit sans difficulté. Pour **Ma** la factorisation de $\mathbf{z^2 + 12z + 36}$ est $\mathbf{(z + 12z)^2}$. L'enseignante intervient en lui demandant si le carré de **12** est **36**, et il faut qu'elle vérifie le double produit. Pour la deuxième expression $\mathbf{-16 + n^2}$ l'enseignante, pour faciliter la tâche demande à **Ma** de l'écrire sous la forme $\mathbf{a^2 – b^2}$ et la grande surprise est dans la réponse $\mathbf{(n – 4)^2}$ que l'enseignante corrige sans s'y attarder.
..10 ; 49	115 - 145	Correction du n° 21	**Be** qui travaille en groupe de trois, demande de l'enseignante quel exercice faire après le 27. **Ci** au tableau réussit la factorisation de $\mathbf{4x^2 + 20x + 25}$, par contre **Ma** factorise pour la deuxième fois $x^2 - \frac{25}{9}$ en $(x - \frac{5}{3})^2$. L'enseignante justifie que la factorisation de $\mathbf{a^2 – b^2}$ est $\mathbf{(a + b)(a – b)}$. **Mar** réussit les deux dernières expressions de l'exercice $\mathbf{9x^2 – 24x + 16}$ et $\mathbf{y^2 - \frac{36}{49}}$.
..15 ; 28	146 – 172	Correction du n° 22	Plusieurs élèves disent qu'ils ont fait cette

		Factorisation de M = (x + 3)^2 – 9	factorisation, mais l'enseignante choisit **Be** puisqu'il a été le premier à trouver la factorisation quand il travaillait devant lui. L'enseignante demande d'écrire devant le n^o 22 « très important ». Elle laisse **Be** travailler et elle passe dans les rangs pour contrôler les préparations. **Be** se comporte en enseignant, il explique qu'il a considéré que **(x + 3)** est **a** qu'il écrit en dessous en groupant **x + 3** par un arc de cercle, et le **9** c'est le **b^2**. Cette expression est une identité de la forme **a^2 – b^2** dont la factorisation est **(a + b)(a – b). Be** agrège ses deux assemblages par des crochets, réduit les termes semblables et donne la réponse finale de la factorisation. L'enseignante fait remarquer que le « **a** ici n'est pas **x**, n'est pas un seul terme, c'est **x + 3** ».
20 ; 5	172 - 234	**Factorisation de N = (4x + 1)^2 – 25**	**Mi** au tableau pour la factorisation de **N**, il travaille en silence, pendant que **An** annonce qu'il n'a pas compris pourquoi la factorisation de **M** n'est pas de la forme **(a – b)^2**. L'enseignante le questionne sur le double produit qu'il ne trouve pas. Elle s'approche de **Mi** pour vérifier son travail qui est juste et qui s'arrête à **(4x – 4)(4x + 6)**. L'enseignante demande au groupe classe de poser les crayons et de suivre. Elle n'accepte pas la factorisation par **2** pour **(4x – 4)**, elle demande plus que **2** sans annoncer la factorisation au maximum. **Mi** trouve **4** et écrit **4[** , l'enseignante l'arrête et lui demande d'agréger avec des parenthèses. **Mi** écrit **4(** et s'arrête pour après un moment dire que c'est **2x**. L'enseignante rappelle sur un ton fort que **4** est le facteur commun. Pour **(4x + 6)**, le facteur commun est **2**, que l'enseignante refuse d'écrire à la suite de **4(x – 1)**. Pour **Mi**, placer **2** avec **4** au début du produit donne **6**. L'enseignante explique de nouveau la factorisation de **(4x – 4)(4x + 6)** en insistant à mettre les facteurs coefficients numériques au début, mais il faut les multiplier et non pas les additionner. Elle fait la remarque que **(4x – 4)** se divise par **4** et non pas par **8** et **(4x + 6)** se divise par **2**. **Da** demande comment peut-il retrouver la « forme-énoncé » par multiplication de **4** par **(4x – 4)** et de **2** par **(4x + 6).** L'enseignante le rassure qu'une telle question ne se posera pas.
26 ; 44	234 - 298	Factorisation du reste de l'exercice 22 O = $x^2 - (x - 1)^2$; P = $(3x + 1)^2 - 4x^2$	Pendant que l'enseignante continue sa tournée pour le contrôle des cahiers, **Mi** factorise en silence **O** et se trompe dans l'application de la règle des signes. **Mar** intervient par une question sur **N**. Il demande s'il y avait **5** à la place de **25**, « on ne peut pas factoriser ». L'enseignante le contredit et remet ce travail pour plus tard. **Ge** factorise **P** en silence correctement. **Ca** ne comprend pas pourquoi la racine de **4x^2**

			est **2x**, alors que le carré est pour **x** seulement. Elle est d'accord que $\mathbf{4x^2}$ s'écrit $\mathbf{(2x)^2}$, mais elle ne l'a pas vu dans le travail de **Ge** qui a passé cette étape.
33 ; 17	298 - 393	Passage à la résolution des équations produits Correction du n° 24 ; 25	Après que **Ge** a fini la résolution de $\mathbf{(x – 4)(x + 1) = 0}$, **Yo** provoque un retour sur l'expression **O**. Pour lui $\mathbf{-1 + 1 = 0}$, mais $\mathbf{–x + x = 2x}$. Les équations de ces deux exercices sont en « forme-produit ».
48 ; 37	393 - 423	Correction du n° 27 Développer et Factoriser E = (2x - 3)(x – 5) – 4(2x – 3)	**Man** au tableau, il lit la consigne : développer et réduire E. Il propose tout de suite d'écrire $\mathbf{(2x – 3)^2}$. L'enseignante lui rappelle qu'il faut développer. **Man** réussit le développement. Pour la factorisation, l'enseignante demande au groupe classe de poser les crayons et de suivre et **Man** regarde le développement $\mathbf{2x^2 – 21x + 27}$ et dit que c'est $\mathbf{(a – b)^2}$. L'enseignante explique qu'il faut factoriser la « forme-énoncé » et non pas la « forme-développée ». La sonnerie de la cloche ne permet pas de finir la factorisation, l'enseignante la passe en devoir avec les cinq exercices qui suivent pour demain.

L'enjeu de cette séance est la factorisation en utilisant les IRC à partir des exercices. ***Ra*** *au tableau réussit la factorisation des deux expressions qui restaient du n° 19. Une minute plus tard* ***Bec*** *annonce qu'il n'a rien compris. L'enseignante reprend la factorisation de la première expression $y^2 – 2y + 1$ en suivant sa « manière de faire » habituelle. (Min 3)* ***Mar*** *demande « si ce n'était par une identité remarquable, on ne peut rien faire ». La réponse de l'enseignante est positive. Elle enchaîne pour expliquer la deuxième expression $y^2 – 81$ sur laquelle elle ne tarde pas. (Min 3 ; 30) Correction du n° 20.* ***An*** *réussit la factorisation des deux premières expressions. Par contre* ***Ma*** *factorise $z^2 + 12z + 36$ en $(z + 12z)^2$. (Min 9) Suite à la demande de l'enseignante* ***Ma*** *écrit $-16 + n^2$ en $n^2 – 16$ qu'elle factorise $(n – 4)^2$. (Min 21) Correction du n° 21, puis n° 22 (Min 15) où* ***Be*** *enseigne à l'ensemble classe la factorisation de $(x + 3)^2 – 9$. (Min 17) L'enseignante reexplique la factorisation pour garantir l'apprentissage.* ***An*** *demande si 7 a une racine carrée.* ***To*** *refuse le « non » de l'enseignante qui se corrige en disant « Il a une racine carrée, mais qui n'est pas un entier ». (Min 22 ; 42) L'enseignante fait appel à la factorisation au maximum, sans le dire, pour la « forme-produit » $(4x – 4)(4x + 6)$ et refuse d'écrire le coefficient numérique entre les deux assemblages, il faut qu'il soit toujours en premier. L'enseignante reprend la factorisation maximale encore une fois (Min 25). Avant de corriger le n° 24 (toutes les équations ont la « forme-produit »), l'enseignante rappelle la règle de résolution d'un produit de facteur nul (Min 33).* ***Ge*** *ne trouve aucune difficulté en résolvant la première équation. De même pour* ***An*** *qui fait la suite. La correction du n° 25 (Min 42) qui est du même type que le précédent ne pose aucune difficulté. (Min 48) L'exercice 27 introduit une nouveauté de type d'exercice : il faut développer puis factoriser. La sonnerie de la cloche arrête le travail de factorisation.*

Observons dans ce qui suit la méthode instituée par **En** pour savoir qu'il faut factoriser en utilisant l'une des IRC.

Min 0 Factorisation des deux expressions qui restent du n°19
$C = y^2 – 2y + 1$ et $D = y^2 – 81$

1	**En**	Mettez les préparations devant vous. Euuuh ! Qui était le dernier au tableau ? (elle entend quelqu'un dire c'est le tour de **Ra**) C'est le tour de **Ra**, allez-y On avait commencé le numéro dix neuf. On a fait les deux premières, A et B. **To**, tu te tais s'il te plait ? **(Ra** écrit : N° 19) $C = y^2 – 2y + 1$ $= (y – 1)^2$) Très bien **Ra**, y deux, moins deux y, plus un, chuchuchut, c'est y moins un au carré D (elle fait signe à **Ra** de passer à l'expression suivante D, il écrit : $D = y^2 – 81$ $= (y – 9)(y + 9)$
2	**Bec**	M[elle], est ce que vous pouvez répéter ?
3	**En**	Oui, je vais répéter. **Bec**, tu n'avais pas compris comment faire ? Merci **Ra** Suivez un peu Donc, j'avais, y deux, moins deux y, plus un. Donc, j'ai à factoriser, il y a du bruit. J'ai à factoriser, donc, je remarque, plutôt, j'essaye de factoriser par y, je ne peux pas, car le un ne contient pas de y. J'essaye de factoriser par un nombre, je ne peux pas, car j'ai là, un y deux et un (elle montre y^2 et 1 de l'expression C), tandis que là, j'ai moins deux y (elle montre -2y toujours dans C). Donc, je ne peux pas suivant les méthodes traditionnelles Mais je remarque très bien, que le y deux, moins deux y, plus un, ressemble à a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit $a^2 – 2ab + b^2$ par dessus l'expression $y^2 – 2y + 1$ écrite par **Ra**) et la factorisation de, a deux, moins deux ab, plus b deux, c'est égale à, a moins b, au carré (elle continue à écrire en dictant $= (a – b)^2$) Je cherche les carrés, les carrés ici, sont (elle penche la tête en avant pour pousser les élèves à répondre)
4	**Els**	y deux
5	**En**	y deux et ?
6	**Els**	Un
7	**En**	Un. Le y deux, c'est le carré de y, et le un, c'est le carré de
8	**Els**	[un
9	**En**	[un. Pour savoir, si entre les deux, il y a un plus, ou un moins, je regarde le signe du double produit, c'est moins, donc, entre les deux, j'ai un moins, et je n'oublie pas de mettre les parenthèses et d'élever au carré
10	**Mar**	Si ce, si ce n'était pas une identité remarquable, on ne peut rien faire
11	**En**	On ne peut rien faire, si j'avais là, y deux moins trois y (elle écrit 3y dans l'expression C par-dessus 2y) plus un, je dis, ce n'est pas une identité remarquable. Bien, le y deux moins quatre vingt et un, ça ressemble à a au carré, moins, b au carré, sa factorisation c'est a moins b, facteur de a plus b (elle écrit par-dessus l'expression D $a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)$). Le y deux c'est le carré de y, et le quatre vingt et un, c'est le carré de neuf Ça va ?
12	**Els**	Oui
13	**En**	Bien

Par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignante se place au niveau des élèves en dialoguant avec les pronoms « je » et « on ». En réponse à la demande de **Bec**, elle institue la recherche de la méthode de factorisation en utilisant les IRC, et elle ne s'adresse pas à **Bec** seule, mais à tout l'ensemble de la classe, comme si elle était consciente qu'il y a d'autres élèves qui sont loin du monde des IRC.
Pour **En**, la clé d'une bonne factorisation est le découpage dans la manière de penser, il faut en premier essayer de factoriser « *suivant les méthodes traditionnelles* » : rechercher un facteur commun $\mathbf{aX^n}$ **/ a = 1**, ou $\mathbf{aX^n}$ **/ n = 0**. Pour instituer cette manière de penser, elle montre de son doigt les monômes qui ne vérifient pas « *les méthodes traditionnelles* ». En second, factoriser en utilisant les identités remarquables. Il faut

faire la ressemblance avec une des IRC. Elle modélise sa recherche, elle écrit la formule correspondante par-dessus du travail de **Ra**. La méthode est de rechercher les monômes carrés, et extraire leur racine carrée. Pour trouver le signe qui va séparer l'*amont* de l'*aval*, il faut regarder le signe du double produit et prendre le même signe. Ce n'est pas fini encore, « *je n'oublie pas de mettre les parenthèses et d'élever au carré* ». Pour la deuxième expression, elle l'explique très rapidement pour passer à l'exercice suivant.

Le groupe classe a accompagné **En** dans la recherche des carrés et de leur racines carrées, en réponse à sa demande. **Ra** semble avoir compris les techniques de factorisation en utilisant les IRC Par contre **Bec** ne l'est pas, elle produit une question typiquement chronogénétique. Il se peut qu'elle ne soit pas la seule, mais les autres n'ont pas le courage de se montrer ignorants.

La « règle-élève » a toujours sa place dans le travail des élèves. Observons ceci dans l'épisode suivant. L'expression H fait partie de l'exercice 20 qui a la même consigne que l'exercice 19.

Min 9 sec 35 Factorisation de $H = -16 + n^2$

90	**Ro**	(**Ma** écrit $H = -16 + n^2$) Mademoiselle
91	**En**	Oui, **Ro**
92	**Ro**	On peut dans h écrire directement la réponse ?
93	**En**	Oui Donc, moins seize, plus, n deux, je peux l'écrire ?
94	**Ma**	Euh, moins quatre
95	**En**	Avant de dire moins quatre
96	**Ma**	n
97	**En**	Donc, pour faciliter la tâche, selon toi, ça ressemble à qui ?
98	**Ma**	Moins a, deux
99	**En**	Moins a deux
100	**Ma**	Plus b deux
101	**En**	b deux. Mais, nous, quelle identité on a appris ?
102	**Ma**	a deux, moins, b deux
103	**En**	Donc, pour avoir la forme a deux, moins b deux, comment tu peux l'écrire ?
104	**Ma**	Euh
105	**Dah**	Moi (il lève le doigt)
106	**En**	Toi tu as, moins a deux, plus b deux. Pour avoir a deux, moins, pour avoir le moins ici (elle montre le + dans H), comment tu peux l'écrire ?
107	**Dah**	n deux moins seize
108	**En**	n deux moins seize ? (**Ma** écrit $= n^2 – 16$) Donc, c'est égal à combien, n deux moins seize ?
109	**Ma**	n moins quatre à
110	**En**	n moins quatre
111	**Ma**	A la puissance deux (elle a écrit $= (n – 4)^2$)
112	**En**	Fais attention (d'un ton fort) a au carré, moins b au carré, c'est n moins quatre
113	**To**	n plus quatre
114	**En**	Facteur de n plus quatre (elle efface l'exposant 2 et écrit $(n – 4)$ à la suite de $(n + 4)$)

Dans cet épisode, les élèves sont devant une nouveauté $– b^2 + a^2$. La topogenèse ne libère pas l'enseignante de sa tâche, malgré que **Ma** est au tableau pour instituer l'identité $a^2 – b^2$. Pour raccourcir la distance qui la sépare des élèves, elle s'adresse à l'ensemble classe avec le pronom « je », et dans son accompagnement pour **Ma** elle lui parle avec le pronom « tu ». **En** accepte que **Ro** donne tout de suite la réponse et elle le refuse à **Ma** qui n'a pas répondu à sa question « *je peux l'écrire* ? », et par une indication d'effet Topaze, lui indique de rechercher la formule $a^2 – b^2$. Elle rate l'occasion d'expliquer à **Ma** et à l'ensemble classe le changement fait par **Dah**, et la « règle-élève » à laquelle s'attache **Ma**. Elle se contente d'attirer l'attention sur l'erreur par un ton autoritaire, et par une deuxième indication d'effet Topaze, elle pousse **Ma** à dire le second facteur de la réponse « forme-produit ».

Ma voulait suivre les consignes de **En**, faire le travail en une seule étape. C'est le cas de **Ro** aussi. **Ma** a retrouvé la forme $– a^2 + b^2$, elle a bien étudié la formule $a^2 – b^2$, mais elle était incapable de passer de la forme $– a^2 + b^2$ à la forme $b^2 – a^2$. La surprise est dans sa réponse $(n – 4)^2$. Pour elle, $a^2 – b^2 = (a – b)^2$. La « règle-élève » est dominante, ce qui l'a interdie de répondre aux attentes de **En.** C'est **Dah** et **To** qui le font. Le premier a changé $– n^2 + 16$ en $16 – n^2$, et **To** a donné le second facteur de la réponse « forme-produit ».

Dans ce qui suit, nous allons étudier deux épisodes de factorisation dont les expressions sont tirées de l'exercice 22. Rappelons que la consigne est la même que celle de l'exercice 19.

Min 15 sec 28 Correction de l'exercice 22
Factorisation de $M = (x + 3)^2 – 9$

154	**En**	Ecrivez à côté du numéro vingt très important, non pas seulement important, il est très important cet exercice (elle passe dans les rangs pour voir si les élèves ont fait leur devoir du jour) Bien, **Be** (il a écrit $M = (x + 3)^2 – 9$) le x, plus, trois au carré, moins neuf, comment tu as fait ?
155	**Be**	J'ai considéré que x plus trois c'est a (il trace un arc de cercle en dessus de (x + 3) et écrit a)
156	**En**	Voilà, très bien
157	**Be**	Et moins neuf, est b au carré (il écrit b^2 en dessus de 9)
158	**En**	Donc, que sera le b ?
159	**Be**	Euh, trois
160	**En**	Trois Donc, le x plus trois au carré, moins, neuf, c'est une identité remaquaaaaable, Be, de la forme
161	**Be**	a deux, moins, b deux
162	**En**	a deux, moins, b deux,. Et comment tu la factorises ?
163	**Be**	Euuuh, a deux, moins, b deux, a, a moins b, facteur de a plus b
164	**En**	Montre moi (**Be** écrit = [ ) Voilà, là, je veux mettre le a, qui est le x plus trois entre parenthèses, alors, je vais avoir recours aussi aux crochets (**Be** continue son écriture : = [(x + 3) – 3][(x + 3) + 3]) (E) Voilà, donc là, le xxxx, plus trois au carré, moins neuf, le neuf c'est le trois au carré. Ça ressemble à la forme a au carré, moins b au carré. Mais là, le a, ce n'est pas seulement, x, ce n'est pas seulement, euh, un seul terme, c'est le x plus trois Alors, la factorisation qui est, aaa, moins b, facteur de a plus b (elle écrit dans (E), sur les deux (x + 3), a, et sur les deux 3, b) Donc, rien n'empêche qu'on vous donne, par exemple dans une récitation, factoriser, x plus trois au carré, moins deux x moins cinq au carré (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(x + 3)^2 – (2x – 5)^2$) Donc, on ne commence pas à pleurer, car on n'a pas su. Je sais très bien, que ça ressemble à a au carré, moins b au carré (elle écrit par-dessus (x + 3), a, et par-dessus (2x – 5), b), avec le a, c'est, x plus trois, **Ca**, et le b, c'est deux x moins cinq

		Alors, la factorisation sera, a moins b, x plus trois moins, deux x moins cinq, je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses, facteur de, x plus trois, plus deux x moins cinq (elle écrit en même temps = [(x + 3) – (2x – 5)][(x + 3) + (2x – 5)])
165	**Els**	[x plus trois moins deux x moins cinq, facteur de, x plus trois, plus, deux x moins cinq
166	**En**	Voilà, et je continue ainsi de suite. Mais, n'ayez pas peur, si le a, était une expression, et le b au carré, le b encore, le b au carré, c'est deux x moins cinq, trois x moins deux, une expression au carré Continue (elle adresse la parole à **Be**)
167	**An**	Mademoiselle, est ce que sept a une racine carrée ?
168	**En**	Non
169	**To**	Comment ?
170	**En**	Il a une racine carrée, mais qui n'est pas un entier
171	**To**	Oui
172	**En**	Tout nombre a une racine carrée (**Be** travaille seul au tableau, il écrit : = (x + 3 – 3)(x + 3 + 3) = x(x + 6)) Très bien, bravo. **Mi**, tu peux passer continuer ? Quelqu'un n'a pas compris ?

L'enjeu de cet épisode est la factorisation en utilisant l'identité $a^2 - b^2$, avec a un binôme. Les élèves rencontrent ce type d'expressions pour la première fois. **En** trouve cet exercice très important, non seulement elle le signale aux élèves, mais aussi elle leur demande en enseignant, puisqu'elle s'adresse avec le pronom « vous », de marquer qu'il est très important. Elle cède la topogenèse à **Be** qui prend la charge du tableau qui leur sert d'un « lieu de travail », et passe dans les rangs pour voir les préparations. Pour assurer l'avancement de l'apprentissage, elle institue la technique de factorisation une deuxième fois par questionnement à **Be**. Par un mouvement topogénétique descendant, **En** s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « je » et explicite l'écriture de **Be** pour la première « forme-produit ». Elle fait appel aux délimitants crochets pour faire les assemblages puisque les parenthèses rondes agrègent (x + 3).
Par des mouvements topogénétiques ascendants/descendants et pour faciliter la tâche aux élèves, **En** prend la charge du tableau et ne se contente pas d'instituer encore une fois la technique de factorisation, mais elle érige vers une autre expression de la forme $a^2 - b^2$ tel que a et b sont des binômes, où elle s'adresse aux élèves avec le pronom « on » qui la groupe avec l'institution pour la proposer dans un contrôle. Elle ne rate pas l'occasion de signaler l'utilité des crochets qui servent à faire des assemblages, tant que les parenthèses agrègent les sous assemblages « *je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses* ».
Pour que la question de **An** ne pose pas un arrêt du temps didactique, **En** répond par « *non* » (la notion des racines carrées sera étudiée plus tard). Mais l'intervention de **To** l'oblige à se corriger.
Le dialogue de l'enseignante est caractérisé par les deux types de langage : mathématique « *facteur de* », « *terme* » et parlant « *ressemble à* », « *on ne commence pas à pleurer* ».

Du point de vue élève : **Be** publie sa découverte de la « forme-produit » en enseignant. Il enseigne par analogie à **En**, il identifie les termes de l'expression « forme-énoncé » au terme de la formule, en les écrivant par-dessus. Il réduit les termes semblables de chaque assemblage en silence. **An** pose une question chronogénétique qui pouvait arrêter l'avancement du temps didactique. **To** se comporte en enseignant, il refuse la première réponse négative de **En**, et approuve l'explication que **En** donne à **An**.

Nous arrivons maintenant à l'épisode où l'enseignante demande la factorisation au maximum.

Min 20 sec 5 factorisation de N = $(4x + 1)^2 – 25$

172	**En**	..//.. Oui, **Mi**, on t'attend (**Mi** a écrit N = $(4x + 1)^2 – 25$)
173	**An**	Je n'ai pas compris pourquoi le $(x + 3)^2 – 9$ n'est pas comme a moins b au carré ?
174	**En**	Où est le double produit ?
175	**An**	Ouieh
176	**En**	Oui, quatre x plus un, moins, vingt cinq, c'est le carré de, de
177	**Mi**	Cinq
178	**En**	De cinq. *Vas y*, fait un peu vite. Quatre x, plus, un (**Mi** écrit : = [(4x + 1) – 5][(4x + 1) + 5] = (4x + 1 + 5)(4x + 1 + 5)) Fais attention **Mi**, dans le premier terme, c'est quatre x, plus uuun
179	**Mi**	Plus, moins cinq (elle efface le signe (+) dans le premier terme, pour tracer un signe (-) devant 5)
180	**En**	Moins cinq, d'accord Quatre x, plus un moins cinq
181	**Mi**	Moins quatre
182	**En**	Moins quatre.
183	**Mi**	Quatre x plus six (elle a écrit en tout : N = $(4x + 1)^2 – 25$ = [(4x + 1) – 5][(4x + 1) + 5] = (4x + 1 - 5)(4x + 1 + 5) = (4x – 4)(4x + 6))
184	**En**	Egal, posez tous les crayons et suivez Par quoi tu veux encore factoriser ? (**Mi** la regarde étonnée)
185	**Mi**	Quatre
186	**En**	Quatre xxxxxx
187	**Mi**	Quatre x, euh, quatre x moins six
188	**En**	Quatre xxx
189	**Mi**	Moins quatre
190	**En**	Moins quatre. Par combien ?
191	**Mi**	Par deux ?
192	**En**	Par deux, et quoi encore ? Plus que deux
193	**Mi**	Par quatre
194	**En**	Où tu mets ton quatre ? (**Mi** écrit 4[ ) Donc, quatre, tu peux mettre des parenthèses (**Mi** efface le crochet et ouvre une parenthèse et s'arrête)
195	**Els**	Melle
196	**En**	Laissez-la. Donc, le quatre x, moins, quatre, qu'est ce qu'il va devenir ?
197	**Mi**	Deux x
198	**En**	Mais, tu as factorisé par quatre (d'un ton fort)
199	**To**	x moins un
200	**En**	x moins un (Mi écrit 4(x – 1), et s'arrête) *Ok*, le quatre x plus six, est ce que tu peux encore le factoriser ?
201	**Els**	Par deux
202	**En**	Le quatre et le six
203	**Mi**	Par deux
204	**En**	Par deux. Où tu mets le deux ?
205	**Mi**	Encore dehors
206	**En**	Encore dehors. Où dehors ? (**Mi** écrit 2 après 4(x – 1)) Où on a appris à mettre le nombre par lequel on factorise ?

207	**To**	Au début
208	**En**	**Mar**, où on le met ?
209	**Mar**	Après l'égalité
210	**En**	*C'est-à-dire*, au début du
211	**El**	L'égalité
212	**En**	Du, du
213	**To**	Egalité
214	**En**	Du produit. Voilà, et si tu as un quatre et tu as encore factorisé par deux, qu'est ce qu'il va devenir ?
215	**Mi**	Six
216	**En**	Non. Pas six.
217	**Els**	Huit
218	**En**	Il va devenir huit. Car, j'ai quatre fois deux, c'est huit Tu effaces le quatre et tu mets un huit, tu effaces le deux (Mi fait les changements demandés) et le quatre x plus six, va devenir ?
219	**Mi**	Deux x
220	**En**	Deux x
221	**Mi**	Plus trois (elle a écrit = 8(x – 1)(2x + 3)) (E1)
222	**En**	Deux x, plus trois. Bien C'est clair d'où on a apporté le huit ? Je vais répéter. Oui, **Mar**
223	**Mar**	Pourquoi, on ne met pas le deux entre les deux (il veut avoir comme réponse 4(x – 1) 2 (2x + 3))
224	**En**	Oui, mais, le problème, j'insiste que vous le mettiez au début du produit, si vous avez factorisé par moins deux, est ce que vous allez garder la multiplication ?
225	**To**	Non
226	**En**	Donc, il n'y aura plus de multiplication. Donc, il vaut mieux mettre le terme, le nombre par lequel vous factorisez au début. Si vous aviez disons, moins deux x, moins trois, par combien vous allez factoriser ?
227	**Els**	Par moins
228	**En**	Par moins (elle écrit –(2x + 3)), et si j'avais avant, quatre x moins quatre, est ce que j'ai toujours une multiplication ? (elle écrit (4x – 4) – (2x + 3))
229	**To**	Au début
230	**En**	Au début du produit (elle efface le (-) entre les deux binômes et le place devant le premier binôme) Donc, là, je répète. Efface là bas et commence (elle demande à Mi d'effacer une partie du tableau qui ne contenait pas la factorisation de N, pour commencer la factorisation de O) Le quatre x moins quatre, facteur de, quatre x plus six, je factorise le quatre x moins quatre par quatre, je mets un quatre là (elle met 4 sous le 8 de (E1)), il va me rester, x moins un *Maintenant*, le quatre x plus six, encore, je veux le factoriser par deux. Je suis habituée à mettre le nombre au début du produit, j'ai un quatre et je factorise encore par deux (elle écrit × 2, à la suite du 4). C'est comme si j'ai factorisé, Ha, en tout et pour tout, par
231	**Ha**	Huit
232	**En**	Mais, là, le quatre x plus six, je ne le divise pas par huit, je le divise par, deux. Je le factorise par deux, c'est deux x plus trois (**Da** lève le doigt) Oui
233	**Da**	Si on a dans une récitation comme cela (il montre (E1) et il nous dit développer, Comment on sait que deux xeuh, on va faire la multiplication par deux et x moins un par quatre?
234	**En**	Est-ce que jamais on vous demande de passer de là, jusque là, quand tu développes ? (elle montre la réponse finale et la donnée)

L'enseignante réveille la mémoire didactique de **An** à partir du double produit. Elle coupe court l'intervention de ce dernier pour avancer le temps didactique. Par un ton autoritaire, en s'adressant à l'ensemble classe avec le pronom « vous », elle leur demande de poser les crayons et de suivre au tableau, puisque c'est la première occasion, avec les IRC, de factoriser au maximum. Par un processus d'accompagnement, caractérisé par des indications d'effet Topaze, elle pousse **Mi** à dévoluer dans cette technique et à choisir le plus grand diviseur commun à 4x et 4, puis

celui de (4x + 6). Et puisque, dans la nouvelle « forme-produit », il n'y a pas des sous assemblages, elle refuse les crochets pour agréger l'assemblage et demande à **Mi** de délimiter ses assemblages par un couple de parenthèses rondes. Et encore elle refuse d'écrire les facteurs monômes, à coefficients numériques uniquement, entre les binômes. Il ne faut pas changer le « panorama » qu'elle a imposé lors du travail en utilisant la méthode de factorisation par un facteur commun.
Elle ne réussit pas, même par une indication d'effet Topaze, d'aider l'ensemble classe à retrouver le mot mathématique « *produit* ».
Elle renvoie la réponse « forme-produit » visée à l'ensemble classe, en adressant la parole avec le pronom « on » qui la groupe avec **Mi** « *C'est clair d'où on a apporté le huit ?* ». Il semble que ce n'est pas du tout clair d'où tombe le huit, pour cela elle voulait enchaîner par une répétition. Mais, la question de **Mar** ne fait pas un arrêt du temps didactique, puisqu'elle fonce le même sujet. Pour convaincre les élèves de l'emplacement du facteur 2, par un mouvement topogénétique descendant, en dialoguant avec « je », elle suggère une factorisation par (-2), qui transforme le produit en une somme. Comme si le (-2) ne pouvait pas être agrégé par des parenthèses pour garder la forme produit de facteurs. Mais c'est une question d'habitude, elle enseigne ses savoirs d'élève. Pour répondre à **Da** et par un mouvement topogénétique ascendant en dialoguant par « on » qui la groupe avec l'institution et par « vous » pour s'adresser à l'ensemble classe et non seulement à **Da**, **En** clôt son discours par une question qu'elle renvoie à l'institution. Elle rate l'occasion de montrer aux élèves que le développement de la « forme-produit » et le développement de la « forme-énoncé» sont égaux.

ζLe lexique mathématique manque à l'ensemble classe. Aucun élève n'a pu désigner le « produit ». Avant que **Mi** ne commence la factorisation, **An** fait un arrêt de l'avancement du temps didactique par sa question sur l'expression précédente. Nous retrouvons avec **An** la « règle-élève », pour lui la forme $a^2 - b^2$ par la transformation (ζ) donne $(a - b)^2$. Il répond par « *ouieh* » à l'enseignante, mais pouvons-nous être sûrs que nous ne retrouverons plus cette erreur plus tard ?
Mi réussit la transformation (ζ), mais en supprimant les parenthèses qui agrègent les sous assemblages, elle se trompe avec les signes dans le premier assemblage. Elle semble être loin du monde de la factorisation maximum. Elle n'est pas convaincue par le choix du 4 comme diviseur commun à 4x et 4, la preuve en est, elle écrit 4[2x. **To** lui vient en aide, il publie le binôme après factorisation par 4, et certains élèves lui passent le facteur commun 2 du second assemblage. **Mi** reprend ces réponses. Pour elle, les nombres mis « *dehors* » s'ajoutent. Elle ne réalise pas que le blanc qui sépare les termes de la « forme-produit » remplace le signe (×).
Pour **Mar** l'écriture 4(x – 1) 2 (2x + 3) est bien un produit, il se demande pourquoi cette écriture n'est pas acceptée par **En**. La question de **Da** impose un arrêt chronogénétique pour le temps didactique. Par sa question il se demande de la validité du travail dans le sens opposé de la transformation (ζ).

Mi accompagnée de l'enseignante factorise l'expression $\mathbf{O = x^2 - (x - 1)^2}$ qui suit l'expression N. Après dix tours de parole, **Mar** impose un arrêt chronogénétique pour le temps didactique par sa question sur l'expression $\mathbf{N = (4x + 1)^2 - 25.}$ Nous avons découpé les tours de parole correspondants de l'épisode de la factorisation de l'expression **O** pour montrer par ce court dialogue comment les élèves évoquent les mêmes questions.
La question de **Mar** nous rappelle la question de **An** (TP 167, p 267) évoquée dans l'épisode de factorisation de $M = (x + 3)^2 - 9$.

243	**Mar**	M[elle], si à la place de 25, dans N, il y a 5
245	**En**	Oui, qu'est ce qu'on fait ?
246	**Mar**	Oui, on ne peut pas factoriser ?
247	**En**	Si on peut, mais pas maintenant

La question de **Mar**, vient un peu tard, il veut être sûr qu'« *on ne peut pas factoriser* », s'il y avait 5 à la place de 25 dans l'expression N = $(4x + 1)^2 - 25$. L'enseignante coupe la parole à **Mar** pour lui renvoyer la question qu'il allait poser. Cette fois, **En** est prudente dans sa réponse, elle déclare que la factorisation avec des racines carrées qui ne sont pas des entiers est possible, mais elle remet ce travail pour plus tard.

Neuvième séance d'enseignement
Enseignante EnFL

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 132	**Correction de la deuxième expression du n° 50 p 164** $\mathbf{(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)}$	L'enseignante prévient l'ensemble classe d'un travail rapide, du fait qu'ils sont en retard par rapport aux autres classes. **Ab** est au tableau pour développer $\mathbf{(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)}$. Avant de passer à l'expression suivante, l'enseignante questionne les élèves sur la factorisation de cette expression, la bonne réponse sera récompensée par un ajout de points. Les élèves sont agités, tous veulent répondre pour gagner le point. Plusieurs tentent leur chance avec des réponses qui n'ont aucun sens. **Mai** réfléchit à haute voix, l'enseignante la pousse à continuer, mais ceci a inspiré **An** qui trouve que cette expression est de la forme $\mathbf{a^2 + b^2 - 2ab}$. L'enseignante pour rapprocher les élèves de la solution, elle leur propose de lire l'expression à haute voix, et écrit par-dessus $\mathbf{a^2 + b^2 - 2ab}$ en grandes lettres miniscules. Puis elle explicite le nombre que symbolise a et celui que symbolise b pour dire que la « forme-produit » est de la forme $(a - b)^2$. Par suite la réponse est $[(x + y) - (x - y)]^2$. Elle fait la remarque que « la lettre a n'est pas un monôme, plutôt (x + y) ». Elle reprend le travail une deuxième fois. Ici elle « transpose ce produit et je veux le mettre entre les deux », il s'agit de $\mathbf{- 2(x + y)(x - y)}$, pour avoir la forme ordonnée habituelle $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2}$.
21		Correction de l'exercice 51 p 164	Cet exercice porte sur le développement d'une expression en utilisant les IRC et la distribution.
29 ; 44	1 - 150	Correction de l'exercice 57 et 58 p 164	Cet exercice repose sur la factorisation pour trouver les solutions des équations égaux à zéro. Le travail de factorisation a le même schéma que le travail précédent.

			L'enseignante fait passer deux élèves à la fois au tableau pour faire la correction de deux expressions différentes en même temps.

Le récit de l'intrigue de factorisation est sur la base de ce synopsis.

L'enseignante ne se contente pas de placer les élèves uniquement dans une situation de développement de l'expression $(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)$ (exercice 50 pp 164). Elle les place dans un milieu antagoniste, comme le propose la TSD, pour factoriser cette expression qu'ils rencontrent pour la première fois et « cette question est payée » (l'enseignante fait ce jeu de temps à autre pour motiver les élèves, elle leur ajoute un ou deux points selon la difficulté de la question). Les multiples réponses des élèves sont preuves de leur conception pour les IRC, les délimitants, l'opposé d'une expression, etc. (Min 9) ***Mai*** *par sa « règle-élève »* $\boldsymbol{a^2 + b^2 = (a + b)(a - b)}$ *et suite à l'aide de l'enseignante de continuer la lecture de* $\boldsymbol{a^2 + b^2}$ ***An*** *s'inspire de tout ça pour trouver que cette expression est de la forme* $\boldsymbol{a^2 + b^2 - 2ab}$*. (Min 10 ; 30) l'enseignante propose de lire à haute voix l'expression pour pouvoir l'identifier avec* $\boldsymbol{a^2 + b^2 - 2ab}$*. Par identification, elle montre que le a est (x + y) et le b est (x – y). Par un processus d'accompagnement, l'enseignante aide* ***An*** *à trouver la « forme-produit » de l'expression. (Min 14) l'enseignante reprend la factorisation, cette fois elle « transporte » le double produit pour « le mettre entre les deux », afin de mettre devant les yeux des élèves le modèle habituel* $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2}$*.(Min 16)* ***Ro*** *annonce qu'il n'a pas compris, l'enseignante modélise l'expression en une autre familière* $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1}$ *qu'elle factorise puis identifie ses termes avec ceux de l'expression primitive. (Min 18) l'enseignante demande aux élèves de prendre note et elle a écrit « très important » à côté. (Min 21) Correction de l'exercice 51 qui porte sur le développement (Cet épisode n'a pas été transcrit) (Min 30) Correction de l'exercice 57 et 58 qui portent sur la résolution des équations nulles après factorisation.*

Min 4 sec 32 Factorisation de $\mathbf{(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)}$

14	**En**	..//.. Question payée et gaaaarrr à celui qui répond sans lever sa main : Ça, si on nous demande de développer, c'est ce qu'on a fait. Si on nous demande de factoriser (elle écrit Factoriser) Comment on va procéder pour factoriser une telle écriture ? **Ab** (qui est toujours au tableau)
15	**Ab**	On a, x plus y et x moins y, entre parenthèses
16	**En**	Tu veux répéter en haussant ta voix
17	**Ab**	x plus y et x moins y, entre crochets,et x moins y moins deux
18	**En**	Non, **Mir**
19	**Mir**	On prend un facteur commun, x plus y
20	**En**	Est-ce que x plus y, Mir, est un facteur commun, partout? Tu as là x plus y (elle lui montre $(x - y)^2$). Dav
21	**Dav**	On prend de la deuxième étape (il parle de $(x^2 + 2 \times x \times y + y^2) + (x^2 - 2 \times x \times y + y^2) - 2(x^2 - y^2))$ (E))
22	**En**	Non
23	**And**	On développe puis on factorise
24	**En**	Oui **And**, on développe, puis, on a développé, on a trouvé quatre y deux. Comment est ce qu'on peut encore factoriser ? **Mar**
25	**Mar**	x plus y, facteur de, x moins y
26	**En**	Non, x plus y
27	**Mar**	J'ouvre le crochet et je continue

28	**En**	Tu continues, quoi ? tu n'as pas dit comme ça, au début. Comment tu vas continuer dans le crochet [brouhaha] Laissez le
29	**Mar**	Je mets x plus y
30	**En**	Oui
31	**Mar**	x moins y, et moins deux
32	**En**	Non
33	**Mic**	M^{elle}, M^{elle}
34	**En**	Euh, **Mic**
35	**Mic**	Euh, j'ouvre le crochet, x plus y, facteur de x moins y, et je le ferme, après, je l'ouvre une deuxième fois, x + y, facteur de, x moins y, moins deux, facteur
36	**En**	Non (on entend des discussions de partout) **Yo**
37	**Yo**	Euh, *premièrement*, euh, premièrement, x plus y, *deuxièment*, en dehors de la crochet, x moins
38	**En**	En dehors du
39	**Yo**	Du parenthèse
40	**En**	Oui
41	**Yo**	Moins, euh, j'ouvre la parenthèse, x plus y
42	**En**	Oui
43	**Yo**	Euh, x plus y, j'ouvre le crochet, x plus y, plus, moins deux
44	**En**	Non, non
45	**Yo**	Moins deux, x moins y

L'enseignante pose une question qui ne se trouve pas dans le manuel. Elle demande la factorisation de $\mathbf{(x + y)^2 + (x – y)^2 – 2(x + y)(x – y)}$. Pour inciter les élèves à la recherche de la « forme-produit » convenable, elle propose une récompense : des points en plus (les élèves sont habitués à ce genre de jeu). Elle se place au niveau des élèves pour ce jeu, elle dialogue avec le pronom « on ». Elle se trouve en manque du lexique mathématique, elle appelle l'expression « forme-énoncé » une « *écriture* ». Elle coupe court toutes les réponses fausses pour avancer le temps didactique.

Du point de vue élève, ils sont placés en conflit, ils se précipitent à donner une réponse pour gagner le point. **Ab**, qui est toujours au, tableau donne en premier sa réponse. Il se trouve lui aussi en manque de lexique, il utilise la conjonction de coordination « *et* » pour dire que « x + y et x – y sont multipliés », et pour séparer ces deux assemblages, il les agrège par des parenthèses en premier et puis par des crochets. Ces délimitants étaient aussi le souci de **Mar**, **Mic** et **Yo** qui ne réussit pas à jouer le rôle d'enseignant. **Mi** ne trouvant aucune forme d'identité, pense au facteur commun. **Da** aussi propose la même méthode mais lui il recherche le facteur commun dans la première étape du développement, qui est toujours au tableau. **And** propose de développer et puis de factoriser la « forme-développée ».

46	**En**	Réfléchissez très bien et regardez de quoi il s'agit et contemplez bien cette expression, puis donnez des réponses (10 sec d'attente)
47	**An**	M^{elle}
48	**En**	**An**
49	**An**	Si on met, si on met moins deux, en dehors, et on met x plus y, plus, x moins y, et on ouvre les crochets, on met moins x, et on met x plus y, plus, x moins y, et, et, x moins y, x plus y [brouhaha], **Dav**
50	**Dav**	M^{elle}, on a, x plus y, et, x moins y, facteur, euh, euh, x moins y est opposé de x plus y
51	**En**	x moins y est l'opposé de x plus y
52	**Be**	Non, non, moins x, moins y
53	**Dav**	Moins x, moins y, on peut, on peut mettre
54	**En**	Où tu as moins x moins y, là ?
55	**Dav**	x plus y, on peut développer, plus, facteur, x moins y, on aura, x moins y, on ouvre le

		crochet de y, moins
56	**Mar**	M^{elle}, M^{elle}
57	**En**	Gardez vos places (d'un ton fort, les élèves essaye de s'approcher du tableau, pour prendre la parole) **Ri**
58	**Ri**	Euh, euh, x plus y, facteur de, x moins y, on fait une identité remarquable, a deux
59	**En**	On fait une identité remarquable. Où as-tu a deux, moins b deux, là ?
60	**Ri**	x deux, moins y deux
61	**En**	Là, d'accord. Mais moi, je ne vous demande pas de développer, je vous demande, une telle écriture (elle montre la donnée), cette écriture, sans regarder ce qui suit (elle parle du développement qui est toujours au tableau), je vous demande de la factoriser. **Mai**
62	**Mai**	C'est sous la forme de a deux, plus b deux, moins a, euh, a, a deux, plus b deux, ça fait, a plus b, facteur, a moins b
63	**En**	a deux, plus b deux, c'est a plus b, facteur de a moins b [brouhaha], chuchuchu, levez la main
64	**Mai**	a deux, plus b deux
65	**En**	Continuez la lecture a deux, plus b deux, An
66	**An**	a deux, plus, b deux, c'est a deux, plus deux ab, plus b deux
67	**En**	Là, tu as a deux, plus deux ab, plus b deux ? (On entend des « moi » de partout). Où tu as le moins deux ab ?
68	**An**	Moins deux et (il montre le troisième terme de l'expression donnée)
69	**En**	Voilà, donc, qui est le a ?
70	**An**	Le a, c'est x plus y
71	**En**	Qui est le b ?
72	**An**	x moins y
73	**En**	Très bien, bravo Donc, comme vous remarquez, *tu n'auras rien* (**Mai** demande s'il aura le bonus). Comme vous remarquez, le x, **An**, passe la faire, le xeuh, si on la lit à haute voix, c'est x plus y, au carré, plus, x moins y, au carré, moins, deuux, faacteuur de, x plus y, facteur de, x moins y. Donc, si j'écris moi, a deux, plus b deux, plus deux ab, ou, bien a deux, moins deux ab, plus b deux (elle écrit $a^2 + b^2 – 2ab$ et en dessous, $a^2– 2ab+ b^2$) Est-ce que je vais changer la réponse finale ?
74	**An**	Non

L'enseignante place les élèves en situation de « contemplation », « *Contemplez bien cette expression* ». Plus loin, après un dialogue de quinze tours de parole, elle utilise « *écriture* » pour « *expression* ». Par un processus topogénétique ascendant, en dialoguant avec le pronom « vous », elle commente les réponses pour que les élèves puissent voir leur erreur. Par une indication d'effet Topaze, elle facilite la tâche, non pas à **Mai**, mais à **An** qui dépasse son camarade pour publier la réponse correcte. **En** accompagne **An** dans son déchiffrement de la « forme-énoncé ». Tous deux publient la modélisation de cette expression avec l'identité $a^2 + b^2 – 2ab$.
Par un processus topogénétique descendant, **En** se groupe avec les élèves pour lire l'expression à voix haute afin de la déchiffrer. Elle profite pour montrer à l'ensemble classe que les écritures $a^2 + b^2 – 2ab$ et $a^2– 2ab + b^2$ sont égales.

Dav introduit la notion d'« opposé » qu'il exploite d'une façon erronée, et c'est **Be** qui se comporte en enseignant et lui corrige sa réponse. **Ri** essaye de retrouver l'identité $a^2 – b^2$ par développement pour pouvoir factoriser. La « règle-élève » est de nouveau sur scène avec **Mai**. Cette règle pousse **An** à déchiffrer la « forme-énoncé ».

75	**En**	Non, donc, c'est comme ci, comme si je suis en train de supposer que a égale à x plus y (elle écrit un grand a = x + y). Et le b est égal à x, moins y (elle écrit un grand b = x – y), alors je vais avoir, a au carré, plus, b au carré, et moins deux a, b (elle écrit dans la donnée a^2 par-dessus $(x + y)^2$), (b^2 par-dessus $(x – y)^2$ et -2ab par-dessus 2(x + y)(x – y)).Voilà, quelle est sa factorisation, **An** ?
76	**An**	Sa factorisation, c'est, euh

77	**En**	Comment tu factorises, a deux, plus deux ab, moins deux ab, plus b deux ?
78	**An**	C'est a moins b, plus
79	**En**	[brouhaha] Laissez le, laissez le
80	**An**	C'est x + y, moins deux, a plus y, fois x moins y
81	**En**	Et comment tu la factorises ? (6 sec, pas de réponse d'**An)** C'est la forme développée, comment tu la factorises ? En identité remarquable
82	**An**	Ah ! C'est a moins b, le tout au carré
83	**En**	Voilà, c'est a, moins b, le tout au carré (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(a – b)^2$), d'accord. Donc, là à la place de a, qu'est ce que je dois mettre ?
84	**Els**	x plus y
85	**En**	Voilà. C'est x plus y, (elle écrit (x + y) en dessous du a de $(a – b)^2$), moins, à la place de b, qu'est ce que je mets ?
86	**Els**	x moins y
87	**En**	x moins y (elle écrit (x – y) en dessous du b de $(a – b)^2$), et le tout doit être au carré, alors je dois avoir recours à des
88	**An**	Crochets
89	**En**	N'est ce pas **Ca** ? (elle ne suivait pas)
90	**An**	On met des crochets
91	**En**	Je dois avoir recours à des crochets, et je mets au carré, voilà (elle trace les crochets et la puissance deux à la fin $[(x + y) – (x – y)]^2$) Donc, cette expression ressemble, à a au carré, plus b au carré, moins deux ab, je la factorise en tant que, a moins b, au carré. Mais le a, là (elle montre (x + y)), ce n'est pas un monôme, c'est x plus y, et le b, c'est, x moins y. J'enlève les parenthèses dans le crochet, je vais avoir, x plus y, moins x, plus y, le tout exposant deux (elle écrit $= [x + y – x + y]^2$). C'est égal, x moins x
92	**Els**	Zéro
93	**En**	Zéro x, plus y, plus y, c'est
94	**Els**	Deux y
95	**En**	Deux y, le tout
96	**Els**	Au carré
97	**En**	Au carré (elle écrit $= (2y)^2$). Egal à combien ?
98	**Els**	Quatre y deux
99	**En**	Quatre y deux. Qu'est ce que vous avez remarqué ?
100	**Mic**	C'est la même réponse
101	**En**	*Oui*. Qui n'a pas compris ? (**Ro** lève son doigt ?) Je répète
102	**An**	M^{elle}, j'aurai un plus

Par un mouvement topogénétique descendant, en s'adressant à l'ensemble classe avec le pronom « je » et à **An** avec « tu », l'enseignante publie la réponse par modélisation à l'identité $a^2 + b^2 – 2ab$, qu'elle écrit par-dessus en grand pour que le a se voit que c'est x + y, et pareil pour le reste. Par une indication d'effet Topaze, accompagnée par une négociation à la baisse, et par modélisation avec $(a – b)^2$, elle accompagne **An**, pour publier ensemble, la « forme-produit » visée.
Elle institue encore une fois les modèles de la « forme-énoncé » et de la « forme-produit » en symbolisant a et b « *le a, là, ce n'est pas un monôme, c'est x plus y, et le b, c'est, x moins y* ». Elle déchiffre l'assemblage pour réduire les termes semblables et trouver la réponse finale, accompagnée par plusieurs élèves.

An semble être perdu, il n'a pas répondu aux attentes de **En**. Lui, il cherchait à faire subir la transformation (ζ) à la « forme-énoncé », alors que **En** recherchait la publication de la « forme-produit » de l'identité. **An** délimite ses sous assemblages par des parenthèses rondes, ce qui fait que des crochets seront nécessaires pour délimiter l'assemblage qui sera après élevé à la puissance 2. Il se demande s'il aura sa récompense.

103	**En**	Oui, mais c'est pour le mois prochain Donc, **Ro**, on a, si on la refait là (elle cherche un coin vide au tableau pour refaire la factorisation) Tu as, x plus y, au carré, plus, x moins y au carré, moins deux, facteur de, x plus y, facteur de, x moins y (elle écrit de nouveau la donnée : $(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)$) Ok, je veux transporter ce produit, et je veux le mettre entre les deux D'accord. Ça va devenir, x plus y, au carré, moins deux, facteur de, x plus y, facteur de, x moins y, plus, x moins y, au carré (elle écrit en même temps qu'elle parle $= (x + y)^2 - 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$) Ça ressemble à, aaa, au carré, si je mets à la place de x plus y, a, et à la place de, x moins y, b, donc, c'est a au carré, moins deux ab, plus, b au carré (elle écrit les lettres au fur et à mesure qu'elle parle) Donc, c'est, a, moins b, au carré (elle écrit $(a - b)^2$) A la place de a, qu'est ce que je mets ?
104	**Els**	x plus y
105	**En**	x plus y, à la place de b ?
106	**Els**	x moins y
107	**En**	x moins y, et entre les deux, j'ai un
108	**Els**	Moins
109	**En**	Moins, car le double produit, là, il est négatif. Je réduis dans les, entre les crochets, les x, vont se supprimer, il va me rester, plus y, plus y, c'est plus deux y, le tout au carré, c'est quatre y deux (elle explique sur les écritures de la première explication) ..//.. C'est clair ?
110	**Ro**	M^{elle}, comment on a obtenu a moins b au carré ?
111	**En**	La forme globale, moi, quand je te dis, x deux, moins deux x, plus un (elle écrit $x^2 - 2x + 1$) C'est a au carré, moins deux ab, plus b au carré. Tu me dis, c'est x moins un au carré (elle écrit $= (x - 1)^2$) C'est a moins b au carré Mais là, au lieu d'avoir xeuh, j'ai x plus y, au lieu d'avoir un, j'ai x moins y. C'est clair ?
112	**Yo**	Non
113	**En**	Qui a dit non
114	**Yo**	Moi
115	**En**	Où tu n'as pas compris ?
116	**Yo**	Tout (avec un rire)
117	**En**	Tout. Bien, je répète encore, faites attention tous Tu as compris le développement, bien sûr. La factorisation, tu sais comment factoriser x deux moins deux plus un ? (elle écrit de nouveau $x^2 - 2x + 1$)
118	**Yo**	Oui
119	**En**	D'accord. Au lieu de x deux, moins, deux x, plus un, à la place de x, je veux mettre x plus y (elle efface x et écrit $(x + y)$), et à la place de un, je vais mettre, x moins y, au carré (elle efface 1 et écrit $(x - y)^2$). Et là (elle montre 2x), au lieu d'avoir x fois un (elle trace le signe ($\times$) après x, puis écrit 1 : $2x \times 1$), je vais avoir x plus y, et à la place de un, qu'est ce que je dois avoir ?
120	**El**	x moins y
121	**En**	x moins y (elle a écrit en tout sous $x^2 - 2x + 1$: $(x + y)^2 - 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$) *Quoi* ?(**Yo** semble perturbé), *ok* Quand tu avais x deux, moins deux x, plus un, tu l'as factorisé en tant que, x moins un au carré (elle réécrit les deux expressions). Mais là, à la place de x, qu'est ce que tu as ?
122	**Yo**	x plus y
123	**En**	Donc, ça va devenir, x plus y, et à la place de un, qu'est ce que tu as ?
124	**Els**	x moins y
125	**En**	Moins, x moins y, et le tout au carré (elle écrit sous $(x - 1)^2$, $[(x + y)^2 - (x - y)^2]$) Tu as compris
126	**Yo**	Oui
127	**En**	Qui n'a pas compris ?
128	**Be**	M^{elle}, on copie la factorisation
129	**En**	Oui, vous allez prendre note et c'est très important ça (elle écrit devant Factoriser, Important)

Dans cette partie, **En** pour faciliter la tâche à **Ro**, qui a eu le courage de se déclarer ignorant, elle « *transporte le produit* » pour retrouver le modèle habituel $a^2 - 2ab + b^2$. Elle institutionnalise la transformation (ζ) par modélisation avec l'identité $(a - b)^2$ en faisant le lien entre chaque terme et son symbole. Pour une deuxième publication, sous la demande de **Yo** qui semble être loin de ce monde de modélisation, et pour lui faciliter la tâche, **En** change de technique, elle passe d'une modélisation symbolique à une deuxième plus concrète, celle de l'expression $x^2 - 2x + 1$. **Yo** semble de plus en plus perdu, et se déclare toujours ignorant. **En**, par une négociation à la baisse « *Tu as compris le développement, bien sûr,.., tu sais comment factoriser x deux moins deux x plus un* », prend l'accord de la compréhension de **Yo** pour la première question, celle du développement de la « forme-énoncé ». Elle change encore une fois sa technique de modélisation, elle efface chaque terme de $x^2 - 2x + 1$ pour le remplacer par son équivalent de la « forme-énoncé », elle déchiffre le double produit 2x, en $2 \times x \times 1$ pour modéliser $2(x + y)(x - y)$. Elle continue le reste du travail avec le même schéma. Elle se contente du « *oui* » de **Yo** et renvoie la compréhension à tout l'ensemble de la classe. Personne ne se déclare ignorant. Elle clôt son discours en demandant aux élèves de marquer cette question « *très important* ».

Onzième séance d'enseignement
Enseignante EnFL

Nous n'avons pas transcrit toute la séance, puisque le temps nous manquait, nous avons recherché et transcrit les épisodes de correction de l'exercice B2 et B8 à la page 167 où le travail est sur la factorisation.
Dans ce qui suit, nous allons exposer une partie de la première question de l'exercice B8 pour montrer comment les élèves réduisent la « complexité ostensive » des expressions pour créer leurs propres règles et tomber plus qu'une fois dans l'erreur

Min 48 sec 7 **1) Factoriser les expressions suivantes**
a) $x^2 - 25$

1	**En**	Consigne (**Yo** est au tableau, il lit la consigne à haute voix)
2	**Yo**	x deux, moins vingt cinq (il écrit $x^2 - 25$)
3	**En**	C'est, comment tu la factorises ?
4	**Yo**	C'est, euh (il écrit $= (x - 5)^2$)
5	**En**	Où est ton double produit alors ?
6	**El**	C'est x
7	**En**	C'est x moins cinq
8	**Be**	Facteur de x plus cinq
9	**En**	Facteur de
10	**Dav**	x plus cinq
11	**En**	Toujours la même erreur. Toujours, vous êtes entrain de commettre la même erreur. Je vous ai dit, quand il y a, la différence de deux carrés, et il n'y a pas un double produit, c'est nécessairement, a au carré, moins b au carré, c'est a moins b, facteur de, a plus b. Oui, **Ha** (il demande la parole)
12	**Ha**	Pourquoi ce n'est x moins cinq au carré ?
13	En	Il l'a dit maintenant, et je lui ai répondu. Qu'est ce que je lui ai dit ? (pas de réponse) Tu n'écoutais pas. Alors, tu te débrouilles

Dans cette partie de l'épisode, nous retrouvons la «fameuse règle-élève » plus qu'une fois après plusieurs séances d'enseignement. **Yo** et **Da** se trouve dans la même

difficulté, et peut être plusieurs autres qui n'ont pas le courage de se montrer ignorants. La topogenèse définit l'action de **Yo** qui énerve l'enseignante par sa réponse : $x^2 - 25 = (x - 5)^2$. Pour lui, dans la « forme-énoncé » se trouvent deux carrés, donc les racines carrées seront agrégées par un couple de parenthèses rondes pris à la puissance deux, pour retrouver les carrés en faisant la transformation dans le sens opposé à la transformation (ζ). **En** lui donne la clé : le double produit. Si dans la « forme-énoncé » il n'y a pas le nommé « double produit », alors pour **En** « *c'est nécessairement, a au carré, moins b au carré, c'est a moins b, facteur de, a plus b* ». Mais **Ha** n'est pas d'accord avec les dictions de **En**. Il se demande « *Pourquoi ce n'est x moins cinq au carré* ? ». Les élèves n'arrivent pas à s'approprier la présence d'un troisième terme « le double produit ». Pour eux deux termes sont égaux à deux termes, c'est la forme qui domine.
En refuse de reprendre encore une fois l'explication qui a été publiée plusieurs fois jusqu'à maintenant.

D - Classe de quatrième, enseignant EnL, 1ère séance d'enseignement Explication du développement des IRC

Le synopsis et le récit correspondants sont à la page 175-177

Correction des activités préparatoires
Première activité

Observons comment l'enseignant a réduit la « complexité ostensive » d'une « règle-élève » $ab + ab = ab^2$ pendant le développement de $(a + b)^2$.

Min 24 sec 50

203	**En**	..//.. (**Ca** écrit : la somme des aires est : $b^2 + ab + a^2 + ab =$) Donc, la somme, on va faire A_1 plus A_2 plus A_3 plus A_4 b deux plus ab plus a deux plus ab
204	**Ca**	Est égal, b deux, ab à la puissance deux
205	**Els**	Deux ab
206	**En**	Attendez, attendez. Donc, tout d'abord, on a dit c'est b deux, écrivez, plus a deux, plus (il demande à Ca d'écrire, elle écrit en même temps que les dictions de l'enseignant : $b^2 + a^2$)
207	**Els**	Plus deux ab
208	**En**	Maintenant on a les termes semblables : ab et ab, ça donne quoi ?
209	**Els**	Deux ab
210	**En**	Deux ab, ok Donc, les nombres *ou* les puissances ne changent pas. On additionne un ab avec un ab ça donne deux ab. Comme si on fait l'addition par exemple : un livre plus un livre, ça fait quoi ?
211	**Els**	Deux livres
212	**En**	Deux livres au carré ?
213	**Els**	Non
214	**En**	Deux livres. Donc, les puissances ne changent pas (**Ca** a écrit $b^2 + a^2 + 2ab$) Maintenant avec ces quatre figures géométriques, on va essayer de faire une seule figure géométrique
215	**Ri**	Monsieur *on ne peut pas mettre* a plus b à la puissance deux ?
216	**En**	*On ne la connaît pas, on ne l'a pas étudiée, pourquoi vous avancez ?*
217	**Ri**	*Mais c'est bien a plus b* à la puissance deux
218	**En**	*Oui, mais on n'a pas encore pris* la formule. *On n'a pas expliqué la leçon*

Dans cette partie, **Ca** se trouve en difficulté avec l'addition de deux nombres symbolisés chacun par le produit de deux lettres a et b. Sa réponse « *ab à la puissance deux* » produit un arrêt de l'avancement du temps didactique, et une bifurcation de la part de l'enseignant pour éclaircir la confusion entre additionner les exposants à la place des coefficients des parties littérales de deux monômes. Pour ceci, et dans un but de raccourcir la distance qui sépare les élèves du savoir « réduire les termes semblables », **En** objective l'addition, il symbolise ab + ab par « *un livre plus un livre*». Les élèves savent très bien compter un premier livre, puis un deuxième, et le total est « *deux livres* ». Mais, il semble qu'il leur est difficile d'additionner ab et ab, puisque ces deux écritures sont dépourvues de sens. **En**, pour instituer que les puissances ne s'additionnent pas, questionne les élèves « *Deux livres au carré* ? », sûrement la réponse des élèves est « *Non* », alors que ab + ab donne ab^2.
Ri produit une question typiquement chronogénétique sur les IRC, que l'enseignant remet pour plus tard.
Par un processus d'accompagnement, **En** interagit avec l'ensemble classe pour conclure la « formule » correspondante qui provient de la somme des aires de deux carrés et de deux rectangles en premier, et puis la « formule » obtenue à partir du calcul de l'aire du grand carré formé par un jeu de « puzzle » à partir des deux carrés et des deux rectangles. Et à la fin de l'activité, **En** institue et écrit au tableau la « *formule* » : $(a + b)^2 = b^2 + a^2 + 2ab$, il ne parle pas d'identité.

Dans ce qui suit, nous allons exposer comment l'enseignant a introduit les trois IRC, et comment il a expliqué le développement de ces trois identités.

Min 45 sec 54 Introduction et explication des formules des IRC

328	**En**	..//.. Maintenant, les trois formules, que vous devez savoir sont quoi ?
329	**En** **+** **Els**	(il écrit en même temps que les dictions) a plus b à la puissance deux, ($(a + b)^2$ puis en dessous), a moins b à la puissance deux, ($(a – b)^2$ puis en dessous), a plus b par a moins b((a + b)(a – b)) (Donc l'enseignant a écrit ainsi : $(a + b)^2 =$ $(a – b)^2 =$ (F) (a + b)(a – b) =)
330	**En**	Ces formules, vous devez les savoir dans le calcul, ou bien dans le développement, ou bien dans la factorisation. On va voir à quoi est égale chacune de ces trois

L'enjeu de cet épisode didactique est les IRC. L'enseignant, craie en main, se charge du tableau qui lui sert de « lieu de savoir » et de « lieu de travail », par un mouvement topogénétique ascendant, dialogue avec l'ensemble classe avec le pronom « vous », pour parler de « *trois formules* » à connaître. Il écrit la « forme-produit » de chacune suivie du signe « deux traits ». **En** publie que ces « *formules* » sont à savoir et ils sont un outil pour « *le développement ou la factorisation* ».

Min 46 sec 36

330	**En**	..//.. Tout d'abord, si on commence par a plus b à la puissance deux. On a vu la démonstration géométrique de cette identité remarquable, *qui nous a donné dans* l'activité quoi ?
331	**En + Els**	a deux plus b deux plus deux a b
332	**En**	Maintenant, comment on peut calculer cette formule algébriquement ? a plus b à la puissance deux (il écrit de nouveau $(a + b)^2$)
333	**Ma**	a deux plus deux ab plus b deux
334	**En**	*Comment on l'a cherchée ?*
335	**Ma**	*Du premier*
336	**En**	On va démontrer la formule
337	**Sa**	C'est a plus b par a plus b
338	**En**	Tout d'abord, on démontre la formule, ensuite, on peut l'utiliser Donc, on a dit a plus b à la puissance deux, c'est a plus b fois a plus b (il écrit à la suite de $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$) Comment on fait le produit ? Comment on multiplie ces deux parenthèses ?
339	**Els**	(Toute la classe parle en même temps, on ne comprend rien, **Ca** explique la distribution avec son doigt en l'air)
340	**En**	*Premièrement*, on multiplie le premier terme avec tous les termes de la deuxième parenthèse (il trace les flèches de distribution) a fois a
341	**Els**	a deux
342	**En**	a deux (il écrit en même temps)
343	**Els**	a fois b, ab
344	**En**	Plus ab
345	**Els**	Plus ab
346	**Els**	Plus ba, non ab
347	**En**	*Calmez vous, calmez vous un peu* Ensuite, b fois a
348	**Els**	ba, ab
350	**En**	ba ou bien ab, plus
351	**Els**	b deux.
352	**En**	b deux, égal a deux plus
353	**Els**	Deux ab
354	**En**	On a dit ces deux termes sont semblables (il montre ab et ab), *c'est-à-dire* je peux les additionner, deux ab plus
355	**Els**	b deux
356	**En**	b deux (l'enseignant a écrit : $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$ $= a^2 + 2ab + b^2$) Donc, ça c'est la première formule (il écrit dans (F), à côté de la ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$)

L'enseignant institue la formule trouvée dans un travail géométrique, et propose sa recherche dans un travail algébrique. Il explicite le sens de la puissance 2, et développe par distribution le produit (a + b)(a + b). La « forme-développée » trouvée, il l'écrit à la suite des « deux traits » en disant « *c'est la première formule* ».
Pour faciliter la tâche du développement, **En** utilise un ostensif graphique : il trace les flèches de distribution. **Ca** fait comme lui, mais elle étant loin du tableau, elle trace les flèches en l'air.

Les élèves sont très agitées, elles veulent prendre la parole pour se montrer non ignorantes. Elles accompagnent **En** tout le long du développement.

L'enseignant travaille le développement des deux autres formules par analogie et clôt cet épisode en officialisant ainsi les trois « *formules* ».

Min 50 sec 28

371	**En**	Bon, voici les trois formules (il montre (F), voir TP 329), qu'il faut retenir, comprendre et savoir appliquer dans les exercices

L'enseignant insiste sur la mémorisation, ainsi que sur la compréhension et le savoir d'appliquer ces trois formules, qui jusqu'à présent n'ont pas trouvé leur nom d'identités remarquables.

<u>Deuxième séance d'enseignement</u>
<u>Enseignant EnL</u>

L'objectif de cette période est la correction du devoir du jour p.99 n° 1, 2, 3 et 4.

<u>Synopsis de la séance</u>

Le synopsis et le récit se trouvent en entier à la page 117—119. Nous avons découpé les épisodes qui nous intéressent dans cette partie. Nous avons choisi une ou plus qu'une séquence pour être analysées, nous avons marqué les tours de parole sujet d'étude de chaque épisode qui se rapporte au développement en utilisant les IRC

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 107	Correction de l'exercice 1	La consigne demande de trouver, parmi six expressions de « forme-produit », laquelle est la factorisation de $\mathbf{4x^2 - 1}$? L'enseignant accompagne les élèves qu'il choisit pour corriger au tableau. Il propose deux méthodes de recherche « ou bien on factorise,.., ou bien on développe ». Il suit le choix des élèves : le développement. La première procédure à faire, c'est choisir la formule convenable pour développer, puis identifier les termes de la « forme-énoncé » avec les lettres de la formule qui les symbolisent. Il insiste à faire une étape de plus dans le développement des IRC pour éviter l'échec. ; $\mathbf{(2x - 1)^2 = (\ )^2 - 2(\ )(\ ) + (\ )^2}$ (*) Certaines élèves trouvent la même réponse que **No** qui prend la charge du tableau, mais leurs procédures sont différentes ; ou bien elles ont fait la procédure (*) en tête, ou bien elles ont développé par distribution que l'enseignant appelle « vous multipliez la parenthèse fois la parenthèse ». Il fait la remarque qu'il faut retenir les formules des IRC, et les exercices sont le moyen de l'apprentissage « ça viendra avec les exercices ».
14 ; 8	107 - 259	Correction de l'exercice 2	Cet exercice est du même type que le précédent, l'expression « forme-énoncé » est $\mathbf{9x^2 -12x + 4}$. L'enseignant ne change pas de stratégie. Il développe $\mathbf{(2x - 3)^2 = (a)^2 - 2(a)\ (b) + (b)^2}$,

			après identification des lettres avec les nombres qui sont symbolisés, il efface les lettres agrégées par un couple de parenthèses rondes et les remplace par les nombres correspondants. Il fait remarquer aux élèves que la lettre **a** représente le même nombre partout, et de même **b**, suite à la question de **Ca** sur ces symboles.

Observons « la méthode » de **EnL** pour développer $(2x - 1)^2$ en utilisant l'identité $(a - b)^2$.

Min 7 sec 24

45	**En**	Quelle formule ? (brouhaha) *Calmez vous.* C'est quelle formule ?
46	**Ma**	a moins b au carré
47	**En**	a moins b à la puissance deux
48	**Els**	[deux
49	**En**	N'est ce pas ? Deux x moins un à la puissance deux, on a dit c'est la forme a moins b à la puissance deux. *On veut la réponse*
50	**Ma**	Egal a deux, moins deux ab, plus b deux
51	**En**	a deux, moins deux ab, plus b deux
52	**Els**	[a deux, moins deux ab, plus b deux
53	**En**	Donc, on va l'appliquer ici Quel est le a ?
54	**Els**	Deux x
55	**Ma**	*On fait* deux x au carré
56	**En**	Deux x, donc on fait deux x à la puissance deux (**No** écrit $2x^2$) Entre parenthèses toujours (il corrige à **No** $(2x)^2$) Faites attention comment on va faire le développement On a dit, c'est a à la puissance deux, deux a, toujours entre parenthèses pour ne pas faire des fautes, plus b deux (il écrit en même temps qu'il parle à la suite de $(2x)^2$, $(2x)^2 - 2(\ )(\ ) + (\ )^2$ E) N'est ce pas ? Donc, on a dit, c'est a à la puissance deux, moins deux, fois a fois b, plus b à la puissance deux, (il écrit sous E1 = $(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2$ E2) toujours avec des parenthèses, ok !!
57	**Ma**	*Sans* parenthèses *c'est faux ?*
58	**En**	Non, c'est pas faux, mais pour ne pas faire des fautes, on met toujours des parenthèses. *C'est mieux avec des* parenthèses

L'enjeu de cet épisode didactique est le développement en utilisant l'identité $(a - b)^2$. Par un mouvement topogénétique ascendant, l'enseignant s'adresse à l'ensemble classe sur un ton autoritaire avec le pronom « vous » pour les calmer. Les élèves s'agitent, elles veulent participer au développement toutes à la fois.

Par un mouvement topogénétique descendant, **En** se groupe avec les élèves en dialoguant avec le pronom « on », il prend la charge du tableau. Le choix de la « *formule* » étant fait, il place les élèves en situation de modélisation, et dans un travail de combinatoire, il essaye de donner un sens à chaque lettre par identification des lettres de la formule développée aux nombres du binôme « forme-énoncé ». Il leur montre le déchiffrement qu'elles doivent faire pour réussir le développement : $(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2$. Il se sert des parenthèses rondes pour agréger chaque nombre et surtout ceux qui sont au carré. **Ma** se demande du rôle des délimitants, les parenthèses rondes. Mais désormais, **En** n'explique pas l'utilité des parenthèses. Il se contente de dire « *pour ne* *pas faire des fautes, on met toujours des parenthèses*. C'est mieux avec *des parenthèses* ».

No se trouve en rupture de contrat, elle n'a pas personnalisé jusqu'à maintenant que la puissance 2 est pour le monôme en entier « *deux x à la puissance deux* », se mathématise $2x^2$, encore une « règle-élève » : la puissance est pour la dernière lettre du monôme.

Observons, encore une fois la publication de « la technique » de développement de **EnL** avec plus de détail pour raccourcir la distance qui sépare les élèves du savoir.

Min 15 sec 45

115	**En**	Ok, donc, on a dit a moins b à la puissance deux, ça donne, a deux moins deux fois a fois b, plus b à la puissance deux. (il écrit en bleu les lettres $\mathbf{(2x - 3)^2 = (a)^2 - 2\ (a)(b) + (b)^2}$ A la place de a, qu'est ce qu'il faut mettre
116	**Ne**	Deux x
117	**En**	Deux x, et deux x, et à la place de b ? (il remplace dans sa première écriture les **a** par **2x**)
118	**Ne**	Trois
119	**En**	Trois (il remplace les **b** par **3**) *Et on arrive à la réponse*
120	**Ri**	*Je n'ai rien compris*
121	**En**	Ok. (il efface tout le tableau sauf la donnée) On a dit, c'est la forme a moins b à la puissance deux (il écrit la formule à droite du travail précédent) *Qui est le a ?*
122	**Els**	Deux x
123	**En**	Donc, ça c'est a (il entoure **2x** en bleu et écrit en dessous **a**), moins b à la puissance deux (il entoure le **3** en bleu et écrit en dessous **b**)
124	**Ma**	Egal à
125	**En**	*Avant de dire* égal à quoi ? a moins b à la puissance deux, c'est égal à quoi ?
126	**Els + En**	a deux, moins deux ab, plus b deux (l'En écrit $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$)
127	**En**	Ok. Tout d'abord, il faut la retenir, n'est ce pas ? Comment on l'applique maintenant ? *On va la réécrire* a à la puissance deux, moins deux ab, plus b deux
128	**Els**	[b deux
129	**En**	(il écrit à la suite de : $(2x - 3)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$ a b Ok, c'est la formule, *maintenant*, dans cette formule à la place de a qu'est ce qu'il faut mettre ?
130	**Els**	Deux x
131	**Els**	Deux x à la puissance deux
132	**En**	Deux x, enlevez
133	**Lei**	Qui moi ?
134	**En**	Oui. Enlevez le a et on écrit à sa place deux x (**Lei**, efface le a dans la première parenthèse et écrit 2x). Ici, il y a encore le a (il lui montre la parenthèse de 2(a)(b), et **Lei** efface a pour écrire 2x) Voilà, à la place de a, on met deux x
135	**Els**	[deux x
136	**En**	*C'est clair* ?
137	**Els**	Oui
138	**En**	Oui. A la place de b ?
139	**Els**	Trois

140	**En**	Trois. Donc, on enlève le b (ce que fait **Lei** et écrit 3 à la place de tous les b) *on met* trois. (on a devant nous $((2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2$ a b Voici la formule. Donc, il reste à faire le calcul

L'enjeu de cet épisode didactique est le développement de $(2x - 3)^2$. A partir de cet exemple l'enseignant institue « sa technique » du déchiffrement pour développer le carré d'une somme ou d'une différence. Par un mouvement topogénétique descendant, **En** dialogue avec l'ensemble classe par le pronom « on », il prend la charge du tableau, le signe « deux traits » va séparer l'expression « forme-énoncé » du déchiffrement. Pour réveiller la mémoire visuelle des élèves, il utilise la craie bleue pour écrire les lettres dans l'ordre de la formule en faisant des assemblages délimités par des parenthèses rondes (TP 115). Pour faire progresser l'apprentissage, il efface la lettre a de tous les assemblages pour la remplacer par le monôme qu'elle symbolisait, puis il fait pareil à la lettre b. Cet avancement du temps didactique fut arrêté par la réplique de **Ri** qui semble en difficulté de s'approprier le déchiffrement « je n'ai rien compris » (TP 120). **En**, conscient que ce n'est pas seulement le cas de **Ri**, efface tous ses écrits pour reprendre l'explication de son déchiffrement. Il change de technique, dans le but de faciliter la tâche aux élèves. Il s'occupe en premier de symboliser la « forme-énoncé ». Il entoure en bleu chaque monôme, et en dessous écrit la lettre qui le symbolise en utilisant les lettres a et b de la formule. Il fait un rappel sur le développement de $(a - b)^2$ accompagné par le groupe classe. Par un mouvement topogénétique qu'il partage avec **Lei**, qui est au tableau, il reprend la même procédure de déchiffrement, mais cette fois **Lei** qui s'occupe de l'écriture. Il insiste à retenir les formules pour être capable de les appliquer.

La partie suivante, vient avant celle que nous venons d'étudier. Mais nous l'avons passée après, parce que l'enjeu est différent de celui des deux parties précédentes. Il s'agit des méthodes des élèves pour développer.

Min 10 sec 15

77	**Eli**	J'ai autre méthode
78	**En**	*C'est quoi* l'autre méthode ? (il s'approche d'elle pour examiner son cahier) moins deux moins deux, c'est la même chose
79	**Eli**	*Donc, c'est pas faux*
80	**En**	Non
81	**Ma**	Monsieur, *moi j'ai* deux x moins un deux fois
82	**En**	*Eh, ben,* monsieur, deux x moins un à la puissance deux, c'est quoi ? Ce n'est pas deux x moins un multiplié par deux x moins un ?
83	**Ma**	*Si*
84	**En**	Ok, *on peut faire* multiplication, *et on peut mettre la réponse* d'après la formule a moins b à la puissance deux, *qui nous donne,* a deux, moins deux ab, plus b deux, ou bien vous multipliez la parenthèse fois, la parenthèse
85	**Sa**	*Oui, c'est comme ça que j'ai fait*
86	**En**	C'est ce qu'on a fait dans le cours Comment on a fait la démonstration de a moins b à la puissance deux ? *On l'a pas fait a moins b* fois *a moins b ?*
87	**Ne**	Monsieur, *est ce qu'on peut faire cette méthode ?*
88	**En**	*C'est la même chose, c'est la même chose, mais* la formule *est plus rapide*, c'est plus rapide
89	**Ne**	*Je n'arrive pas*
90	**En**	*Il faut retenir* les formules
91	**Ne**	*Je les connais, mais je ne sais pas faire*
92	**En**	*Ça viendra avec* les exercices

Les élèves semblent n'être pas dans le monde du développement dans le registre combinatoire, elles refusent le non déchiffrement de la « forme-énoncé » pour avoir la « forme-développée ». L'enseignant pour leur faciliter la tâche, accepte qu'elles travaillent par distribution. Mais lui, il se trouve en manque de lexique, il publie la signification de ce déchiffrement, sans dire le nom de la propriété. Il accepte que les élèves développent par distribution, pour exprimer ceci il se sert des délimitants, les parenthèses rondes, comme étant deux nombres qui se multiplient (TP 84). Pour accéder au savoir, **En** conseille les élèves de « *retenir les formules* » qui rendent le travail « *plus rapide* », et que la pratique raccourcira la distance qui les sépare de ce nouveau savoir.

Deuxième séance d'enseignement
Enseignant EnL
Explication de la factorisation en utilisant les IRC

Dans ce qui suit, nous allons exposer comment **EnL** a introduit le travail de factorisation en utilisant les IRC. Le synopsis et le récit complet sont aux pages 123-126.
Cette partie est la suite de la deuxième séance d'enseignement. Avant de corriger l'exercice 4 du devoir du jour, l'enseignant a donné les techniques de pensée pour réussir une factorisation.

46 ; 27	338 - 347	Introduction des différentes méthodes de factorisation en précisant les stratégies de la recherche de la méthode convenable	Avant de passer à l'exercice 4 qui parle de la factorisation en utilisant les IRC, l'enseignant expose la « manière de penser » pour réussir une factorisation. En premier, rechercher un facteur commun, en deuxième utiliser une IRC, et en troisième penser à regrouper les termes de l'expression à factoriser. Il reprend deux fois cette technique pour assurer l'apprentissage.
47 ; 36	347 - 432	Correction de l'exercice 4 de la page 99 Factorisation de x^2 - 64	L'enseignant prend la charge du tableau pour l'explication de la factorisation en utilisant les IRC. Il lit la consigne et enchaîne sur une répétition de la « manière de penser » qu'il a annoncée à l'épisode précédent. Il profite de l'occasion pour rappeler les élèves des trois IRC qu'il écrit au tableau à partir de la « forme-produit » [$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,…). Il recherche l'identité correspondante pour factoriser $\mathbf{x^2 – 64}$ par un travail combinatoire de « forme » « on a deux nombres et ici il y a trois » (il parle de $a^2 + 2ab + b^2$). Par contre, le nombre de termes n'est pas le seul indice, il faut avoir des carrés. Il insiste à déchiffrer $\mathbf{x^2 – 64}$ en $\mathbf{(x)^2 – (8)^2}$ avant de l'écrire en produit de facteurs.
56 ; 58	421 - 432	**Factorisation de $\mathbf{9x^2 – 1}$**	L'enseignant insiste à factoriser cette expression bien que la cloche a sonné. Il demande aux élèves de lui dire « quelle formule ? » Et puis il écrit $\mathbf{9x^2 – 1 = (3x)^2 – (1)^2}$ avant de donner la réponse « forme-produit ». Il tient à cette écriture pour ne pas « faire des fautes ».

Min 46 sec 27 Introduction des différentes méthodes de factorisation en précisant l'ordre de travail

338	**En**	..//.. S'il n'y a pas des facteurs communs, on va essayer de voir si c'est une identité remarquable Donc, premièrement, dans la factorisation, qu'est ce qu'on fait ? Premièrement je cherche un facteur commun, ensuite, on cherche les identités remarquables. Si ce n'est une identité remarquable, on va voir comment on factorise d'après le groupement Tout d'abord, on a dit quoi ? On cherche le facteur commun
339	**Els**	[on cherche le facteur commun
340	**En**	S'il n'y a pas, identité remarquable
341	**Els**	[identité remarquable
342	**En**	Si non
343	**Els**	Groupement
345	**En**	On cherche à factoriser par groupement
346	**Ne**	*C'est quoi ça ?*
347	**En**	*On va voir ceci* dans les exercices suivants

Par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignant se place au niveau des élèves en dialoguant avec les pronoms « je » et « on ». Pour lui, la clé d'une bonne factorisation est le découpage dans la « manière de penser » : « Premièrement, rechercher un facteur commun, sinon 2) utiliser une des identités remarquables, sinon 3) regrouper les termes. Pour instituer cette « manière de penser », il la reprend une deuxième fois. Les élèves l'accompagnent pour lui montrer leur progression dans l'apprentissage.
Ne produit une question typiquement chronogénétique sur le regroupement, que l'enseignant remet au moment de faire les exercices correspondants.

La consigne de l'exercice 4 qui fait partie du devoir du jour est : « Factorise en utilisant les identités remarquables ». Observons, la technique de déchiffrement de l'enseignant et comment il a publié ce nouveau savoir.

Min 47 sec 36 Explication de la factorisation en utilisant les identités remarquables dans l'exercice 4

347	**En**	..//.. Dans le numéro quatre, on vous dit, factoriser en utilisant les identités remarquables (**Na** écrit p. 99 n° 4 et en dessous a) $x^2 - 64$) Euh, pour lundi (il écrit devoir p 99 n° 5 --- 8) Donc, cinq six, sept, huit pour lundi, pour mardi neuf et dix (brouhaha fort, les élèves ne sont pas d'accord pour ce long devoir) *C'est fini* Faites attention maintenant, on demande de factoriser x à la puissance deux moins soixante quatre Est-ce qu'on peut trouver un facteur commun ici ?
348	**Sa**	Non
349	**En**	Il n'y a pas un facteur commun. Deuxièmement, s'il n'y a pas un facteur commun, on va essayer de
350	**Els**	Identités remarquables
351	**En**	D'appliquer les identités remarquables Tout d'abord, ici, on vous dit, factoriser en appliquant les identités remarquables Donc, si on regarde les identités remarquables, tout d'abord, combien de formules on a ?

352	**Els**	Trois, trois

La topogenèse ne libère pas l'enseignant de sa tâche, bien que **Na** est au tableau. Il énonce la consigne de l'exercice 4, puis il se rappelle qu'il faut donner les devoirs pour les jours qui viennent. Pour re ouvrir l'épisode, il enchaîne sur un rappel de la manière de penser qu'il a exposée plus haut, en faisant allusion à la consigne. Il interagit avec les élèves, en les plaçant dans une situation de questionnement pour activer le développement de leurs connaissances.

Min 49 sec 48 Recherche de l'identité convenable pour la factorisation de $x^2 - 64$.

353	**En**	On a trois formules. *On a,* a plus b à la puissance deux, a moins b à la puissance deux, et a plus b par a moins b
354	**Els**	[a plus b par a moins b
355	**En**	Ok, donc, x à la puissance deux moins soixante quatre, quelle formule elle peut être parmi ces trois ?
356	**Ne**	a deux moins b deux
357	**Mi**	a plus b, a moins b
358	**En**	*Quoi ?* (il s'adresse à **Mi**)
359	**Mi**	a plus b, *et* a moins b
360	**En**	Ça c'est quelle forme, la réponse ?
361	**Ri**	a au carré, moins b au carré

L'enseignant retarde l'objet du savoir attendu, pour mettre en scène les trois identités remarquables. Dans un premier temps, il fait un rappel oral des trois formules, pour rafraîchir la mémoire didactique des élèves qui l'accompagnaient dans ses dictions, et pour les rapprocher de la formule qu'il faut utiliser pour factoriser $x^2 - 64$. Les élèves, par un jeu de langage, donnent plusieurs réponses pour la question de **En** « *quelle formule elle peut être parmi ces trois ?* ». La réponse de **Mi** (TP 357) produit un arrêt de l'avancement didactique. Au TP 360, **En** éloigne les élèves du jeu de langage. Pour la question « *quelle est la formule* ? », il faut symboliser la « forme-énoncé » par « la forme-développée » de la formule, et en réponse à « *de quelle forme est la réponse* », la « forme-produit » de la formule symbolisera la « forme-produit » visée après la transformation (ζ).

Une absence du lexique technique, chez l'enseignant et l'enseigné, est à signaler. Pour parler du produit $(a + b)(a - b)$, l'enseignant dit : « *a plus b par a moins b* » (il l'a dit sans s'arrêter après « par », TP 353), et **Mi** a dit « *a plus b, et a moins b* » (TP 359). Aucun des deux n'a explicité la présence de deux assemblages délimités par des parenthèses rondes, ni l'opération multiplicative.

Min 50 sec 33

362	**En**	Donc, c'est a au carré, moins b, au, carré Bon, je veux écrire les formules au tableau (il partage le tableau et écrit du côté droit) a plus b à la puissance deux, a deux, plus deux ab plus b deux (des élèves dictent en même temps que l'**En**) a moins b à la puissance deux, a deux, moins deux ab plus b deux (des élèves dictent en même temps que l'**En**) a plus b, a moins b, a deux moins b deux (des élèves dictent en même temps que l'**En**) (il a écrit $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$) Bon, qu'est ce qu'on fait ici ? (il retourne à $x^2 - 64$) On fait une factorisation, *c'est-à-dire,* la factorisation c'est quoi ? On a la réponse, je veux

		l'écrire en facteur, *c'est-à-dire,* sous forme de produit. (il entoure les identités développées et trace une flèche dans le sens du produit pour montrer la factorisation), ok

Par un mouvement topogénétique descendant, l'enseignant se place au niveau des élèves, il dialogue avec le pronom « je » et « on ». Après une courte interaction avec trois élèves sur l'objet de savoir (TP 353 — 361 », le choix de la formule qui symbolisera la « forme-énoncé » étant fait, l'enseignant écrit au tableau les trois formules dans le sens du développement. Il pense que cette présentation est indispensable à la réussite de la factorisation, qui est un nouvel objet de savoir. Il rappelle à l'ensemble classe le sens du mot « factorisation », qui est une écriture de la réponse en facteurs (TP 362). L'enseignant, encore une fois, se trouve inaccessible au langage mathématique, il dénote dans tout son discours, la « forme-énoncé » par : « la réponse ».
Pour instituer son enseignement, il utilise des ostensifs graphiques : il entoure les identités développées et trace une flèche dans le sens des identités factorisées.

Min 51 sec 36

362	**En**	..//.. Donc, x deux moins soixante quatre qu'on a ici (il montre $x^2 - 64$), *on va regarder ici* (il montre le cercle avec lequel il a entouré les identités), on va regarder ici x deux moins soixante quatre, est ce qu'elle peut être a deux, plus deux ab, plus b deux ?
363	**Els**	Non, non
364	**En**	Pourquoi non ?
365	**Ma**	*Parce que, on ne peut pas* (on entend des réponses par ci, par là inaudible)
366	**En**	*Un instant,* attendez, si on a x deux plus soixante quatre, *ce serait ça* ? (il montre $a^2 + 2ab + b^2$)
367	**Els**	Non
368	**En**	*Pourquoi* non ?
369	**Ri**	*Est-ce que je peux dire quelque chose ?*
370	**En**	*Quoi ?*
371	**Ri**	Soixante, elle est à la puissance deux
372	**En**	*Je ne regarde pas là bas, maintenant je regarde* deux nombres. *On a*, un nombre moins un nombre (il montre encore une fois $x^2 - 64$) Est-ce qu'elle peut être a deux, plus deux ab, plus b deux
373	**Els**	Non
374	**En**	*Le plus facile,* pourquoi c'est non ? Car on a deux nombres, *et ici, il, y a* trois. *Et c'est sûr qu'*elle ne peut pas être a deux, moins deux ab, plus b deux On va voir si elle est la troisième. Elle peut être la troisième, mais on va voir si elle est la troisième Donc, la troisième, c'est quelle forme ?

Pour l'avancement du temps didactique, et dans le but de rapprocher les élèves de l'objet de savoir, l'enseignant travaille dans le registre combinatoire « la forme ». Puisque $x^2 - 64$ est une expression à deux termes, alors elle est loin d'être factorisée en utilisant $(a + b)^2$ et aussi $(a - b)^2$ du fait que leur « forme-développée » est la somme de « *trois nombres* ». Donc, il ne reste que $a^2 - b^2$ qui est la différence de « *deux nombres* ». Mais là, l'enseignant, bien que la consigne est directive (Factorise en utilisant les identités remarquables), semble être prudent dans son choix de l'identité $a^2 - b^2$, il ne confirme pas son modèle « *On va voir si elle est la troisième. Elle peut être la troisième, mais on va voir si elle est la troisième*».

Min 52 sec 54

374	**En**	*..//..* Donc, la troisième, c'est quelle forme ?
375	**Els + En**	a à la puissance deux, moins b à la puissance deux
376	**En**	*c'est-à-dire*, c'est un carré, moins un autre carré Est-ce que je peux écrire x deux moins soixante quatre
377	**Els**	Non
378	**Ma**	*Calmez-vous un peu*
379	**En**	*Calmez-vous un peu*. Est-ce qu'on peut l'écrire sous la forme un carré moins un autre carré ?
380	**Je**	Non
381	**Els**	Ouiiiii !!
382	**En**	Qui a dit non ?
383	**Els**	**Je**
384	**Je**	*C'est faux*
385	**En**	*Pourquoi non ? ça va, ça va* Monsieur, *même si faux, parle*
386	**Je**	Monsieur, *c'est faux*
387	**En**	*Même si faux, parle*
388	**Je**	*Parce que* a deux moins b deux. *La* règle *dit* a deux moins b deux
389	**En**	*Parce que*
390	**Je**	*La* règle *dit* a deux moins b deux
391	**En**	*Ok*, a deux moins b deux, *ici, je ne peux pas l'écrire* a deux moins b deux ?
392	**Je**	Oui

Toujours **En** institue la « forme » de l'identité pour accéder à la symbolisation de la « forme-énoncé ». Il fait maintenant appel aux carrés séparés par un signe (-). L'intervention de **Je** « *C'est faux* » (TP 384) provoque un arrêt de l'avancement du temps didactique. Cette élève n'a noué aucun rapport personnel à la relation entre $x^2 - 64$ et $a^2 - b^2$. L'idée de la relation entre l'expression et l'identité lui semble en premier temps contradictoire. **Je** évoque « la règle » (TP 388), elle sait que dit la règle, mais elle se trouve incapable de l'utiliser. L'enseignant négocie à la baisse pour l'aider à accéder au savoir qu'elle confirme par « *Oui* » TP (392). Ce « *Oui* » est-il une confirmation d'une compréhension, ou pour faire plaisir à l'enseignant ?
Au TP 378, **Ma** se comporte non en enseignée mais en enseignante, elle se trouve gênée du bruit qui l'empêche de dévoluer et demande aux élèves de se calmer un peu.

Min 54 sec 32 Explication de la technique de factorisation suivant $a^2 - b^2$ pour factoriser $x^2 - 64$

393	**En**	Oui, *comment je peux l'écrire* a deux moins b deux ?
394	**Els**	x deux moins huit
395	**En**	*Si on l'écrit* x entre parenthèses à la puissance deux, *c'est-à-dire*, ça c'est a (il entoure x et écrit en dessous a), moins
396	**Els**	Huit à la puissance deux
397	**En**	Le soixante quatre, on peut l'écrire huit à la puissance deux (il a écrit $(x)^2 - (8)^2$)
398	**Els**	*Ça c'est* b
399	**En**	*Ça c'est* b (il entoure 8x et écrit en dessous b) Est-ce que cette écriture est correcte ou bien non ? Avant de continuer, on va voir si cette écriture est correcte ou bien non. x à la puissance deux, x deux, n'est ce pas ? Moins huit à la puissance deux
400	**Els**	Soixante quatre
401	**En**	[soixante quatre

		ç-a-d, au lieu d'avoir x deux moins soixante quatre, on peut écrire à sa place x à la puissance deux, moins huit à la puissance deux On trouve maintenant la forme, a deux, moins b deux.
402	**Els**	[moins b deux
403	**En**	Avec a égal quoi ?
404	**Els**	x
405	**En**	x, et b ?
406	**Els**	Huit
407	**En**	Et b égal huit. Donc, *maintenant* a deux, moins b deux
408	**Eli**	a plus b, moins a moins b
409	**En**	a deux, moins b deux (il montre la formule) *Quoi ? Qu'est ce que tu attends pour écrire* ? (il s'adresse à **Na**) C'est a plus b, par, a moins b. *C'est-à-dire,* à la place de a
410	**Els**	x
411	**En**	x, x plus huit, facteur
412	**Els**	x moins huit
413	**En**	x moins huit (il écrit (x + 8)(x – 8))
414	**Sa**	*C'est ça la* factorisation ?
415	**En**	*C'est ça la* factorisation. *c'est-à-dire,* on a la réponse, on a la forme développée, j*e veux l'écrire* sous forme de produit, *ça veut dire,* une parenthèse fois une parenthèse.
416	**Ma**	Monsieur*, sincèrement, sincèrement, c'est très facile*
417	**En**	*Sincèrement,* ok.
418	**Ne**	*Elle n'est pas donnée* au carré, *pourquoi nous*
419	**Els**	*c'est très facile, sincèrement*
420	**En**	*Vous n'avez encore rien vu* Donc, x plus huit, par, x moins huit, *on l'a comprise* ? On a compris ça ? **La cloche a sonné.**

Dans cet épisode, la topogenèse ne libère pas l'enseignant de sa tâche. Il dialogue avec l'ensemble classe. Le choix de l'identité étant fait, il faut passer à la symbolisation. Afin d'aider les élèves à agir et pour faciliter l'apprentissage de cette technique, l'enseignant entoure chaque monôme et écrit par-dessus la lettre qui le symbolise, et avant de faire la transformation (ζ), il déchiffre les monômes carrés, et les interprète par leur racine carrée, qu'il agrège par un couple de parenthèses rondes, à exposant 2. Pour contrôler cette interprétation et aider les élèves à dévoluer, il calcule les carrés et leur montre la substitution qu'ils peuvent faire. Puis il les place en situation de modélisation, par identification des nombres aux lettres de la formule.
Il a cédé la topogenèse à **Na**, mais ne tarde pas à retrouver son rôle d'enseignant et reprend la charge du tableau. Il dialogue par le langage mathématique correspondant. Il utilise l'ostensif « facteur » pour expliciter l'opération multiplicative entre les deux binômes (a – b) et (a + b). Par contre au TP 415, et dans le but de faciliter la tâche aux élèves, il modélise cette opération en un produit de deux parenthèses. Ainsi, il symbolise les nombres par des parenthèses.
Par sa réponse en langue maternelle « *Vous n'avez encore rien vu* », il donne à la factorisation l'aspect d'une tâche difficile. Il clôt ce dialogue par un questionnement sur la compréhension de la technique travaillée. La sonnerie de la cloche ne lui permet pas d'avoir une réponse en retour.

Eli se trouve en rupture de contrat, elle n'a pas personnalisé jusqu'à maintenant le sens du mot factoriser, puisque sa réponse est une soustraction de (a + b) de (a – b) (TP 408). L'enseignant ne commente pas la réponse d'**Eli**, par contre il s'approche du côté des formules et montre du doigt la formule qui est toujours au tableau.

Ma semble la première à personnaliser cette factorisation, puisqu'elle la trouve « très facile ». Un peu plus tard, d'autres élèves se placent dans la même situation que leur camarade, peut être par imitation. En revanche, **Ne** se trouve dans une situation contradictoire, elle voulait exprimer sa rupture de contrat par la substitution des nombres par leurs carrés, mais le groupe classe ne lui donne pas l'occasion de s'exprimer.

Min 56 sec 58 Factorisation de $9x^2 – 1$

420	**Ma**	*Ouh, la cloche a sonné*
421	**En**	*Ça va, ça va,* on fait la deuxième, neuf x deux moins un, **Na** (elle écrit $\mathbf{9x^2 - 1}$) Encore
422	**Ma**	*Comme l'autre, c'est la même chose*
423	**En**	*Quelle* formule *ça peut être ?*
424	**Els**	*a deux moins b deux*
425	**En**	*[a deux moins b deux, c'est-à-dire,* je veux essayer de l'écrire une parenthèse au carré, moins une parenthèse au carré, c'est-à-dire a à la puissance deux, moins b à la puissance deux Donc, neuf x deux, on peut l'écrire comme trois x, à la puissance deux, *c'est-à-dire,* ça c'est a
426	**Ne**	*Pourquoi on a mis* trois *?*
427	**En**	*Car* au carré *pour qu'elle nous donne* neuf, *et* un, *on peut l'écrire* un au carré (Na écrit $9x^2 – 1 = (3x)^2 – (1)^2$) On a maintenant, a à la puissance deux, moins, b à la puissance deux
428	**Ma**	[Egal a plus b, a moins b.
429	**En**	On peut écrire à sa place, a plus b par a moins b (**Na** écrit (3x + 1)(3x – 1))
430	**Ri**	*C'est nécessaire de faire la première ligne* (elle parle de $(3x)^2 – (1)^2$)
431	**En**	Non, c'est préférable d'écrire ça, ok. Pour ne pas faire des fautes, c'est préférable, Monsieur, d'écrire cette étape avant la réponse. (il montre $(3x)^2 – (1)^2$)

Pour assurer l'émergence du rapport personnel des élèves à ce savoir, et dans le but de leur faciliter la tâche en faisant leur devoir maison (DM), l'enseignant insiste à factoriser une deuxième expression, bien que la cloche a sonné. **Ma**, dans cette partie se comporte comme enseignant et non pas comme enseignée. Elle s'étonne que la cloche a sonné (d'habitude les élèves n'attendent que la sonnerie de la cloche, surtout à la fin d'une séance de math), puis elle coupe la parole à l'enseignant pour enseigner à ses camarades que cette expression est pareille à la précédente. Mais l'enseignant ne tarde pas à reprendre son rôle. Comme il n'a pas assez de temps, il ne procède pas sa technique comme précédemment. Il questionne tout de suite les élèves sur la formule qu'il faut utiliser. Puis il modélise l'expression donnée par déchiffrement des monômes carrés, il interprète leur racine carrée qu'il assemble et délimite par des parenthèses rondes, et élève au carré.
Dans le but de faciliter la tâche aux élèves, il symbolise les nombres par des parenthèses qui sont à leur tour symbolisées par les lettres a et b prises chacune à la puissance 2. Pour l'avancement du temps didactique, il retrouve lui même les carrés. Il fait une comparaison entre 9x et $(3x)^2$ en utilisant le mot « comme ».

Ne, pour la deuxième fois se trouve en rupture de contrat avec les carrés. La présence du trois la pertube. L'enseignant ne s'attarde pas devant son intervention, il lui répond rapidement et continue son travail. **Na** se charge du tableau et écrit la réponse factorisée.
L'enseignant donne la liberté d'écrire les carrés avant de factoriser, mais il camoufle son exigence pour cette écriture sous prétexte d'éviter l'erreur.

Troisième séance d'enseignement
Enseignant EnL

L'objectif de cette séance est la correction de l'exercice n° 4 p 99. Rappelons que la consigne est directive « Factoriser en utilisant les identités remarquables ».
Signalons que cet exercice comporte 13 expressions à factoriser, les douze premières se factorisent en utilisant les identités remarquables, et la dernière expression se factorise par un binôme.

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	Tours de parole	Episodes	Contenu didactique
0	1 - 9	Discussion autour de la reprise de la factorisation de $\mathbf{x^2 - 64}$	L'enseignant introduit l'exercice 4, il s'agit de factoriser en utilisant les identités remarquables qui ne sont que les trois formules qu'il cite dans leur « forme-produit ». les élèves ne voulaient pas refaire les deux premières expressions. L'enseignant les convaint pour les reprendre.
1 ; 38	9 - 30	**Factorisation de $\mathbf{x^2 - 64}$**	L'enseignant expose la « manière de faire ». Il faut en premier dire quelle formule peut être $\mathbf{x^2 - 64}$, puis l'écrire $\mathbf{a^2 - b^2}$ et ensuite donner la réponse $\mathbf{(a - b)(a + b)}$. **Ca** réussit la factorisation en suivant la manière de faire de l'enseignant.
2 ; 51	30	**Factorisation de $\mathbf{9x^2 - 1}$**	**Ca** toujours au tableau factorise $\mathbf{9x^2 - 1}$ en silence, à la manière de faire de l'enseignant qui relit à haute voix ses écrits.
3 ; 28	30 - 125	**Factorisation de $\mathbf{(x + 3)^2 - (5x - 7)^2}$**	L'enseignant demande « Qu'est ce qu'on a ici dans cette donnée ? » **Sa** trouve la forme de l'identité à utiliser. Il signale que **a** symbolise « toute cette parenthèse », il montre $\mathbf{(x + 3)^2}$. **Ca** prend la charge du tableau, écrit correctement les assemblages qu'elle délimite par des crochets et l'enseignant écrit **a** sous **(x + 3)** de chaque assemblage et **b** sous chaque **(5x – 7)**. Il fait remarquer les règles de signe pour réduire les termes semblables dans chaque assemblage. L'enseignant se trouve dans l'obligation de reprendre l'explication devant l'annonce des élèves « on n'a rien compris ». Devant la réponse **(6x – 4)(- 4x + 10),** l'enseignant annonce encore des factorisations. Il refuse de laisser le facteur commun 2 entre les deux assemblages, il le passe devant et le multiplie par le facteur commun **2** du premier assemblage. Pour faire comprendre ce travail à certaines élèves, il isole **(6x – 4)** et à ce moment ces élèves retrouvent le **2** un facteur commun pour **6x** et **4**.
10 ; 50	125 - 192	Factorisation de $4x^2 - \frac{25}{36}$	L'enseignant suit sa « manière de penser ». Il interroge les élèves sur le facteur commun, il n'y a pas, donc essayer d'appliquer les IRC. Il suit le même schéma de travail que la

			première expression. Aussi, devant certaines élèves qui n'ont rien compris, l'enseignant reprend l'explication. Il se réfère à l'exercice 3 pour parler du facteur commun qui est absent dans cette expression. Puis passe à la recherche d'une IRC, et là il profite pour rappeler les trois « formules » sous leur « forme-produit ». Il travaille sur la forme pour reconnaître l'IRC. Deux termes, et un signe (-) entre les deux, donc « je dois essayer d'appliquer la troisième formule ». Il remplace dans **(a + b)(a – b)** les lettres par les nombres qu'elles symbolisent.
16 ; 41	193 - 203	Factorisation de $25 – 16x^2$	**Sa** crie « comme l'autre ». **No** réussit la factorisation en suivant la « manière de faire » de l'enseignant.
17 ; 46	203 - 215	Factorisation de $1 – 4x^2y^2$	**As** déchiffre correctement $1 – 4x^2y^2$ en $\mathbf{(1)^2 – (2xy)^2}$. La surprise est à l'étape suivante où elle écrit $\mathbf{(1)^2 – (2xy)^2 = (1 + 1)(}$ Toutes les élèves crient « non » et l'enseignant aussi et c'est **Ma** qui lui passe la bonne réponse.
19 ; 29	215 – 248	**Factorisation de** $\mathbf{4(2x – 1)^2 – 9(3x + 4)^2}$	Pendant que **Sa** recopie l'expression au tableau, **Ma** dit à haute voix : « le moins neuf a tout gâché ». Les élèves retrouvent la forme de l'IRC mais ne l'applique pas correctement. L'enseignant encercle $\mathbf{4(2x – 1)^2}$ pour dire que c'est $\mathbf{a^2}$. **Ri** trouve la bonne solution et l'enseignant exige de l'écrire en un seul carré $\mathbf{[2(2x – 1)]^2}$. De même pour $\mathbf{9(3x + 4)^2}$. Il reprend que cette écriture est importante pour éviter l'erreur.
26 ; 11	248 - 264	Factorisation de $49(x + 1)^2 – 25$	L'enseignant annonce que « même chose ici ». Il déchiffre l'expression de la même façon oralement et **My** écrit en même temps $\mathbf{[7(x + 1)]^2 – (5)^2}$. Puis elle continue $\mathbf{= [7(x + 1) + (5)^2]}$. L'enseignant lui efface l'exposant et elle continue l'écriture du second assemblage.
30 ; 35	264-312	Factorisation de $25(x + y)^2 – 4(x – y)^2$	Pendant que l'enseignant discutait avec **Ne**, **Le** écrit la « forme-énoncé » suivi par $\mathbf{= [5(x + y)^2]}$. L'enseignant efface l'exposant et le met en dehors du crochet. Puis développe le premier crochet $\mathbf{[5x + 5y]^2}$ ce qui provoque des fou-rires accompagnés de « c'est faux». L'enseignant même a refusé cette écriture qui du point de vue mathématique n'est pas fausse, mais lui il ne veut pas changer sa technique de travail. Les calculs se font dans chaque assemblage de la « forme-produit ».
37 ; 13	312 - 331	**Factorisation de** $\mathbf{(x + 1)^2 – 4}$	**Ri** au tableau, elle écrit l'expression suivie de $\mathbf{= (x + 1)^2 – (2)^2 = ((x + 1)+ 2)}$ et s'arrête pour demander si elle met des crochets que l'enseignant veut bien. **Ri** agrège ses assemblages par des crochets, réduit les termes semblables et trouve comme réponse $(x + 3)(x – 1)$. **Sa** crie « C'est pas fini, on va prendre facteur commun » ; « il y a x et x ». L'enseignant ne s'arrête pas devant cette idée et c'est **Ni** qui répond « Mais chaque facteur est seul ».

40 ; 11	331 - 399	**Factorisation de 9 – (2x – 1)^2**	**Re** écrit **9 – (2x – 1)^2 = [3(2x – 1)]^2[** A la question de l'enseignant « c'est quoi ça ? », elle efface le crochet ouvert. En réponse à une deuxième « c'est quoi ? », elle répond **a**, puis **a^2**. **Ca** lui dicte le déchiffrement **(3)^2 – (2x – 1)^2** et **Re** écrit **= (3) – (2x – 1)**. L'enseignant efface la dernière écriture pour reprendre la formule et sa « forme-produit » que **Re** écrit encore une fois **(3) – (2x – 1)**. L'enseignant trace les crochets pour agréger l'assemblage, et le reste du travail de **Re** est correct. Devant la réponse **[2x + 2][-2x + 4]** l'enseignant demande la factorisation au maximum sans la déclarer, et fait le produit des deux facteurs communs pour l'écrire en premier dans la « forme-produit ». **Sa** se demande « pourquoi ici oui, et là bas non ? » Elle n'est pas convaincue de ne pas factoriser par **x** dans **(x + 3)(x – 1).** Toute factorisation qui n'est pas poussée au maximum fait perdre la note entière.
47 ; 30	400 - 424	Factorisation de (x + 1)^2 – (x – 1)^2	**Ne** réussit le déchiffrement et la factorisation de **(x + 1)^2 – (x – 1)^2**. Mais elle se trompe dans les calculs du premier assemblage**, x + x = x^2**.

Sur la base de ce synopsis, il est possible de construire le récit de l'intrigue didactique.

La factorisation en utilisant une IRC est le thème de l'exercice 4 de la page 99 du devoir du jour. L'enseignant reprend les deux premières expressions qui ont été expliquées à la fin de la séance d'avant (séance 2). (Min 3), Les élèves se trouvent devant une différence des carrés de deux binômes qui est une nouveauté. Il explique que « toute cette parenthèse représente le a » (il parle de $(x + 3)^2$). Il écrit les lettres a et b, chacune sous l'assemblage qu'elle symbolise dans l'écriture [(x + 3) + (5x – 7)][(x + 3) – (5x – 7)]. L'enseignant s'engage dans une deuxième explication devant l'annonce des élèves n'avoir « rien compris ». (Min 7 ; 20) L'enseignant parle de factorisation de la « forme-produit » (6x – 4)(-4x + 10) sans dire que c'est une factorisation au maximum. Pour faire comprendre cette factorisation, il isole (6x – 4) que les élèves factorisent par 2 facilement. L'écriture en premier du produit des deux facteurs communs est exigée dans la « forme-produit » finale. (Min 11) Pour l'expression $4x^2 - \frac{25}{36}$, l'enseignant procède par sa manière de faire, il recherche un facteur commun, puis il essaye d'appliquer les IRC. Il insiste à passer par l'écriture $a^2 – b^2$ avant de factoriser. Là aussi, il s'engage dans une deuxième explication fondée sur la « forme » liée au nombre de termes de la « forme-énoncé ». Il rappelle les trois formules sous leur « forme-produit », et suit le même schéma pour arriver à la « forme-produit » visée. (Min 17 ; 41) La factorisation de $25 – 16x^2$ se fait sans aucune difficulté. Par contre, l'interprétation du déchiffrement de $1 – 4x^2y^2$ (Min 17 ; 46) cause un souci pour ***As****, elle écrit $(1)^2 - (2xy)^2 = (1 + 1)($. (Min 19) $4(2x – 1)^2 – 9(3x + 4)^2$ présente une difficulté avec les multiplicateurs des binômes, pour qui les élèves ne recherchent pas une racine carrée. Ils pensent que a est 4(2x – 1). (Min 26) L'interprétation de* ***My*** *pour le déchiffrement $[7(x + 1)^2 – (5)^2]$ est à signaler. Cette élève écrit en seconde ligne $[7(x + 1) + (5)^2][$ .Le déchiffrement et l'interprétation de l'expression $25(x + y)^2 – 4(x – y)^2$ (Min 30) sont aussi à signaler.* ***Re*** *déchiffre $25(x + y)^2$ en $[5(x + y)^2]$, après correction* *et avant l'écriture des assemblages, elle distribue le 5 dans $[5(x + y)^2] = [5x + 5y)]^2$. Cette écriture fut refusée par les élèves et l'enseignant, bien qu'elle soit correcte du point de vue mathématique. (Min 37- 50) La correction continue et le schéma du travail ne change pas.*

Dans ce qui suit, nous allons exposer, comment l'enseignant a retravaillé la factorisation de $\mathbf{x^2 - 64}$, et $\mathbf{9x^2 - 1}$. Une comparaison, entre le travail du jour et celui de la séance précédente, sera faite en même temps que l'analyse.

Min 1 sec 38 Factorisation de $\mathbf{x^2 - 64}$

9	**En**	..//.. Pour factoriser, x à la puissance deux, moins, soixante quatre, tout d'abord, on a dit quelle formule elle peut être x deux moins soixante quatre ?
10	**Els**	a plus b, a moins b
11	**Els**	a moins b, facteur de a plus b
12	**Els**	a deux, moins, b deux
13	**En**	Donc a deux, moins, b deux. Tout d'abord, on va essayer de l'écrire, a deux, moins, b deux, avant de donner la réponse, a plus b, par a moins b
14	**Ca**	x deux, moins, huit au carré (elle écrit : N° 4) $x^2 - 8^2$)
15	**En**	Donc, on utilise, donc, c'est la forme, a, deux (il montre x^2), moins b, deux (il montre 64).
16	**Els**	[moins b deux
17	**En**	Le a, c'est quoi ?
18	**Els**	x
19	**En**	Et le b ?
20	**Els**	Huit
21	**En**	Huit. Donc, ça donne, a deux, moins b deux, on a dit, ça donne quoi ?
22	**Els**	x
23	**Sa**	x plus huit
24	**Ca**	a plus b
25	**En**	a plus b
26	**Els**	*Non*
27	**Sa**	x moins huit
28	**Ri**	*Non* (d'un ton fort)
29	**Ca**	x plus huit, *et,* x moins huit
30	**En**	Donc, x plus huit, facteur de, x moins huit. C'est-à-dire, a plus b, multiplié, par a moins b.

La topogenèse ne libère pas l'enseignant de sa tâche. Il prend la charge du tableau, bien qu'il ait invité **Ca** pour le faire. Par un mouvement topogénétique descendant, il s'adresse à l'ensemble classe par le pronom « on ». Il pose toujours la même question que celle de la séance précédente « *quelle formule* ? ». Il camoufle son exigence d'écrire les carrés par « *on va essayer de l'écrire, a deux, moins, b deux, avant de donner la réponse, a plus b, par a moins b*.» (TP 13). Pour assurer l'apprentissage, il reformule la factorisation de $a^2 - b^2$, par une modélisation formelle, et en questionne les élèves. Il a accepté le déchiffrement de **Ca**, alors que, avant, il insistait à faire des assemblages délimités par des parenthèses rondes pour éviter l'erreur.
Au TP 13, **En** utilise « *par* » pour expliciter le produit de a moins b et de a plus b. Par contre, au TP 30, il parle en mathématicien, il utilise les ostensifs de la multiplication « *facteur* » et « *multiplié* ».

Du point de vue élèves, elles se retrouvent dans le même débat de la séance précédente, suite à la question de **En** « *quelle formule* ? ». Certaines donnent la « forme-développée » et d'autres la « forme-produit » de la formule. Les élèves n'arrivent pas, jusqu'à présent, à comprendre la formulation de la question de l'enseignant. Une

nouvelle question, au TP 21, replace les élèves dans le débat de la réponse. Des réponses numériques s'entendent, ainsi que des réponses littérales.
Ca prend la charge du tableau, à côté de l'enseignant, et répond aux attentes de son professeur. Elle écrit les racines carrées, qu'elle élève au carré, de chaque monôme de la « forme-énoncé » sans faire des assemblages délimités par des parenthèses rondes. Elle n'a pas déchiffré par analogie à **En.**
Nous remarquons, que certaines élèves parlent en mathématiciennes, elles utilisent aussi l'ostensif « *facteur* », et d'autres se retrouvent en absence du lexique technique, elles n'utilisent aucun mot pour exprimer le produit, elles se contentent d'un arrêt, dans leur diction, d'une fraction de seconde, « *a plus b, a moins b* ». Par contre, **Ca** a utilisé « *et* » pour exprimer l'espace blanc entre les deux assemblages, comme a fait **Mi** dans la séquence d'hier.

Observons dans la suite comment la factorisation de $\mathbf{9x^2 - 1}$ a été retravaillée

Min 2 sec 51 factorisation de $9x^2 – 1$

30	**En**	..//..La deuxième (**Ca** écrit $9x^2 – 1 = (3x)^2 – (1)^2$ $= (3x + 1)(3x – 1)$) Donc, neuf x deux, moins un, c'est trois x au carré, moins un au carré, c'est-à-dire, a plus b, par a, moins, b

La topogenèse définit l'action de **Ca**, elle prend la charge du tableau et factorise $\mathbf{9x^2 - 1}$, en silence. L'enseignant pour publier le travail, il relit à haute voix les écrits de **Ca**, et pour l'avancement du temps didactique, il clôt ce travail pour passer à l'expression suivante. Bien que cette expression a été travaillée dans la séance précédente après la sonnerie de la cloche, l'enseignant a expliqué la technique du travail
Contrairement à son déchiffrement pour les carrés de $\mathbf{x^2 - 64}$, **Ca,** ici, a délimité l'assemblage des racines carrées élevées à la puissance 2 par des parenthèses rondes. Il semble qu'elle trouve l'usage des parenthèses nécessaires pour déchiffrer des monômes carrés de la forme $\mathbf{aX^n}$ **/** $\mathbf{a \neq 1}$ et $\mathbf{n} > \mathbf{1}$, ce qui est le cas de $\mathbf{9x^2}$. Elle a aussi agrégé le nombre 1 par des parenthèses par imitation à 3x.

Min 3 sec 28 Factorisation de $(x + 3)^2 – (5x – 7)^2$

30	**En**	..//.. Le c) (**Ca** écrit $(x + 3)^2 – (5x – 7)^2 =$) Donc, qu'est ce qu'on a ici, dans cette donnée ? x plus trois à la puissance deux, moins, cinq x moins sept, à la puissance deux Comment on va travailler ici ?
31	**Sa**	a deux, moins, b deux
32	**En**	a deux, moins, b deux. Mais, faites attention, à quoi est égal le a ici ?
33	**Els**	x plus trois
34	**En**	x plus trois, donc, toute cette parenthèse (il montre $(x + 3)^2$), représente le (il regarde l'ensemble classe pour répondre)
35	**Ca**	Le a
36	**En**	Et le b ?
37	**Els**	Cinq x moins sept
38	**En**	Cinq x moins sept, ça représente
39	**Els**	Le b
40	**En**	Le b
41	**Sa**	*C'est-à-dire,* x plus trois, moins cinq x moins sept, facteur de, x plus trois, plus cinq x moins sept

42	**En**	*Ok*, donc, pour factoriser, a deux, moins b deux, on fait de même, *c'est-à-dire*, a plus b
43	**Els**	[*et* a moins b
44	**En**	[facteur de a moins b. Le a ici, c'est x plus trois
45	**Ca**	Moins, cinq x moins sept
46	**En**	[plus, b, cinq x moins sept (Ca écrit : $[\underset{a}{(x + 3)} + \underset{b}{(5x - 7)}]$) Donc, faites attention, on a dit, ça, c'est a (il écrit a sous (x + 3)), et b sous (5x – 7)), plus, b, facteur de
47	**Ca**	a moins b (elle continue son écriture : $[\underset{a}{(x + 3)} + \underset{b}{(5x - 7)}]\,[\underset{a}{(x + 3)} - \underset{b}{(5x - 7)}]$ (1)
48	**En**	a moins b ((il écrit a sous (x + 3)), et b sous (5x – 7)) On utilise les crochets ici, *parce que*, dans a et b il y a des parenthèses ok, multiplié par, on a dit, c'est, a moins b
49	**Sa**	[a moins b
50	**En**	Maintenant, j'enlève les parenthèses, et j'additionne, *c'est-à-dire*, je travaille à l'intérieur de chaque crochet Egal, c'est x plus trois, plus cinq x moins sept, facteur de, x plus trois, moins cinq x et plus sept (il écrit : = [x + 3 + 5x – 7] [x + 3 – 5x + 7]) Faites attention, *parce que*, moins par moins, *nous donne*, plus
51	**Els**	[Plus
52	**En**	On additionne
53	**Sa**	*c'est-à-dire*, six x, euh, plus, euh
54	**Ne**	Moins quatre
55	**En**	Six x, moins quatre
56	**El**	Pourquoi ?
57	**En**	Plus trois, moins sept ?
58	**Ca**	Moins quatre
59	**En**	Donc, six x moins quatre, facteur
60	**Ca**	Moins quatre x
61	**En**	Moins quatre x
62	**Ne**	Plus dix (**Ca** a écrit : [6x – 4][- 4x + 10])

L'enjeu de cet épisode didactique est la factorisation d'une « forme-énoncé » primaire de son type. L'enseignant choisit **Ca**, élève très bonne selon son avis. Par un mouvement topogénétique descendant, il questionne l'ensemble classe avec le pronom « on », dans un but de coopération et d'accompagnement. Il symbolise le binôme $(x + 3)^2$ par « *toute cette parenthèse* » et le dénote par la lettre a de la formule $a^2 - b^2$. Pour raccourcir la distance qui sépare les élèves de ce nouveau savoir, il reprend encore une fois la technique du déchiffrement. Il accompagne **Ca** dans ses interprétations qu'il officialise et en même temps, il écrit, dans la « forme-produit », sous chaque binôme la lettre qui le symbolise. Sous forme de rappel, il publie le rôle des crochets qui délimitent les deux assemblages. Il publie la deuxième étape du travail en utilisant les verbes d'action « enlever », « travailler » pour aboutir à la « forme-produit » supposée dûment complétée (dans la séquence qui suit nous allons montrer que [6x – 4][- 4x + 10] n'est pas la « forme-produit » visée). En seconde étape, il faut interpréter chaque assemblage, pour cela, il se place au niveau des élèves et découpe le travail « *j'enlève les parenthèses, et j'additionne, c'est-à-dire, je travaille à l'intérieur de chaque crochet* ».

Du point de vue élève, elles ont interagi avec **En. Ca** a répondu aux attentes de **En**, elle a réussi la factorisation sans aucune difficulté. Elle a délimité ses assemblages par des crochets, et les sous assemblages par des parenthèses rondes. Elle a outillé les crochets pour délimiter les assemblages réduits, afin de donner la dernière « forme-produit ».

Sa semble ne pas avoir des difficultés, elle a devancé tout le groupe classe pour publier sa découverte de la réponse « forme-produit ».
Différents lexiques sont outillés pour verbaliser (a + b)(a – b). **Sa** dit « *facteur de* »**,** certains élèves disent « *a plus b et a moins b* ». **En** dans ce discours dit « *multiplié par* » et « *facteur de* ».

Observons maintenant comment l'enseignant va publier l'assemblage dûment complété que présentera la factorisation de $(x + 3)^2 - (5x - 7)^2$.

75	**En**	..//.. Maintenant, on peut encore continuer cette factorisation Donc, on peut encore continuer cette factorisation. La première parenthèse obtenue ici, c'est quoi ?
76	**Sa**	Six x moins quatre
77	**En**	Six x moins quatre. Est-ce qu'on peut factoriser à l'intérieur de cette parenthèse ?
78	**Els**	Non
79	**En**	Est-ce qu'il y a des facteurs communs ?
80	**Els**	Non
81	**En**	Oui
82	**Els**	*Si, si*
83	**En**	Je peux mettre deux en facteur. Donc, c'est deux, facteur, trois x
84	**Els**	Moins deux
85	**En**	Trois x moins deux (il écrit = (2)(3x – 2)) Ça, c'est la première parenthèse. La deuxième
86	**Els**	Il n'y a pas de deux
87	**Na**	Deux
88	**En**	*Aussi*, je peux mettre deux en facteur
89	**Ca**	Moins deux x
90	**En**	Moins deux x
91	**Els**	Plus cinq
92	**En**	Plus cinq (il a écrit : (2)(3x – 2)(2)(-2x + 5)) N'est ce pas ? Et la réponse finale, maintenant. Deux, fois, deux
93	**Els**	Quatre
94	**En**	Quatre, facteur de, trois moins deux, facteur de, moins deux x plus cinq (il a écrit tout en parlant : = 4(3x – 2)(-2x + 5))
95	**Els**	[trois moins deux, facteur de, moins deux x plus cinq
96	**En**	Compris ?

En reprend deux fois « *on peut encore continuer cette factorisation* », il institue la factorisation au maximum par camouflage. Il s'occupe des assemblages l'un après l'autre pour factoriser leurs termes par un facteur commun. Il renvoie la recherche d'une factorisation aux élèves qui répondent par « *Non* » aux deux questions (TP 77, TP 79), et qui changent d'avis suite au « *Oui* » de **En** qui se charge de la factorisation. Il semble prudent envers cette factorisation, puisqu'il dit pour les deux facteurs communs « *Je peux mettre deux en facteur* » (TP 83, TP 88). Il agrège par des parenthèses rondes les termes de la « forme-produit » qui n'est pas jusqu'à présent dûment complétée (TP 92). Pour la faire, **En** calcule le produit des deux facteurs communs, et « *la réponse finale* » est le produit de 4 par deux binômes délimités par des parenthèses rondes et dont les monômes qu'elles agrègent sont premiers entre eux. Il renvoie son travail aux élèves « *N'est ce pas* ? », mais désormais, il n'attend pas la réponse et continue son discours qu'il clôt par un questionnement sur la compréhension des élèves

Observons l'action de l'enseignant face à la difficulté de quelques élèves.

Min 8 sec 36

97	**No**	*Je n'ai pas compris la dernière ligne*
98	**En**	*La dernière ligne* ? Donc, après la première factorisation, a plus b, par, a moins b, qu'est ce qu'on a obtenu ? On n'a pas obtenu, six x moins quatre, facteur de, moins quatre x plus dix ? *Ok*, si vous avez six x moins quatre seul, est ce qu'on peut la factoriser ? (pas de réponse) Si je vous donne six x moins quatre seulement
99	**No**	Oui
100	**En**	Comment on la factorise ?
101	**No**	Deux, facteur, trois x moins deux
102	**En**	Deux facteur de, trois x moins deux. Si on prend la deuxième parenthèse encore, je peux mettre deux en facteur Ce facteur, c'est quoi ? (il lui montre l'expression écrite au TP 92) C'est un produit, *c'est-à-dire*, deux fois deux, ça donne
103	**No**	Quatre
104	**En**	Quatre, ok
105	**Ni**	M, *pourquoi on n'a pas additionné les* x, termes semblables *ensemble ?*
106	**En**	*Pourquoi on ne les additionne pas* ? On a additionné les termes semblables, ici (il lui montre l'expression écrite au TP 50)
107	**Ni**	*Non, ce qu'on a obtenu*
108	**En**	*Où* ?
109	**Ni**	Trois x, moins deux x, égal x (elle parle de 4(3x – 2)(-2x + 5)) [Brouhaha]
110	**En**	*Une seconde*. *Où* ?
111	**Ni**	*En bas, en dernier*
112	**En**	*Ici* ? (il montre 4(3x – 2)(-2x + 5))
113	**En**	Comment additionner ici ? Quoi ? [Brouhaha]
114	**Ni**	Trois x et moins deux x
115	**En**	Vous voulez additionner trois x avec moins deux x
116	**Ni**	Oui
117	**En**	Mais, il y a produit, entre ces deux parenthèses
118	**Ne**	M. *Comment on a obtenu* six x moins quatre ?
119	**En**	*Comment on a obtenu* six x moins quatre ? Ce x qui est ici, c'est quoi ? (il montre le x dans le premier crochet du TP 50)
120	**Els**	Un
121	**En**	C'est un x. Plus, cinq x
122	**Els**	Six x
123	**En**	Six x. Plus trois, moins sept
124	**Ca**	Moins quatre
125	**En**	Moins quatre, ok

Cette partie sa caractérise par plusieurs arrêts de l'avancement du temps didactique. Plusieurs élèves semblent être en difficulté, dont des mondes différents. Pour **No**, c'est la factorisation au maximum qui la gêne. L'enseignant, pour raccourcir la distance qui sépare cette élève de la factorisation au maximum, négocie à la baisse. Il isole le premier assemblage pour que **No** se trouve capable de factoriser 6x – 4. Le TP 101 en est la preuve. **Ni** se trouve perdue dans le monde des assemblages. Elle veut additionner les termes en x de chaque assemblage, comme si pour elle, l'espace blanc qui sépare les deux assemblages de la « forme-produit » dûment complétée, remplace une addition. La difficulté de **Ne** est avec le 1 qui est absent dans le monôme x.

Observons dans cet épisode la conception des élèves de l'identité $a^2 - b^2$, et l'interprétation de l'enseignant pour publier le savoir.

Min 19 sec 29 Factorisation de $4(2x - 1)^2 - 9(3x + 4)^2$

215	**En**	..//.. g) (il fait signe à **Sa** pour passer au tableau) Effacez, effacez (**Sa** efface la première moitié du tableau) g) (**Sa** écrit g) $4(2x - 1)^2 - 9(3x + 4)^2$)
216	**Ma**	M. *Le moins neuf a tout gâché*
217	**En**	Ok. Faites attention maintenant comment on va travailler ici ? Donc, tout d'abord, on a dit, c'est quelle forme ?
218	**Els**	a deux, moins b deux
219	**Sa**	a moins b
220	**Ne**	a deux, moins b deux
221	**En**	a deux, moins b deux. A quoi est égal a ?
222	**Els**	Quatre, facteur de, deux x moins un
223	**En**	C'est faux. [brouhaha] (il écrit $4(2x - 1)^2$, l'entoure par un cercle et écrit en dessous a^2). Donc, ça, c'est a deux
224	**Ri**	*C'est ce qu'on a dit* [brouhaha]
225	**En**	Donc, le a, c'est quoi ?
226	**Ri**	Deux, deux x, moins un
227	**En**	Deux, facteur, deux x moins un. Tout d'abord, avant de commencer cette factorisation, on va essayer de l'écrire comme un seul carré, moins un seul carré. C'est-à-dire (il efface le cercle autour de $4(2x - 1)^2$) on va écrire le quatre avec deux x moins un. Tout d'abord, le quatre
228	**Els**	Deux
229	**En**	Comment on peut l'écrire ? Deux à la puissance deux, facteur, deux x moins un à la puissance deux (il écrit $2^2(2x - 1)^2$ en dessous de $4(2x - 1)^2$) Compris ?
230	**Els**	Oui
231	**En**	On a deux nombres à la puissance deux, c'est-à-dire, c'est deux, facteur, deux x moins un
232	**Els**	Au carré
233	**En**	Le tout à la puissance deux (il écrit à la suite de la donnée = $[2(2x - 1)]^2$) (1) Vous avez compris ça ?
234	**Els**	Oui
235	**En**	Qui n'a pas compris ? (il fait le tour de la classe avec ses yeux) *Ceci veut dire que* ce qu'on fait ici, on fait apparaître un nombre à la puissance deux, et ce nombre va être le a (il écrit a sous $2(2x - 1)$, après l'avoir entouré dans le crochet) *Quoi* ? *On a compris celle-ci* ?
236	**Els**	Oui
237	**En**	On continue

Par des mouvements topogénétiques ascendants/descendants, **En** coopère avec le groupe classe pour avancer le savoir. Il demande l'attention des élèves qui confrontent une telle « forme-énoncé » pour la première fois. Il commence sa procédure de factorisation par la question « habituelle » qui camoufle « la formule » par « la forme », « *C'est quelle forme* ? ». Il annonce à chaque fois le travail à faire et questionne les élèves pour les rapprocher du savoir. Il change de technique dans sa procédure. Il encercle chaque produit de la « forme-énoncé », et écrit le monôme littéral de la formule « forme-développée » qui le symbolise, en dessous. Il interprète le premier produit, déchiffre le carré du nombre 4, et se sert de la règle du produit de deux nombres ayant la même puissance, sans l'annoncer, pour former le premier assemblage, qu'il délimite par un couple de crochets, élevé à la puissance 2, et dont un des sous assemblages est délimité par un couple de parenthèses rondes. Il encercle encore une fois la racine carrée de ce produit qu'il symbolise par la lettre a de la formule « forme-produit ». Il renvoie la compréhension aux élèves qui la confirme par un « *oui* » à chaque interprétation d'un nouveau déchiffrement. Par un mouvement de négociation à la baisse, **En** demande l'accord des élèves pour continuer le déchiffrement. Il dialogue en mathématicien et ne rate pas l'occasion de publier le mot « *facteur* » qui a manqué à **Ri** dans sa réponse.

Du point de vue élèves, l'ensemble classe a interagi avec **En.** L'attitude de **Ma** est à remarquer, elle se trouve gênée par la présence du 9 devant la parenthèse, alors qu'elle a accepté la présence du 4 devant la première parenthèse. **Ri** se trouve loin du monde combinatoire. Elle lit le produit de 2 par (x – 1) comme une suite de deux nombres.

Min 22 sec 57

238	**Ma**	Moins
239	**Els**	[moins
240	**En**	[moins
241	**Ne**	Neuf, facteur
242	**En**	Neuf, *c'est-à-dire*, trois à la puissance deux, *et*, trois x plus quatre à la puissance deux (Il continue son écriture de (1) = $[2(2x – 1)]^2 – [3(3x + 4)]^2$) (2) Le tout au carré. Maintenant, on peut dire que ça, c'est le a (il montre 2(2x – 1)
243	**Sa**	Et ça c'est le b
244	**En**	*Vous voyez le* a
245	**Els**	Oui
246	**En**	C'est deux, facteur, deux x moins un. *Ça c'est* a et *ça c'est* b (il entoure 3(3x + 4) et écrit le b en dessous), égal Tout d'abord, écrivez le a, a plus b, facteur, a, moins, b (Sa écrit : = [2(2x – 1) + 3(3x + 4)] [2(2x – 1) – 3(3x + 4)]
247	**Ri**	*On n'aurait pas pu faire tout de suite ça*
248	**En**	*Sans faire ce qui est en haut* (il parle de (2)). Pourquoi on a fait cette ligne ici ? Pour ne pas faire des fautes Ecrivez toujours, cette ligne intermédiaire, pourquoi ? Pour faire apparaître le a et le b (**Sa** travaille en silence, elle a écrit : = [4x – 2 + 9x + 12][4x – 2 – 9x – 4], elle efface le 4 pour le remplacer par 12, sans aucun commentaire) Egal, on additionne maintenant, treize x plus dix, facteur de, moins cinq x, moins quatorze (il dicte les écrits de **Sa** : = [13x + 10][-5x – 14] Bon, *c'est fini*, merci

L'enseignant interprète rapidement et de la même façon le second produit de la « forme-énoncé ». Il s'adresse au groupe classe avec le pronom « vous » pour instituer encore une fois les nombres que les lettres a et b symbolisent. Il s'arrête devant la question de **Ri**, et refuse l'interprétation mentale du déchiffrement. Pour faciliter la tâche de symbolisation, il insiste sur le déchiffrement par écrit. Il accompagne **Sa** dans la réduction des termes semblables et clôt cet épisode par un « *c'est fini, merci* » qui fait passer l'ensemble classe à une autre « forme-énoncé ».

La topogenèse définit l'action de **Sa** qui se comporte en enseignant, elle devance **En** pour publier la symbolisation. Le tableau est à sa charge pour faire la transformation (ζ) et interpréter ses assemblages. Elle travaille en silence et elle réussit à trouver la « forme-produit » dûment complétée. **Ri** voulait faire le déchiffrement des produits dans sa tête.

Min 37 sec 13 Factorisation de $(x + 1)^2 – 4$

312	**En**	..//.. x plus un à la puissance deux, moins quatre (Ri écrit : j) $(x + 1)^2 – 4 = (x + 1)^2 - 2^2$)
313	**Ca**	Encore a deux, moins b deux
314	**En**	Encore, c'est a deux, moins, b deux, entre parenthèses toujours (il ajoute parenthèses pour 2 : $(x + 1)^2 – 4 = (x + 1)^2 – (2)^2$) a plus, oui (**Ri** écrit : (x + 1)), plus b ((x + 1) + 2), facteur
315	**Ri**	*Je mets des* crochets ?
316	**En**	Oui
317	**Sa**	*Pourquoi* plus deux ?
318	**Ma**	*Mais, c'est* a plus b
319	**Ne**	*Je suis perdue*
320	**En**	a deux, moins b deux, *c'est quoi le* b ? *C'est quoi le* b ?
321	**Sa**	Deux
322	**En**	Deux. *Quand on dit,* a plus b*, c'est-à-dire,* plus deux. (Ri écrit : = [(x + 1) + 2][(x + 1) – 2]) Donc, a (il montre (x + 1)), plus b (il montre 2), facteur, a (il montre (x + 1)), moins b (il montre 2)) Oui, j'enlève les parenthèses et j'additionne Comment j'enlève les parenthèses ?
323	**Sa**	x
324	**Ne**	x plus un plus deux
325	**En**	x plus un, plus deux, facteur
326	**Ri**	x plus un moins deux (elle a écrit : = [x + 1 +2][x + 1 – 2] = (x + 3)(x – 1))
327	**Sa**	*C'est pas fini, on va prendre* facteur commun x
328	**Ne**	*Comment*
329	**En**	Facteur commun x ? [Brouhaha] Attendez, attendez, facteur commun, où ?
330	**Sa**	*Il y a* x *et* x
331	**Ni**	*Mais chaque* facteur *est seul* (**En** ne dit rien)

Dans cet épisode didactique, plus qu'une élève semble perdue, elles n'arrivent pas à s'approprier le déchiffrement et la symbolisation de la « forme-énoncé » avec la formule. Le tableau est à la charge de **Ri** qui réussit à déchiffrer les carrés et les écrire de la forme $a^2 – b^2$. Elle interprète son déchiffrement en modélisant chaque terme avec la « forme-produit » de la formule. Elle outille des crochets pour délimiter ses assemblages après hésitation « Je mets des *crochets* ? ».

Ca devance **En** pour publier la formule qui symbolise la « forme-énoncé ». **En** reprend son rôle et publie de nouveau la formule $a^2 – b^2$, en outillant un couple de parenthèses rondes pour agréger 2.

Sa, paraît en double difficulté. En premier, sa difficulté était le déchiffrement, et à la fin du travail, elle a une difficulté avec la factorisation par un facteur commun. Nous retrouvons ici le fruit du travail basé sur la mémoire visuelle, x est un facteur commun pour les deux assemblages (x + 3) et (x – 1) puisque **Sa** le voit, il se répète deux fois. C'est le grand problème des élèves, gérer les informations à leur façon. **Ni**, enseigne à sa camarade l'arrêt de travail en faisant rater à **En** l'occasion d'interpréter l'intervention de **Sa**.

L'épisode suivant va mettre en évidence la conception de **Re** pour le travail combinatoire des IRC.

Min 40 sec 11 Factorisation de $9 – (2x – 1)^2$

331	**En**	..//. (Il fait signe à **Re** pour passer au tableau) Le k maintenant.
332	**Re**	Neuf, moins deux moins un au carré
333	**En**	Neuf, moins deux moins un au carré. On va faire apparaître a deux, moins b deux (**Re** écrit : k) $9 – (2x – 1)^2 = [3(2x – 1)]^2[\ \ )$ C'est quoi ça ? (d'un ton ferme, **Re** efface le second crochet ouvert) C'est quoi ? C'est quoi ? Ça c'est quoi ?
334	**Re**	a
335	**En**	Ça c'est a ?
336	**Re**	a deux
337	**En**	*Où est* le b deux ?
338	**Re**	Le neuf, a
339	**En**	Le neuf a, *et l'autre c'est b*, ok
340	**Ca**	Trois à la puissance deux, moins, deux x moins un à la puissance deux (**Re** efface ce qu'elle a écrit pour écrire ce que lui dicte **Ca** : $= (3)^2 – (2x – 1)^2$)
341	**En**	Donc, le neuf, nous donne le a, moins, deux x moins un
342	**Els**	Au carré
343	**En**	A la puissance deux
344	**Ca**	*Maintenant*, a moins b, a plus b (**Re** écrit = (3) – (2x – 1))
345	**En**	(Il efface ce que vient d'écrire **Re**) On a la forme a deux, moins, b deux, on a dit, ça donne quoi ? a plus b, quel est le a ?
346	**Re**	Trois
347	**En**	Trois, donc ça c'est a (**Re** écrit = (3)), plus le b ?
348	**Re**	x moins un (elle a écrit = (3) – (2x – 1))
349	**En**	x moins un (il trace les crochets ainsi : [(3) + (2x – 1)]), ça c'est a (il montre (3)), plus b (il montre (2x – 1)), facteur
350	**Ca**	a moins b (**Re** écrit à la suite [(3) – (2x – 1)])
351	**En**	a (il montre (3)), moins b (il montre (2x – 1)) Ensuite, j'enlève les parenthèses et j'additionne
352	**Re**	Trois, plus deux x, moins un
353	**En**	Oui, trois, plus deux x, moins un
354	**Re**	Trois, moins deux x, plus un (**Re** écrit = [3 + 2x – 1] [3 – 2x + 1])
355	**En**	Trois, moins deux x, plus un Donc, j'ai enlevé la parenthèse, maintenant, on va voir si on peut additionner. Donc, deux x
356	**Sa**	Deux plus deux
357	**En**	Trois moins un
358	**Els**	Plus deux
359	**En**	Plus deux (**Re** écrit = [2x + 2] [2x)
360	**Els**	Moins deux x
361	**En**	Moins deux x (**Re** ajoute (-) à 2x**)** Trois plus un
362	**Re**	Quatre, plus quatre (elle a écrit = [2x + 2][-2x + 4])
363	**Ni**	Quatre, *veut dire* plus quatre
364	**Els**	Plus quatre
365	**En**	Plus quatre, *oui*
366	**Ni**	*Mais c'est la même chose*
367	**En**	*Ah ! C'est la même chose,* plus quatre *et* moins quatre ?
368	**Ni**	Plus quatre *et* quatre, *c'est la même chose*
369	**En**	Donc, je continue. Deux x plus deux
370	**Els**	Deux, facteur
371	**En**	Je peux mettre deux en facteur. Deux, facteur, x plus un (il écrit 2(x + 1)) Ça, c'est pour la première parenthèse
372	**Ca**	*Là bas aussi, on prend* deux
373	**En**	Pour la deuxième, *aussi*, je peux mettre deux en facteur

374	**Els**	Moins x, moins deux
375	**Ma**	Plus deux
376	**En**	Moins x plus deux (il a écrit 2(x + 1)(2)(-x + 2)) (*)
377	**Els**	Quatre, facteur
378	**En**	Au lieu de laisser, dans ce produit, deux, fois deux
379	**Ca**	Egal quatre
380	**En**	On peut écrire égal quatre, x plus un, moins x plus deux (il écrit = 4(x + 1)(-x + 2))

L'enjeu de cet épisode est la factorisation de $9 - (2x - 1)^2$ qui représente la différence d'un monôme carré parfait et du carré d'un binôme. L'enseignant, pour avancer le temps didactique, publie tout de suite la procédure « *On va faire apparaître a deux, moins b deux* », ainsi qu'une partie du déchiffrement. Il négocie à la baisse pour faire dévoluer **Re**, il lui pose quatre fois la même question. Il libère **Re** de la charge du tableau, et agrège la somme symbolisée par (a + b) dans deux crochets en gardant les parenthèses rondes pour les sous assemblages. Il dialogue avec le pronom « je » pour publier la suite du déchiffrement. Il pousse la factorisation au maximum. Pour simplifier « l'aspect » de la « forme-produit », il est nécessaire de faire le produit des facteurs communs et surtout d'écrire le résultat en premier. Il ne s'arrête pas devant la manière d'additionner de **Sa**.
Du TP 363 au TP 368, Un trilogue discute 4, -4 et + 4. **En** a tardé à comprendre l'idée de **Ni**.

Les élèves accompagnaient **En** tout le long du travail. **Re** prend la charge du tableau. Elle semble être loin du monde de la factorisation en utilisant les IRC. Elle essaye de travailler par analogie aux expressions précédentes, pour ne pas se montrer ignorante, mais elle ne réussit pas. Il est important de remarquer sa conception pour le travail combinatoire. Pour elle la puissance 2 écrite pour l'assemblage (2x – 1) est aussi pour 3. Elle a loupé le signe (+) dans son premier assemblage et le signe (-) qui doit séparer les deux assemblages. Pour elle, le blanc qui sépare deux assemblages est une addition (TP 333). Elle déchiffre les carrés sans les agréger par des crochets pour faire des assemblages (TP 344) puisque **Ca**, qui répond aux attentes de **En**, lui souffle « *a moins b, a plus b* » sans déchiffrer le blanc qui doit séparer ces deux nombres. Il est important de s'arrêter devant la réponse de **Sa** au TP 356. Pour elle, le signe « deux-traits » doit séparer une somme de son résultat, pour cela il faut additionner les deux 2 afin que la réponse soit un nombre.

Observons dans la seconde partie de cet épisode la conception de **Sa** de la factorisation au maximum.

Min 45 sec 10

381	**Sa**	M. P*ourquoi ici oui, et là bas non* (elle demande pourquoi ici on a factorisé et dans l'expression précédente on n'a pas recherché un facteur commun pour les x)
382	**Ni**	*On n'a pas un* facteur commun
383	**En**	Facteur commun de quoi ?
384	**Ni**	Facteur commun *pour les* deux x
385	**En**	*Ça* c'est une parenthèse (il montre (2x + 2)), et l'autre c'est une parenthèse (il montre (-2x + 4)). Ça c'est le nombre a (il montre (2x + 2)), ça c'est le nombre b (il montre (-2x + 4))
386	**Sa**	M
387	**En**	Oui
388	**Sa**	*Pourquoi, on n'a pas pris* x en facteur ? (elle parle de l'expression précédente qui est toujours au tableau)
389	**En**	Comment je peux prendre en facteur x ? *il y a* parenthèse, fois, parenthèse. *Si on veut continuer la* factorisation, je cherche le facteur commun dans chaque parenthèse. Dans la

		première parenthèse, il y a, x plus trois, x plus trois seulement. Est-ce qu'il y a de facteur commun ?
390	**Sa**	Non
391	**En**	Non. x moins un, est ce qu'il y a de facteur commun ?
392	**Els**	Non
393	**En**	Non. Comme on a fait ici (il montre (2x `+ 2)(-2x + 4)), ici on a fait quoi ? deux x plus deux, si on a deux x plus deux, et on vous dit de factoriser. Comment vous factorisez deux x plus deux ?
394	**Els**	Deux facteur de x plus un
395	**En**	Deux. Donc (il écrit 2x + 2 = 2 (x + 1)), n'est ce pas, c'est ce qu'on a fait ici. A la place de cette parenthèse, deux x plus deux, j'ai mis, deux facteur de x plus un (il montre (*)). *Mais*, je n'ai pas cherché un facteur commun entre la première parenthèse et la deuxième parenthèse, car il y a une multiplication (il trace un grand signe de multiplication (×), entre [2x + 2] et [-2x + 4]) Ok. l)
396	**Ri**	M. *Si on ne fait pas jusqu'à la fin, tu nous la comptes faux ?*
397	**En**	Oui
398	**Ri**	*Pourquoi, on t'a fait la moitié*
399	**Ca**	*Tu nous donnes la moitié de la note ?*

Il est important de marquer la conception de **Sa** de la factorisation au maximum. Elle fait une comparaison entre ce travail et celui de l'expression précédente dont la « forme-produit » est (x + 3)(x – 1) où elle a proposé une factorisation par x, et qui n'a pas été acceptée, du fait que selon **Ni** chaque facteur est seul. Elle évoque de nouveau sa factorisation par x, il semble que l'enseignement de **Ni**, qui devance **En**, ne l'a pas convaincue. Cette fois c'est l'enseignant qui prend la charge de lui enseigner. Il ne lui parle pas en mathématicien comme a fait **Ni** qui se charge d'expliquer à **En** l'idée de **Sa**. Il outille les parenthèses pour mettre en évidence les assemblages qu'il faut factoriser s'il y a lieu chacun seul « Si on veut continuer *la factorisation, je cherche le facteur commun dans chaque parenthèse* ». Il déchiffre en premier la « forme-produit » de l'expression précédente, puis de celle de cet épisode. L'ensemble classe accompagne **En** et répond à ses questionnements à la place de **Sa**. Il justifie cette méthode de factorisation par le non ostensif « multiplication » qui est symbolisé par le blanc qui sépare les deux assemblages délimités par des parenthèses rondes. Pour faciliter la tâche aux élèves en difficulté, il trace grand l'ostensif graphique le signe (×) qui symbolise la multiplication camouflée par le blanc entre les deux assemblages.
Ri évoque la factorisation partielle, elle se contente de la « forme-produit » dont les termes de chaque assemblage ne sont pas premiers entre eux. Elle considère qu'à cette étape, elle a fait la moitié du travail « *on t'a fait la moitié* ». **Ca** s'inquiète pour la pénalisation de ce travail considéré par l'enseignant faux.

Quatrième séance d'enseignement
Enseignant EnL

Le synopsis et le récit sont en entier aux pages 178 - 179. Nous allons montrer les épisodes qui répondent à l'objet d'étude de cette partie : la factorisation en utilisant les IRC.

Synopsis de la séance

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
7 ; 35	27	Rappel	L'enseignant fait un rappel sur les formules des IRC. Il suppose que les élèves ont déjà recopié ce cours.
9 ; 35	27 - 237	Correction de l'exercice 6 de pp 99.	L'enseignant prend la charge de factoriser $\mathbf{x^2 - 6x + 9}$, première expression de l'exercice 6, pour donner aux élèves « sa façon » de factorisation. Puis il place les élèves en situation de travail individuel pour la deuxième expression, en leur disant « avec la même méthode ». Il fait passer des élèves au tableau pour finir la correction de l'exercice.

Nous allons détailler dans un sous synopsis deux autres expressions de l'exercice 6

Temps min ; sec	**Tours de parole**	**Episodes**	**Contenu didactique**
20 ; 10	103 - 156	**Factorisation de $\mathbf{4x^2 + 4x + 1}$**	Les élèves cherchent individuellement la factorisation de $\mathbf{4x^2 + 4x + 1}$. L'enseignant exige sa « manière de faire ». Il refuse une réponse directe et leur montre le déchiffrement de l'expression précédente qui est toujours au tableau. Il est important de signaler le déchiffrement des élèves $\mathbf{(2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2}$. L'enseignant s'engage dans une explication fondée sur l'expression précédente pour montrer que le **a** dans $\mathbf{(a)^2}$ et dans $\mathbf{2(a)(b)}$ symbolise le même nombre et de même pour **b**. Après toute cette explication, le déchiffrement des élèves est toujours le même puisque $\mathbf{2(x)(2) = 4x}$. L'enseignant passe à la correction collective.
37 ; 59	199 – 216	**Factorisation de $\mathbf{25 - 80x + 64x^2}$**	**As** prend la charge du tableau. Son déchiffrement est $\mathbf{25 - 80x + 64x^2 = (5)^2 - 2(4x)(8) + (8)^2}$. L'enseignant montre du doigt $\mathbf{(5)^2}$ et $\mathbf{2(4x)}$ pour dire que ce n'est pas le même **a**. Il corrige **4x** et avant de donner la « forme-produit », il vérifie que par le calcul de l'expression déchiffrée, la « forme-énoncé » est retrouvée.

Min 7 sec 35 Correction de l'exercice 6 par un rappel des formules des identités remarquables.

La consigne de l'exercice 6 est « Factorise »

27	**En**	..//.. On continue maintenant avec le numéro six (il fait signe à **Eli** pour passer au tableau) Qui n'a pas encore terminé ? (pas de réponse) Efface tout le tableau Donc, avant de commencer (il prend le côté droit du tableau et écrit les trois formules factorisées. Pendant ce temps **Eli** écrit p.99 n° 6) Donc, écrivez les identités remarquables (il s'adresse à **Eli**, elle écrit le développement des

		identités à la suite des écrits de l'enseignant $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$ $(a – b)(a + b) = a^2 – b^2$) Voici, ces trois identités remarquables (*Je pense que vous les avez copiées sur vos cahiers)*

Jusqu'à présent, l'enseignant parlait des « *trois formules* ». C'est la première fois qu'il publie le terme « *identités remarquables* ». Il écrit les « formes-produits » et demande à **Eli** de donner et d'écrire à la suite du signe (=) le développement de chacune. Il suppose que les élèves les avaient recopiées sur leur cahier puisqu'elles ont l'habitude de recopier toutes les formules, les règles, les théorèmes,… sur leur cahier.

Observons dans ce qui suit la technique de factorisation adoptée par **EnL** pour factoriser en utilisant les deux identités $(a + b)^2$ et $(a – b)^2$.

Min 9 sec 35 Factorisation de $x^2 – 6x + 9$

27	**En**	Faites attention comment on va factoriser maintenant ? Petit a ((**Eli** écrit a) $x^2 – 6x + 9 =$) Attends, faites attention au tableau on a dit x deux moins six x plus neuf. On va factoriser Donc, premièrement, qu'est ce qu'on cherche ?
28	**El**	Euheuh, fac
29	**Els**	[Facteur commun
30	**En**	[Facteur commun. Est-ce qu'il y a ici un facteur commun ?
31	**Els**	Non
32	**En**	Non. S'il n'y a pas un facteur commun, on va voir les identités remarquables
33	**Sa**	a moins
34	**Ri**	[a moins b
35	**En**	Quelle identité remarquable elle doit être ?
36	**Els**	a moins b à la puissance deux
37	**En**	Bon. Elle doit être a moins b à la puissance deux. *Par ce qu'*elle est de la forme a deux moins deux ab plus b deux
38	**Els**	[a deux moins deux ab plus b deux
39	**En**	Qui va donner l'identité a moins b à la puissance deux Maintenant, avant de donner la réponse a moins b à la puissance deux, on va essayer de faire apparaître la forme a deux, moins deux ab, plus b deux On a dit, c'est de la forme a deux, moins deux ab, plus b deux, on va vérifier
40	**El**	*Comment ?*
41	**En**	Comment ? Faites attention (il écrit à la suite de la donnée $x^2 – 6x + 9 = (\ )^2 – 2(\ )(\ ) + (\ )^2$ a a b b Donc, on va essayer de l'écrire sous la forme, a à la puissance deux, moins deux fois a fois b, plus b à la puissance deux (il montre chaque terme dans son écrit en même temps qu'il parle)
42	**Els**	[plus b à la puissance deux
43	**En**	Qui va donner à la fin quoi ?
44	**Els**	a moins b à la puissance deux
45	**En**	Qui va nous donner, a, moins b à la puissance deux (il écrit en même temps à la suite de ses écritures = $(\ -\ )^2$ a b) Ok, donc, ce qui reste à chercher c'est quoi ? On va trouver le nombre a et le nombre b
46	**Els**	[et le nombre b
47	**En**	Le nombre a égal combien ?
48	**Els**	x
49	**En**	x (il demande à **Eli** d'écrire x dans les parenthèses correspondantes) Et faites attention, lorsqu'on écrit x (il montre la première parenthèse $(\ )^2$, ici, on doit écrire

		quoi ? (il montre la parenthèse 2( ))
50	**Els**	x
51	**En**	*Aussi* x, *parce que* cette parenthèse représente a, et cette parenthèse représente encore a, *c'est-à-dire*, on n'écrit pas x, et ici trois x (il parle toujours des parenthèses du TP 49), ok. C'est la même parenthèse qui représente le nombre a, donc si on écrit x, ici il y a encore x (il explique sur les mêmes parenthèses) Et pour b ?
52	**Ri**	Trois
53	**En**	Trois (**Eli** a écrit $x^2 - 6x + 9 = (x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2$ a a b b
54	**Els**	x moins trois
55	**En**	Attendez, attendez, donc, encore, donc, première chose, il faut vérifier que ces deux parenthèses sont les mêmes, x et x (il parle des parenthèses de a) Et même chose pour le b, trois et trois On n'écrit pas deux et ici quatre (il montre les parenthèses de a), directement on voit qu'il y a une faute. Il faut avoir le même nombre Maintenant, avant de continuer, *ça ne fait rien,* au début, on essaye toujours de faire des vérifications Est-ce que cette décomposition, comme on l'a faite est correcte ?
56	**Els**	Oui (on entend des oui, l'un après l'autre)
57	**En**	On va voir x à la puissance deux (il montre avec la craie $(x)^2$)
58	**Els**	x deux
59	**En**	x deux, donc, c'est juste (il trace un « √ » en dessous de x^2 de la donnée) Deux, fois x, fois trois ?
60	**Els**	Six x
61	**En**	Six x, encore c'est juste (il trace un « √» en dessous de 6x de la donnée) Trois à la puissance deux
62	**Els**	C'est neuf
63	**En**	Neuf, *c'est-à-dire aussi* juste (il trace un « √ » en dessous de 9 de la donnée) Ok, on a compris comment on va décomposer ?
64	**Els**	Oui
65	**En**	Ouieh ? Une fois qu'on arrive à cette décomposition, qui est a deux, moins deux ab, plus b deux (il montre $(x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2$ a a b b) On peut écrire à sa place quoi ?
66	**Els**	a moins b
67	**En**	[a moins b à la puissance deux
68	**Els**	[à la puissance deux.
69	**En**	D'après la deuxième identité. Donc, qu'est ce qu'on écrit ici (il montre $= (\ \ -\ \ )^2$ a b)
70	**Els**	x moins trois à la puissance deux
71	**En**	x moins trois à la puissance deux (**Eli** écrit $= (x - 3)^2$ a b) *c'est sûr*, on peut enlever ce a et b (il efface toutes les lettres qui sont écrites sous les nombres) *On l'a comprise ?*
72	**Els**	Oui
73	**En**	*Oui* ?

Pour faciliter la recherche de la méthode de factorisation, l'enseignant a déjà institué une « manière de penser ». Puisque dans cet épisode, les élèves rencontrent pour la première fois la factorisation en utilisant une des deux identités $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$, et pour les aider à dévoluer, **En** a trouvé qu'il est nécessaire de faire un rappel sur cette « manière de penser » (TP 27---32). Sa « manière de faire » ne change pas. Après avoir trouvé l'identité convenable, il faut déchiffrer la « forme-énoncé », pour symboliser ses termes par les lettres de la formule. Pour l'avancement du temps didactique, il se charge

du tableau, et par des mouvements topogénétiques ascendants/descendants, il coopère avec l'ensemble classe pour publier la technique de symbolisation en premier, puis de factorisation. Il utilise des parenthèses rondes pour agréger les assemblages de la « forme-énoncé », et il écrit en dessous les lettres qui les symbolisent (TP 41). Par un travail formel et pour réaliser la transformation (z), il trace après le signe « deux-traits », un couple de parenthèses rondes (   ), puis il trace le signe (-) à l'intérieur au milieu pour séparer l'*amont* de l'*aval*, et à la fin il écrit à l'extérieur des parenthèses l'exposant 2 ainsi $(\; - \;)^2$. Il rappelle qu'il faut vérifier le déchiffrement avant de faire la transformation (ζ) et il insiste à ce que les élèves déchiffrent de la même manière avant de donner la « forme-produit ». Pour aider les élèves à le suivre dans la vérification, il utilise un ostensif graphique, il trace un « √ » en dessous de chaque terme contrôlé. Puis il remplit l'assemblage qui est jusqu'à présent vide par les racines carrées des monômes symbolisés par a^2 et b^2.
En clôt son discours par un renvoi de la compréhension aux élèves. Aucun élève n'a contredit le « *oui* » entendu de l'ensemble classe.

Dans l'épisode qui suit, l'enseignant place les élèves dans un travail personnel de factorisation de l'expression $4x^2 + 4x + 1$. Il passe dans les rangs pour surveiller le travail de près et certains élèves se déplacent pour lui montrer leur travail.
Observons la conception des élèves pour ce savoir, et comment l'enseignant a fait pour leur faciliter la tâche.

Des mouvements topogénétiques ascendants/descendants définissent l'action de l'enseignant tout le long de cet épisode. Il prend la charge du tableau à chaque fois, bien que **Eli** soit nommée pour travailler au tableau.

Min 20 sec 10 Factorisation de $4x^2 + 4x + 1$

103	**En**	..//.. Ok, *continuez le c) devant vous* (15 sec plus tard) On continue tout l'exercice de la même forme. Ok
104	**Je**	Monsieur, *c'est faux si je donne tout de suite la réponse ?*
105	**En**	On n'écrit pas une réponse directe
106	**Ri**	Monsieur
107	**En**	*Quoi ?*
108	**Ri**	*Moi, je l'ai mis*
109	**En**	Comme au tableau Attendez, attendez, ne faites rien (**Eli** écrit $4x^2 + 4x + 1 =$, l'enseignant lui interdit de passer à la factorisation)

Pour l'avancement de la progression du savoir, l'enseignant demande aux élèves de travailler le reste de l'exercice par analogie au travail précédent.
Pour réduire la complexité ostensive de la factorisation, **En** n'accepte pas le passage rapide de la « forme-énoncé » à la « forme-produit ». Il demande le déchiffrement ainsi que la symbolisation. Il ne laisse pas **Eli** corriger au tableau pour donner du temps à l'ensemble classe pour déchiffrer cette expression.

Min 20 sec 45

110	**Ca**	Monsieur, *j'ai bien commencé ici ?* (elle montre son cahier à **En**, elle a écrit $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$)
111	**En**	Non, c'est faux
112	**Ca**	*Mais pourquoi ?*
113	**En**	Même parenthèse a, a (il lui écrit les lettres sous les parenthèses correspondantes $(2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$ a a b b)
114	**Ca**	Ah, ouiouioui !!!
115	**En**	Ok, bon
116	**Ca**	*Ça va être encore deux*
117	**En**	Travaillez (**Ca** paraît confuse)

Dans cette partie, nous retrouvons **Ca** en difficulté. Elle a déchiffré 4x en un produit de 2 par x par 2, ce qui est juste dans d'autres situations, par contre il est faux dans le cas de la symbolisation avec la « forme-développée » de la formule $a^2 + 2ab + b^2$ (1). Pour lui faciliter la tâche de reconnaître son erreur, l'enseignant écrit en dessous des termes du déchiffrement, les lettres dans l'ordre de présentation dans (1) pour symboliser le déchiffrement. Mais, il semble qu'elle n'est pas persuadée.

Min 21 sec 18 Vérification du déchiffrement

117	**En**	..//.. Première vérification, on n'a pas dit, il faut avoir la même parenthèse, a, a, b, b (il explique au tableau sur l'expression b) qui n'est pas encore effacée), donc, ces deux parenthèses doivent être les mêmes. (il retourne chez **Ca**) deux x deux, c'est quatre x (il parle de 2(x)(2), mais c'est pas a et b, ok (il examine le cahier de **Ma**) *Aussi*, c'est faux
118	**Ma**	Faux !!!
119	**En**	Faites attention, faites attention (il passe au tableau et reprend l'explication de l'expression qui est toujours au tableau, mais il efface les lettres en dessous b) $x^2 + 8x + 16 = (x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2$ = a a b b) Monsieur, avant de dire juste ou bien faux, je recommence Cette parenthèse, représente, quoi ? (il montre $(x)^2$ et écrit en dessous a après avoir entouré le x)
120	**Els**	a
121	**En**	a, est cette parenthèse ? (il montre (x), et écrit en dessous a, aussi après avoir entouré le x)
122	**Els**	[a
123	**En**	[Encore a. Donc, tout d'abord, on regarde les parenthèses, il faut avoir la même parenthèse qui représente le nombre a C'est-à-dire, si ici, on a x (il montre la parenthèse de $(x)^2$, il faut avoir ici encore x (il montre 2(x)) b et b (il montre (4) et $(4)^2$) Donc, ces deux parenthèses sont les mêmes, c'est-à-dire c'est le nombre b Ok, donc, premièrement, avant d'écrire la réponse et avant de dire ou demander si c'est juste, ou bien c'est faux. Premièrement, vous allez voir si dans ces deux parenthèses il y a le même nombre (il montre les parenthèses de a), s'il n'y a pas le même nombre, *cela veut dire, c'est sûr que* c'est faux, ok Ensuite, après la décomposition, *je vous ai dit,* vous faites la vérification
124	**Ma**	[Vérification
125	**En**	Ce produit qui se trouve ici (il montre 2(x)(4)), est ce qu'il donne la même réponse ? (il relie par une flèche 2(x)(4) et 8x de la donnée)
126	**Ma**	Oui
127	**En**	Si oui, *ça veut dire*, l'exercice est correct. Si non, c'est faux

128	**Ri**	*Mais,* Monsieur, *moi je fais et je trouve la même réponse à la fin*
129	**En**	Ok ! Ça c'est faux, je la veux comme le tableau (elle a écrit $x^2 + 8x + 4^2$)
130	**Ri**	*Mais, regarde Monsieur, moi, je l'ai fait comme ça et c'est la même réponse*
131	**En**	*Tu ne veux pas te convaincre, je la veux comme* le tableau
132	**Mi**	Monsieur, *c'est juste* ?
133	**En**	*Non, c'est faux* (elle a fait la même erreur que **Ma,** elle a écrit $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$)
134	**Mi**	Pourquoi ?
135	**En**	On recommence, même faute Parenthèse a, parenthèse a, donc, ici il y a deux x, ici il y a deux x (il parle avec un ton fort et écrit sous les parenthèses correspondantes les lettres a $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$ a a Ici il y a deux x, donc ici il y a deux x

Devant l'attitude de **Ca** (qui est pour **En** la première de sa classe en math), **En** se trouve dans l'obligation de reprendre le travail fait dans l'épisode précédent. Il retourne du côté du tableau et prend sa charge pour publier les procédures de la technique de vérification par classement. Il officialise la symbolisation par a et b, et leur présence en plus qu'une place, puis retourne chez **Ca** pour lui montrer l'erreur. Mais, contrairement à ses attentes, il se trouve que **Ca** n'est pas la seule à être dans la difficulté du déchiffrement et de la symbolisation. Il reprend la charge du tableau, et pour permettre aux élèves de dévoluer et de s'approcher du savoir, il ne corrige pas l'expression sujette du travail de cet épisode, il publie à tout l'ensemble classe la reprise du déchiffrement de l'expression précédente dont le travail n'a pas été effacé. Il insiste sur la présence du même nombre que symbolise a, et celui que symbolise b, deux fois dans le déchiffrement $(a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$. Il ne s'arrête pas à ce point, il est nécessaire et obligatoire de vérifier le produit de 2 par a par b.
Pour aider les élèves à s'approprier le déchiffrement afin de leur faciliter la tâche de la transformation, il refuse la « forme-produit » obtenue par un déchiffrement mental. Il insiste à ce que les élèves reproduisent dans leur transformation « sa technique », si non le travail est considéré « *Faux* », même si la « forme-produit » est correcte.

Une question se pose : le déchiffrement 2(x)(2)donne 4x qui est bien un terme de la « forme-énoncé », alors pourquoi faut-il faire la vérification de 2(a)(b) ?
Observons la suite pour voir si l'enseignant donne une explication.

Min 25 sec 28 Reprendre la méthode de vérification du déchiffrement

136	**Mi**	*Mais, Monsieur, mon dieu, pourquoi deux ?*
137	**Els**	(trois autres élèves était à côté de **Mi**) Monsieur, *on n'arrive pas !!* Deux fois deux x donne quatre x
138	**En**	Calmez vous, calmez vous. Faites attention au tableau (il retourne au tableau pour expliquer la factorisation de $4x^2 + 4x + 1$ que **Eli** a résolu et a écrit ainsi $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$) Faites attention au tableau !!! *On arrête d'écrire* Donc, on recommence, ouhhh !! Il faut avoir le même nombre dans cette parenthèse qui représente a (il montre $(2x)^2$), et dans cette parenthèse qui représente
139	**Ma**	[b
140	**En**	[a (il montre 2 (x) et écrit la lettre a en dessous) $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$ a a Même si le produit est correct, on écrit pas ici x et ici deux (il parle toujours des valeurs représentants a) *Si on écrit* x et deux, le produit reste quatre x, *mais* est ce qu'on a le même nombre qui

		représente a dans les deux parenthèses ?
141	**Els**	Non
142	**En**	Non, ok ! Donc, tout d'abord, vous allez vérifier qu'on a le même nombre, *cela veut dire,* on écrit ici deux x, obligatoirement, il y a ici quoi ?
143	**Els**	Deux x
144	**En**	Deux x Un pour b et un pour b (il écrit la lettre b sous les 1 $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$ a a b b) Ouieh ! Avant de donner la réponse encore, il y a une petite vérification à faire. Est-ce que cette décomposition est correcte ?
145	**Els**	Oui (on entend plusieurs oui qui se succèdent)
146	**En**	Deux x à la puissance deux ? (il montre du doigt et trace une flèche (√) pour dire juste dans la donnée)
147	**Els**	Quatre x deux
148	**En**	Quatre x deux. Deux, fois, deux x
149	**Ca**	[quatre x
150	**En**	[fois un
151	**Els**	Quatre x
152	**En**	Quatre x, donc, c'est correct Un à la puissance deux
153	**Els**	Un
154	**En**	C'est un Donc, cette décomposition est maintenant vraie. A la place de a deux, plus deux ab, plus b deux, je peux écrire
155	**Eli**	Deux plus un à la puissance deux
156	**En**	Deux x plus un à la puissance deux, c'est-à-dire, a plus b à la puissance deux Merci Monsieur

L'enseignant se trouve encore une fois dans l'obligation de reprendre la technique du déchiffrement par modélisation symbolique. **Eli**, qui travaille au tableau en silence, se trouve dans la même difficulté que les autres. Les élèves n'arrivent pas à comprendre pourquoi 2(x)(2) est faux, bien que le produit soit 4x. **En** déchiffre l'expression $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$. Il met le point sur le produit de 2(x)(2), dans cette écriture le a symbolise x, alors que le a^2 symbolise $4x^2$ dont la racine carrée est 2x. Par suite un même symbole représente deux nombres différents, Le cas est pareil pour b = 2 et $b^2 = (1)^2$. Les élèves n'arrivent pas à voir que chaque objet a son symbole (Radford 2002). « Est-ce que cette décomposition est correcte ? » (TP144) questionne l'enseignant. Pour vérifier, il calcule chaque assemblage $(2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$. « La décomposition est vraie » (TP 154), Il fait la transformation (ζ), qui donne la « forme-produit » $(2x + 1)^2$ symbolisée par $(a + b)^2$.

Nous voulons par la suite montrer que l'ordre habituel des termes n'est pas une difficulté, et l'enseignant ne lui a donné aucune importance, contrairement aux autres classes où l'emplacement du double produit a causé des arrêts didactiques remarquables.

Min 37 sec 59 factorisation de $25 – 80x + 64x^2$

199	**En**	..//.. (il fait signe à **As** pour passer au tableau) gggg, h) vingt cinq, moins quatre vingt x, plus soixante quatre x deux.(**As** écrit en même temps que l'**En** dicte $25 – 80x + 64x^2$) (Elle travaille en silence pour 20 sec et ses écrits sont :

		$25 – 80x + 64x^2 = (5)^2 – 2(4x)(8) + (8)^2)$ Ok, donc, voici la décomposition qu'elle a faite au tableau. Tout d'abord, en regardant cette décomposition, il y a une faute
200	**Ma**	*Oui, oui, le* a
201	**En**	En regardant la décomposition, il y a une faute
202	**Ca**	[une faute
203	**En**	Quelle est cette faute ?
204	**Ma**	*Moi, moi, je dis, c'est* a
205	**En**	Donc, les parenthèses qui représentent a. Ici, il y a cinq, ici, il y a quatre x (il montre du doigt $(5)^2$ et $2(4x)$) donc, *c'est sûr que c'est faux* Donc, il faut mettre cinq ici (il efface 4x, et écrit à sa place 5) Ensuite ?
206	**Els**	Huit x
207	**En**	Huit x (il ajoute x à 8) (Brouhaha) *Du calme* Qu'est ce qu'on a écrit ici ? A la place de a, on a écrit cinq
208	**Els**	[cinq
209	**En**	Cinq, et à la place de b, on a écrit huit x
210	**Els**	[huit x
211	**En**	Donc, on a maintenant les mêmes parenthèses (on lit $25 – 80x + 64x^2 = (5)^2 – 2(5)(8x) + (8x)^2)$, on va voir si on a la même donnée Cinq à la puissance deux, vingt cinq
212	**Els**	[vingt cinq
213	**En**	Deux fois cinq fois huit x, quatre vingt, donc, c'est juste a deux, moins deux ab, plus b deux
214	**Ca**	a moins b à la puissance deux
215	**Ma**	Cinq moins huit x à la puissance deux
216	**En**	Cinq moins huit x à la puissance deux (**As** écrit $= (5 – 8x)^2)$ Ok, merci

La topogenèse définit l'action de **As**. Elle écrit la « forme-énoncé » que lui dicte l'enseignant, puis elle travaille en silence. Elle suit les instructions de **En**, elle déchiffre la « forme-énoncé » suivant la forme $a^2 – 2ab + b^2$, mais elle tombe dans l'erreur. Deux valeurs différentes sont données pour a. C'est **Ma** qui découvre cette erreur. **En** reprend deux fois « *en regardant la décomposition, il y a une faute* » (TP 199 et 201), comme s'il voulait attirer l'attention de tout l'ensemble classe et lui donner le temps de découvrir l'erreur. **Ma** insiste à redire l'erreur (TP 204) suite au questionnement de **En**. Après la correction, l'enseignant vérifie le déchiffrement pour retrouver la « forme-énoncé ». **Ca** répond à **En**, qui publie la forme développée, par la « forme-produit » de la formule. Et **Ma** publie la réponse visée que **As** écrit au tableau.

V- 7- III- i - <u>Tableau comparatif de la pratique enseignante</u>

EnL	**EnFL**	**EnF1** **EnF2**
Explication du développement des IRC en utilisant la propriété de la distributivité		
Explication de la factorisation en utilisant les IRC par la continuité du développement, et puis à partir des exemples		
La progression de l'apprentissage est liée à la mémorisation des trois formules et à la pratique		
La technique « linguistique » se dévoile par les pronoms : je, on, vous		
La pratique enseignante se distingue par des mouvements topogénétiques ascendants et descendants		

<table>
<tr><td colspan="4">Recours à la symbolisation avec les lettres de la formule, pour reconnaître l’identité qu’il faut utiliser pour la transformation (ζ)</td></tr>
<tr><td colspan="4">La factorisation au maximum est obligatoire</td></tr>
<tr><td colspan="4">L’abus du langage parlé est trop remarqué</td></tr>
<tr><td colspan="4">Les enseignants interagissent avec les élèves et surtout avec ceux qui sont au tableau</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ils manipulent des ostensifs graphiques pour faciliter la tâche aux élèves</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ils se servent des couleurs pour mettre en évidence la symbolisation par les lettres de la formule</td></tr>
<tr><td colspan="4">Le nombre des termes de la « forme-énoncé » est un indice important pour le choix de l’identité a utilisé dans la factorisation</td></tr>
<tr><td colspan="4">Le signe du double produit est un indice pour le choix entre $(a + b)^2$ et $(a – b)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="4">La vérification de la « forme-produit » se base sur le calcul du double produit</td></tr>
<tr><td colspan="4">L’absence du double est un indice pour l’identité $a^2 – b^2$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ils préfèrent le développement en utilisant les IRC, à la place de la propriété de la distributivité, pour s’habituer aux formules afin de faciliter la tâche de factorisation</td></tr>
<tr><td colspan="4">Pour faciliter la compréhension, ils accompagnent le travail algébrique d’un travail arithmétique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le tableau est un « lieu de travail » bien ordonné. Il sert aux enseignants pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public</td><td colspan="2">Le tableau est un « lieu de travail » moyennement ordonné. Il sert aux enseignants pour légitimer les productions des élèves et élaborer un savoir public</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ils s’attachent aux manuels pour faire des applications et donner des devoirs maison</td><td colspan="2">Ils préparent des fiches d’exercices pour faire des applications et donner des devoirs maison</td></tr>
<tr><td>La charge du tableau est partagée entre l’enseignant et les élèves</td><td>Le tableau est à la charge des élèves</td><td>L’enseignante est maître du tableau</td><td>La charge du tableau est partagée entre l’enseignant et les élèves</td></tr>
<tr><td>Sa manière de penser devant une « forme-énoncé » :

1-rechercher un facteur commun
2-rechercher une IRC
3-factoriser par regroupement des termes

Sa manière de faire pour factoriser en utilisant les IRC :

1- Rechercher d’après la « forme-énoncé » l’IRC correspondante</td><td>Sa manière de faire devant une « forme-énoncé » :

1-rechercher un facteur commun
2-rechercher une IRC

Sa manière de faire pour factoriser en utilisant les IRC :

1-rechercher les carrés
2-le double produit est le terme du milieu</td><td>Sa manière de faire devant une « forme-énoncé » :

1-rechercher un facteur commun nombre, lettre.
2- rechercher un facteur commun binôme.

Sa manière de faire pour factoriser en utilisant les IRC :

1-Compter les termes de l’expression pour savoir quelle IRC utilser</td><td>

Sa manière de faire pour factoriser en utilisant les IRC :

1-repérer la cohérence des</td></tr>
</table>

2-Compter les termes de l'expression pour savoir quelle IRC utilser 3-déchiffrer la « forme-énoncé » suivant la formule 4-vérifier le déchiffrement par calcul de chaque terme 5-pousser la factorisation au maximum	3-s'il n'y a pas de double produit c'est sûrement $a^2 – b^2$ 4-vérifier la validité du double produit par développement de la « forme-produit » 5-faire attention à l'ordre des termes et ordonner s'il y a lieu. 6-pousser la factorisation au maximum	2-faire attention à l'ordre des termes et ordonner s'il y a lieu 3-rechercher les carrés 4-le double produit est le terme du milieu 5-péparer l'(ou les) assemblage(s) 6-s'il n'y a pas de double produit c'est sûrement $a^2 – b^2$ 7-vérifier la validité du double produit par développement de la « forme-produit » 8-pousser la factorisation au maximum	termes avec la formule. 2-écrire les lettres a et b sous chaque monôme et A et B sous chaque binôme 3-repérer le double produit 4-faire attention à l'ordre des termes 5-le double produit n'est pas nécessairement le terme du milieu 6-développer mentalement la « forme-produit » pour valider la réponse 7-pousser la factorisation au maximum
Il exige le déchiffrement de la « forme-énoncé » $4x^2 – 4x + 1 =$ $(a)^2 – 2(a)(b) + (b)^2$ Effacer les lettres et les remplacer par les nombres correspondants $(2x)^2 – 2(2x)(1) + (1)^2 = (2x – 1)^2$	Elle demande le passage direct de la « forme-énoncé » à la « forme-produit » en procédant ainsi $4x^2 – 4x + 1 =$ 2x 1 2x – 1 $(2x – 1)^2$	Elle prépare les assemblages de la « forme-produit », avant de faire la transformation (ζ) $4x^2 – 4x + 1 =$ $(\qquad)^2$ $(\quad - \quad)^2$ $(2x – 1)^2$	Il demande le passage direct de la « forme-énoncé » à la « forme-produit » $4x^2 – 4x + 1 =$ $(2x – 1)^2$ Faire au brouillon cette étape $(2x)^2 – 2 \times 2x \times 1 + (1)^2$
La question de l'ordre des termes de la « forme-énoncé » identiquement à la formule n'est pas visée	Ordonner les termes de la « forme-énoncé » identiquement à la formule est important et à faire		
	Ils proposent une « forme-développée » qui ne se factorise pas à		

	ce niveau		
Il utilise dans son discours le mot « formule » plus que le terme « Identités Remarquables »	Elle utilise dans son discours uniquement le terme « Identités Remarquables »	Elle parle d'« Identités Remarquables » et elle n'utilise dans son discours que le terme « Egalités Remarquables »	Il parle d'« Egalités Remarquables » , et il n'utilise dans son discours que le terme « Identités Remarquables »
Le cours des IRC se limite à l'écriture des trois formules		Elle écrit un cours sur le développement des IRC au tableau	Il écrit les trois formules et indiquent par des flèches le sens du développement et celui de la factorisation

Il est clair que dans cette partie les pratiques enseignantes convergent plus qu'elles divergent. Observons dans ce qui suit le discours commun des enseignants pour la méthode de factorisation par une IRC

V- 7- II- ii - <u>Tableaux comparatifs du discours des enseignants</u>

Nous avons vu que dans la pratique enseignante des deux pays, il y a plus de convergence que de divergence. Nous allons, dans ce qui suit, exposer des tours de parole, qui se ressemblent, tirés des corpus sur le développement et la factorisation en utilisant les IRC.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
	Une nouvelle notion (il s'agit des IRC), qui est très facile, que vous allez vous-même dégager la majorité des propriétés. Elle est très importante, pour cette année et pour les années à suivre (1, 1)	**Mon but est de transformer une somme, en un, produit. Une des raisons, une des raisons, pour laquelle on fait ça, ça va être dans le chapitre d'après, pour apprendre à résoudre certaines équations, que vous ne seriez pas, pour l'instant, capable de résoudre au brevet (4, 212)**	**Ceci va nous servir à résoudre des équations** (il s'agit de la factorisation) **(7, 339)**

EnL est le seul à ne pas donner du sens aux IRC. Les deux enseignants français expliquent l'utilité de la factorisation : « *pour résoudre les équations du chapitre suivant* ». Alors que **EnFL**, marque l'importance de ce savoir dans une technique chronogénétique, elle remet l'importance des IRC « *pour cette année et les années qui suivent* » sans préciser le domaine de leur utilisation.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$(a + b)^2 =$ $(a + b)(a + b)$ **Comment on fait le produit ? Comment on multiplie ces deux parenthèses ? Premièrement, on multiplie le premier terme avec tous les termes de la deuxième parenthèse** (il trace les flèches de distribution) **(1, 338, 340)**	$(a – b)^2 =$ $(a – b)(a – b)$ **Comment on a appris à développer ce produit ? C'est a fois a, c'est a au carré, a fois moins b, c'est moins ab, moins b fois a, c'est moins ba, c'est tout à fait la même chose que moins ab, Et moins b fois moins b, c'est, plus, b, au carré** (elle trace les flèches de distribution) **(1, 74, 86)**	$(a + b)^2 =$ $(a + b)(a + b)$ **Comment est ce que je développe a plus b facteur de a plus b ? C'est a fois a, a carré,…** (elle mime les flèches de distribution) **(1, p2, min 3)**	$(a + b)^2 =$ $(a + b)(a + b)$ **Si on reprend, si on reprend la forme a plus b facteur de c plus d, je vais le faire ici** (il choisit le coin gauche du tableau pour écrire $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$), **a plus b facteur de, puisque a plus b au carré c'est pas autre chose que ça. vous faites a fois a, c'est-à-dire a au carré,** …(il développe en mimant les flèches de distribution) **(5, 22)**

Nous voyons que chaque enseignant met les élèves à contribution pour développer par la «façon habituelle » avant d'énoncer la formule. Les enseignants des deux pays démontrent aux élèves le développement de $(a + b)^2$ en utilisant deux propriétés : 1) le carré, $A^2 = A \times A$ 2) la distribution $k(a + b) = ka + kb$. Il est clair que cette pratique mathématique est instrumentée par des flèches, un ostensif indispensable pour diriger l'action de l'élève.
Les trois premiers enseignants se comportent en élève, ils se posent la question « *comment*.. ». **EnF2** fait appel à un ancien savoir pour publier le nouveau, il rappelle les élèves la formule $(a + b)(c + d)$.

Nous allons maintenant décrire comment les quatre enseignants, que nous avons suivis, ont passé le « pont de transformation de(ζ) ». Le passage à la factorisation des identités remarquables carrées a été fait suivant une « technologie[103] professorale », les enseignants ont groupé les trois formules en écrivant en premier la forme à développer, puis ils ont tracé deux flèches de sens opposés

Développer

$$\xrightarrow{\qquad\qquad\qquad}$$

$$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$
$$\mathbf{(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2}$$
$$\mathbf{(a – b)(a + b) = a^2 – b^2}$$

$$\xleftarrow{\qquad\qquad\qquad}$$

Factoriser

[103] Au sens de Chevallard (1995)

La justification complète de ces transformations combinatoires est donnée par une unique technique : la lecture à double sens. Les enseignants placent les élèves face à une gestion de signes qui leur permet de passer d'une expression à une autre qui lui est équivalente, sans leur fournir des moyens de contrôle, observons ceci dans le tableau ci dessous

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
On fait une factorisation. On a la réponse, je veux l'écrire en facteur, *c'est-à-dire,* sous forme de produit **$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$** **$(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$** **$(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$** (il entoure les identités développées et trace une flèche dans le sens du produit pour montrer la factorisation). **(2, 362)**	**Çà** (elle montre $a^2 – 2ab + b^2$) **c'est la forme développée** (elle souligne $a^2 – 2ab + b^2$ et écrit en dessous : Développée) **Alors, cette forme** (elle montre $(a – b)^2$), **elle est la forme factorisée** (elle souligne $(a – b)^2$ et écrit en dessous : Factorisée) **(1, 100…106)**	**Rappel des principes de factorisation. Factoriser une somme, c'est transformer cette somme en, un, produit.** **(4, 1, min 11 sec 9)** (elle demande aux élèves de coller sur leur cahier la colonne correspondante à la factorisation des identités remarquables, où nous lisons **$a^2 + 2ab + b^2$ $(a + b)^2$=** **$a^2 – 2ab + b^2 = (a – b)^2$** **$a^2 – b^2 = (a + b)(a – b)$** et en dessous **Somme → Produit**	… **ce qu'on va essayer de voir c'est l'usage des identités remarquables pour effectuer quelques, factorisations. C'est-à-dire, vous savez par exemple que si on a** (il écrit les identités au tableau en même temps qu'il parle) **a plus b au carré, c'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré. Donc écrit sous cette forme là** ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1))**, quand je le lis de la gauche vers la droite, donc c'est le développement.** **(7, 5)** **L'inverse, c'est-à-dire, je vais vous donner quelque chose qui va ressembler à a au carré plus deux ab plus b au carré, ou ….**(il écrit $a^2 – 2ab + b^2$ (2) et en dessous $a^2 – b^2$ (3) et les deux en dessous de (1)). **Et puis, vous allez essayer de les factoriser, c'est-à-dire, si vous reconnaissez a au carré plus deux ab plus b au carré, vous allez pouvoir dire que la forme factorisée, c'est, a plus b, au carré** (il écrit à côté de (1) = $(a + b)^2$) **(7, 7)**

Les quatre enseignants convergent dans l'idée de parler de la factorisation par une continuité du développement et d'écrire les trois formules ainsi : La «forme-produit » = la « forme-développée ». La factorisation des identités remarquables est une règle qui va de soi, elle est proposée comme une manière de faire pour laquelle les enseignants pensent qu'il n'y a rien à démontrer, ni à savoir, ni à comprendre. Il suffit de lire dans le sens opposé au développement pour avoir la factorisation.

EnL renforce son travail dans le registre graphique, il entoure les trois « formes-développées » et trace une flèche vers la «forme-produit » pour désigner la factorisation. Par contre, **EnFL** travaille dans le registre gestuel. Du doigt, elle montre la « forme-développée » et la «forme-produit » de chaque identité. Alors que, **EnF2** dans ses gestes**,** se déplace dans la lecture de la formule, de la gauche à la droite pour le développement, et dans le sens inverse pour la factorisation. Pour **EnF1** la factorisation va de soi. Elle n'a pas agi comme les autres enseignants, elle s'est contentée de citer les trois « *égalités* » à partir de la « forme-produit ». Les quatre enseignants obligent les élèves à retenir par cœur les formules pour les appliquer à chaque fois que l'occasion se présente. En voilà une preuve

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Les trois formules, que vous devez savoir sont : **$(a + b)^2$, $(a – b)^2$,** **$(a + b)(a – b)$** **Ces formules, vous devez les savoir dans le calcul, ou bien dans le développement, ou bien dans la factorisation**. **(1, 328, 329, 330)** **Voici les trois formules** (il s'agit des IRC) **qu'il faut retenir, comprendre et savoir appliquer dans les exercices** **(1, 371)**	**Ce sont les trois identités remarquables, à voir cette année** **Les trois identités sont a plus b au carré, a moins b au carré, et a plus b, facteur de, a moins b (**elle a écrit en même temps qu'elle dictait, l'un en dessous de l'autre **$(a + b)^2$, $(a – b)^2$, $(a + b)(a – b)$** **La différence de deux monômes, qui est élevée à la puissance deux, est une identité remarquable**…. **(1, 361, 371, 45)** **Il faut les retenir** **(8, 13)**	**Tout ce que vous retenez. C'est ça, c'est les deux égalités $(a+ b)^2$ et $(a – b)^2$** **Si vous êtes tout à fait allergiques aux deux égalités, pour la partie développement, vous pouvez à chaque fois développer ce qu'on vous donne, ça vous prendra davantage de temps, ça vous handicapera quand on arrivera à la factorisation** **(2, min 16, sec 25)**	**Ce sont trois formules qu'il faudra apprendre par cœur, et ces trois formules vous serviront à développer de façon rapide, et surtout à factoriser de façon efficace.(5, 1)** **Il y a trois identités remarquables à bien connaître sur le bout du doigt.** **(5, 180)**

Nous voyons bien que les enseignants ne demandent que la mémorisation des trois IRC. Ils insistent à les connaître par cœur pour que la tâche de factorisation soit facile. Ils ne donnent aucun sens à ces formules. Ils citent les trois formules dans le même ordre, comme si ce classement est universel. Ils sont tous du même avis :

1. il faut retenir les trois formules. **EnL** fut le seul à ajouter « *qu'il faut comprendre* »
2. Les trois formules assurent un développement rapide
3. Les trois formules sont utiles pour la factorisation

4. leur mémorisation et leur application dans le développement faciliteront la tâche de la factorisation

EnF1 pour montrer le danger de ne pas pratiquer le développement à partir des formules des IRC, dit « *ça vous handicapera quand on arrivera à la factorisation* »

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$(2x - 3)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$ **C'est la formule, maintenant, dans cette formule à la place de a qu'est ce qu'il faut mettre ? Enlevez le a et on écrit à sa place deux x….(2, 134)** **Toujours Monsieur, pour ne pas faire la faute, écrivez la formule, ensuite remplacez a et b par leur valeur (2, 218)**	$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2(2x \times 3) + 3^2)$ **Le deux x, c'est, si tu vas faire une identification, c'est a et qui est le b ? (1, 108, 110)** **J'ai appliqué ce développement** (elle montre le développement de $(a - b)^2$), **d'une seule étape, je l'ai développée**. **(1, 151)**	$(\frac{y}{2}+1)^2$ **On met y sur deux le touuut au carré, allez, plus après, est ce que tu fais d'abord le double produit, ou tu fais le deuxième terme au carré ? Le deuxième terme** (il écrit $(\frac{y}{2})^2$ + + $(1)^2$) **Et puis, le double produit, alors le produit de y sur deux, fois un, et il ne faut pas oublier le double, donc, il faut le multiplieeeer, par deux** (**An** écrit $(\frac{y}{2})^2 + \frac{y}{2} \times 1 \times 2 + (1)^2$) **(3, 97, 98, 101)**	**Alors, concrètement, votre boulot d'élèves, hein, toute cette partie qui est ici** (il montre $(2x)^2$, $2 \times 2x \times 3$ et 3^2), **elle peut être conduite au brouillon, hein. Moi, ce que j'attends, c'est que vous me répondiez, du tac au tac, deux x plus trois entre parenthèses au carré (7, 219)**

Les enseignants convergent dans le registre combinatoire, ils déchiffrent la « forme-énoncé » en utilisant le signe (×) ou le signe « blanc ». Par contre, ils divergent dans leur déchiffrement pour symboliser la formule « forme-produit ».

EnL déchiffre, en premier, la « forme-développée » de la formule qu'il égalise avec la « forme-énoncé ». Il délimite chaque lettre qui symbolise un nombre de la « forme-énoncé » par des parenthèses rondes. En second, il remplace chaque symbole par sa valeur numérique. Il déchiffre le double produit par 2 (a)(b).

EnFL déchiffre directement la « forme-énoncé ». Elle délimite le monôme élevé au carré par des parenthèses rondes, pour que les élèves distribuent l'exposant 2 aux deux composantes du monôme : le coefficient numérique et la partie littérale. $2(2x \times 3)$ est son déchiffrement pour le double produit.

EnF1 interprète en premier les termes qui seront des carrés dans la « forme-produit », en les écrivant suivant leur ordre dans la formule. Elle laisse un trou pour le remplir plus tard par le déchiffrement du double produit. Pouvons-nous lire cette écriture $\frac{y}{2} \times 1 \times 2$ « le double produit de … » ? Le monôme est délimité par un couple de parenthèses rondes pour assurer le carré à ces deux composantes.

EnF2 demande une transformation « *du tac au tac* », le déchiffrement peut être conduit au brouillon. 2 × 2x × 3 est son déchiffrement pour le double produit. Lui aussi, il outille un couple de parenthèses rondes, pour délimiter le monôme afin d'assurer le carré à chacune de ses composantes.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$2x(x + y)^2$ **Qu'est ce que ça veut dire x plus y à la puissance deux ? c'est x plus y facteur de x plus y** **(1, 57, 64)**	(2x – 3)(2x – 3) **Qu'est ce qui, qu'est ce que vous remarquez en ce qui concerne mon produit de deux facteurs ?** **Les facteurs sont les mêmes, ce sont deux facteurs identiques. Lorsque moi je prends a fois a** (elle écrit à côté de l'expression a × a), **d'après ce qu'on a appris dans les puissances** a deux, très bien, **c'est a au carré** **(1, 30, 38, 43)**	$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ **Mettre quelque chose au carré, c'est multiplier cette quantité par elle même.** **a plus b au carré, ce n'est jamais que a plus b facteur de a plus b** **(1, p2, min 2, sec 34)**	$(x – 5)^2$ **Qu'est ce que ça veut dire x moins cinq au carré ? Qu'est ce que c'est par définition ?** **C'est x moins cinq fois x moins cinq** **(4, 129, 131 p2)**

Dans cette partie, les quatre enseignants interprètent la notion de puissance qui est très utile dans le travail des IRC. Ils déchiffrent la puissance 2, par le produit du nombre par lui même. **EnL** et **EnF2** posent la même question en se comportant en élève « *Qu'est ce que ça veut dire …*»

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Ces trois identités remarquables (Je pense que vous les avez copiées sur vos cahiers) **(3, 27)**	**A la fin vous allez prendre notes (1, 1)** **Vous allez, sur votre cahier, écrire d'abord le titre, puis les formules** (elle écrit, en dessus de 2ab dans la formule de $(a + b)^2$, double produit) **(1, 632)**	**Prenez vos cahiiiiers de cours** **Cahiers de cours** (elle demande aux élèves d'écrire en rouge les trois formules) **(3, 115)**	**Vous avez noté ça sur votre cahier.** **Je dirai ce qu'il faut retenir, ça, ce qui est dans le cadre** (il encadre les trois identités que les élèves doivent recopier sur leur cahier de cours) **(5, 46, 48)**

Les enseignants libanais et français pensent de la même façon. Ils considèrent qu'écrire les formules sur le cahier aident les élèves à la mémorisation. Bien que les enseignants français ont déjà noté les formules dans les photocopies distribuées, bien avant.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Tout d'abord, c'est quelle formule ? **(2, 9)** **$x^2 - 64$** **….. on a deux nombres et ici** (il parle de $a^2 + 2ab + b^2$), **il y a trois** **(2, 374)** **Je veux la décomposer suivant la forme, a deux, moins deux ab, plus b deux.** **(4, 191)**	**C'est quelle forme ? Quelle forme d'identité remarquable ?** **(6, 22)** **A noter que le a et le b** (il s'agit des formules des IRC) **ce sont des monômes, c'est-à-dire, comme deux x, comme quatre x deux, comme cinq x trois** **(1, 65)**	**$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ pour tous les nombres a et b** **(1, p2, min 8 sec 54)** **$y^2 - 2y + 1 = (\; - \;)^2$** **Je compte. Trois termes, une parenthèse, un carré à l'extérieur** **(5, 156)**	**Derrière tout ça, vous reconnaissez des modèles, et moi je dis souvent, derrière le mot formule, il y a le mot forme. Et vous reconnaissez les identités remarquables, bien qu'il y ait des habillages différents, bien qu'il y ait des valeurs différentes, des lettres différentes. Vous reconnaissez toujours l'une de ces trois** (Il parle des IRC) **(6, 409)**

Pour interpréter la « forme-énoncé », les enseignants recherchent le modèle pour symboliser ses termes. La forme est à la base du modèle. Trois des quatre enseignants ont donné du sens aux lettres a et b. Pour **EnF1** ce sont des nombres quelconques. Par contre pour **EnFL** ce sont des monômes, alors que pour **EnF2** ils peuvent être des nombres ou des lettres.
Pour faciliter le choix de la formule, **EnF1** et **EnL** publient le comptage des termes de la « forme-énoncé ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
	$a^2 - b^2 = (a - b)^2$ **Je ne peux pas factoriser et mettre l'exposant dehors ici. Je n'ai pas le droit, et de même pour a deux plus b deux. Faites attention (d'un ton fort), cette erreur vous allez tous la commettre, le a deux plus b deux, n'a jamais était égal à, a plus b au carré** (elle écrit $a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$). **Qu'est ce qui manque ? Le double produit (1, 309, 311)**	**$x^2 - 64 \neq (x - 8)^2$** **$(x - 8)^2$ ça se développe en combien de morceaux ?** **$(x - 8)^2 = x^2 \ldots + 64$, et entre les deux j'intercale le douuuuuble prooooduit, deux fois huit fois x, seize x. Ça ressemble pas du tout à ce qu'on a** **(5, 147, 152)**	**$(a + b)^2$ n'est pas égal $a^2 + b^2$** **Celle-ci elle est fausse, celle-ci elle est fausse, il faut le double produit, nécessairement il faut le double produit** **(7, 163)**

Les trois enseignants abordent ici la « règle-élève ». Ils sont conscients de l'erreur répétitive et persistante chez les élèves. Ils renvoient la non égalité entre $(a - b)^2$ et $a^2 - b^2$ au manque du terme qui est le double produit.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Premièrement, vous allez voir si dans ces deux parenthèses il y a le même nombre s'il n'y a pas le même nombre, cela veut dire, c'est sûr que c'est faux $(x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2$ a a b b **Ensuite, après la décomposition, je vous ai dit, vous faites la vérification Ce produit qui se trouve ici** (il montre 2(x)(4)), **est ce qu'il donne la même réponse ?** (il relie par une flèche 2(x)(4) et 8x de la donnée) **(4, 123, 125, 127)**	**Le a, moins b, au carré, faites attention, au double produit, …quand vous factorisez, vous allez vérifier que le double produit, que vous allez obtenir, il est identique à celui que vous avez dans, l'expression initiale** **(1, 632)**	$x^2 + 4x + 4$ …**Je dois encore vérifier le terme du mi, lieu.** **Est-ce que le terme du milieu, c'est le dou, ble, pro, duit ?** **Vous devez tout vérifier**, **Tout vérifier**. **A partir du premier, et du dernier terme, vous retrouvez, les deux termes de la somme ou de la différence, et ensuite, vous vérifiez que le terme du milieu, c'est bien, le dou, ble produit** **(5, 97, 99, 101)**	$x^2 + 8x + 16$ **Vous regardez les extrêmes, certes. Mais vous faites bien attention que ce que vous avez au milieu, c'est bien le double produit** **(7, 41)**

Pour être sûr de la « forme-produit » obtenue par la transformation (z), les quatre enseignants instituent la vérification de la validité du double produit. Pour les deux enseignants français, le double produit est le terme du milieu. Les extrêmes dirigent la factorisation, et le double produit la valide. **EnFL** valide aussi le double produit, mais elle propose de le comparer avec celui de la « forme-énoncé ». **EnL** aussi publie la comparaison, il renforce son idée par un ostensif graphique, il trace une flèche pour faire la liaison entre le terme « double produit » de la forme déchiffrée et de celui de la « forme-énoncé ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
	$C = y^2 - 2y + 1$ $= (y-1)^2$ **Pour savoir, si entre les deux, il y a un plus, ou un moins, je regarde le signe du double produit, c'est moins, donc, entre les deux, j'ai un moins, et je n'oublie pas de mettre les parenthèses et d'élever au carré**	**Est-ce que le carré d'une somme et le carré d'une différence, est ce qu'ils ont des points communs ?** **Oui, c'est toujours, on ajoute les deux carrés, la seule chose qui, c'est le double produit. Si je fais le carré d'une somme, j'ajoute le double**	**Que je fasse a plus b au carré, ou que je fasse a moins b au carré, dans les deux cas je trouve a au carré plus b au carré. Qu'est ce qui change par contre ? Qu'est ce qui change ?** **C'est le deux ab.** **Quand vous avez a**

	(5, 9)	**produit, si je fais le carré d'une différence, je soustrais le double produit.** **(2, min 15 sec 50)** **On va dire, que les doubles produits sont opposés. Il y en a un avec un signe plus, et un avec un signe moins (6, 50)**	**plus b au carré, vous allez ajouter le double produit, plus deux ab. Et quand vous allez avoir a moins b au carré, le seul indice du signe moins, vous allez le retrouver sur le double produit, moins deux ab** **(5, 28, 30)**

Les trois enseignants ont publié la différence entre la « forme-produit » des deux identités dont la « forme-développée » est un trinôme. C'est le signe du terme double produit qui domine. Mais les enseignants français ont poussé un peu plus leur explication pour institutionnaliser que les nombres au carré s'ajoutent toujours.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$x^2 – 64$ **Est-ce qu'on peut trouver un facteur commun ici ?** **S'il n'y a pas un facteur commun, on va essayer d'appliquer les identités remarquables** **(2, 348, 349, 351)** **Est-ce qu'elle peut être a deux, plus deux ab, plus b deux. c'est sûr qu'elle ne peut pas être a deux, moins deux ab, plus b deux, car on a deux nombres, et ici il y a trois.** **(2, 372, 374)** **On a la réponse, on a la forme développée, je veux l'écrire sous forme de produit, ça veut dire, une parenthèse fois une parenthèse.** **(2, 415)**	**Toujours, quand il s'agit de factoriser, je regarde les carrés,** **(1, 505)** $4x^2 – 9$ **Il n'y a pas de double produit, alors c'est a deux moins b deux** **(1, 580)**	$B = x^2 – 64$ **Est ce qu'on peut mettre un x en facteur ? (5, 125)** **Est-ce qu'on peut mettre un nombre en facteur ? Non plus. Est-ce qu'il y a des parenthèses, l'intérieur des parenthèses en commun ? Non.** **Donc, si c'est quelque chooose, c'est une, égalité remarquable.** **Je compte un, deux** (elle compte le nombre des termes de B). **Un, deux** (elle compte le nombre des termes dans $a^2 – b^2$). **C'est forcement la dernière, d'accord. Donc, c'est une parenthèse avec un plus, que multiplie, une parenthèse avec un moins** (elle trace ainsi : (+)(–)) **(5, 125)**	**Première idée c'est de bien repérer la cohérence avec la formule a au carré plus deux ab pour b au carré** **Deuxième conseil, c'est bien repérer ce qui peut jouer le rôle du double produit** **Il faut que vous repériez bien, je dirai en gros, le double produit, qui est le candidat susceptible pour être le double produit** **(7, 45, 47, 49)**
$x^2 – 6x + 9$	$C = y^2 – 2y + 1$	$x^2 + 4x + 4$	$x^2 + 2x + 1 = (x +$

…Est-ce qu’il y a ici un facteur commun ? Non. S’il n’y a pas un facteur commun, on va voir les identités remarquables… Elle doit être a moins b à la puissance deux. Par ce qu’elle est de la forme a deux moins deux ab plus b deux. On va essayer de faire apparaître la forme a deux, moins deux ab, plus b deux. $x^2 – 6x + 9 =$ $(\ )^2 – 2(\ )(\ ) + (\ )^2$ **a a b b** **(4, 27,.., 41)**	**…, j’essaye de factoriser par y, ….J’essaye de factoriser par un nombre …Donc, je ne peux pas suivant les méthodes traditionnelles. Mais je remarque très bien, que le y deux, moins deux y, plus un, ressemble à a au carré, moins deux ab, plus b au carré. Je cherche les carrés (5, 3)**	**La méthode** : **On essaye d’abord de mettre un nombre, ou une puissance, ou les deux en facteur... Deuxième partie : mettre une somme algébrique en facteur Donc, il ne reste que, une dernière méthode à essayer, c’est essayer de retrouver, si, dans cette expression là, on n’aurait pas, par hasard, une des trois égalités remarquables. On essaye (5, 1, 74, 76, 78)**	$1)^2$ **Je dirai, ça nous paraît, un enjeu assez difficile, parce que si on voit dans x carré plus deux x plus un, le facteur x qui est répété deux fois, il est commun aux deux premiers termes, mais il n’apparaît comme, enfin il n’apparaît pas avec le un qui est tout seul à la fin. C’est-à-dire, vous allez, j’allais dire réagir pratiquement du tac au tac (5, 1)** **Première idée c’est de bien repérer la cohérence avec la formule a au carré plus deux ab pour b au carré (7, 45) Deuxième conseil, c’est bien repérer ce qui peut jouer le rôle du double produit (7, 47)**

Les enseignants instituent chacun « sa méthode » de recherche de l’identité remarquable pour appliquer la transformation (z). Ils essayent d’utiliser des savoirs anciens, qui sont pour **EnFL** des « *méthodes traditionnelles* » pour pousser les élèves à dévoluer dans la recherche d’une nouvelle méthode dans laquelle **EnF2** voudrait bien qu’ils agissent « *du tac au tac* », après une modélisation visuelle de la « forme-énoncé ». **EnL** et **EnF1** converge vers la même méthode de recherche, mais l’enseignante française détaille plus la recherche. **EnL** pense en premier au facteur commun, puis à l’identité remarquable. Il exige le déchiffrement du trinôme « forme-énoncé », et la symbolisation des termes déchiffrés par les lettres de la formule « forme-développée ». **EnF1** détaille plus, elle recherche un facteur commun « *nombre* » ou « *puissance* » ou « *les deux* » ou « *somme algébrique* ». Si le facteur commun n’y est pas, il faut essayer de retrouver une des égalités remarquables.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
	Je vous demande de factoriser ce produit $B = 9x^2 - 8x + 4$ **Toujours, quand il s'agit de factoriser, je regarde les carrés** **Le double produit doit correspondre au produit des termes que vous avez mis dans les parenthèses** **(1, 503)** $B = 9x^2 - 8x + 4$ **Ce n'est pas impossible, on ne peut pas factoriser** **(1, 556)**	$x^2 + 9$ **…x carré plus neuf, et bien, la réponse, on peut pas factoriser** **(5, 192)** **…Dernière chose à essayer, les égalités remarquables, ça fait, ni la première, ni la deuxième, parce que je n'ai que deux termes. Et la troisième quand tu la développes, au milieu, t'as bien, un, signe, moins (5, 194)**	$x^2 + 4$ **…la formule, c'est normalement c'est a au carré moins b au carré**. **…Impossible, impossible avec les connaissances qu'on a, impossible de faire une factorisation** **(7, 106)** **Ça ressemble à a carré moins b carré, mais c'est pas a carré moins b carré, c'est a carré plus, b au carré (7, 108)**

EnL n'a travaillé aucune expression hors du manuel. Pour cela, il n'a pas placé les élèves dans une situation de factorisation impossible avec leurs connaissances, comme ont fait les autres enseignants qui ont formulé par eux-mêmes une expression pareille.
Les enseignants français proposent le même type d'expressions. Pour **EnF2** $a^2 + b^2$ n'est pas une forme normale, puisque la formule étudiée c'est $a^2 - b^2$. Alors, il est impossible de factoriser avec « *avec les connaissances qu'on a* ». **EnF1** et **EnFL** ont la même réponse « *on ne peut pas factoriser* ». **EnF1** fait remarquer, bien que la « forme-énoncé » soit un binôme, la symbolisation par $a^2 - b^2$ n'est pas possible à cause du signe « *au milieu* ». **EnFL** a pensé à un trinôme. Pour le factoriser, elle regarde les carrés, mais n'oublie pas de vérifier la validité du double produit.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Donc, la troisième, c'est quelle forme ? a à la puissance deux, moins b à la puissance deux c'est-à-dire, c'est un carré, moins un autre carré **(2, 374..376)**	**La différence de deux monômes, qui est élevée à la puissance deux, est une identité remarquable** **C'est la troisième identité remarquable** **(1, 45)**	**La dernière, la troisième. Elle se développe en deux termes, c'est qu'on appelle la différence de deux carrés** **(3, 56)**	**la troisième, identité, c'est a au carré moins b au carré. Alors celle-ci, elle est toute simple.** **Ç'est jamais plus** **(5, 31, 34)**

L'identité $a^2 - b^2$ paraît qu'elle a un classement universel, elle est classée par les quatre enseignants : troisième. Elle est reconnue par sa forme. Deux nombres au carré séparés par un signe moins. **EnF2** et **EnL** parlent de la forme, pour le premier c'est une forme simple, et il rappelle ses élèves que le signe n'est jamais plus, alors que le second attire l'attention de ses élèves sur la nature des termes de cette identité « *un carré moins un autre carré* ». **EnF1** et **EnFL** présentent la « supposée troisième » identité par un jeu de langage. Pour la première c'est « *La différence de deux carrés* », et pour la deuxième c'est « *la différence de deux monômes* ».

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$(x + 3)^2 - (5x - 7)^2$ **a b** **Qu'est ce qu'on a ici, dans cette donnée ?** **… Comment on va travailler ici ?** **a deux, moins, b deux. Mais, faites attention, à quoi est égal le a ici ? Toute cette parenthèse** (il montre $(x + 3)^2$), **représente le a …** **(3, 30, 34)**	$x^2 - (x - 1)^2$ **Donc, aaa moins b** (elle écrit a sur x^2 et b sur $(x - 1)^2$) **C'est a au carré, moins, b au carré. Donc, c'est a moins b, facteur de, a plus, qui est le b ?** **(5, 238, 253)**	$(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$ **On voit réapparaître quoi** ? **Mes sommes algébriques,…,** **Je regarde, alors, qu'est ce qu'on remarque ?** **(5, 11, p2)** **…Entre les deux, on a un moins, avant et après le moins, on a un carré, on est donc, de nouveau arrivé à la troisième égalité remarquable** **(5, 17, p2)**	$(2x + 1)^2 - (x - 1)^2$ $\mathbf{A^2 \quad - \quad B^2}$ **Est-ce que tout le monde la voit bien cette identité remarquable ?** **(7, 245)**

Les élèves rencontrent pour la première fois une telle « forme-énoncé ». **EnL** se place avec les élèves dans une situation-problème. Il annonce son modèle « *a deux moins b deux* ». Il camoufle le nom mathématique de (x + 3) par « *toute cette parenthèse* ». Il utilise un ostensif gestuel : il montre du doigt « cette parenthèse » et la symbolise par la lettre a. **EnFL**, ne s'arrête pas devant le binôme (x – 1), elle le symbolise par la lettre correspondante qui est b. **EnF1** parle de « *sommes algébriques* », qui sont absentes institutionnellement. Elle s'appuie sur la forme, un signe (-) qui sépare les deux nombres au carré. **EnF2** change sa représentation symbolique. Il symbolise les binômes par des lettres majuscules, pour marquer la différence avec les monômes dont les symboles étaient les mêmes lettres, mais en minuscules.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$x^2 + 8x + 16$ **Nononon, directement, non. Comme on a fait au tableau** (il lui montre le tableau sur lequel il y a toujours le travail détaillé de l'expression $x^2 - 6x + 9 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$) **Je veux voir les parenthèses**. **Pour a, pour b, je veux voir les paren, thèses Comme on a fait au tableau** **(4, 75, 77)**	$(x + 2)(2 - x) + (x + 1)^2$ .. **Sans faire celle-ci** (elle montre $2^2 - x^2 + x^2 + 2x \times 1 + 1^2$) **Moi, j'ai, j'ai cette étape pour que vous la compreniez. Mais, vous pouvez dire directement que c'est a plus b, a moins b, en faisant attention, que le a, c'est deux, et non pas x (8, 81)**	$x^2 + 4x + 4 = (\quad)^2$ **Dans le contrôle, on peut mettre directement ça ? Oui, mais, n'oublie pas de vérifier. Si tu le mets sans vérifier, et si ici, au lieu de quatre x, j'avais six x, ben c'est faux (5, 1, 119**	**Pour le contrôle, est ce qu'il faut mettre des détails ou pas ? Eh ben, vous répondez comme ça** $(9 - 12x + 4x^2 = (3 - x)^2)$ **Maintenant, si vous voulez mettre des détails pour bien vous en rendre, vous rendre compte de ce qui se passe, vous pouvez (7, 424)**

Les enseignants sont dans cette partie trois contre un. **EnL** est le seul à exiger le déchiffrement, la symbolisation et le remplacement de chaque lettre par le nombre qu'elle symbolise, avant de passer à la réponse « forme-produit ». Alors que les autres, laissent la liberté aux élèves de passer à la « forme-produit » en une ou plus qu'une étape.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
Pour vérifier la réponse, on refait la multiplication (2, 269, 272)	**Je veux reeedévelopper, pour vérifier qu'on a très bien travaillé (1, 491)**	$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ **Si tu développes x plus deux au carré. Tu mets le premier terme au carré, tu mets le deuxième terme au carré, et au milieu tu intercales le, douuuble proooduit. Le double produit, deux pour le double, fois x, fois deux** (elle écrit sous la parenthèse $\underline{2} \times \underline{x} \times \underline{2}$), **deux fois deux quatre, quatre fois x, quatre x. C'est bien le double produit, donc, c'est bon. N'oubliez pas de la faire cette vérification (5, 1, 119, 125)**	**Pensez peut-être, mentalement, à vérifier en développant, si vous êtes sûrs d'avoir factoriser. Redéveloppe x plus deux au carré, mentalement (7, 155) Il faut bien s'assurer, souvenez-vous de ce qu'on a dit dans la première heure, mentalement, vérifie bien que ton calcul est juste, c'est-à-dire en gros, est ce que le double produit c'est bien celui qui est attendu ? il faut bien vérifier, sinon hein, il peut y avoir de petits problèmes (7, 379)**

Les quatre enseignants insistent à vérifier « la forme-produit » pour être sûr du résultat. **EnL** demande de « *refaire la multiplication* ». **EnFL** demande de « *redévelopper* ». **EnF1** explique le développement en détail pour raccourcir la distance qui pourrait séparer les élèves de ce savoir supposé ancien puisqu'il a été étudié avant la factorisation. **EnF2**, pour faciliter la tâche aux élèves, propose un développement mental qui se base sur la valeur du double produit.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
$3x(2x - 7) - (15x^2 + 90x)$ **On se gratte la tête (8, 294)**	**Je ne veux pas vous aider, c'est à vous de savoir (**il s'agit de la factorisation de $(x - 2)^2 - 9$) **(4, 118)**	$x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(2x + 3)$ **Allez, là, c'est vraiment, pour vous faire réfléchir. C'est votre mémoire visuelle là. Qu'est ce que vous pensez de cette expression là (5, 98, p2)**	$x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(x + 1)$ **Alors là, on adopte un nouveau style de problème (7, 590)**

Chacun des enseignants a placé ses élèves en situation de recherche. La « forme-énoncé » est une nouveauté. **EnF1** appelle la mémoire visuelle pour soutenir la recherche.

EnL	EnFL	EnF1	EnF2
	$-16 + n^2$ **Pour faciliter la tâche, selon toi, ça ressemble à qui moins a, deux, plus b deux. Mais, nous, quelle identité on a appris ? Donc, pour avoir la forme a deux, moins b deux, comment tu peux l'écrire** **(5, 97…103)** **Si on avait x deux, plus b deux, moins deux ab, c'est toujours égal à, a moins b au carré** **(9, 132)**	$9 – 12x +4x^2$ **Est-ce que c'est ordonné ?** **Si, mais dans l'autre sens** **(5, 211, 213)** $4x^2 – 12x + 9$ **Vous écrivez dans le sens qui vous paraît sympathique, hein. Ne restez pas bloqués à cause de ça.** **(5, 217)** $16 + 25x^2 + 40x$ **Je préfère que vous ayez écrit déjà des choses ordonnées pour acquérir après, le réflexe, terme du milieu, double produit. (5, 250)**	$16 + 25x^2 + 40x$ **C'est tout à fait possible, parce que là, je me suis amusé à brouiller les pistes, c'est-à-dire que le double produit, je l'ai pas mis à sa place habituelle. Donc, on est dans la première remarque, bien identifier le, double, produit.** **(7, 470)**

Les enseignants convergent dans l'idée d'ordonner la « forme-énoncé » selon le modèle correspondant de la formule, afin de faciliter la tâche d'interprétation pour réussir la « forme-produit ».

V- 7- III- iii - Conclusion

Les quatre enseignants ont travaillé le développement des IRC à partir de la propriété de distributivité. Ils ont introduit la factorisation dans la continuité avec le développement par une lecture, dans le sens opposé, orientée par la flèche. Nous avons retrouvé un manque de calcul « démonstratif » pour la factorisation des IRC, du fait que le cours s'est limité à l'écriture des trois formules de la « forme-développée » vers la « forme-factorisée » et le sens de la lecture désigne l'opération à faire. Chaque enseignant a présenté « sa manière de faire » qu'il exige des élèves. Les enseignants demandent des élèves de retenir les formules des identités remarquables et de les appliquer, en une seule étape pour les enseignants français, alors que les enseignants libanais demandent le déchiffrement des *procédures* avant de donner le *résultat*. « On doit apprendre les techniques de résolution des exercices » disent les enseignants[104]. Le travail est formel, c'est la forme qui oriente le choix : « *trois termes c'est* $(a + b)^2$ *ou* $(a – b)^2$ » « *deux termes séparés par le signe (-) c'est obligatoirement la troisième* ». Dans les deux pays les enseignants insistent sur la présence et la recherche du double produit ainsi que sur le contrôle de sa valeur par développement. Pour certains, son emplacement est toujours le milieu. Ils anticipent des écritures, certains tracent par avance les parenthèses et les signes opératoires, d'autres écrivent les racines carrées, le

[104] Mercier (1994c)

signe qui les sépare, puis ils les agrègent dans les parenthèses et écrivent le carré en exposant. La mémorisation des formules est à la base de la progression de l’apprentissage de la factorisation en utilisant une IRC.

Chapitre VI

Des manques théoriques pour l'étude de la factorisation

VI- I - Le manque d'une théorie dans l'enseignement de la factorisation des identités remarquables

VI- I- 1 - Introduction

Nous considérons, comme tous les chercheurs en didactique, que la relation didactique est ternaire, puisqu'elle s'établit entre l'enseignant et l'élève à propos du savoir. Nous postulons que le professeur de mathématique porte son attention sur des objets mathématiques qui constituent à un moment donné les enjeux initiaux de la relation didactique. Selon Brousseau (1984) l'épistémologie du maître relativement aux objets enseignés devrait être distincte de celle des élèves. Ce n'est pas toujours le cas, dit Mercier (1995a), surtout si le rapport à l'objet proposé aux élèves ne comporte que la dimension publique, qui est entièrement sous le regard de l'enseignant.

Nous avons pour notre part montré dans le chapitre précédent l'algorithmisation de l'enseignement de la factorisation en utilisant les identités remarquables carrées La factorisation des identités remarquables, au collège, pour les enseignants libanais ainsi que français, n'est pas une propriété démontrée, mais une «manière de faire » déduite du développement de ces identités. Nous allons, dans ce qui suit, renforcer cette thèse par des extraits des productions de six élèves français pour la factorisation de $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$.

VI- I- 2 - Rapport personnel des élèves français à la factorisation de $a^2 + 2ab + b^2$

Selon les enseignants, retenir les formules est nécessaire pour faire une factorisation en utilisant les IRC. Nous nous proposons d'observer le rapport personnel des élèves à la factorisation des identités remarquables. Nous voulons par ceci prouver les effets du manque théorique dans l'enseignement de la factorisation en utilisant les IRC.

Nous n'avons pas retrouvé, dans aucune des observations de classe suivies dans les deux pays, la démonstration algébrique de $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ [105]. Pour cet exemple, nous retrouvons un manque de calcul « démonstratif », puisque la factorisation est le résultat de la lecture de droite à gauche de $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Rappelons que $a^2 + 2ab + b^2$ et $(a + b)^2$ dénotent la même fonction ; par contre elles n'ont pas le même sens algébrique, elles sont égales, et cette égalité sur le plan combinatoire met en évidence les étapes successives du déchiffrement et de l'interprétation.

Pour enrichir nos analyses, nous avons demandé à cinq élèves français[106] de niveaux scolaires différents (3ème, Seconde, première S, Terminale (ES)), inscrits dans

---

[105] Signalons que c'est le même cas pour les deux autres identités remarquables carrées

[106] Nos études de cas se limitent aux élèves français à cause de notre présence en France au moment de la rédaction de la thèse.

différents établissements de la région Lyonnaise et de ses banlieues, qui ont étudié le développement et la factorisation des IRC, et qui savaient qu'il s'agissait d'un travail de recherche- de démontrer que la factorisation de $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$. Nous disposons des productions écrites de ces élèves, ainsi que les enregistrements audio pour chacun d'eux. Nous inclurons lors de nos analyses des passages de leurs discours et, pour compléter ce travail, nous exposerons les productions de ces élèves.

Avant de nous engager dans l'analyse des productions des élèves, nous allons exposer des extraits des transcriptions pour montrer la réaction des élèves après la lecture de la consigne : **Montrer que la factorisation de $a^2 + 2ab + b^2$ est $(a + b)^2$**
Nous noterons les élèves par $\mathbf{E_n}$ pour n = 1, .., 5 ; et par **O,** nous même.

$\mathbf{E_1}$ est une élève de troisième, elle est restée 50 secondes à regarder $a^2 + 2ab + b^2$, puis elle a travaillé ce que nous allons exposer un peu plus bas et à la septième minute de notre discours qui a duré 20 minutes 50 secondes elle a dit :

$\mathbf{E_1}$	Je me bloque
O	Oui, tu te bloques par quoi ?
$\mathbf{E_1}$	Ben, quand il y a ça (elle montre $a^2 + 2ab + b^2$) Pour moi ça vient comme ça, je sais que a carré, aaa, a plus toute cette expression (elle montre $a^2 + 2ab + b^2$)
O	Comment tu as su ça ? Comment tu as su que a au carré plus deux ab plus b deux égal a plus b au carré ?
$\mathbf{E_1}$	Je l'ai appris
O	Tu l'as appris comment ? (Pas de réponse) Où ?
$\mathbf{E_1}$	Ben, je l'ai appris en cours

$\mathbf{E_2}$ est un élève de seconde, il était trop gêné par l'enregistrement et beaucoup plus par le travail devant lequel il s'est trouvé paralysé. Pour le débloquer, nous nous sommes trouvée obligée de lui passer une consigne. Un peu plus bas nous détaillerons son travail. Notre entretien a duré 3 min 29 sec.

$\mathbf{E_3}$ (entretien de 3 min 40 sec) est une élève de Première Scientifique, elle voulait à tout prix développer $(a + b)^2$ pour montrer l'égalité, en appliquant la technique « pour montrer que A = B, on peut calculer sur l'un des deux membres pour trouver l'autre » (on choisit le plus facile et le plus court calcul), c'est une preuve du travail algébrique algorithmisé.

$\mathbf{E_3}$	Ben (elle recopie $(a + b)^2$ pour développer)
O	Non, tu ne vas pas utiliser le second membre
$\mathbf{E_3}$	Ben si
O	Non
$\mathbf{E_3}$	Si
O	….
$\mathbf{E_3}$	(10 sec de recherche) Je ne sais pas du tout, du tout

$\mathbf{E_4}$ élève de Première Scientifique, elle est restée plus d'une minute à partager ses regards entre nous et l'énoncé, pour dire avec un petit rire

$\mathbf{E_4}$	En fait, on l'a toujours appris comme ça
O	…
$\mathbf{E_4}$	Non, je ne sais pas

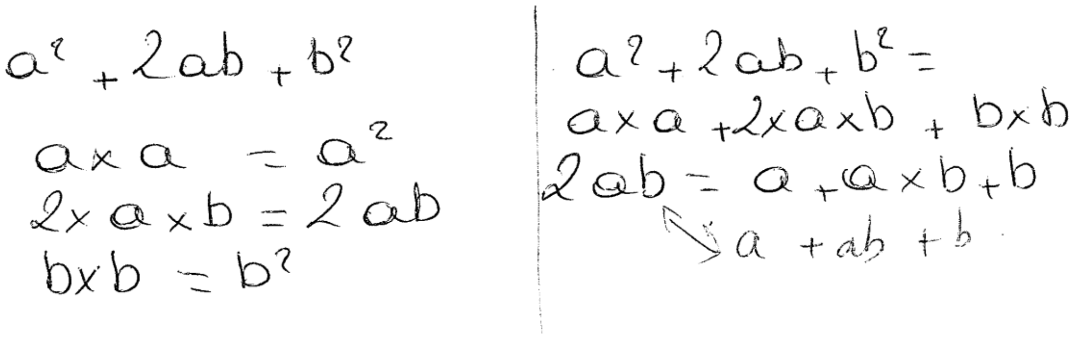
O	…..
E_4	En fait on l'a toujours appris comme ça (6 sec plus tard) Non, je ne sais pas

E_5 est une élève de Terminale

E_5	Là, j'ai un peu du mal
O	Pourquoi tu as du mal ?
E_5	Parce queuuuuh (4 sec) parce que je ne sais pas comment factoriseeer deux ab

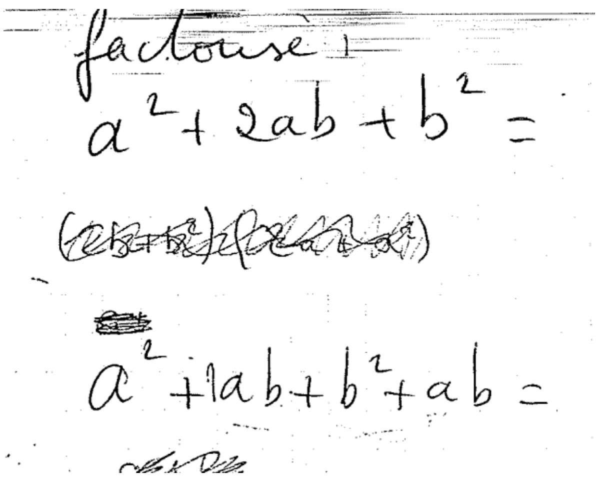
Pour pousser les élèves à produire quelque chose, nous leur avons demandé de décomposer **2ab.** La première manipulation combinatoire, qui nous a été présentée révèle une manipulation automatisée $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = a \times a + 2 \times a \times b + b \times b}$. Les élèves se sont intéressés au signifiant, un des concepts [107] des signes « Carré » et « Blanc linéaire » qui sont usuellement interprétés comme une multiplication. Ils semblent être habitués à ces écritures qui leur offrent une réduction rapide de la complexité ostensive. Dans ce qui suit, quelques exemples sont présentés :

E_1 après avoir écrit la première colonne, elle voulait s'occuper de $(a + b)^2$ pour « *faire à l'inverse, …, qu'est ce qui va me donner a carré en le multipliant par deux* ? (Elle montre le 2 de l'exposant) »
A la Min 12 sec 52, elle écrit la deuxième colonne et elle s'arrête à 2ab = . En réponse à notre question « *pour toi le double d'un nombre, qu'est ce que ça signifie, autrement que multiplier par deux ?* », elle dit « *ça signifie le nombre plus un autre, plus lui-même* ». Sous notre demande d'expliciter ce qu'elle vient de dire, elle écrit : $2ab = a + a \times b + b$



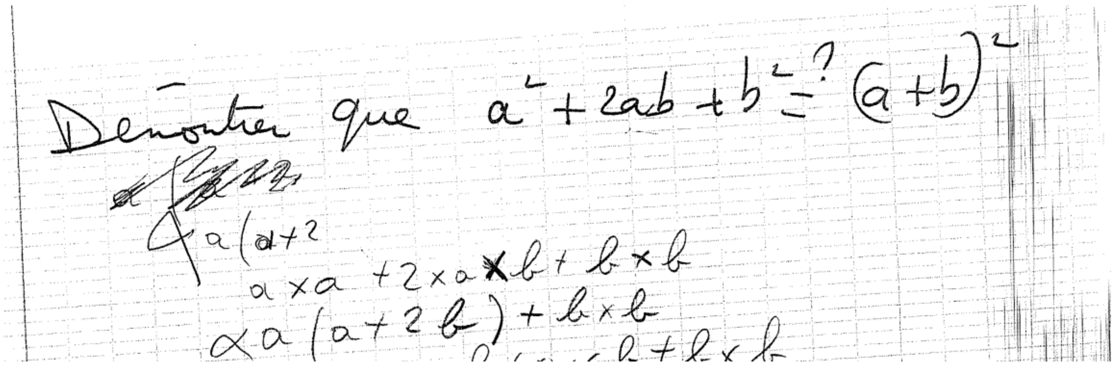
E_2 était conscient que nous devons arriver à la forme $(a + b)(a + b)$. Suite à notre consigne de décomposer les termes de l'expression, il a écrit $(2b + b^2) + (2a + a^2)$ et tout de suite il l'a barrée, et il ne savait pas quoi faire, même après notre deuxième consigne de décomposer 2ab. Nous nous sommes trouvées obligées de lui dire que $a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2$, et il l'a écrite ainsi :

[107] Bardini (2003, chap IV, p 74), a analysé le signe sous la perspective épistémologique de Serfati. Deux concepts sont présents dans un signe : le combinatoire et le signifiant ; le combinatoire étant, quant à lui, composé de deux éléments : la matérialité et la syntaxe.



Il a approuvé le fait que cette expression et l'expression initiale sont égales. Pour lui : « *ab + ab s'additionne avec un même facteur commun 2 ; a + a, ça fait 2a et b + b, ça fait 2b, donc 2 facteur de a plus b, ab* »… « *Justement, on met 2 en facteur et on, euh* ».. « *Pour additionner ab + ab, on additionne d'une part les a et d'une part les b* » ; « *ab représente un nombre, et ab représente un nombre, et leur somme est un ab*»
Nous voyons comment $\mathbf{E_2}$ est complètement perdu avec l'algébrique. a + a donne deux a, mais le cas n'est pas pareil pour la somme de ab avec ab qui signifie bien a multiplié par b et pour additionner ab et ab, il additionne les a seuls et les b seuls, pour lui les lettres a et b signifient des chiffres.

$\mathbf{E_3}$, convaincue de ne pas développer $(a + b)^2$ pour montrer l'égalité, écrit



Comme elle refusait de travailler plus, nous lui avons demandé de décomposer un peu plus, elle choisit de « *décomposer avec le 2* » et écrit ceci à la min 2 sec 56. En deuxième ligne, elle a écrit en premier a(a + 1), nous l'avons arrêtée et nous lui avons demandé de souligner les termes qu'elle groupe ensemble pour que nous puissions analyser ses réponses. A la suite, après un laps de temps de contrôle, elle a ajouté le b après 1 et a fini sa factorisation.

$$a \times a + a \times b + a \times b + b \times b$$
$$a(a + 1b) + b(\cancel{1}a + b)$$
$$(a + b)(a + b)$$
$$(a + b)^2$$

E$_4$ a refusé de profiter de notre consigne et voulait à tout prix retrouver par elle-même la factorisation. Elle s’est trouvée obligée d’arrêter l’entretien après 13 min 33s et nous a promis de nous remettre la solution le jour de notre prochain cours, mais elle n’a pas pu trouver cette « fameuse » démonstration. Nous exposons ces écrits pendant l’entretien :

Montrer que $a^2 + 2ab + b^2 \overset{?}{=} (a+b)^2$

$$a^2 + 2a \times 2b$$
$$a^2 + b^2 = (a+b)^2$$
$$2ab = 2 \times a \times b$$
$$a^2 = a \times a$$
$$b^2 = b \times b$$
$$a \times a + 2 \times a \times b + b \times b$$
$$a(a + 2b) + b \times b$$
$$\cancel{a(}$$

Si nous examinons les copies de **E$_3$** et **E$_4$**, nous pouvons voir que les deux élèves ont procédé de la même façon $a \times a + 2 \times a \times b + b \times b = a(a + 2b) + b \times b$. La factorisation partielle pour certains élèves est une factorisation[108]

[108] Abou Raad (2003)

E$_5$ avait la même idée de la factorisation partielle, preuve en est :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \longrightarrow$$

$$a \times a + 2 \times a \times b + b \times b$$

$$(a \times b) + (a \times b)$$

$$b(2a + b) + a^2$$

VI- I- 3 - Conclusion

La difficulté de ces élèves est claire, c'est l'« algébrique » qui est en cause. Le problème est, en fait, de comprendre comment les écritures mathématiques peuvent être manipulées. La complexité se traduit par la transformation productive qui conserve « l'égalité » entre l'expression **2ab** du départ et celle de l'arrivée **ab + ab**. Cette manipulation d'écriture permet de reproduire une autre opération : la multiplication, qui est reproduite en une addition répétée : « le double d'un nombre est égal à la somme de ce nombre et de lui même » ne semble pas opératoire dans un calcul algébrique, aucun lien n'existe entre « produit » et « somme ». Il se peut que les élèves sachent cette transformation, puisque c'est une connaissance très ancienne, elle date du CM1, mais ils ne sont pas conscients que ce soit là qu'il faut l'appliquer Cette transformation qui fait passer d'une expression à trois termes ($a^2 + 2ab + b^2$) à une autre à quatre termes ($a^2 + ab + ab + b^2$)[109] produit une augmentation dans la complexité ostensive de l'expression[110].

Suite à notre expérience empirique ; et au manque du calcul « démonstratif » de la factorisation des IRC, nous pensons que le comportement des élèves libanais est le même, face à cette question

Tout ceci montre, en plus du phénomène le plus caractéristique du manque de la théorie dans l'enseignement de la factorisation, que

1. l'enseignement de certains savoirs est « économique » (réduit). Entre le développement et la factorisation des IRC, une relation de dépendance existe que nous pouvons qualifier par une *relation trophique*[111] d'un objet de savoir à un autre, puisque l'un outille l'autre.
2. face à un enseignement qui ne peut qu'enseigner une combinatoire de manipulations d'objets, les élèves ne sont pas habitués à l'usage des écritures mathématiques. En se ramenant à Serfati, les élèves se placent dans une

[109] La taille de l'expression bloque les élèves (Abou Raad 2003)

[110] Tonnelle (1980)

[111] La relation « utilisation d'un objet mathématique o comme outil pour le travail à propos d'un autre objet mathématique O » est une relation trophique de O à o. Rajoson (1988)

combinatoire, et en même temps ils n'utilisent pas cette combinatoire pour trouver des solutions.

VI- II - La dualité absence/présence du PGCD

VI- II- 1 - Introduction

Cette partie porte sur une question très particulière des problèmes de factorisation : la factorisation des expressions algébriques par ce qui est nommé un *facteur commun*, de la forme $\mathbf{ax^n}$ **/ n € IN**.
Nous allons montrer que, pour qu'un contrat didactique soit passé à propos des réponses standards aux questions de factorisation, les enseignants mettent en œuvre un objet très utile « le PGCD ». Car, entre le PGCD et la factorisation il y a une relation de dépendance d'un type connu depuis le travail de Rajoson (1988) sur le rapport des problèmes aux outils théoriques : un objet de savoir comme par exemple, le PGCD, ne peut vivre durablement dans l'enseignement que s'il est utilisé par un autre, servant à construire une théorie de plus grande ampleur comme la factorisation des polynômes, qui pose et résout des problèmes plus larges comme la résolution des équations. Inversement, sa présence fait vivre des questions de plus faible niveau, relatives par exemple à la divisibilité des entiers ou aux tables de multiplication. Nous pouvons qualifier cette relation de dépendance comme une *relation trophique* d'un objet de savoir à un autre : ce terme, qui appartient à l'écologie, signifie que l'un se nourrit de l'autre dans une chaîne alimentaire. Le rapport des enseignants et des enseignés à la factorisation, au niveau de la classe de troisième (EB9) et de EB8 (A8), se nourrit du PGCD. En France, disparu en Cinquième, l'objet PGCD est revenu en Troisième où il demeure implicite dans le travail des expressions algébriques, car le PGCD n'est nommé, dans les programmes français, que pour la simplification des fractions numériques ; nous montrerons donc comment cela pose des problèmes aux professeurs comme aux élèves, qui restent sur leur faim. Au Liban, le PGCD est un objet d'étude dès la classe de EB6 (A6).

VI- II- 2 - Le PGCD

Les élèves du collège ont eu l'occasion de simplifier des écritures fractionnaires dès la classe de sixième (A6), mais c'est en troisième (EB9), en France, et en EB7 (A7), au Liban, qu'ils apprennent, qu'est ce qu'une fraction irréductible et comment la trouver ?
Pour cet objectif, dans le curriculum français, le PGCD apparaît dans le contenu des commentaires du concept « Nombres entiers et rationnels », en classe de troisième, en préconisant l'algorithme d'Euclide[112] des différences successives, et non pas la décomposition en facteurs premiers qui est longue pour des nombres assez grands. La recherche du PGCD de deux entiers a et b en Troisième, est prévue à partir de l'acquisition de la division euclidienne de ces deux entiers en Sixième.
Les manuels français aussi déconseillent de calculer le PGCD par la recherche des diviseurs communs, qui est une tâche trop longue pour les nombres assez grands. Pour répondre à ce problème, ils détaillent deux algorithmes d'Euclide : celui des soustractions successives et celui des divisions successives.

[112] L'algorithme d'Euclide ou éventuellement un algorithme de différence successive qui à chaque couple (a ; b) fait correspondre le couple constitué de leur minimum et de leur écart

Alos qu'au Liban, le PGCD de deux entiers naturels est une notion qui prend un grand titre dans les programmes et les manuels. Elle est introduite dans les programmes dès la classe de EB6. La recherche du PGCD de deux entiers se fait à partir de la décomposition primaire de ces deux nombres. En EB8, les programmes demandent le PGCD de plusieurs entiers, toujours par la décomposition primaire.

Lorsqu'il est demandé à l'élève de « Factoriser **25x – 75** », cela signifie « Transformer l'expression de sa « forme-énoncé » en une « forme-produit » ». Mais l'enseignant tente à diriger l'action des élèves, par son savoir privé qui est son savoir d'élève. Il faut pousser *la factorisation au maximum*, c'est-à-dire, dans la « forme-produit », il ne doit plus avoir lieu à un déchiffrement, dans un des assemblages, dont l'interprétation mène à une nouvelle factorisation ce qui signifie que les termes de chaque assemblage de la « forme-produit » sont premiers entre eux. L'élève qui s'arrête à une pareille réponse **5(5x – 15)** est en situation de « rupture de contrat » (Brousseau 1989), puisqu'il a mené une factorisation partielle[113]. Il ne s'en rend pas compte, justement parce que 1) il a bien manipulé la transformation (ζ) : la « forme-énoncé » est bien transformée en une « forme-produit », mais désormais, elle n'est pas la « forme-produit » visée par l'enseignant. 2) il n'y a aucun texte qui le dirige vers la factorisation au maximum. Comment l'élève peut-il être sûr qu'il n'y a plus de manipulations à faire ?

D'où l'importance d'une technique fondée sur la technologie du PGCD, qui est un outil permettant de standardiser toutes les réponses, en donnant d'un seul coup le plus grand facteur commun possible et qui efface toutes les ambiguïtés de l'élève. Il est important de remarquer que les élèves en présence des nombres familiers petits, multiples de deux, de trois, de cinq, etc, recherchent le plus grand facteur commun par un calcul mental ou par tâtonnement[114]. Par contre, pour les coefficients élevés (supérieur à 25), l'élève se trouve dans une situation où le PGCD lui *manque* (Mercier 1995b).

VI- II- 3 - Le PGCD, objet masqué dans l'enseignement de la factorisation en France ??

Nous allons, dans une situation didactique de factorisation de l'expression $\mathbf{6x^2 + 18x}$, montrer comment l'enseignant **EnF2**, pour factoriser au maximum, enseigne le PGCD sans le nommer. Il nous a semblé que cet exemple est révélateur du phénomène. Il nous donne ce qu'est l'absence institutionnelle d'un objet (ici, un objet de savoir et certaines pratiques associées), alors même que cette absence est connue de certains sujets (l'enseignant explicitement ; certains élèves, sans aucun doute). Cette absence se révèle comme l'effet d'un contrat qui dépasse les sujets institutionnels, ce qui montre que l'absence du PGCD est l'effet de l'institution « système scolaire français // programme de mathématiques de ce système ».

L'exemple choisi est une partie d'un épisode tiré de la deuxième période de la quatrième séance d'enseignement. Le synopsis entier et le récit de l'intrigue sont aux pages 107 - 108. Nous avons choisi les tours de parole révélateurs du phénomène.

[113] Abou Raad (DEA 2003) Toute factorisation qui n'est pas poussée au maximum est une factorisation partielle.

[114] Abou Raad (idem)

Min 13 sec 40 Travail d'Eq, factorisation de $6x^2 + 18x$

43	**P**	C'est six x au carré plus dix huit x. (**Eq** écrit en même temps que **P** dicte)
44	**Eq**	Ça fait (et elle écrit : x(6x + 18))
45	**P**	Alors, tu nous écris x facteur de six x plus dix huit. Donc, c'est une factorisation. On peut, peut être pousser l'élégance en allant un tout petit peu loin ! (il regarde l'ensemble classe, deux secondes après **Be** lève le doigt) Oui

Min 14 sec 23

46	**Be**	C'est deux x entre parenthèses
47	**P**	Alors, on propose deux x
48	**Be**	Deux x, entre parenthèses trois x plus six (elle dicte et **Eq** écrit : 2x (3x + 6))
49	**P**	Plus six, je ne vous vends pas six, hein ! Neuf, plus neuf

Min 14 sec 41

52	**P**	Alors, on propose une autre factorisation, on propose ça et j'entends une autre proposition
53	**Er**	Six x
54	**P**	On propose avec six. Six x.
55	**Er**	Six x entre parenthèses
56	**P**	Alors, si tu mets six x en facteur
57	**Er**	Six x entre parenthèses x plus trois

Min 15 sec 21

63	**En**	Ahh !! Alors là, on va s'arrêter là, se pose un petit problème, mais j'avoue, je ne sais pas leee, donc, on peut mettre x en fac, bon ce sont trois factorisations. Les trois factorisations sont correctes, d'accord. ..//.. Je dirais, me semble-t-il, j'ai pas lu les textes en France, on est moins clair à ce niveau là. Mais, disons qu'on va plutôt privilégier cette écriture là (il montre 6x(x + 3)), c'est-à-dire on va essayer de mettre en, de mettre en facteur le plus, la plus grande quantité, **le le, le terme le plus grand possible**, d'accord, mais néanmoins, les trois réponses sont des factorisations qui sont corr, sont des factorisations, on a factorisé, vous comprenez. ..//.. Donc différentes factorisations, disons que l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le plus grand, le nombre le plus grand possible, d'accord. C'est plutôt, je dirai c'est plutôt un usage…. Mais ce qu'on attend plutôt, c'est de mettre, ce qu'on va privilégier c'est le six x facteur de x plus trois (6x(x + 3)).

L'action de l'enseignant a amené les élèves à trouver le plus grand facteur commun sans l'annoncer, par « un jeu implicite de surenchère ». La trouvaille de **Er** pour **6x** montre que certains élèves disposent du PGCD, sans savoir le calculer. Et l'interaction de l'enseignant avec les élèves pour rechercher des facteurs autres que **x**, et **2x** montre que lui aussi dispose du PGCD qui est absent institutionnellement dans le travail algébrique, il s'en est servi, en poussant la factorisation au maximum. Il voulait prononcer le mot « PGCD » en disant « le, le, le.. » (TP 63), pour convaincre les élèves et leur faciliter la tâche de factoriser. Mais, il s'est interdit de leur confier son nom, puisque dans les programmes, il n'a pas une place correspondante au travail de factorisation. Ainsi élèves et enseignants disposent du PGCD, il serait, alors, pertinent de le convoquer dans une factorisation !

Comme la comparaison de l'enseignement des deux pays est l'objectif de cette recherche, nous allons exposé, dans ce qui suit, une partie d'un épisode, tiré de la première séance d'enseignement de **EnL** où le PGCD est un objet mathématique annoncé et manipulable dans des situations de factorisation.

Min 39 sec 50 Correction de l'expression $16y^2 + 64y$

322	**En**	Donc, seize y deux, plus, soixante quatre y. Le facteur commun, *c'est*
323	**El**	Seize
324	**Sa**	Seize
325	**En**	Seize. Le facteur commun, *c'est* quoi ?
326	**Els**	Seize
327	**En**	C'est le **PGCD,** n'est ce pas ? *Ça veut dire,* je cherche le plus grand diviseur commun. *Ça veut dire,* seize y, facteur de, y plus quatre (il efface la réponse de **Lei** et écrit en même temps qu'il parle 16y (y + 4))

L'enseignant mène une interaction orale, avec le groupe classe, guidée par une unique question « Le facteur commun, *c'est* quoi ? ». Par la réponse « *Seize* », les élèves ont pensé au PGCD sans l'annoncer. Le rappel du PGCD de la part de l'enseignant optimise la factorisation maximale. Mais une fois qu'on recherche le facteur commun, comment pouvons-nous trouver les termes du facteur de la « forme-produit » ?

En réponse à cette question, nous allons exposer une partie d'un épisode pour la même classe, daté d'un jour à l'avant.

102	**En**	Comment on trouve les nombres qui restent à l'intérieur de la parenthèse ?
103	**Nis**	**On divise**
104	**En**	*Oui,* on divise quoi ?
105	**Sa**	Par le facteur
106	**En**	On divise le nombre
107	**En** **+** **Els**	Par le facteur commun
108	**En**	*C'est-à-dire* quatre x divisé par deux x, *nous donne* deux Huit y deux divisé par deux x, ça fait quatre

La réponse à notre questionnement se trouve au TP 103, avec **Nis** qui évoque le savoir de la division. Cette notion, ainsi que la recherche du facteur commun, sont des savoirs anciens qui datent : le premier des classes primaires et le second de la classe de EB7. En France, la division n'est plus un élément du curriculum.

VI- II- 4 - Conclusion

Le PGCD est donc, en France, absent institutionnellement dans le travail algébrique, alors que, élèves et enseignants en disposent. L'absence du PGCD dans ces questions est un effet de l'absence de toute technologie relative aux techniques de factorisation. C'est qu'un discours technologique supposerait que l'on nomme d'un terme pertinent les objets dont on parle : les « expressions algébriques à une seule lettre ». Ce sont en fait des polynômes de cette lettre, les facteurs cherchés sont des

polynômes de degré zéro (des coefficients numériques), ou un (des monômes et des binômes). La factorisation des polynômes en binômes permet de déterminer les zéros du polynôme, et le problème de la factorisation est en fait le problème théorique de la divisibilité de ces objets organisés en anneaux. L'interdiction absolue de toute référence théorique qui est la conséquence des contre-réformes des années quatre-vingt a produit, par un phénomène de disparition en cascade, une catastrophe écologique : professeurs et élèves n'ont plus les moyens de légitimer une pratique arithmétique élémentaire ; on observe que la timide réintroduction du PGCD n'y change rien.
Par contre, au liban, élèves et enseignants disposent du PGCD qui a, institutionnellement, une place importante dans le travail algébrique et surtout dans le travail de factorisation.

VI- III - Des nombres absents-présents

VI- III- 1 - Introduction

L'histoire du zéro[115] :« L'origine du zéro reste obscure. Il existe de façon sûre dans des textes indiens du VI^{e} siècle où il prend la forme d'un point. Dans des écrits astronomiques grecs, le zéro est représenté par la lettre o initiale du mot grec *omdem* : ομδεμ : "rien". Les indiens appelaient le zéro *sunya* c'est-à-dire le vide. Traduit en arabe cela donna *sifr*, qui traduit en latin quelques siècles plus tard donna *zefiro*. On oublia le *fi* et l'on obtint *zéro*. Ce *sifr* finalement désigna la collection entière des symboles permettant d'écrire les nombres, les *chiffres* : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 »

Les nombres « un » et « zéro » sont deux objets différents dans la théorie des nombres, leurs symboles sont « 1 » et « 0 ». Ces symboles ont été introduits dans l'histoire comme un moyen de faciliter les calculs. Mais, les accès algébriques des élèves à ces objets semblent être comme problématique.
En primaire le « zéro » et le « un » sont deux nombres différents pour compter : le nombre « zéro » vient toujours avant le « un », La multiplication par « un » est en première ligne de chaque table de multiplication, alors que le multiplicateur « zéro » est peut fréquent. Par contre, au collège et même au lycée, pas mal d'élèves confondent le rôle de ces deux nombres dont les propriétés sont escamotées dans l'enseignement.
Le multiplicateur « un » est reconnu par les élèves dans un travail arithmétique $3 = 3 \times 1$. Par contre, ce multiplicateur est mystérieux dans un produit algébrique. Les élèves voient, très souvent, le binôme **(4x + 1)** comme le résultat de son produit par « un » : **(4x + 1) = (4x + 1) × 1**. Dans une factorisation tel que **(4x + 1)(x + 5) + (4x + 1)**, et après l'application de la transformation (ζ) sur la « forme-énoncé », la « forme-produit » se trouve être **(4x + 1)(x + 5)**.

En arithmétique, opérer avec les multiplicateurs « un » et « zéro » est en majorité une réussite, le calcul est machinal. Par contre, dans un calcul algébrique où il faut donner du sens au calcul en pilotant les formes symboliques, la potentialité de ces nombres semble être source d'ambiguïté pour les élèves ($x \times 0 = x$ et non pas zéro, alors que $3 \times 0 = 0$). Nous allons montrer que l'usage de ces deux nombres n'est autre qu'un usage routinier.

[115] L'histoire des nombres sur le site Nedstat Basic

Pour que le travail de la factorisation se fasse, « *il faut qu'il y est un* » disent les enseignants. Regardons de près la réalité didactique de chaque classe que nous avons observée dans les deux pays. L'embarras des enseignants dans une structure combinatoire bien définie ; le rôle et le sens du multiplicateur « un », nous ont attiré l'attention. Dans ces épisodes, l'enjeu est la factorisation par un binôme où les élèves sont en situation de déchiffrage d'un produit algébrique dont le multiplicateur « un » est absent visuellement.

VI- III- 2 - Des observations

VI- III- 2- i - Quatrième séance d'enseignement : EnFL

Factoriser D = $(x + 5)^2 - (x + 5)$

80	**Ri**	(**Ri** travaille seule au tableau : D = $(x + 5)^2 - (x + 5)$ = $(x + 5)[(x + 5) - 1]$) Moins un
81	**En**	Très bien, pourquoi moins un ?
82	**Ri**	Car il n'y a plus de facteur autre que un
83	**En**	Car il n'y a plus de facteur autre que le un. Faites attention à l'erreur que vous me commettez toujours. (pendant ce temps Ri finit son travail par = $(x + 5)(x + 4)$) Merci très bien. Regardez tous, faites attention,
84	**Da**	[dans le D, si on n'a pas le moins un c'est faux ?
85	**En**	Bien sûr c'est faux. Regardez un peu, lorsque, lorsque vous avez factorisé par x plus cinq, on barre légèrement le x plus cinq (elle barre $(x + 5)$ dans D = $(x + 5)^2 - (x + 5)$) Donc, là (elle montre $(x + 5)^2$) j'en ai deux, j'ai mis un dehors, il va me rester x plus cinq. Là (elle montre $(x + 5)$) le x plus cinq, je l'ai barré, car il est deve, je l'ai chassé dehors, à sa place, il ne me reste pas rien, faites attention, ni zéro, il n'y a pas de rien en math, le x plus cinq, c'est comme si je l'avais une seule fois. Donc, lorsque je l'ai chassé dehors, à sa place, il va me rester un Ce n'est pas zéro, faites attention !!!! Oui **Mic** (il lève son doigt pour parler)
86	**Mic**	Pourquoi, pour le x plus sept, il n'y a pas un dans les parenthèses ? (il parle de C = $(x + 7)^2 + 3(x + 7)$)
87	**En**	Ah !! Regardez là, il me pose une question. Là, à la place de x plus sept, quand on l'a chassé, pourquoi on n'a pas mis un ? Mais, j'ai le trois fois x plus sept, donc, il me reste trois Tu as compris ? Tandis que là, je n'ai rien, je l'ai, je l'ai une seule fois le x plus cinq (elle montre D), donc, c'est x plus cinq fois un. Là (elle montre C), j'ai trois fois x plus sept, tu chasses le x plus sept, à sa place, il te reste trois. Là, tu chasses le x plus cinq, à sa place, il te reste un Donc, si tu avais là (elle montre $(x + 5)$ de D) deux, il te reste (elle attend la réponse de **Mic**)
88	**Mic**	Deux
89	**En**	Deux. Tu n'as rien, c'est comme si tu as un, un. D'accord Oui **An** (qui demande la parole)

Le déchiffrement de **Ri** a donné une « forme-produit » correcte, mais cette élève est-elle consciente de la structure combinatoire de l'expression ? **Ri** a reconnu « 1 » comme moyen pour remplir une place vacante, et non pas comme « objet » qui a la propriété d'élément « neutre » pour la multiplication. Ceci se voit dans sa justification pour le groupe enseignante-élèves au TP 81 où elle considère que le « un » est un « vacataire », il vient accomplir une « tâche » que nul autre facteur n'est plus présent pour le faire. L'enseignante accepte avec plaisir cette justification. Mais c'est l'intervention de **Da** qui pose le problème de la structure combinatoire, « *si on n'écrit pas un c'est faux* », mais pourquoi ça va être faux ? Alors, l'enseignante s'est trouvée dans l'obligation de faire un arrêt dans l'avancement du temps didactique, pour non pas faire un pas en arrière pour remplacer l'enseignement de la factorisation par un enseignement des propriétés opérationnelles du nombre « 1 », mais pour juste faire une remarque pour laquelle il faut être attentive. Au TP 85, le discours de l'enseignante est témoin du manque théorique dans le travail algébrique, elle n'est pas capable de reconnaître le nombre « 1 » comme objet, il remplace le « *rien* » qui n'est pas « *zéro* ». La présence de ce « vacataire » est sans justification ni mathématique, ni autre, il est là pour que la factorisation fonctionne. Tout ceci place les élèves dans l'ambiguïté, l'intervention de **Mi** en est preuve, il accepte le déchiffrement de l'expression D, et fait un pas en arrière sur le déchiffrement de C, pour un travail par analogie. Pourquoi, après factorisation, dans D il y a « 1 », alors que dans C, il n'y en a pas ? (**D = $(x + 5)^2 - (x + 5) = (x + 5)[(x + 5) + 1]$** et **C = $(x + 7)^2 + 3(x + 7) = (x + 7)[(x + 7) + 3]$**). L'enseignante répond en négligeant le « *un* » comme objet, il faut accepter comme il n'y a « *rien* » alors il est « *multiplié une fois* », donc on met « 1 » et s'il y a « *trois fois* », alors il reste trois (TP87). L'incompréhension des élèves, suite à cette justification, se voit avec **Ra**, et l'enseignante se trouve dans l'obligation de reprendre son discours, mais cette fois elle trouve un symbole mathématique, le signe « $\times$ », et écrit que $(x + 5) = (x + 5) \times 1$.

VI- III- 2- ii - Quatrième séance d'enseignement : EnF2

Factorisation de (4x – 5)(2x + 3) + (4x – 5)

71	**En**	**..//..** (**Ch** écrit au tableau) (15 sec de silence et **Ch** travaille seul : $(4x - 5)(2x + 3) + (4x - 5) = (4x - 5)[(2x + 3) + 1]$) Donc, tu nous écris. Alors, est ce que tu peux juste nous expliquer pourquoi tu arrives juste à ce résultat ? A savoir, quatre x moins cinq, facteur de deux x plus trois, plus, un
72	**Ch**	Quatre x moins cinq, c'est un facteur commun
73	**En**	Donc, quatre x moins cinq c'est un facteur commun.
74	**Ch**	Et là (il montre le second terme de la somme), on considère qu'il y a fois un (il écrit devant $1 \times (4x - 5)$).
75	**En**	Le quatre x moins cinq, qui est tout seul, tu considères qu'il y a fois un Donccc euh ! Tu as donc, si je reprends la formule qui est donc, k fois a plus k fois b, le k c'est quatre x moins cinq, fois deux x plus trois, plus quatre x moins cinq, il nous manque un fois quelque chose, il dit c'est fois un. Donc, il y a un un qui va apparaître, comme dans l'exemple d'**Es,** le **x** carré et le **x** ici (il montre l'expression $x^2 - x$). Donc, ça nous donne, deux x plus trois entre parenthèses, plus un. Ensuite, il y a une petite étape supplémentaire (**Ch** écrit = $(4x - 5)(2x + 4)$ (R1))

Pour que l'assemblage soit dûment complété, **Ch** complète son déchiffrage par une idée qui est l'effet d'une connaissance pratique des nombres : tout nombre précédé de rien est multiplié par 1. C'est pour cela, il « considère » qu'il y a « fois 1 » devant (4x – 5). Il utilise le symbole (×) pour laisser voir le multiplicateur « un » par une mécanique routinière. L'enseignant, puisque dans (4x – 5) « *est tout seul* » interprète la stratégie de **Ch** en faisant le lien entre la structure combinatoire de la « forme-énoncé » et celle de la formule **$k \times a + k \times b$** qui sera le pont pour la transformation (ζ). Il a sollicité un savoir ancien, mais fraîchement revu (ils ont travaillé le développement et la factorisation par un monôme dans la même séance en utilisant la formule de la distributivité dans les deux sens) pour légitimer la présence du « 1 » non apparent, alors le terme qui manque est le b, donc c'est « fois un ». Il est bien clair que « 1 » est un « vacataire », il remplace le terme « absent ». Nous voyons bien que, pas seulement l'élève, mais aussi l'enseignant n'a pas utilisé le « un » comme objet dans la théorie des nombres pour expliquer sa présence devant (4x – 5). Cette présence peut être aussi le quotient de la division d'un nombre par lui même, mais désormais cette technique n'existe plus dans le programme français. Pour institutionnaliser cette connaissance, l'enseignant fait appel à l'expression $\mathbf{x^2 - x = x(x - 1)}$ qui a été factorisée correctement, juste avant sans aucun commentaire, ni questionnement de la présence de « 1 » dans la « forme-produit ».

VI- III- 2- iii - Troisième séance d'enseignement : EnF1

Min 39 sec 15 Factorisation de $3x - 6x^2$

187	**En**	[trois x, parfait. Alors, facteur de quoi ? De un, parce que trois x, c'est trois x que multiplie un. Pour pouvoir mettre en facteur, il faut que vous ayez des facteurs communs à tous les termes de la somme, Et quand on entend le mot facteur, eh ben on entend, multiplication et trois x, c'est trois x multiplié par un (elle écrit $3x = 3x \times 1$) et non pas trois x multiplié par zéro ou trois x multiplié par rien.

Quatrième séance d'enseignement

Min 28 sec 26 Factorisation de l'expression 12 : (5v – 2) + 4(2v + 1)(5v – 2)

..//..

103	**En**	Cinq v moins deux. Jusque là aucun souci. Cinq v moins deux (elle souligne les (5v – 2) dans la donnée). Je vais donc mettre cinq v moins deux (elle écrit = (5v – 2)) en facteur. Je répète, cinq v moins deux est, mon, facteuuur, commun. Qu'est ce que c'est qu'un, facteur ? Un facteur, c'est un, des, nombres d'une, mul, ti, pli, ça, tion. Est-ce que j'ai une multiplication ? (pas de réponse) Là ? (elle montre le premier (5v – 2) de la donnée).
104	**Els**	Non
105	**En**	Non, et ben, je vais faire apparaître une. Comment je vais transformer ça ((elle montre le premier (5v – 2) de la donnée) en résultat d'une multiplication ?

..//..

111	**En**	Non (d'un ton fort) Quatre par exemple. Quatre, c'est le résultat de la multiplication de quatre par combien ?
112	**Els**	Par un
113	**En**	Par un. Cinq v moins deux, c'est le résultat de la multiplication, de cinq v moins deux paaaar
114	**Ax**	Un
115	**En**	Un (elle écrit $1 \times$ devant (5x – 2)). Et maintenant, mon cinq v moins deux, il apparaît bien, sous la forme d'un fac, teur. Avant le signe plus, et après le signe, j'ai bien des produits (on lit $1 \times (5x - 2) + 4 \times (2v + 1)(5v - 2)$). J'ai bien des résultats de multiplication. Tant qu'on n'a pas ça, on peut pas factoriser. Alors, je recommence. Factoriser, ça veut dire, je démarre avec une somme algébrique. Chaque morceau de ma somme algébrique, doit être lui même le résultat d'une mul, ti, pli, cation. Si, j'ai une multiplication déjà écrite comme c'est le cas ici (elle montre 4(2v + 1)(5v – 2)), j'ai pas de souci. Si, ma multiplication n'apparaît pas vraiment, eh, ben, je mets, multiplié par un.
116	**Ax**	Cinq v moins deux, c'est pas mal
117	**En**	Où est ce qu'elle est, si t'écris juste, cinq x moins deux, où est ce qu'elle est ta multiplication ?
118	**Ax**	Un, c'est multiplié avant
119	**Ch**	Ah !

120	**El**	On doit l'écrire ça ?
121	**En**	Multiplié avant ou après, on doit l'écrire. Si tu écris une fois cinq v moins deux, ou cinq v moins deux, fois, un, c'est pareil.

Il est clair que l'enseignante par modélisation pour la technique de la factorisation, fait appel à une opération mathématique « la multiplication ». Les signes ($\times$) lui servent pour déchiffrer la « forme-énoncé » et la rendre interprétable. Dans son premier discours, elle donne à « un » un rôle confondu entre « vacataire » et « mathématique ». Elle complète son déchiffrage par une idée qui est l'effet d'une connaissance pratique des nombres : tout nombre est le résultat de sa multiplication par « 1 » ($3x = 3x \times 1$) qu'elle confirme par écrit aussi, en insistant que le multiplicateur n'est ni « zéro », ni « rien », mais « 1 ».
Dans le second discours, l'enseignante s'adresse aux élèves par un langage mathématique de structure combinatoire. Pour qu'une transformation de la « forme-énoncé » à la « forme-produit » soit réussie, il faut déchiffrer en utilisant le signe ($\times$), qui explicite les « facteurs » d'une multiplication. Le « un » est encore une fois le remplaçant du « rien », « *Si, ma multiplication n'apparaît pas vraiment, eh, ben, je mets, multiplié par un* ». Nous voyons bien que le multiplicateur « un » est mystérieux pour ces élèves dans un produit algébrique contrairement au produit arithmétique où tout nombre est le résultat de sa multiplication par « 1 » ($4 = 4 \times 1$). L'enseignante, par un rapport à des objets du domaine numérique, essaye de fonder un rapport personnel pour l'ensemble classe avec le multiplicateur « un », qui sans sa présence la factorisation est impossible.

VI- III- 2- iv - Huitième séance d'enseignement : EnL

Min 29 sec 36 Factorisation de x(y – 3) – (y – 3)

155	**En**	.../.. Ici encore, on a un facteur commun (**Re** a déjà écrit x(y – 3) – (y – 3)), *qui est*
156	**Els**	y moins trois
157	**En**	*Super*, y moins trois (**Re** a écrit = **(y – 3)(x)**)
158	**Ca**	x moins un
159	**Sa**	Monsieur, moins un
160	**En**	Bon, si je regarde ces deux (il montre les deux termes de la donnée), *on a* y moins trois et y moins trois (qu'il souligne en rouge x(<u>y – 3</u>) – (<u>y – 3</u>)), donc, je mets y moins trois en
161	**Els**	Facteur
162	**En**	Facteur. Qu'est ce qui reste dans le premier ?
163	**Els**	x
164	**En**	x, dans le deuxième ?
165	**Els**	un
166	**Ma**	Moins un
167	**En**	C'est comme si, il y a un, facteur de y moins trois (il écrit 1 devant le second (y – 3)), je mets y moins trois en facteur, il reste
168	**Els**	Un
169	**En**	Un (**Re** efface et écrit (x – 1) à la place de (x))

La « forme-produit » **(y – 3)(x)** de **Re** après utilisation de la transformation (ζ) est preuve de la difficulté du multiplicateur « un ». Le premier (y – 3) a pour multiplicateur x, par contre le second (y – 3) n'en a pas puisque **Re** ne le voit pas ni devant ni après. L'enseignant, par sa réponse (TP 167) « *c'est comme s'il y a un, facteur de y moins trois* » a-t-il fait sortir les élèves de l'embarras ? Pourquoi il doit y avoir « 1 » et non pas « 2 » ? Désolées, nous n'avons dans ce corpus aucune réponse justificative, et les élèves se soumettent aux intentions de l'enseignant sans commentaires.

VI- III- 3 - Conclusion

Nous avons montré dans cette partie combien les conceptions, qu'ont les enseignants et les élèves du multiplicateur « un » dans une situation de factorisation, sont loin de l'objet « un ». La difficulté est dans le travail combinatoire de déchiffrement d'un symbole absent-présent. Les enseignants, dépourvus du langage mathématique en raison de limitation aux contenus des programmes, essayent par correspondance au « rien » et « zéro » de donner à « un » le rôle d'un multiplicateur qui grâce à sa présence la transformation (ζ) est possible, et donne un résultat de « forme-produit » correct. Alors que les élèves sont dans l'embarras d'utiliser un nombre absent visuellement dans une expression algébrique. En arithmétique, tout nombre est le résultat de son produit par « un », c'est une connaissance ancienne du primaire, étudiée dans les tables de multiplication (table de 2, table de 3, etc) et répétée maintes fois. Alors qu'en algèbre, aucune table de multiplication n'existe pour la multiplication d'un binôme (il n'y a aucune table de (3x + 5) par exemple). La difficulté réside non seulement dans le passage rapide d'un calcul arithmétique de l'école primaire à un problème de combinatoire en algèbre au collège, mais aussi dans le fait que pour les élèves (3x + 5) n'est pas le représentant d'un nombre. Ce qui explique la non adéquation des élèves au multiplicateur « un » dans un produit algébrique.

Chapitre VII

Rapport de l'Enseigné à la factorisation

VII - I – Introduction

Dans le cadre des pratiques enseignantes observées dans le traitement des factorisations des expressions algébriques, il est très important de s'interroger sur les différentes conceptions qu'ont les élèves de la mise en œuvre des techniques de factorisation et surtout des règles de transformation. « Une hypothèse implicite de beaucoup de didacticiens est qu'il peut y avoir des effets diversifiés sur les apprentissages de certains élèves en fonction du type d'enseignement donné » (Robert 2001). Il est certain que l'élève dépend d'une institution d'enseignement, et son rapport à tout objet de savoir est lié à son rapport institutionnel. Nous allons montrer dans cette partie que les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves libanais et français sont les mêmes, bien que ces élèves ont été soumis à quatre types d'enseignement.
Le manque de théorie dans l'enseignement a réduit l'algébrique à une liste de recettes techniques et nous pouvons observer les effets du manque des méthodes algébriques assurées. Les élèves traitent le travail algébrique sans qu'ils trouvent la nécessité de contrôler la signification de ce qu'ils écrivent. Ils enchaînent leur regard sur les expressions formelles des écritures sur lesquelles ils doivent calculer.
Nous cherchons à observer ce qu'il en est des rapports personnels des élèves à l'objet de savoir « la factorisation », ainsi qu'aux objets de savoir qui l'outillent comme les règles des puissances, les règles des calculs opératoires, etc. Ces objets pertinents doivent être présents pour l'élève au moment de la progression de l'apprentissage. Les erreurs sont la preuve de leur absence. Les comportements, assez uniformes, des élèves des deux pays tout au long des séances d'enseignement ont montré qu'ils travaillent sur la réduction de la complexité ostensive dans des cas comme $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ et sur la combinatoire comme $a^2 + b^2 + 2ab$ où il faut utiliser l'identité remarquable du carré pour factoriser, cela se reconnaît facilement parce que l'expression a trois termes, ce qui confirme qu'elle n'est pas la « troisième » identité.

Nous allons relever dans des tableaux comparatifs les multiples « règle-élève », les erreurs dans les deux domaines algébrique et numérique, sans trop se plonger dans la recherche de leur source, puisque notre but est de montrer que les élèves des deux pays font les mêmes erreurs dans le travail algébrique et non pas la typologie des erreurs. En plus des erreurs, nous relevons les questions posées, en cours de l'apprentissage, dans différents épisodes didactiques.

Conventions de notation
Dans toute cette partie, nous avons identifié par

EL	Elève de l'enseignant **EnL**
EFL	Elève de l'enseignant **EnFL**
EF1	Elève de l'enseignant **EnF1**
EF2	Elève de l'enseignant **EnF2**

VII- II - Recueil des erreurs

VII-II-1 - La fameuse « règle-élève » $a^2 - b^2 = (a \pm b)^2$

L'élève affirme que $a^2 - b^2 = (a \pm b)^2$. Pourquoi est-il persuadé que cette transformation est valide ? Il ignore que la dénotation est invariante dans la conduite d'un calcul algébrique. Dans ces deux écritures, il retrouve visuellement le même nombre de termes, les mêmes lettres, la puissance 2 et le même signe parfois. En s'appuyant sur les travaux de Serfati et d'Arzarello, nous pouvons dire que l'élève applique à l'expression des manipulations formelles guidées par la « forme » dans le registre combinatoire pour le premier et guidées par la « dénotation » pour le second. Les deux écritures $(a \pm b)^2$ et $a^2 \pm 2ab + b^2$ pour l'élève n'ont ni la même « forme », ni le même « sens ». Dans la première il voit deux termes et un carré, alors que dans la seconde il voit trois termes et des sommes. En expliquant la factorisation de $A = 4x^2 + 8x + 4$, quand l'enseignante **EnFL** a recherché les carrés pour trouver leur racines carrées et donner la réponse $(x + 2)^2$, un des élèves a demandé « *Où est ce qu'il est passé le huit x ?* » (1, 448). Cet élève, et peut être plusieurs autres qui sont restés dans le noir, n'arrivent pas à identifier une égalité entre une expression du niveau trois et une autre du niveau deux.
Un élève de Troisième (A9) et de EB8 (Quatrième) est censé faire le lien entre le carré et le produit, mais du fait qu'il considère que la transformation qu'il a menée est correcte, ceci nous laisse penser 1) qu'il a une difficulté à identifier $(a + b)^2$ comme le produit de $(a + b)(a + b)$ pour pouvoir contrôler « sa formule » 2) qu'il applique pour la somme de deux nombres, par analogie dans une fin de réduction de la complexité ostensive, la règle de distribution de la puissance pour le produit des nombres. Il se dit, puisque $(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$ alors, $(a \pm b)^2 = a^2 - b^2$. Ainsi l'élève étend au cas des puissances la distributivité de la multiplication. La multiplication se distribue sur l'addition, l'exponenciation se distribue de même sur la multiplication. Mais l'élève qui ne contrôle pas la dimension sémantique de la manipulation combinatoire, ne se rend pas compte que c'est la répétition d'une opération qui fonde la distribution de l'opération seconde : dans l'ensembles des entiers, l'exponenciation est une multiplication répétée, comme la multiplication est une addition répétée.

Nous allons présenter le rapport des élèves à la formule $a^2 - b^2$ en relevant d'une des séances d'enseignement de chaque classe, des parties de corpus représentatives.
Il y a plusieurs cas similaires, nous allons les grouper dans un tableau en désignant entre parenthèses par ordre, le numéro de la séance d'enseignement, le numéro du tour de parole, et dans le cas où il y a deux périodes, nous désignerons par p1 la première période et p2 la deuxième période ? (Cette présentation sera la même pour tous les tableaux).

- **Au Liban**

Première séance : EnL

126	**Naj**	*Il reste* x deux moins y deux
127	**En**	*Bon*, est ce qu'on peut factoriser ?
128	**Els**	Non (3 sec de silence)
129	**Naj**	Oui, x moins y à la puissance deux

Pour **Naj** $x^2 - y^2 = (x - y)^2$

Quatrième séance d'enseignement : EnFL

201	**Da**	x deux, moins, soixante quatre (il écrit B = $x^2 - 64$)

…///…

213	**En**	a deux, moins b deux. Quelle est la factorisation de a deux, moins b deux ?
214	**Da**	x moins huit
215	**En**	x moins huit
216	**Da**	Le tout au carré (il écrit $(x - 8)^2$)

Pour **Da** $x^2 - 64 = (x - 8)^2$

- **En France**

Cinquième séance d'enseignement, période 1 : EnF1

125	**En**	..//.. Allez le B, x carré moins soixante quatre (elle écrit B = $x^2 - 64$)

…///…

140	**Ch**	Est-ce qu'on peut faire x plus huit, moins, moins, euh, les deux, euh, au carré là.
141	**En**	Alors, pourquoi, ici, on peut pas faire x plus huit le tout au carré ?
142	**Ch**	Moins au carré
143	**En**	Pourquoi on peut pas faire x moins huit le tout au carré (elle écrit $(x - 8)^2$)
144	**Ni**	Ben, c'est juste, c'est juste
145	**En**	Non
146	**An**	M[me], par ce qu'il n'y a pas
147	**En**	Parce que ça (elle montre $(x - 8)^2$), ça se développe en combien de morceaux ?

Pour **Ch** et **Ni** $x^2 - 64 = (x - 8)^2$

Septième séance d'enseignement : EnF2

86	**En**	..//.. Si j'écris ça, x carré, plus, quatre (il écrit $x^2 + 4$)

…///..

148	**Es**	On ne peut pas mettre au carré, élever le tout au carré ?

…///..

152	**Es**	J'aurai mis le tout au carré. Parenthèse x plus, et le tout au carré (l'**En** écrit = $(x + 2)^2$).

Pour **Es** $x^2 + 4 = (x + 2)^2$

<u>Autres exemples</u>

EL	EFL	EF1	EF2
$(2x - 1)^2 - 2(4x^2 - 1) = 0$ $(2x - 1)^2 - 2(2x - 1)^2 = 0$ **(11, 10, min 25)**	$4x^2 - 9 = (2x - 3)^2$ **(1, 590)** $2^2 - 3^2 = (2 - 3)^2$ **M[elle], on peut, on peut les mettre, si on avait deux exposant deux, moins trois exposant deux, on peut les mettre (1,**	$9x^2 - 16 = (4 - 3x)^2$ **Neuf x deux moins seize, n'est pas quatre moins trois x au carré ?** **(5, p2, 154)**	Factoriser $(2x + 5)^2 - (x - 3)^2$ $= 4x^2 + 25 - x^2 - 9$ $= x^2 + 16$ **J'ai trouvé, quatre x au carré plus vingt cinq, moins x au carré moins neuf, égal** **(8, 131)**

	320) $n^2 - 16 = (n - 4)^2$ **(5, 111)** **a deux moins b deux, sa factorisation c'est a moiiiiins, b au carré, facteur de beh, a plus b au carré** **(5, 130, 132, 134, 136)** $a^2 - b^2 = (a - b)^2$ **La factorisation de a deux moins b deux, c'est a moins b exposant deux** **(6, 49, 51)** $16(a^2 - 1) = 16(a - 1)^2$ **c'est seize, a moins un, le tout au carré** **(11, 97, 99)** $x^2 - 25 = (x - 5)^2$ **Euh, x, moins, euh, x,x,x moins cinq au carré le tout** **(11, 18, Ex B8)** $x^2 - 4 = (x - 2)^2$ **x moins deux entre parenthèses au carré** **(12, 82)**		**Ça aurait été a au carré mois b au carré comme identité remarquable** **(8, 189)** $81x^2 - 49 = (9x - 7)^2$ **(8, 251, p2)** $(2x + 5)^2 - (x - 3)^2$ $= (2x + 5 - x + 3)^2$ $= (x + 8)^2$ **(8, 251, p2)**

Les élèves des deux pays ont mis en œuvre la même règle de transformation dont ils sont persuadés qu'elle est valide. Aucun élève n'a eu l'initiative de remplacer les lettres par des valeurs numériques pour contrôler l'égalité. Il semble que cette opération ne fait pas partie des connaissances de ces élèves. Ils n'ont pas le moyen d'articuler le numérique et l'algébrique pour contrôler un travail de transformation algébrique.

En réponse à l'explication de l'enseignante **EnFL** que $a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$ du fait qu'il manque le double produit, un élève demande « *M^{elle}, on peut, on peut les mettre, si on avait deux exposant deux, moins trois exposant deux, on peut les mettre,* $2^2 - 3^2 = (2 - 3)^2$ » (1, 320)

(C'est l'enseignante qui s'est chargée de faire le calcul et de démontrer la non égalité)

Cet élève et peut être plusieurs autres considèrent que le numérique et l'algébrique sont en « divorce ». Nous renvoyons ceci à ce que l'apprentissage du calcul algébrique est sans lien avec le numérique et il est trop centré sur un travail formel basé sur la manipulation des ostensifs gestuels, graphiques,.., au sens de Bosch et Chevallard « Objet ostensif du latin *ostendere*, montrer, présenter avec insistance » pour nous référer à tout objet ayant une certaine matérialité et de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible » (1999, p 90)

VII-II- 2 - $a^2 + b^2 = (a \pm b)^2$ ou $(a + b)(a - b)$

EL	EFL	EF1	EF2
$(x + y)^2 = x^2 + y^2$ **C'est x au carré plus y au carré** **(1, 58)** $(x + 5)^2 =$ $(x + 5)(x - 5)$ **x plus cinq à la puissance deux, ça veut dire x plus cinq, x moins cinq** **(10, 172)** $x^2 + 25 = (x - 5)^2$ **x deux plus vingt cinq, c'est x moins cinq à la puissance deux** **(11, 324)**	$a^2 + b^2 = (a + b)(a - b)$ **a au carré, plus b au carré, c'est a plus b, facteur de, a moins b ? (11 + 12 (12), 22, min 39)** $x^2 + 4x + 4$ **Ça ressemble à, a deux plus b deux** **(4, 179)** $4(a - 2)^2 =$ $[2(a - 2)][2(a + 2)]$ **Deux facteur de a moins deux entre crochets, facteur de, deux facteur de a plus deux (11, 80)**	Factoriser $x^2 + 9$ **Madame, je peux pas faire, eum, x au carré, moins trois carré ?** **(5, 195)**	$x^2 + 4$ **On ne peut pas faire, euh, x carré moins plus quatre ? (7, 109)** $x^2 + 4 = (x + 2)^2$ **On ne peut pas mettre au carré, élever le tout au carré ? (7, 148)**

Les quatre élèves ont le même comportement vis-à-vis de $a^2 + b^2$. Tous ont pensé que $a^2 + b^2 = a^2 - b^2$. Les élèves libanais ont camouflé l'égalité, ils ont directement factorisé, et chaque élève a appliqué la règle de factorisation qui lui semble convenable. Par contre, les élèves français ont voulu transformer $a^2 + b^2$ en $a^2 - b^2$ pour pouvoir factoriser.

VII-II - 3 - Les règles des puissances de deux

Il est intéressant de regarder comment l'écriture de la puissance deux dépend de la façon dont elle est énoncée. Le tableau suivant nous donne des comportements types des élèves des deux pays envers la puissance 2

EL	EFL	EF1	EF2
$a = 2x \quad a^2 = 2x^2$ **(2, 56)** $(2x)^2 = 4x$ $x^2 - 4 = x^2 - 4^2$ **(12, 12, min 25)** **Une racine carrée positive et une**	$a \times a$ **Deux a (1, 39)** $(2x - 3)^2 =$ **a deux c'est $2x^2$** **(1, 123)** $(2x)^2 = 2x^2$ **(5, 291)**	$(2x)^2 = 2x^2$ **(2, min 35)** $(\frac{x}{3} - \frac{1}{5})(\frac{x}{3} + \frac{1}{5}) =$ $\frac{x^2}{3} - \frac{1^2}{5}$ **(3, 62)**	**Deux x au carré, c'est multiplié deux x par lui même** **(3, 171)** $x^2 = 2x$ **x au carré c'est la même chose que deux x** **(5, 165)**

racine carrée négative, c'est la même chose **(9, 209)** $x^2 - 9 = 0$ **J'ai cru que neuf, ne donne pas plus trois et moins trois** **(9, 205)**	$-3 \times 3x = -6x^2$ **Moins trois fois trois x, c'est moins six x deux (1, 13)** $(2x - 3)^2 =$ $(2x)^2 - 2(2x \times 3) + \underline{3^2}) = 4x^2 - 4x - \underline{6x}$ **(1, 160)** $-4(2x + 1)^2 = -4(2x^2$ **(3, 24)**		**$3x^2 = 9x$** **(6, 124)** **$3x^2 = (3 \times x)^2$** **Trois x au carré c'est égal à trois fois x, le tout au carré** **(6, 144, 145)** $(9x)^2$ **C'est comme si c'était neuf fois x au carré (8, 240, p2)** $\underline{9}x^2 - 6x + 1$ $= (\underline{9}x - 1)^2$ **(8, 222, p2)**

Pour la mise en oeuvre des IRC, les élèves sont supposés maîtriser les règles de base sur les puissances. Or le tableau ci-dessus montre le contraire. Il semble que l'erreur de l'écriture du carré provient de l'énonciation : « a égal deux x ; a deux égal deux x deux », le deux dans « a deux » s'écrit en puissance à la fin de l'écriture de a, par suite le deux dans « deux x deux » sera de même, il prendra la position de l'exposant à la fin de l'écriture 2x. Nous retrouvons le cas contraire avec : « *Trois x au carré c'est égal à trois fois x, le tout au carré* », bien que « trois x au carré » ne désigne pas que le carré est pour tout le monôme, ce même élève a dit « *Deux x au carré, c'est multiplié deux x par lui-même* »

Nous pouvons aussi dire que dans certains cas l'élève opère par réduction de la complexité ostensive du calcul, il opère sur un seul terme $(2x)^2 = 4x$ ou $2x^2$. Alors que d'autres cas, il conserve la complexité ostensive avec les carrés comme dans $x^2 - 4 = x^2 - 4^2$.

VII-II - 4 - Rôle des délimitants

EL	EFL	EF1	EF2
$4(3x - 2)(-2x + 5)$ **M, pourquoi on n'a pas additionner les x, termes semblables ensembles. Trois x, moins deux x, égal x** **(3, 105, 109)**	$(2x - 3)(2x + 3) + (2x - 3)(3x + 5)$ **On a deux, deux x moins trois.** **On simplifie** **(1, 600, 602)** $(7 - x)(7 - x)$ **Si on a sept moins x, facteur, sept moins x, on peut supprimer moins x et moins x** **(5, 375)**	$3 \times 3(3x - 4)$ **Et après il y a le trois, il faut le supprimer** **(3, 152)**	$(x - 5)(x - 5) - (x - 5)(-2x + 3)$ **Est ce que on ne peut pas enlever ce moins, moins x moins cinq entre parenthèse avec l'un des x qu'on a de l'autre côté ?** **(4, 162, p2)**

Ce tableau montre que dans les deux pays, les élèves ont la même conception sur le rôle des délimitants, les parenthèses rondes. Ils ne considèrent pas que les parenthèses agrègent deux assemblages différents, séparés par un blanc qui remplace le signe ($\times$). Ils font la ressemblance avec le signe (+) devant un entier relatif, que nous pouvons ne pas l'écrire parce que le nombre entier naturel désigne le même nombre entier relatif positif.
Dans ce qui suit, nous allons exposer le comportement des élèves envers les assemblages délimités par des parenthèses rondes, non pas dans une fin de réduire leurs termes semblables, mais dans une fin de factorisation du terme qu'ils voient dans ces deux assemblages.

EL	EFL	EF1	EF2
$(x + 3)(x - 1)$ ***C'est pas fini, on va prendre*** **facteur commun x (3, 327)**	$(x + 3)(x - 1)$ **On peut factoriser x et x (4, 139)**	$(2a - 5)(a - 2)$ **Et pourquoi là on n'a pas factorisé le a ? (4, 63)**	

Ce tableau montre l'effet de l'enseignement qui se base sur la mémoire visuelle : « *Le facteur commun est celui qu'on voit, qui se répète…* ». Et comme certains élèves traduisent les informations utiles au travail à leur façon, ils voient dans chacun des deux assemblages une même lettre qui se répète, par suite elle est un facteur commun. Ils ne conçoivent pas que chaque assemblage est un nombre différent de l'autre et que l'écriture (   )(   ) est leur produit.

VII-II-5 - Règles de calculs opératoires

EL	EFL	EF1	EF2
Cinq fois un six **(9, 316)** $[5x - 2 - 3x + 12] = [2x - 10]$ **(10, 16)** $+1 - 4 = -5$ **Plus un, moins quatre, ça fait moins cinq** **(10, 248)**	$(x + 2)(x + 3 + 4x - 1) = (x + 2)(5x + 4)$ **(4, 105)** $\underline{4}(2x - 1)\ \underline{2}\ (2x + 3) = \underline{6}(2x - 1)\ (2x + 3)$ **(5, 215)** **x moins x, rien** **(5, 258, 260)** $0 - 0 - 7 = 7$ **(6, 124)** $(x + 2)[(x + 2) - x] = 0$ $(x + 2)(2x + 2) = 0$ **(7, 113)** $x - x = x^2$ **x moins x, c'est x deux** **(7, 114)** **Deux moins deux, rien** **(7, 118)**	$-12x + 2x^2 + 6$ **On ne peut pas enlever ce x deux au carré et l'ajouter avec ce moins douze x ?** **(3, 157, 159, 162)** $8 + 7 = 17$ **(4, 176)** $- 6x^2 - 6x^2 = 0$ **(4, 183)** $-14x - 2x = -12x$ **(4, 197)** $- x^2 - x^2 = 0$ **(8, 101)** $- x^2 - x^2 = + 2x^2$ **Est-ce que moins x au carré moins x au carré, c'est pas plus deux x au carré (8, 34)**	$(0,8)^2 = 6,4$ **(3, 44)** **x moins x c'est un** **(4, 271)** $(x + 4)[(x - 2) + 3] = (x + 4)[(x - 1]$ **x moins deux, plus trois, x moins un (5, 36)** $-0,3 + 1,3 = 1,6$ **Moins zéro virgule trois, plus un virgule trois, c'est un virgule six (6, 78)**

	Deux moins deux, un (7, 120) $(1 - x)(2x + 5 - x - 3) = 0$ **Plus cinq moins trois, c'est moins, moins deux (9, 133)**		

« *Deux moins deux, un* » pour un élève franco-libanais et « *x moins x c'est un* » pour un élève français. Ce tableau groupe un échantillon des erreurs de calcul opératoires algébriques et numériques. Une lecture nous laisse dire que les mêmes erreurs se trouvent dans les deux pays.

VII -III - Recueil des questions des élèves

Nous allons passer maintenant aux questions posées et les réponses données par certains élèves au cours de différents épisodes didactiques.

VII -III - 1 - Le développement

EL	EFL	EF1	EF2
Monsieur, est ce qu'on peut faire cette méthode, a moins b fois a moins b ? (2, 87)	**C'est plus facile de faire deux x moins trois, fois, deux x moins trois. (1, 177)**	**On peut pas développer autrement ?** (il demande de ne pas appliquer les IRC) **(3, 74)** **Si on, on peut faire comme avant, comme on est habitué à faire, sans utiliser les identités remarquables, non ? (4, 55)**	**A quoi ça sert d'aller plus vite ?** **Si on, on peut faire comme avant, comme on est habitué à faire, sans utiliser les identités remarquables, non ? (5, 53, 55)**

Ce tableau montre que les élèves des deux pays refusent l'usage des IRC, savoir nouveau, pour développer avec la méthode de distribution, savoir ancien qui est devenu un « habitus ». Deux assemblages délimités par des parenthèses leur font taper dans la tête le développement par distribution.

VII-III- 2 - Le double produit

EL	EFL	EF1	EF2
	Toujours le double produit sera au milieu de, deee ? (2, 11) M[elle], **si on avait x deux, plus b deux, moins deux ab, c'est toujours égal à, a**	$9x^2 + 30x + 25$ **Est-ce que le terme du milieu doit être le double produit ? (5, 181, p1)**	Factoriser $x^2 + 6x + 9$ **Ben, pourquoi faire le milieu, il ne faut prendre le milieu (7, 26)**

	moins b au carré (9, 131)		

L'emplacement du double produit est un sujet à discuter. Les auteurs des manuels ne placent pas l'élève devant une expression « forme-énoncé » dont l'ordre est différent de la forme $a^2 \pm 2ab + b^2$. Quand les enseignants proposent eux mêmes des expressions, soit disant, « désordonnées » par rapport à la forme habituelle, les élèves se perdent. Pour l'élève libanais, il n'y a aucune question sur ce sujet puisque l'enseignant n'a travaillé que les exercices du manuel scolaire.

VII-III- 3 - La représentation d'une factorisation

EL	EFL	EF1	EF2
C'est nécessaire de faire la première ligne (elle parle de $(3x)^2 - (1)^2$) **(2, 431)**	**Si on met directement la réponse, on aura des points ? (3, 39)**	$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ **Dans le contrôle, on peut mettre directement ça ? (5, 118)**	**Est-ce qu'il faut faire toutes les démarches, ou pas** ? **(7, 423)**

Les élèves sont tous inquiets sur la présentation de leur travail de factorisation. Faut-il faire les étapes intermédiaires du travail ou travailler « du tac au tac » comme l'exige **EnF2** de ses élèves.

VII-III- 4 - Question du symbole

EL	EFL	EF1	EF2
Monsieur, est ce possible que le a dans la première parenthèse, soit diffèrent du a de la deuxième parenthèse ? (elle parle du a dans $(a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$) **(2, 246)** **Ça veut dire dans a moins b facteur de a plus b, on a le même a ? (2, 250)**			**Est-ce que ça pourrait que, a là, par exemple, il y a le sept, et que là bas, il y a un autre, mais par exemple quatre plus trois et que (7 + 3)(4 + 3 – 3) Est-ce qu'on pourrait faire, est ce qu'on pourrait reconnaître que c'est, c'est** (il voulait savoir si on doit avoir le même a dans $(a + b)(a - b)$) **(6, 412, 420)**

Des élèves de nationalité différente posent la même question sur le symbole « a ». Ce symbole qu'ils rencontrent des fois dans des formules comme les formules de distributivité et des IRC, et des fois comme partie littérale d'un monôme 3ab. Ils sont, peut être, conscients que le symbole « a » représente un nombre, mais ce n'est pas nécessairement le même nombre, du fait qu'ils le rencontrent dans différents statuts.

VII-III-5 - Question de reconnaissance d'une IRC

EL	EFL	EF1	EF2
$x^2 + 4x + 4 =$ $(x + 2)^2$ **Si on n'a pas la réponse de la formule, si on ne le connaît pas, d'où on a cherché x plus deux au carré ? (4, 166)**	**Comment, comment on sait si ce n'est pas une identité remarquable ? (3, 4)** $3x(x – 1) + 2(x – 12)$ **Il faut la transformer en une identité remarquable pour la factoriser (11, 14, min 42)**	$9 – 12x + 4x^2$ **M^me^, ça c'est une identité, les, les formules c'est des identités remarquables ? (5, 210)** $7a + 21$ **C'est une identité Pourquoi ce n'est pas une identité ? (3, 122, 124)**	$(7 – x)(4 + x – x)$ **Est-ce qu'on est sur une identité (6, 428)** $4(x^2 – 9) = 0$ **Dans x carré moins neuf, je ne vois pas une identité remarquable ?** (10, 295

Comment reconnaître que cette expression se factorise en utilisant une des IRC ? Les élèves des deux pays ont une difficulté à s'approprier le nouveau savoir : les IRC.

VII-III- 6 - Question du nombre « 1 »

EL	EFL	EF1	EF2
	$(x + 5)^2 – (x + 5) =$ $(x + 5)[(x + 5) – 1]$ **Si on n'a pas le moins un c'est faux ? (4, 84)**	$(5x – 2) =$ $1 \times (5x – 2)$ **Un, c'est multiplié avant ? On doit écrire à chaque fois, fois un ? A quoi ça sert d'écrire ça ? (4, 118, 122, 124)**	$(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x + 3) = (x – 5)[(-2x + 3) – 1^2])$ **x moins cinq au carré est égal à x moins cinq fois un au carré (4, 113, 118, p2)**

La question du multiplicateur « 1 » se pose.

VII-III- 7 - Question de la « commutativité » de la multiplication

EL	EFL	EF1	EF2
	Ça ne fait rien si je mets y moins avant (il parle de $(y + \frac{6}{7})(y – \frac{6}{7})$) **(5, 150)**	$(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$ **On peut mettre le moins dans la première ? (5, p2, 20)**	

Ces deux élèves se trouvent devant le même problème : est ce que $a \times b = b \times a$?

VII-III- 8 - Question du développement après factorisation

EL	EFL	EF1	EF2
	(x + 5)(x + 4) **Pourquoi on n'a pas continuer x plus cinq, x plus quatre ? (4, 90)**	2a – 5)(4a – 3) – (2a – 5)(3a – 1)) = (2a – 5)(a – 2) **On peut développer ? (4, 18)** 5(x + 1) + x(x + 1) = (x + 1)(5 + x) **Après, après, on peut pas développer ? (3, 244)**	**Est ce qu'on peut développer ce qu'on a factorisé avec les identités remarquables ? (7, 311)** $(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$ = (x + 2)(3x) **On peut développer maintenant, monsieur ? (7, 308)**

Les élèves n'arrivent pas à s'approprier la « forme-produit ». Ils sont plus habitués à la « forme-développée ».

VII- IV - Conclusion

Les élèves qui apprennent les routines du calcul algébrique commettent des erreurs qui se reproduisent à l'identique d'un pays à l'autre. Les difficultés des élèves dans l'algèbre sont dûes à ce que Mercier (1995a) appelle *Le manque d'une technologie du côté de la numération*. Il explique que les élèves utilisent dans le domaine de la numération des techniques sans horizon technologique. Ce qui fait que**,** dans une configuration d'enseignement où existe seul le niveau des routines (ce serait le Liban) et dans une configuration où existe seul le niveau des algorithmes (ce serait la France), nous avons les mêmes erreurs qui ne sont pas dûes à une organisation curriculaire qui serait autre ici et là.

Conclusion

Un « manque de savoir » est observé en France, par l'étude comparative des curriculums. Au Liban, la factorisation par un monôme est un savoir défini et travaillé en EB7 (Cinquième), elle est outillée par une notion venue de l'arithmétique, celle de diviseur commun à deux nombres, ou plus, qui est introduite dans le travail sur le PGCD. L'absence de la factorisation par un facteur commun dans les programmes français de cette classe, qui s'est produite de manière inattendue dans les années 90, permet de dire que l'absence d'une notion arithmétique a eu des effets inattendus dans le travail algébrique : la disparition d'une tâche que la distributivité permet de théoriser mais qui ne trouve pas d'outillage permettant de donner un algorithme de factorisation.
Ce phénomène appartient à une des lignes de travail de l'équipe « didactique » de l'IREM d' Aix-Marseille, qui l'avait appelé, en 1990, « l'implosion du curriculum mathématique, au Collège ». Nous pouvons aujourd'hui observer les effets à long terme de cette implosion annoncée, puisque la réintroduction de la notion de diviseur d'un nombre se fait aujourd'hui en Troisième (A9), bien trop tard pour outiller l'entrée dans le travail algébrique qui se fait deux ans plus tôt. Ce retard dans l'introduction de certaines notions, rend subitement « inenseignables » des questions apparemment lointaines, sans que la noosphère sache pourquoi. C'est un phénomène associé à l'implosion du curriculum que nous avions nommé « l'évaporation des savoirs » : le retour d'une notion qui a disparu se fait ailleurs qu'au point où la notion est utile. Ce fait est observable sur bien d'autres notions, comme la valeur absolue (et les tableaux de distinction de cas) ou la résolution des équations du second degré (et les familles d'équations paramétrées) mais aussi sur l'addition des fractions, l'introduction des vecteurs, le calcul de croissance des fonctions, etc.
Aujourd'hui donc, le savoir exigible sur les questions de factorisation se limite de fait en France à l'emploi des identités remarquables, quoi qu'en disent les textes officiels, ce qui en fait maintenant le point fragile d'un curriculum algébrique exsangue qui ne se renouvelle pas malgré les bonnes volontés appelant dorénavant à un enseignement de « modélisation algébrique » mal né parce qu'il n'a plus guère d'outil de « travail algébrique » permettant de revenir au modèle avec des résultats dignes d'être remarqués.
Le phénomène associé que nous avons observé n'en est que plus étonnant, sauf si nous considérons que justement, il montre comment ce que la théorie de la transposition didactique nous conduit à dire est réalisé jusque dans des conséquences qui auraient pu sembler lointaines. A priori, ces différences dans l'âge et dans le parcours des élèves devraient donner des comportements différents des élèves dans le traitement des écritures algébriques travaillées dans chacun des deux pays. Or, les observations dans les deux pays montrent le contraire.
Le bilan de nos recherches précédentes dans ces deux pays, montrait en effet que les erreurs des élèves sont semblables. Face à ce constat, nous avons été amenée à nous interroger sur l'enseignement, dans les deux pays, et en particulier sur l'enseignement de la factorisation. Il semblait en effet qu'il était profondément différent, d'abord parce qu'il ne commençait pas au même âge. En France, le contenu est fixé en Troisième (A9) alors qu'au Liban il est fixé en EB8 (Quatrième). Mais ensuite, parce que cet enseignement bénéficie de plus d'heures au Liban (cinq heures/semaine contre quatre). Et encore, parce que les exercices demandés sont d'une bien plus grande complexité au Liban (factorisation d'expressions de plusieurs variables et de degré supérieur à deux ; factorisation par regroupement des termes des expressions à quatre, cinq et six termes). Mais si les exercices les plus simples sont bien sûr mieux réussis au Liban, les erreurs qui adviennent sont de même type : factorisations incomplètes, difficulté à reconnaître

les formes des expressions proposées, erreurs avec le facteur implicite 1, et dans ces cas, les principes à l'oeuvre semblent identiques (conservation de la complexité ostensive, etc.) Comme si un certain niveau de complexité du travail demandé induisait des comportements obéissant aux mêmes invariants opératoires. Ce résultat de notre travail antérieur devait être interrogé.

Nous avons alors décidé d'engager une observation de l'enseignement, considérant que ces erreurs semblables témoignaient en fait de rapports semblables aux écritures travaillées et donc, de conditions de rencontre avec les objets du travail algébrique qui étaient de fait identiques, parce que nul ne sait comment approcher cette oeuvre culturelle autrement que par familiarisation progressive. L'idée était risquée, car une position plus classique consistait à déduire de nos observations l'existence d'un obstacle épistémologique constitué justement par ces invariants opératoires, qu'ils soient issus du champ conceptuel du travail arithmétique ou d'un rapport plus général aux symboles mathématiques et au monde des pratiques algébriques.

Nos observations

Nous avons donc observé plusieurs classes dans le but de comparer l'enseignement qui s'y donne, dans une approche comparée de l'apprentissage de la factorisation dans les deux pays. Nous nous sommes centrée sur l'activité des quatre enseignants de ces classes, dans la manière dont ils envisagent leur intervention puis dans leur réalisation, et en considérant que les informations sur l'activité conjointe des élèves nous renseigneraient aussi sur l'espace de travail ouvert par l'enseignant. La comparaison des pratiques enseignantes a tourné autour des questions suivantes : Comment les enseignants abordent-ils les objets mathématiques algébriques ? Quelles sont les techniques utilisées dans un travail de factorisation ? Quelles sont les écritures algébriques ainsi que les symboles algébriques utilisés pour exprimer ce qu'il y a à faire, face à une expression algébrique à factoriser ? Quels sont les expressions et les gestes de l'enseignant, lorsqu'il guide le travail des élèves ? Comment nomme-t-il les difficultés qu'il a identifiées et sur lesquelles il les prévient ? Dans ce cadre il a été intéressant d'interroger les élèves sur leurs différentes conceptions de la mise en œuvre des techniques de factorisation et surtout des règles de transformation et du calcul algébrique.

Nous avons enregistré le travail des enseignants en classe, en considérant que nous devions garder la trace de leurs énoncés, de leurs gestes, ainsi que de leurs écrits au tableau : les ostensifs qu'ils manipulent. Nous avons alors décrit, classe par classe, les enseignants dans la manière dont ils introduisaient les questions de factorisation et dont ils guidaient le travail des élèves, en construisant d'abord le synopsis des séances et un récit de l'intrigue didactique qu'ils réalisaient. Nous avons ensuite comparé leurs manières de procéder en constituant un « tableau comparé des pratiques enseignantes » qui nous a montré une même organisation générale et quelques points de divergence, entre enseignants libanais et français et entre enseignants d'un même pays. Puis, nous avons mis en parallèle leurs énoncés et leurs écritures, sur des épisodes semblables, choisis pour la convergence dont ils témoignent dans une progression générale qui s'était avérée presque totalement comparable. C'est ainsi que nous avons obtenu des réponses aux questions posées par cette recherche.

A – Les enseignants

I - Comment les enseignants abordent-ils les objets algébriques ?

Ils n'ont pas, pour les décrire, de termes, à proprement parler, mathématiques ; ils sont donc conduits à utiliser des moyens inventés au cours des temps par les enseignants qui les ont précédés. Mais les enseignants libanais sont mieux armés, parlant de « diviseur » et de « division » par extension du langage arithmétique. Ainsi, ils se permettent aussi de rechercher le PGCD pour obtenir la « factorisation maximale », sans avoir besoin de la demander explicitement comme le font les enseignants français, qui n'ont pas les moyens de justifier une telle exigence autrement que par « l'usage » et « l'élégance ».

C'est peu de dire qu'une technologie de la factorisation manque aux enseignants français, qui n'ont que les termes de « somme », « produit » et les « parenthèses » pour l'analyse des « expressions algébriques » et l'idée de « transformation inverse de la distributivité » pour nommer ce que fait une « mise en facteur ». Pourtant, les enseignants libanais n'ont pas des pratiques très différentes. Car les notions de polynôme et de monôme dont ils disposent n'intègrent pas les notions de « degré d'un polynôme » et de « binôme de degré un » comme moyens de contrôle de la factorisation réussie mobilisant un théorème sur les puissances ($a^{p+q} = a^p.a^q$ porte sur les nombres, il n'est même pas dit que « le degré du produit de deux binômes - de degré un - est la somme de leurs degrés - deux - » ou que « certains polynômes de degré deux se factorisent en produit de deux binômes de degré - un - »). Même si les épreuves de Brevet des Collèges des deux pays demandent la « factorisation.... en produit de deux *facteurs du premier degré* », les élèves ne peuvent tirer aucune information de cette expression standard : le terme de « facteur » lui-même n'est pas défini. Les difficultés semblables des élèves libanais et français ont donc sans doute une origine plus profonde encore.

C'est peu de dire que l'enseignement de la factorisation au Liban est formel et que le sens en est absent. Mais les textes qui, en France, demandent que les pratiques algébriques prennent du sens parce qu'elles auront pour objet le travail d'un modèle, n'ont, semble-t-il, que peu d'effets sur un enseignement de la factorisation qui apparaît toujours comme visant à la transmission d'une technique sans motif, silencieuse, qui devrait être routinière même à qui la rencontre pour la première fois. C'est en tous cas ce que disent les enseignants de toutes les classes observées, un discours dont l'emblème pourrait être cette explication racontée par un élève : « enfin, Annie, une pomme et une pomme ça fait deux pommes alors, toi qui est une fille intelligente dis moi, x et x ça fait quoi ? »

II - Quelles sont les techniques utilisées dans un travail de factorisation ? Quels sont les écritures et les symboles utilisés pour exprimer ce qu'il y a à faire, face à une expression algébrique à factoriser ?

Le travail de factorisation est présenté, par les enseignants des deux pays, comme une « manière-de-faire » ; « *Il n'y a rien à comprendre* », « *Il faut faire comme on vient de faire* », « *ça va venir avec les exercices* »**…** disent les enseignants. La factorisation n'est qu'un « *passage* » ou une « *transformation* » d'une *somme* à un *produit*. Cette transformation d'écriture suppose que des formes puissent être reconnues. C'est le sens de notre usage du travail de Serfati, qui pourrait-on dire, traite les formes

algébriques comme l'on traite des configurations géométriques. Toute écriture mathématique est selon lui un ensemble structuré de « figures » à déchiffrer. Le déchiffrement produit une connaissance de la structure combinatoire élémentaire : le *signe*, l'*amont* et l'*aval*. Mais les enseignants font le déchiffrement sans disposer, là non plus, des termes permettant d'en rendre compte. De ce fait, ils sous-estiment la complexité du travail nécessaire à une lecture efficace et laissent les élèves explorer sans guide la plupart des problèmes qu'ils rencontrent. Par exemple, la manière dont les énonciations « *a égale deux x ; a deux égale deux x au carré*» et « *deux x au carré égale quatre x deux* » s'écrivent tout naturellement au tableau : « $a = 2x$ donc $a^2 = (2x)^2$ » et « $(2x)^2 = 4x^2$ », l'expression « au carré » ou « à la puissance deux » signifiant que la puissance porte sur tout ce qui vient d'être énoncé d'un seul souffle tandis que « deux » énoncé après une série terminée par une lettre signifie que l'exposant porte sur la lettre seule : ce genre de règles de travail demeure tout aussi impensé que d'autres règles langagières, du type de la règle de formation des noms de nombre qui fait de « huit cent » un produit et de « cent huit » une somme.
Même, les explications des enseignants et les techniques locales qu'ils préconisent engagent certains élèves dans des impasses ou risquent de les conduire à des contre sens. C'est par exemple ce qui peut se passer dans le cas d'Annie (ci-dessus) ou dans la factorisation de $a^2 - b^2 = (\quad - \quad)^2$, comme nous l'avons étudié page 249 : le fait que cette technique produit un résultat erroné est si scandaleux que nous avons trouvé un élève demandait si, au moins pour $2^2 - 3^2$ on n'aurait pas l'égalité avec $(2 - 3)^2$.

III - Quelles sont les expressions et les gestes de l'enseignant, lorsqu'il guide le travail des élèves ? Comment nomme-t-il les difficultés qu'il a identifiées et sur lesquelles il les prévient ?

Lorsque les enseignants tentent de rendre compte des routines qu'ils attendent, ils ne peuvent par revenir aux algorithmes qui les fondent puisque cela supposerait une théorie des formes symboliques algébriques. Ils doivent donc décrire dans un langage courant les transformations nécessaires. Nous avons montré que dans ce registre, que nous avons appelé combinatoire à la suite de Serfati, les enseignants libanais et français sont logés à la même enseigne et procèdent de même : ils anticipent des écritures en traçant par avance les parenthèses et les signes opératoires et par exemple en décrivant un produit comme « *parenthèse fois parenthèse* ». Plus tard, ils donneront quelques règles stratégiques : « *On essaie les trois identités remarquables, dans l'ordre* » ou « *Il y a trois termes* (c'est une des deux premières identités) *j'écris une parenthèse et un carré à l'extérieur et pour le signe, je regarde le terme du milieu* » (il faut vérifier que c'est le double produit, mais nous savons que la vérification appartient au professeur lorsque les élèves n'ont pas la responsabilité du résultat). Mais les routines ont un domaine d'usage qui n'est connu que par expérience, ainsi la règle précédente donne $a^2 - b^2 = (\quad - \quad)^2$, l'erreur classique des élèves. L'enseignante libanaise l'a comprise puisqu'elle continue en disant : « *Je ne peux pas factoriser et mettre l'exposant dehors ici je n'ai pas le droit* », et comme sa collègue française, elle refuse la réponse par un raisonnement sur « *le développement du carré en morceaux* » (trois morceaux) expliquant qu'il faut intercaler « *un DOUUUBLE produit* ». L'expérience des uns ne peut profiter aux autres et les enseignants éprouvent chaque jour combien cette loi de sens commun est valable aussi pour le travail combinatoire sur les expressions algébriques.
Par exemple, de même que certains indiquent par des flèches les termes des sommes à multiplier dans le développement, ils pourraient indiquer les termes semblables qui viennent en facteur commun. Il n'y a pas de tradition sur ce point et nous ne l'avons pas

observé. Il semble en effet que les ajouts graphiques qui désignent les opérations à réaliser pour transformer une expression d'une « forme-énoncé » à une « forme-produit » ou une « forme-développée » doivent porter sur l'expression « forme-énoncé ». Dans le cas du développement de k(a + b), les flèches miment la distribution alors que dans la factorisation de ka + kb, souligner, barrer, encadrer k indique la répétition du terme commun. Mais le travail d'indication de la forme des expressions que les enseignants tentent de faire ne s'arrête pas à l'invention d'ostensifs graphiques et s'approche parfois de l'effet Topaze, comme dans le cas de cette écriture : $a^2 - b^2 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$ qui prépare le travail de l'élève au tableau.
Un autre cas à explorer pour une enseignante française : « *entre les deux on a un moins, avant et après on a un carré, ..., on est donc arrivé à la troisième égalité remarquable* » (les points remplacent la répétition de la même phrase). Dans ce discours, nous retrouvons une technique qui relève d'un « théorème-enseignant » dans le registre combinatoire.

B – <u>Les élèves</u>

Quelles sont les conceptions des élèves sur la mise en oeuvre des techniques qui leur sont enseignées ?

Les élèves libanais et français ont les mêmes difficultés épistémologiques et les mêmes erreurs non seulement dans un travail de factorisation, mais aussi dans tout travail algébrique, ce qui valide notre hypothèse de départ. Nous référons ceci à l'apprentissage, dans le domaine algébrique des techniques sans horizon technologique qui sont donc, des techniques « muettes ». Leur comportement relève des mêmes « règles-élève » : $a^2 - b^2 = (a \pm b)^2$, etc. Ils sont persuadés que ces écritures sont égales puisqu'ils y voient la transformation (ζ), la présence des délimitants, les parenthèses rondes qui confirment la « forme-produit ». En plus, ces deux écritures : sont du niveau 1, ont le même exposant 2, ont un *amont* et un *aval* séparés par un signe (en général le même). Ils sont loin du contrôle de la validité de leur transformation. Comme nous avons vu à la page 249 « $2^2 - 3^2 = (2 - 3)^2$ ».
Ils se posent différentes questions dont les réponses, désormais, sont cadrées dans le registre combinatoire. « *Comment on sait si ce n'est une identité remarquable* ? »
Nous avons exploré la difficulté de certains élèves à aborder la question de l'usage d'un objet technique nécessaire pour l'apprentissage des IRC, les lettres « a, b, x, y » qui ont un double usage : ils sont le moyen de description d'une formule (x(y + z) ou k(a + b)) ou le multiplicateur d'un nombre réel (3x ; 2ab) « *dans a moins b facteur de a plus b, on a le même a* ? ». Les élèves se posent la question sur leur écriture $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$. Leur contrôle pour 2(x)(2) = 4x est correct, alors « *pourquoi M. c'est faux* ? »
Nous retrouvons le problème de la conservation de la complexité ostensive avec les carrés des nombres : $x^2 - 4 = x^2 - 4^2$. Les élèves sont dans les normes du « théorème-enseignant » (voir A, III). En plus de ça, les enseignants parlent tout le temps de « *la mémoire visuelle* », de « *ce qu'on voit* ». Nous avons retrouvé alors l'évidence du raisonnement des élèves dans le registre combinatoire, la « forme » est la même. Notre travail montre donc que l'idée de la « conservation de la complexité ostensive » proposée, il y a près de trente ans par Tonnelle devait être reprise et développée : les « règles-élève » et les « règles-enseignant » que nous avons identifiées démontrent que l'enseignement du travail algébrique est de fait réalisé, en France comme au Liban, dans le cadre combinatoire.

Un bilan

Pour comprendre les difficultés de l'enseignement de la factorisation nous avons pris en compte les trois composantes du système didactique, Enseignant, Enseigné et Savoir. Chevallard a annoncé la disparition progressive de toute problématique algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège, en France. Nous n'en sommes pas loin, avec un enseignement qui n'arrive pas à trouver sa motivation ailleurs que dans la transmission des routines élémentaires qui en sont l'emblème, et celui-ci est fragile.

La situation du travail algébrique au Liban, pour être moins difficile, est cependant préoccupante puisque les élèves ont de grandes difficultés pour apprendre ce travail et que l'ensemble des notions qui le soutiennent est incomplet : la notion de polynôme est présente, la recherche de PGCD permet d'outiller la détermination du facteur commun et la division par le PGCD est le moyen pour obtenir les termes de la somme obtenue (le second assemblage de la « forme-produit ». Mais ces notions ne sont que les restes d'un curriculum dans lequel certaines opérations sur les polynômes étaient enseignées, à l'image des opérations sur les écritures numériques chiffrées. En retour, les polynômes permettaient alors de faire une théorie des systèmes de numération. C'était, en France, ce qu'organisait le plan d'études de l'enseignement primaire supérieur, lorsqu'il fallait que les futurs Professeurs des Ecoles disposent d'une connaissance secondaire des savoirs enseignés dans le primaire. Cela n'a plus de légitimité dès lors que les Professeurs des Ecoles sont formés à un niveau universitaire et la loi générale de formation curriculaire s'applique alors brutalement : « Est enseigné, au niveau n-1, ce qui permet d'enseigner au niveau n et qui apparaît comme un pré-requis ».

Les programmes actuels, malgré la bonne volonté qu'ils affichent, organisent de fait la mise en place de routines algébriques, beaucoup plus en France qu'au Liban. Les contre-réformes d'après « les mathématiques modernes », en France, n'ont jamais tenté de trouver une dimension technologique aux savoirs mathématiques. Aujourd'hui, nous n'opérons plus sur des polynômes mais sur des « Expressions littérales » qui portaient il y a peu le nom « Expressions algébriques ». Ce nom désignait un champ mathématique : devenues expressions littérales, les expressions algébriques appartiennent désormais au domaine des « travaux numériques ». Or, la disparition des multiples, des diviseurs et de la décomposition en facteurs premiers dans les savoirs et techniques numériques créent des difficultés aux élèves du collège et même du lycée, dans le travail algébrique et en particulier dans le travail de factorisation qui se développe officiellement comme généralisation d'un travail numérique bien connu. En revanche, au Liban les polynômes sont explicités comme des objets algébriques importants, mais restent préconstruits. Il nous a paru très important de signaler enfin la présence de ce que nous avons appelé l'exigence de « factorisation au maximum ». Nous n'avons pas trouvé, ni dans les deux programmes ni dans les manuels, une trace de cette notion alors que les enseignants exigent que les élèves poussent la factorisation « *le plus possible* » ou « *jusqu'au bout* ». Nous y voyons un effet de *la réduction du travail algébrique au travail numérique*, qui rend inacceptable la factorisation « par un monôme » que les enseignants considèrent logiquement comme « factorisation partielle » parce qu'il reste un diviseur numérique entier à factoriser. Si nous factorisons les lettres, il faut aussi factoriser les nombres, puisque les lettres sont des nombres généraux, semblent-ils dire.

Les programmes d'enseignement des deux pays sont de plus en plus détaillés dans leur rédaction, et leurs contenus sont définis comme une liste des objets de savoir à enseigner. Ils déterminent la progression du contenu d'enseignement par année, que les enseignants « observés » respectent. En revanche, la progression du savoir par séance d'enseignement est sous la responsabilité de l'enseignant, mais elle s'avère proche de ce que les manuels proposent. L'idée des manuels est que la factorisation est l'inverse du développement. Les manuels français et franco-libanais proposent en outre aux élèves des algorithmes de factorisation utilisant les deux méthodes de factorisation. Les enseignants ont visé à faire comprendre aux élèves que dans la factorisation il n'y a rien à comprendre, il faut et il suffit de retenir les formules et de les appliquer convenablement, ils l'ont présentée en un ensemble de techniques à « *apprendre, retenir et appliquer* ». Ce sont donc des algorithmes dont on cherche la routinisation, mais leur contrôle a priori suppose une dimension théorique et leur contrôle a posteriori suppose le contrôle de leur efficacité, seulement le type de connaissance nécessaire à la mise en place de ces deux formes de contrôle n'est pas identifié par les programmes. Suivant les indications relatives à l'usage du travail algébrique comme outil de modélisation, deux des enseignants ont essayé, à partir d'un jeu de puzzle sur des figures géométriques (des rectangles et des carrés) de donner une explication de l'identité entre la « forme-développée » et la « forme-produit » des identités remarquables, mais cette explication ne rend pas compte de la manière dont ces identités seront utilisées. Les quatre enseignants ont donc visé à faire acquérir aux élèves des procédures relatives à chaque méthode de factorisation en leur montrant sur des exemples comment faire. Ils ont décrit ces procédures, chacun à sa façon, mais le fonctionnement du savoir de la factorisation s'est toujours situé à un niveau formel, par un passage d'une modélisation du développement en termes de symbolisation (écriture des formules dans le sens du développement) à une modélisation en produit de facteurs représentée par une flèche indiquant le sens opposé au développement. Ce passage n'est autre que la transformation *combinatoire* (ζ) d'écritures formelles

$$(\zeta) : \quad \underset{\textbf{Forme-énoncé}}{\textit{Somme}} \quad \rightarrow \quad \underset{\textbf{Forme-produit}}{\textit{Produit.}}$$

Cette « forme-produit » doit être, obligatoirement, factorisée au maximum suivant les « habitus » des quatre enseignants et trois d'entre eux pénalisent les élèves qui ne poussent pas la factorisation au maximum. Le quatrième, qui est français mais enseigne dans une classe internationale, accepte toute réponse « forme-produit », mais il demande d'aller au bout « *par élégance* ».

Nos analyses relatives aux trois systèmes de fonctions réalisés par toute activité didactique : la *chronogenèse,* la *mésogenèse* et la *topogenèse* ont surtout insisté sur la topogenèse, qui conduit à mettre en évidence d'un côté la position publique de l'enseignant et les responsabilités qu'il partage parfois avec l'élève au tableau, de l'autre côté la position de l'élève dont les productions sont objets d'évaluation. Les enseignants observés gardent tous la responsabilité de l'avancement du savoir en décidant seuls quand et comment passer d'une méthode à une autre et d'un exercice à un autre. Cette forme n'est pas affectée par la variable « enseignant ». Cependant, les interactions entre l'enseignant et les élèves ne sont pas identiques dans les quatre classes. Dans trois classes (deux libanaises et une française) nous avons observé l'accompagnement et l'analyse du travail de l'élève à qui est laissée la responsabilité du tableau, le dernier

professeur se réserve l'usage du tableau noir. Nous avons relevé les « règles-élève », les erreurs du calcul algébrique et numérique, leurs discours en questions ou en réponses à des questions, selon les mêmes techniques que pour le travail des enseignants et en parallèle avec cette analyse.
Nous avons ainsi obtenu des observables élémentaires relatifs aux acteurs des relations didactiques, des observables qui pourraient sans doute être considérés comme des *facettes* selon la proposition de Tiberghien et al. (à paraître). Ce travail pourrait être conduit du point de vue des enseignants comme de celui des élèves. Les facettes se regroupent en trois types, dont nous donnons un exemple relatif aux enseignants :

4. Les facettes « conceptuelles » sont des composantes de concepts ou de relations entre concepts ; par exemple « *La factorisation : on a la forme développée, je veux l'écrire sous forme de produit, ça veut dire,* <u>*une parenthèse fois une parenthèse*</u> », ou « *Quand on essaye de factoriser, on essaye de faire apparaître* <u>*une écriture avec des parenthèses et entre les parenthèses un signe « multiplier*</u> »**.**

5. Les facettes « représentations symboliques » : « <u>*Je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses*</u> », ou « <u>*Quand on factorise, on met une couche supplémentaire*</u>*, comme si on a déjà des parenthèses et puis on va voir apparaître,* <u>*soit des parenthèses plus grandes, soit des crochets*</u> ».

6. Les facettes « langagières » : « <u>*Le facteur*</u> *qui est dans les deux termes,* <u>*qui se répète, je le chasse dehors*</u> », ou « *La technique, de toute façon,* <u>*il faut tenter à chaque fois, on met quelque chose en facteur, on regarde si à l'intérieur du deuxième facteur on a la possibilité de factoriser davantage*</u> ».

Ces organisations donnent une manière nouvelle pour comparer le travail des enseignants et des élèves, elles nous donnent sans doute une ouverture pour une systématisation de notre travail avec les mêmes données.
Mais nos observables pourraient aussi être regroupés autour d'une même notion enseignée pour former des *assortiments*, selon la proposition de Genestoux (2000). Nous pourrions tenter de dire en ces termes ce que notre comparaison a révélé, et chercher si, par exemple, il est vrai que les assortiments d'un enseignant et d'un élève français sont semblables aux assortiments d'un enseignant et d'un élève libanais, relativement à la factorisation. Le travail reste, ici aussi, à faire. Le regroupement en assortiments permettrait peut-être de suivre, d'une année sur l'autre, le devenir des savoirs ainsi formés par des élèves et la formation du curriculum algébrique. C'est là sans doute que notre travail ouvre des perspectives que nous espérons pouvoir suivre, dans les années qui viennent, comme chercheur.

Bibliographie

Abou Raad N. (2003) *Difficultés rencontrées par les élèves de la classe de E.B.8 à la fin de l'apprentissage de la factorisation*. DEA, Université Libanaise, Faculté de Pédagogie.

Abou Raad N. (2004) *Les Identités Remarquables fonctionnent-elles comme un théorème ou comme une règle d'action dans le sens de la factorisation pour les élèves de la classe de troisième en France*. DEA, Université Lumière Lyon II, Didactiques et Interactions.

Arzarello F (2001), A model for analysing algebric processus of thinking *In* R. Sutherland et al. (Eds) *Pespectives on School Algebra*, pp 61 - 81. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

Bardini C. (2001), Le rapport des élèves à la factorisation en fin de troisième. *Cahier Didirem 35*, IREM Paris 7.

Bardini C. (2003), *Le rapport au symbolisme algébrique : Une approche didactique et épistémologique*. Thèse, Université Paris 7 – Denis Diderot.

Bernadz N., Janvier B. (2001), Emergence and développement of Algebra as a problem solving tool : continuities and discontinuities with arithmetic. *In* N.Bernadz, C Kieran and L. Lee (Eds). *Approaches to Algebra: Perspectives for research and teaching*, pp 115 - 136. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

Bosch M., **Chevallard Y**. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *RDM*, vol 19, n° 1, pp 77 - 124

Broin D. (2002)**.** *Arithmétiques et Algèbre élémentaires scolaires.* Thèse, Université Bordeaux I.

Brousseau G. (1973), Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? Intervention au Congrès International des Sciences de l'éducation.

Brousseau G. (1984), Journée de « modélisation mathématique dans l'enseignement »
Le rôle du maître et l'institutionnalisation, Cours, *III^e^ Ecole d'Eté de didactique des mathématiques,* recueil des textes et comptes rendus, 41-50, Grenoble, Imag et CNRS.

Brousseau G. (1998), *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Carraher D, Schliemann A, & Brizuela B (2001). Can Young Students Represent and Manipulate Unknowns. *Proceedings of the XXV Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Utrecht, The Netherlands (invited research forum paper), Vol. 1, 130-140.

Chevallard Y. (1984), Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit X,* n° 5, pp 51 - 94

Chevallard Y. (1989), Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit X*, n° 19, pp 43 - 72

Chevallard Y. (1991), *La transposition didactique.* Grenoble. La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *RDM*, v.12, pp 73 - 112

Chevallard Y. (1995), *La fonction professorale : Esquisse d'un modèle didactique*. VIII^ème^ école d'été, Auvergne

Chevallard Y. (1997), Familières et problématique, La figure du professeur. *RDM*, v.17, n° 3, pp 17 - 54

Gascon J. (1993-1994), Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'arithmétique généralisée. *Petit X*, n° 37, pp 43 - 63

Gelis J.F. (1995), *Eléments d'une théorie en algèbre. Application au cas de la factorisation d'expressions polynomiales*. Laboratoire de Recherches en Informatique CNRS URA 410, Université de Paris 11

Genestoux F. (2000), *Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques*. Thèse, Université Bordeaux I

Gray E.M. & **Tall D**. (1994), Duality, ambiguity, and flexibility: A « proceptual » view of simple arithmetic. *Journal of research in Mathematics Education* 25(2), pp 116-140

Julien M. (1989-1990), Le calcul algébrique au collège, Etude d'un exemple. *Petit X*, n° 24, pp 73 - 77

Kieran C. (1981), Concept associated with the equality symbol *Educational studies in Mathematics*. 12, pp 317 - 326

Kieran C. (1990), *Mathematics and cognition*, Cambridge university press

Kieran C. (1992), The learning of school algebra in D.A Grouws (ed), *The Handbookoh research on Mathematics Teaching and Learning,* Macmillan, New York, pp 390-419

Kieran C. (1994), A functional approach to the introduction of algebra. *Proceedings of PME* 18, vol I, pp 157-175, Université de Lisbonne

Mercier A. (1986), un point de vue introductif à la didactique des mathématiques : du côté du savoir. Cours, *IV^e^ école d'été de Didactique des mathématiques, Recueil des textes et comptes rendus*, Paris, IREM Paris 7 et Université Paris 7, pp 8-44

Mercier A. (1992), le temps didactique, le temps de l'Enseigné, les élèves. Séminaire 142, *Actes du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique.* Grenoble, IMAG & CNRS, pp. 291 - 320

Mercier A. (1994a), les savoirs professionnels du métier d'enseignant de mathématiques, praxéologie/savoirs opératoires et savoirs fondamentaux. *In* Recherche scientifique et praxéologie dans le champ des pratiques éducatives, *Actes du congrès* AFIRSE. Aix en Provence, Université de Provence.

Mercier A. (1994b), L'approche biographique, un révélateur de la dimension adidactique dans la relation didactique classique, *In* M.Artigue, R Gras, C.Laborde, P. Tavignot (eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble, La Pensée Sauvage, pp 258 – 267

Mercier A. (1994c), L'observation biographique de l'enseignement des mathématiques. *Biennale de l'éducation et de la Formulation*. Paris-La Sorbonne, APRIEF, 5p

Mercier A. (1995a), L'algébrique, une dimension fondatrice des pratiques mathématiques scolaires. Cours *In* Perrin & alii, *Actes de la VIII^e^ Ecole d'Eté de didactique des mathématiques.* Paris, IREM. Pp 345 – 361

Mercier A. (1995b), Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques, *In* G. Arsac., D. Grenier D. & A. Tiberghien *Différentes formes du savoir.* Grenoble, La Pensée Sauvage, pp. 145 - 169.

Mercier A. (1997), La relation didactique et ses effets. *In* Blanchard-Laville, *Variations autour d'une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres.* Paris, L'harmattan.

Mercier A. (1998), Le temps didactique, Marseille, Site de l'IUFM d'Aix-Marseille

Mercier A. (1999a), Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches *Sur l'espace-temps didactique élèves.* Aix en Provence, Université de Provence.

Mercier A. (1999b), *Ce que peut nous apprendre l'observation biographique des élèves,* Conférence invitée, Loctudy, Journées nationales de la *COPIRELEM*, IREM de Paris et Université Paris VII

Mercier, A. (2002) La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en Mathématiques, Note de synthèse. *Revue Française de pédagogie*, INRP, Paris, N°141.

Nicaud J.F. (1994) Modélisation en EIAO, les modèles d'APLUSIX. *RDM*, v.14, n° 12, pp 67 - 112.

Pascal, D (1980) *Le problème du zéro, l'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur.* DEA de didactiques des mathématiques. Universités d'Aix-Marseille II et de Bordeaux I.

Radford L. (2002), The seen, the spoken and the written: a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the learning of mathematics, an international journal of mathematics education, vol.* 22, n° 2, pp 14 - 23.

Rajoson L. (1988), *L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique : trois études de cas*. Thèse de troisième cycle, Université d'Aix-Marseille II

Robert A. (2001), Les Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *RDM*, v.21, n° 12, pp 57 - 80
Robert A. ; Vandebrouck F. (2003), Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *RDM*, v.23, n° 3, pp 278 - 424

Saenz-ludlow A. and walgamuth C. (1998). Third grader's interpretations of equality and the equal symbol. *Educational Studies in Mathematics* 35, pp 153 - 187

Schliemann A.D, Carraher D.W, Brizuela B.M, Earnest D, Goodrow A, Lara-Roth. S. & Peled, I. (2003). Algebra in elementary school *In* N. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.) *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA*. CRDG, College of Education, University of Hawai'i: Honolulu, HI, Vol. 4, pp. 127-134.

Sensevy G., Mercier A., Schubauer-Leoni M. L. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20. *RDM*, v.20, n° 3, pp 264 - 301

Sensevy G., Mercier A., Schubauer-Leoni M. L., Ligozat, F. & Perrot, G (2005). An attempt to model the teacher's action in mathematics. *In Educational Studies in Mathematics* 59, 1, pp 153-181

Serfati M. (2005), La révolution symbolique : La constitution de l'écriture symbolique mathématique, *Editions PETRA*

Sfard A. (1991), On the dual nature on mathematical conceptions, reflexions on process and objects as different sides of the same coin, *Educationnal Studies in Mathematics* 22, pp 1 - 36

Sfard A., **Lincheveski L**. (1994), The gains and the pitfalls of reification - The case of algebra. *Educationnal Studies in Mathematics* 26, pp 191-228

Tall, D., Thomas M., Davis G., Gray E. & Simpson A. (1999).What is the object of the encapsulation of a process? *Journal of mathematical behaviour* 18(2), pp 223 - 241.

Tiberghien A. & al. (à paraître), *Analyse des savoirs en jeu en classe de physique à différentes échelles de temps*

Tonnelle J. (1980), *Le Monde clos de la factorisation au premier cycle*. Mémoire de DEA. IREM d'Aix-Marseille.

Woillez D. (1993), *La force de la règle*. DEA, Université de Bordeaux I

<u>Autres références</u> :

1. **Dictionnaire et Logiciel**
- Le Nouveau Petit Robert : Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française (2003)
- Trésor de la langue française informatisée, Logiciel, Editions CNRS
- Stella Baruk (1992), Dictionnaire des mathématiques

2. **Manuels scolaires**
- Construire les Mathématiques
  Centre national de Recherche et de Développement Pédagogiques, Classe de EB7
- Construire les Mathématiques
  Centre national de Recherche et de Développement Pédagogiques, Classe de EB8
- Collection Cinq sur Cinq, Math 3^{e}
  Hachette Education
- Théma Cinq sur cinq
  Mathématiques EB8, adaptation au programme libanais, Librairie Antoine, Hachette Edicef

3. **DEP (**1996-1997), Evaluation à l'entrée en seconde générale et technologique.
   Publication du ministère de l'éducation nationale

4. **Programmes**
- Panorama des mathématiques dans l'éducation française de la maternelle à l'université (2004)
- Programme français : B.O. N^{o} 10, 15 Oct, 1998
- Programme libanais : Décret loi n^{o} 10227, date, 8 Mai 1997

5. **Site web**
- Review of ***Orleans-Hanna*** Algebra Prognosis Test by DIETMAR KUCHEMANN, Lecturer in Mathematics Education, University of London Institute of Education, Bedford Way, London, United Kingdom, 1980
- http://www.swan.ac.uk/education/pgcemaths/pk/difficulties/algebra/s_ane1.html
- http://pages.infinit.net/ppat2000/lexique/E/expression_algebrique.htm
- http://villemin.grard.free.fr/Wwwgvmm/Identité/Identité ?Ident.htm#aplupsb
- wanadoo.fr/stefbase/maths/Algebre/bases%20de%20calcul.htm
- http://perso.wanadoo.fr/stefbase/maths/Algebre/Factorisation.htm
- http://fitoussi.serge.free.fr/Quatrieme/expressions.htm
- http://www.bibmath.net
- Site Nedstat Basic

Annexe

SOMMAIRE

Annexe I	Curriculums français et Curriculums libanais………………..	**p.391**
Annexe II	Tableau synoptique du collège français et du collège libanais	**p.397**
Annexe III	Contenus des programmes français et des programmes libanais……………………………………………………..	**p.400**
Annexe IV	Manuel libanais (**ML**), classe EB8………………………….	**p.404**
Annexe V	Manuel franco-libanais (**MFL**), classe EB8…………………	**p.410**
Annexe VI	Manuel français (**MF**), classe de troisième…………………..	**p.415**
Annexe VII	Préparation de l'enseignante **EnFL**…………………………..	**p.422**
Annexe VIII	Préparation de l'enseignante **EnF1**……………………………	**p.423**
Annexe IX	Préparation de l'enseignant **EnF2**…………………………….	**p.426**
Annexe X	Transcriptions des séances d'enseignement des deux pays…...	**p.428**
	A- Transcriptions des séances de l'enseignant **EnL**………	**p.428**
	B- Transcriptions des séances de l'enseignante **EnFL**……	**p.523**
	C- Transcriptions des séances de l'enseignante **EnF1**…….	**p.601**
	D- Transcriptions des séances de l'enseignant **EnF2**……..	**p.653**

Annexe I **Curriculums français et Curriculums libanais**

MATHÉMATIQUES

France .
Seddic

I Présentation

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits pour le programme de 6e demeurent pour le cycle central du collège.

La démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt à celle de citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

L'élargissement des domaines étudiés et l'enrichissement des outils acquis au fur et à mesure, alliés à une plus grande maturité des élèves, permettent de les initier davantage à l'activité mathématique. À ce propos, les études expérimentales (calculs numériques, avec ou sans calculatrices, mesures, représentations à l'aide d'instruments de dessin, etc.) permettent d'émettre des conjectures et donnent du sens aux définitions et aux théorèmes. Elles ont donc toute leur place dans la formation scientifique des élèves. On veillera toutefois à ce que les élèves ne les confondent avec des démonstrations : par exemple, pour tout résultat mathématique énoncé, on précisera explicitement qu'il est admis lorsqu'il n'a pas été démontré.

On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes. Elle seule permet, par exemple, l'appropriation du raisonnement ; il s'agit, en poursuivant l'initiation très progressive au raisonnement déductif commencée en 6e, de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples. Les activités de formation, distinctes des travaux d'évaluation portant sur les compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible. Elles seront aussi l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie.

Le programme du cycle central du collège a pour objectif de permettre :

- en géométrie, la connaissance de propriétés et de relations métriques relatives à des configurations de base (triangles, parallélogrammes), l'approche de transforma-

Classe de 3e

PROGRAMMES

MATHÉMATIQUES

I - PRÉSENTATION

Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques décrits pour les classes antérieures demeurent tout naturellement valables pour la classe de troisième : apprendre à relier des observations à des représentations, à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

A la fin de cette classe terminale du collège, les élèves ont

- acquis des savoirs en calcul numérique (nombres décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, outil proportionnel) et en calcul littéral ;
- acquis des éléments de base en statistiques, en vue d'une première maîtrise des informations chiffrées ;
- appris à reconnaître, dans leur environnement, des configurations du plan et de l'espace et des transformations géométriques usuelles.

Ils disposent aussi de connaissances et d'outils sur lesquels se construira l'enseignement au lycée.

Comme dans les classes antérieures, la démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves, et concourt à celle du citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

On poursuivra les études expérimentales (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l'aide ou non d'instruments de dessin et de logiciels) en vue d'émettre des conjectures et de donner du sens aux définitions et aux théorèmes. On veillera, comme par le passé, à ce que les élèves ne confondent pas conjecture et théorème : ils seront le plus souvent possible, en classe et en dehors de la classe, mis en situation d'élaborer et de rédiger des démonstrations.

On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes.

L'ensemble des activités proposées dans cette classe permet de faire fonctionner les acquis antérieurs et de les enrichir. Les activités de formation, qui ne peuvent se réduire à la mise en oeuvre des compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible.

Le programme de la classe de troisième a pour objectif de permettre

- en géométrie :

. de compléter d'une part, la connaissance de propriétés et de relations métriques dans le plan et dans l'espace, d'autre part, l'approche des transformations par celle de la rotation,

. de préparer l'outil calcul vectoriel, qui sera exploité au lycée ;

- dans le domaine numérique :

. d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,

. d'amorcer les calculs sur les radicaux,

. de faire une première synthèse sur les nombres avec un éclairage historique et une mise en valeur de processus algorithmiques,

. de compléter les bases du calcul littéral et d'approcher le concept de fonction ;

- dans la partie " organisation et gestion de données " :

. de poursuivre l'étude des paramètres de position d'une série statistique,

. d'aborder l'étude de paramètres de dispersion en vue d'initier les élèves à la lecture critique d'informations chiffrées.

La rédaction de ce programme tend à :

- souligner la continuité et la cohérence des apprentissages, débutés en sixième,
- dégager clairement les points forts.

Il est tenu compte, dans la rédaction de ce programme, des rééquilibrages intervenus au cycle central et des informations recueillies lors de diverses évaluations des acquis mathématiques des élèves de troisième.

Le vocabulaire et les notations nouvelles (sin, tan, $\mapsto$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$) seront introduits, comme dans les classes antérieures, au fur et à mesure de leur utilité : la notation f(x) sera introduite avec prudence, en distinguant bien le rôle joué ici par les parenthèses, de celui qu'elles ont ordinairement dans le calcul littéral. Les symboles $\neq$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, ont été introduits au cycle central : leur signification sera confirmée.

Le travail personnel des élèves, en classe et en dehors de la classe, est essentiel à leur formation, comme dans les classes antérieures. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier l'acquisition des compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et revêtir des formes diverses, permettant éventuellement la prise en compte de la diversité des projets des élèves. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la mémorisation des savoirs et savoir-faire, au développement des capacités de raisonnement et à la maîtrise de la langue ; la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de celui-ci et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

I. INTRODUCTION

Les Mathématiques sont une activité de l'esprit qui prend les dimensions d'une grande aventure humaine. Elles constituent un champ fertile pour le développement de la pensée critique, pour l'enracinement d'une éthique du comportement intellectuel fait de rigueur, de précision, d'objectivité et d'honnêteté scientifique. Elles offrent aux élèves des connaissances utiles à la vie sociale, des moyens efficaces pour comprendre et explorer le monde réel et des outils nécessaires à l'appréhension de la physique, de la chimie, de la biologie, de l'astronomie, des sciences humaines, de l'économie, de l'informatique, etc.

L'avancée fulgurante des sciences et des technologies a profondément marqué la société moderne. On parle aujourd'hui de l'ère de l'«information» comme on parlait, il y a un quart de siècle, de l'ère industrielle. Or, tout le monde est d'accord sur le fait que ce développement n'a pu s'accomplir que grâce à l'outil mathématique dont l'emploi a permis de substituer à la description qualitative du réel, sa quantification et sa modélisation opérationnelle. Aujourd'hui, plus que jamais, les Mathématiques s'avèrent être d'une nécessité inéluctable à la vie des sociétés et à leur développement. Cette science ne peut plus rester l'apanage d'une élite spécialisée, mais beaucoup de ses résultats et moyens doivent être acquis par un nombre de citoyens de plus en plus considérable.

Cette extension des Mathématiques à tout le réel, et la demande accrue pour son apprentissage, en ont, sans doute, modifié l'esprit et l'usage. La réforme de leur enseignement est à opérer dans trois axes: une nouvelle formulation des objectifs, une refonte des contenus et un choix adéquat des méthodes.

1. Formulation des objectifs: Les objectifs fondamentaux concernant les activités mentales ainsi que la formation au raisonnement mathématique continuent à figurer au programme, l'accent étant principalement mis sur la construction individuelle des Mathématiques. Il ne s'agit plus d'apprendre des Mathématiques toutes faites mais de les faire par soi-même. A partir de situations réelles dans lesquelles les élèves soulèvent des questions, posent des problèmes, formulent des hypothèses et les vérifient, l'esprit même de cette science s'implante et s'enracine.

   Notre intention est aussi de former les élèves à la communication: lire un texte mathématique, le comprendre, l'interpréter, utiliser des symboles, des graphiques, des tableaux, etc., rédiger une démonstration, expliquer une situation, etc. restent des objectifs essentiels de l'enseignement.

2. Refonte des contenus: Les sujets traités ne sont pas jugés d'après leur intérêt théorique mais pratique. Ils doivent être accessibles à tous les élèves et répondre à leur besoin de formation et à leur développement culturel. Tout abus théorique a été aboli; toute virtuosité dans l'accomplissement des tâches a été bannie. D'où un allègement significatif du contenu en vue de former avant tout des «têtes bien faites». L'introduction de la machine à calculer et la possibilité d'utiliser l'ordinateur sont deux innovations technologiques qui auront des retombées bénéfiques sur la formation. D'autres sujets concernant le traitement de l'information, comme les Statistiques, permettent une meilleure adaptation des nouvelles générations aux problèmes socio-économiques.

3. Méthode d'enseignement: L'enseignement des Mathématiques doit s'organiser de façon à les démythifier et à les rendre accessibles à un large public. La méthode préconisée consiste à partir de situations réelles, vécues ou familières pour montrer qu'il n'y a pas de divorce entre les Mathématiques et la vie quotidienne. Cette pratique des Mathématiques conduira l'élève à l'intelligence des modèles conceptuels dont il comprendra l'efficacité grâce au transfert des apprentissages réussis.

Tel est le contexte dans lequel ce nouveau programme a été élaboré. Notre but essentiel est de former un citoyen à part entière capable de réflexion critique et d'autonomie intellectuelle.

II. OBJECTIFS GENERAUX

Le présent curriculum se propose de réaliser, à travers l'acquisition d'un savoir mathématique adéquat, les objectifs généraux suivants:

1. La formation à la construction d'arguments et à leur évaluation, le développement de la pensée critique, la formation au RAISONNEMENT MATHEMATIQUE sont des intentions majeures de ce curriculum. Aussi l'occasion doit-elle être toujours offerte aux élèves pour:
   Observer, analyser, abstraire, douter, prévoir, conjecturer, généraliser, synthétiser, interpréter, démontrer.

2. La RESOLUTION DE PROBLEMES est peut-être l'activité la plus significative dans l'enseignement des mathématiques. D'une part, tout savoir mathématique nouveau doit être construit à partir de situations-problèmes. D'autre part, l'élève doit apprendre à utiliser différentes stratégies pour surmonter les difficultés et arriver à résoudre un problème. Pour cela il doit être capable de:
   Sérier, classifier, quantifier, retrouver des modèles mathématiques, manier des techniques de simulation, construire et utiliser des algorithmes, prendre des décisions, vérifier, appliquer, mesurer, employer des techniques heuristiques, traiter des informations.

3. La société moderne a de plus en plus besoin de main-d'œuvre hautement qualifiée et de chercheurs dans tous les domaines. Le curriculum de Mathématiques répond à ces exigences en offrant à l'élève l'occasion de:
   Pratiquer une démarche scientifique, développer l'esprit scientifique, s'initier à la recherche, établir des relations entre les mathématiques et la réalité environnante dans toutes ses dimensions, valoriser le rôle des Mathématiques dans le développement technologique, économique et culturel.

4. Notre intention est de former l'élève à la COMMUNICATION MATHEMATIQUE. Pour cela il doit être entraîné à:
   Coder et décoder des messages, formuler, exprimer oralement, par écrit et / ou à l'aide d'outils mathématiques des informations diverses.

5. Bien qu'elles soient une science utilitaire, les Mathématiques sont aussi un art. Le curriculum offre à l'élève l'occasion de les VALORISER en l'aidant à:
   Acquérir la confiance dans la méthode mathématique, valoriser la rigueur et la précision, apprécier l'ordre et l'harmonie interne des théories mathématiques, développer son intuition, son imagination et sa créativité, prendre plaisir dans les activités intellectuelles, persévérer au travail.

1. OBJECTIFS
AU CYCLE MOYEN

Le curriculum propose que, dans les domaines suivants, les élèves soient capables de:

A. RAISONNEMENT MATHEMATIQUE

1. Relier des observations du réel à des représentations et relier celles-ci à des concepts.
2. Induire le terme général d'une suite de résultats dûment construite.
3. Distinguer entre un énoncé général et un énoncé particulier.
4. Effectuer des démonstrations simples.
5. Reconnaître une fausse démonstration.

B. RESOLUTION DE PROBLEMES

1. Analyser une situation pour en déduire les éléments pertinents.
2. Construire un modèle mathématique associé à une situation.
3. Choisir une stratégie pour trouver la solution.
4. Rechercher les informations nécessaires pour élucider une donnée incomplète.
5. Décomposer une difficulté en des tâches plus simples et réciproquement combiner des faits nécessaires pour conclure.
6. Utiliser les machines à calculer avec mémoire.

C. COMMUNICATION

1. Lire, comprendre et utiliser les notations et le langage mathématique.
2. Présenter son travail avec clarté et rigueur oralement et par écrit, apporter un soin particulier à la rédaction d'une démonstration.

D. SPATIAL

1. Construire des figures géométriques à partir de données.
2. Représenter des corps solides.
3. Démontrer et appliquer les propriétés des figures planes.
4. Effectuer des transformations affines sur les figures.

E. NUMERIQUE

1. Trouver et utiliser des relations entre les nombres.
2. Etendre les techniques opératoires à des expressions littérales.
3. Trouver des valeurs approchées d'un résultat.

F. MESURE

1. Effectuer des mesures d'aires, de volumes.
2. Faire des conversions dans le système métrique.
3. Reconnaître d'autres unités de mesure.
4. Effectuer des opérations dans le système séxagésimal.

G. STATISTIQUES

1. Faire et lire des représentations de données statistiques.
2. Calculer la moyenne d'un distribution statistique.

Annexe II Tableau synoptique du collège français et du cycle moyen libanais

114 | B.O. N°10 15 OCT. 1998 HORS-SÉRIE | MATHÉMATIQUES

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième	Classe de Cinquième	Classe de Quatrième	Classe de Troisième
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallélépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation, composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations +, -, ×. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, ×, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{}$ et cos d'une calculatrice ; inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

3. CYCLE MOYEN

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE

Progression du contenu

	Septième année	Huitième année	Neuvième année
1. NOMBRES	1. ENTIERS NATURELS (10 h) Nombres premiers. Décomposition d'un entier en facteurs premiers. 2. FRACTIONS (10 h) Réduction de fractions. 3. DECIMAUX (5 h) Ecriture décimale d'une fraction.	1. ENTIERS NATURELS (5 h) P.G.C.D et P.P.C.M de plusieurs entiers. 2. FRACTIONS (5 h) Fractions littérales. Fractions composées. 3. DECIMAUX (5 h) Compatibilité de l'ordre avec les opérations. 4. RACINES CARREES (10 h) Racines carrées d'un nombre positif.	1. NOMBRES REELS (5 h) Nombres rationnels et irrationnels.
2. OPERATIONS	1. Soustraction et multiplication de nombres relatifs. 2. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre positif. 3. Facteur commun. Factorisation. (30 h)	1. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre relatif. 2. Puissances d'exposant entier négatif de 10. (5 h)	1. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction. 2. Calcul sur les réels. (10 h)
3. PROPORTIONNA-LITE	Grandeurs directement proportionnelles. (10 h)	Grandeurs inversement proportionnelles. (5 h)	Fonctions linéaires et proportionnalité. (5 h)
4. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES	Calcul sur des expressions algébriques. (15 h)	1. Identités remarquables. 2. Expressions littérales sous forme fractionnaire. (20 h)	1. Expressions algébriques comprenant de radicaux. 2. Polynôme à une variable. (10 h)
5. EQUATIONS ET INEQUATIONS	Equations se ramenant à $ax = b$. (10 h)	1. Equations du type: $(ax + b)(cx + d) = 0$. 2. Equations et inéquations du premier degré à une inconnue. (15 h)	1. Equations du type $\frac{ax + b}{cx + d} = 0$. 2. Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. 3. Systèmes d'inéquations du premier degré à une inconnue. (40 h)

3. SYLLABUS

COUPE TRANSVERSALE

CYCLE MOYEN

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE

	Septième année	Huitième année	Neuvième année
1. NOMBRES	1. ENTIERS NATURELS: Nombres premiers. Décomposition d'un entier en facteurs premiers. 2. FRACTIONS: Réduction de fractions. 3. DECIMAUX: Ecriture décimale d'une fraction.	1. ENTIERS NATURELS: P.G.D.C et P.P.M.C de plusieurs entiers. 2. FRACTIONS: Fraction littérales. Fractions composées. 3. DECIMAUX: Compatibilité de l'ordre avec les opérations. 4. RACINES CARREES Racines carrées d'un nombre positif.	1. FRACTIONS: Fractions rationnelles et irrationnelles. 2. NOMBRES REELS.
2. OPERATIONS	1. Soustraction et multiplication de nombres relatifs. 2. Calcul sur des expressions algébriques. 3. Facteur commun. Factorisation.		1. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction numérique. 2. Calcul sur les réels.
3. CALCUL	Grandeurs directement proportionnelles.		
4. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES	1. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre positif. 2. Equations se ramenant à $ax = b$.	1. Exposant entier positif d'un nombre relatif. 2. Exposant entier négatif de 10. 3. Identités remarquables. 4. Equations du type: $(ax + b)(cx + d) = 0$. 5. Equations et inéquations du 1^{er} degré à une inconnue.	1. Expressions algébriques comprenant des radicaux. 2. Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. 3. Système d'inéquations du 1^{er} degré à une inconnue. 4. Equations fractionnaires. 5. Equations de la forme $\sqrt{x + a} = b$. 6. Polynôme à une variable. 7. Fonction linéaire et proportionnalité.

Annexe III Contenus des programmes français et des programmes libanais

B. Travaux numériques — classe de 5e

Comme en 6e, la résolution de problèmes constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Ces problèmes, en associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des écritures numériques et littérales figurant au programme et développent les qualités d'organisation et de gestion de données numériques. Il convient donc de ne pas multiplier les activités de technique pure.

L'initiation aux écritures littérales se poursuit, mais le calcul littéral ne figure pas au programme. Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché, sous différentes formes souvent complémentaires : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Enchaînement d'opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs.		
Conventions de priorités entre opérations.	Organiser, pour l'effectuer mentalement, avec papier-crayon ou à la calculatrice, une succession d'opérations au vu d'une écriture donnée, de la forme $a+bc$, $a+\frac{b}{c}$, $\frac{a}{b+c}$, $\frac{a+b}{c}$, $a/(b/c)\cdots$ uniquement sur des exemples où a, b, et c sont numériquement fixés.	L'acquisition des priorités opératoires est le préalable à plusieurs apprentissages : compréhension et mise en pratique de règles. Le fait que les calculatrices n'aient pas toutes les mêmes principes de fonctionnement est une occasion à saisir. En effet, l'activité consistant à répertorier leurs diverses modalités de fonctionnement, et à les mettre en œuvre, est hautement formatrice. On n'oubliera pas de penser, pour éviter d'introduire plusieurs fois un même nombre, à recourir à une mémoire de la machine.
	Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.	Pour la lecture et l'écriture d'expressions, on pourra utiliser le vocabulaire : terme d'une somme, facteur d'un produit.
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	Connaître et utiliser les identités $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$ dans les deux sens.	La distributivité est à connaître sous forme générale d'identité. La comparaison avec une formulation en français – « le produit d'un nombre par la somme de deux nombres est égal à la somme des produits du premier par chacun des deux autres »…– pourra être l'occasion de montrer un intérêt (en économie et précision) de l'écriture symbolique. On entraînera les élèves à la convention usuelle d'écriture bc pour b x c, 3a pour 3 x a. Les applications donnent lieu à deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'identité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture « inverse » $ka + kb = k(a + b)$. Cette réversibilité se retrouve dans l'initiation à la résolution d'équations.

Programmes de 5e et 4e *Mathématiques* 23

B. Travaux numériques classe de 4e

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :

- la maîtrise des règles opératoires de base,
- l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,
- la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Le calcul littéral sera introduit avec prudence en veillant à ce que les élèves puissent donner du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier lors de l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Nombres et calcul numérique		
Opérations (+, −, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée).	Calculer le produit de nombres relatifs simples dans les différents cas de signe qui peuvent se présenter.	Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont la pratique de l'utilisation de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. En s'appuyant sur ces connaissances, les opérations seront étendues au cas des nombres relatifs. Les justifications pourront être limitées à l'observation de l'extension de tables de mul-

2. Calcul littéral		L'apprentissage du calcul littéral doit être cond[uit] très progressivement en recherchant des situation[s] qui permettent aux élèves de donner du sens à l'in[troduction] de ce type de calcul.
	Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x-(4x-2)$, $2x^2-3x+x^2$...	Le travail proposé s'articule sur deux axes : – utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques – utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers. Les situations proposées aux élèves doivent exclure tout type de virtuosité et répondre chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique). On évitera en particulier les expressions à plusieurs variables introduites *a priori*.
Développement.	Sur des exemples numériques ou littéraux, développer une expression du type $(a+b)(c+d)$. Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.	Les activités de développement poursuivent celles de 5e en utilisant l'identité $k(a+b)=ka+kb$. L'introduction progressive des lettres et des nombres relatifs s'intégrant aux expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. A cette occasion le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prendra tout son intérêt. Le développement de certaines expressions du type $(a + b)(c + d)$ peut conduire à des simplifications d'écriture, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif est d'apprendre aux élèves à développer pas à pas ce type d'expression en une somme de termes. La factorisation d'expressions analogues à $x(3x + 4) - 5(3x + 4)$ n'est pas au programme.

B - Travaux numériques

Comme dans les classes antérieures, la résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue un objectif de cette partie du programme ; elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. S'y ajoutent certains problèmes numériques purs, qui jouent un rôle dans l'appropriation de concepts importants, tels que ceux de racine carrée ou de fraction irréductible. Ce sont ces études qu'il convient de privilégier et non pas la technicité.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :
- maîtrise des règles opératoires de base,
- acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,
- réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Pour le calcul littéral, un des objectifs à viser est qu'il s'intègre aux moyens d'expression des élèves, à côté de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral reste simple à effectuer et où il présente du sens, que le professeur permettra au plus grand nombre de recourir spontanément à l'écriture algébrique lorsque celle-ci est pertinente.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1 - Écritures littérales ; identités remarquables	Factoriser des expressions telles que : $(x+1)(x+2)-5(x+2)$; $(2x+1)^2+(2x+1)(x+3)$. Connaître les égalités : $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$; $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$; $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ et les utiliser sur des expressions numériques ou littérales simples telles que : $101^2 = (100+1)^2 = 100^2+200+1$, $(x+5)^2-4 = (x+5)^2-2^2 = (x+5+2)(x+5-2)$.	La reconnaissance de la forme d'une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s'articuleront sur deux axes : - utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes. Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples ; en revanche, le travail sur la factorisation qui se poursuivra au lycée, ne vise à développer l'autonomie des élèves que dans des situations très simples. On consolidera les compétences en matière de calcul sur les puissances, notamment sur les puissances de 10.
2 - Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)		
Racine carrée d'un nombre positif	Savoir que, si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a. Sur des exemples numériques où a est un nombre positif, utiliser les égalités : $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$. Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2 = a$, où a désigne un nombre positif.	La touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en classe de quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée. Le travail mentionné sur les identités remarquables permet d'écrire des égalités comme $(\sqrt{2}-1).(\sqrt{2}+1) = 1$, $(1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}$.
Produit et quotient de deux radicaux	Sur des exemples numériques, où a et b sont deux nombres positifs, utiliser les égalités : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,.\,\sqrt{b}$, $\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$.	Ces résultats, que l'on peut facilement démontrer à partir de la définition de la racine carrée d'un nombre positif, permettent d'écrire des égalités telles que $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, $\sqrt{4/3} = 2/\sqrt{3}$, $1/\sqrt{5} = \sqrt{5}/5$. On habituera ainsi les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.

4. PROGRAMME

SEPTIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE

Contenu	Objectifs	Commentaires
1. ENTIERS NATURELS		
1.1. Nombres premiers.	Reconnaître un nombre premier.	On utilisera la méthode des divisions successives.
1.2. Décomposition d'un entier en facteurs premiers.	Décomposer un entier naturel en facteurs premiers. Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour trouver le P.G.D.C et le P.P.M.C de deux entiers naturels.	L'élève utilisera le crible d'Erathostène pour $n < 100$ et retiendra les dix premiers nombres.
2. FRACTIONS		
2.1. Réduction des fractions.	Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour réduire une fraction.	Cette technique n'est pas exclusive.
	Etendre les fractions au cas où les termes sont des décimaux relatifs.	L'élève apprendra que: • toute fraction est égale à une fraction dont le dénominateur est un nombre positif. • $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ où a et b sont des nombres décimaux.
3. DECIMAUX		
3.1. Ecriture décimale d'une fraction.	Reconnaître les décimaux relatifs. Représenter sur l'axe numérique. Ecrire une fraction sous forme décimale.	Calcul approché. On distinguera les fractions décimales et de celles qui s'écrivent en nombres périodiques. On introduira le terme " nombre rationnel " pour désigner les entiers, les relatifs, les décimaux et les fractions.
4. OPERATIONS		
4.1. Soustraction et multiplication de nombres relatifs.	Maîtriser l'addition et la soustraction des nombres relatifs. Multiplier des nombres relatifs en appliquant les règles de signes.	L'élève admettra les règles de signe sans justification.
4.2. Calcul sur des expressions algébriques.	Développer et réduire des expressions algébriques.	

HUITIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE

Contenu	Objectifs	Commentaires
1. ENTIERS NATURELS **P.G.D.C et P.P.M.C de plusieurs entiers.**	Calculer le P.G.D.C et le P.P.M.C de deux ou plusieurs entiers.	**On utilisera la méthode de décomposition en facteurs premiers.**
2. FRACTIONS 2.1. Fraction littérales. 2.2. Fractions composées.	Manipuler les expressions fractionnaires littérales. Etendre les fractions au cas où les termes sont des fractions. Réduire une fraction composée en une fraction.	L'élève apprendra à simplifier, à réduire et à ramener à un même dénominateur.
3. DECIMAUX Compatibilité de l'ordre avec les opérations.	Utiliser la compatibilité de l'ordre avec les quatre opérations.	
4. RACINES CARREES. Racines carrées d'un nombre positif.	Reconnaître les racines carrées d'un nombre positif. Rechercher les racines carrées d'un carré parfait.	Utilisation du signe $\sqrt{\ }$ (radical). Radical de n désigne la racine carrée positive de n.
5. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES 5.1. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre relatif.	Connaître la notation a^n où n est un entier naturel et a est un nombre relatif. Effectuer des opérations sur les puissances. Calculer le produit de deux puissances d'un même nombre relatif, puissance de puissance d'un nombre relatif, puissance du produit de deux nombres relatifs, puissance du quotient de deux nombres relatifs. Connaître la corrélation entre $a^n = 0$ et $a = 0$. Connaître le signe d'une puissance.	On utilisera des exposants numériques. L'étude du signe se fera en fonction de la parité de l'exposant.
5.2. Puissances d'exposant entier négatif de 10.		Il est recommandé d'introduire les puissances d'exposant négatif de 10.

Annexe IV Manuel libanais (ML), classe EB8

République Libanaise

Ministère de l'Education Nationale de la Jeunesse et des Sports

CONSTRUIRE LES MATHÉMATIQUES

Education de Base
Huitième Année

Le Livre Scolaire National

Centre National de Recherche et de Développement Pédagogiques

Nouveau Programme

Activités de rappel

Activité 1

Chercher le "facteur"!

Cherche un facteur commun dans chacun des cas suivants :

1) $2x$; $4x^2y$; $6x^3y^2$;

2) $24(a+b)^2$; $16ab(a+b)$; $12(a+b)(a-b)$;

3) $5m^2n$; $15(m+n)$; $20(m-n)$.

Activité 2

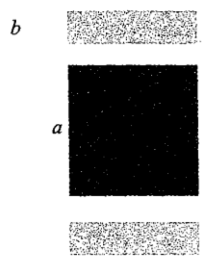
Développe ou factorise!

1) Développe :
   $2x(x+y)^2$; $(m+n)(a-b)$; $(x-y)(u-v)$.
2) Mets en facteurs :
   $4x + 8xy^2 + 2x^2y$;
   $a(a+b) + b(a+b)$;
   $x^2+xy - y^2 - xy$.

Activités préparatoires

Activité 1

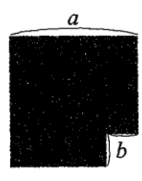
Le puzzle camoufleur



1) Calcule la somme des aires des figures géométriques ci-contre.
2) Reproduis ces pièces en carton et arrange-les pour en former un seul carré. Exprime son côté à l'aide de a et b, puis calcule son aire.
3) Quelle formule ce puzzle cache-t-il?

Activité 2

Carré moins carré!!



1) Quelle est l'aire de la figure ci-contre?
2) On découpe cette figure en deux parties, puis on les redispose pour en former un seul rectangle. Quelles sont ses dimensions? Quelle est son aire?
3) Quelle formule peut-on retrouver?

I. Carré d'une somme

Soit deux nombres a et b.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2.$$

Propriété 1 Le carré de la somme de deux nombres est égal au carré du premier plus le carré du second plus le double produit du premier par le second.

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.}$$

II. Carré d'une différence

Soit deux nombres a et b.

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2.$$

Propriété 2 Le carré de la somme de deux nombres est égal au carré du premier plus le carré du second moins le double produit du premier par le second.

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.}$$

III. Produit de la somme de deux nombres par leur différence

Soit deux nombres a et b.

$$(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - b^2.$$

Propriété 3 Le produit de la somme de deux nombres par leur différence est égal à la différence de leurs carrés.

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.}$$

Bilan-Méthode

- Si a et b sont deux nombres, on a :
  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

- Ces formules sont utilisées dans le développement et la factorisation.

Factorisation

Exemple : Soit l'expression algébrique $2x^2y^2+4xy^3$.
On peut l'écrire sous la forme $2xy^2\times y + 2xy^2\times 2y$.
Le monôme $2xy^2$ est un monôme commun à $2x^2y^2$ et $4xy^3$ et l'on peut écrire : $2x^2y^2+4xy^3=2xy^2(x+2y)$.
Ainsi nous avons transformé une somme en un produit : c'est l'opération inverse du développement, elle s'appelle la ***factorisation.***

> Un facteur commun à deux monômes est un monôme ; sa partie littérale est constituée des variables communes, chacune prise avec le plus petit exposant.

Bilan-méthode

Développer : transformer une expression de la forme d'un produit à la forme d'une somme .

Factoriser: transformer une expression de la forme d'une somme à la forme d'un produit .

Réduire: trouver la somme des termes semblables dans une expression.

Facteur commun: un facteur commun à deux termes est le terme algébrique dont la partie variable est constituée par les variables communes, chacune prise avec la plus petite puissance .

Développer ⟶

$$x(y+z)=xy+xz$$

$$x(y-z)=xy-xz$$

$$(x+y)(u+v)=xu+xv+yu+yv$$

⟵ Factoriser

Exemples :
1) Un facteur commun des deux termes $2x^3y$ et $5x^2y^2$ est x^2y .
2) Pour factoriser une somme de termes algébriques, on cherche un facteur commun :

$$2x^3y+5x^2y^2=x^2y(2x+5y)\ .$$

Effectue: 1. Développer.
2. Regrouper les termes semblables.
3. Réduire les termes semblables.

Exemple :
Soit à effectuer l'expression algébrique : $7x\text{-}5x^2+5+(x\text{-}2)(4x^2+3x+5)$.

1. $7x-5x^2+5+4x^3+3x^2+5x-8x^2-6x-10$: développement
2. $(7x+5x-6x)+(-5x^2+3x^2-8x^2)+(4x^3)+(5-10)$: groupement des termes semblables
3. $6x-10x^2+4x^3-5$: réduction .

Annexe V **Manuel franco-libanais (MFL), classe EB8**

THÉMA

COLLECTION CINQ sur CINQ

T P

Pascale Geara
EB8 A

Mathématiques

EB8

sous la direction de

Robert Delord et Gérard Vinrich

avec

Michel Bourdais

adaptation au programme libanais sous la direction de

Gabrielle Debbas Chama'a

LIBRAIRIE ANTOINE

HACHETTE Edicef

chapitre **11** *Ce qu'il faut savoir*

1 Les identités remarquables

① **Carré d'une somme :**	$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$
② **Carré d'une différence :**	$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$
③ **Produit d'une somme de deux termes par leur différence :**	$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

① *Exemples*
- $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
- $101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 200 + 1 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$

② *Exemples*
- $(3x-4)^2 = \underbrace{9x^2}_{\text{carré de } 3x} - \underbrace{24x}_{\substack{\text{double produit}\\ 2 \times 3x \times 4}} + \underbrace{16}_{\text{carré de } 4}$

Rappel

Le carré de $3x$ s'écrit :
$(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$

- $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 200 + 1 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$

③ *Exemples*
- $(5x+3)(5x-3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$
- $101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9\,999$

2 Factoriser une expression algébrique

Factoriser une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

	expressions algébriques	expressions factorisées
factoriser avec la règle de distributivité	$ka + kb$ $ka - kb$	$= k(a+b)$ $= k(a-b)$
factoriser avec les identités remarquables	$a^2 - b^2$ $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$	$= (a+b)(a-b)$ $= (a+b)^2$ $= (a-b)^2$

Ce qu'il faut savoir

3 Équation-produit

• Nullité d'un produit

① **Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.**

Exemple Soit $P = [(-6)^2 - 0{,}4 \times 90] \times (x+1)$.
$(-6)^2 - 0{,}4 \times 90 = 36 - 36 = 0$, donc $P = 0 \times (x+1) = 0$.
Le produit P est nul, quelle que soit la valeur donnée à x.

② ***Réciproquement :***
Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.

Exemple 1 Soit $M = -3x$.

Le produit M ne peut être nul que si $x = 0$.

Exemple 2 Soit $N = \frac{2}{3}(x-8)$.

Le produit N ne peut être nul que si $x = 8$.

• Un exemple d'équation-produit

le premier membre : produit de facteurs du 1er degré

$$\mathbf{(2x - 1)(x + 3) = 0}$$

le second membre : égal à zéro

• Méthode de résolution d'une équation-produit

A et B désignant deux facteurs du premier degré de même inconnue :
si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple

Résoudre l'équation	$(2x-1)(x+3) = 0$.
Les facteurs sont :	$(2x-1)$ et $(x+3)$
on a donc :	$2x - 1 = 0$ ***ou*** $x + 3 = 0$
soit :	$x = \frac{1}{2}$ ***ou*** $x = -3$.

L'équation $(2x-1)(x+3) = 0$ admet deux solutions : $\boxed{\frac{1}{2}}$ et $\boxed{-3}$.

chapitre 11 Apprendre à résoudre

1 Reconnaître un facteur commun

Exercice résolu 1

Énoncé *Factoriser les expressions A et B :*

① $A = (x-4)(x+2) + (3x+6)$

② $B = (2x+1)^2 - (2x+1)(x+3)$

Solution

① $A = (x-4)(\boldsymbol{x+2}) + 3(\boldsymbol{x+2})$

$(x+2)$ est le facteur commun

$A = (x+2)[(x-4)+3]$

$A = (x+2)(x-1)$

② $B = (2x+1)(2x+1) - (2x+1)(x+3)$

$(2x+1)$ est le facteur commun

$B = (2x+1)[(2x+1)-(x+3)]$

$B = (2x+1)(x-2)$

2 Reconnaître le développement d'une identité remarquable

Exercice résolu 2

Énoncé *Factoriser les expressions C, D et E :*

① $C = (x+5)^2 - 4$

② $D = x^2 + 6x + 9$

③ $E = x^2 - 16x + 64$

Solution

① C est une différence de deux carrés de la forme « $a^2 - b^2$ », avec $a = x+5$ et $b = 2$

$C = [(x+5)+2][(x+5)-2]$

$C = (x+7)(x+3)$

② D est une expression de la forme « $a^2 + 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 3$

$D = (x+3)^2$

③ E est une expression de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 8$

$E = (x-8)^2$

3 Savoir factoriser pour résoudre une équation

Exercice résolu 3

Énoncé *Résoudre chacune des équations proposées après l'avoir transformée en une équation-produit.*

① $4x^2 = 5x$ ② $(x + 6)(3x - 5) + x + 6 = 0$

③ $16x^2 = (3x - 7)^2$ ④ $25x^2 - 10x + 1 = 0$

Solution

① $4x^2 = 5x$

$4x^2 - 5x = 0$

on transforme pour que le second membre soit nul

x est le facteur commun

$x(4x - 5) = 0$ (équation-produit)

$x = 0$ *ou* $4x - 5 = 0$

$x = 0$ *ou* $x = \dfrac{5}{4}$

D'où les deux solutions : $\boxed{0}$ et $\boxed{\dfrac{5}{4}}$.

② $(x + 6)(2x - 5) + x + 6 = 0$

$x + 6$ est le facteur commun, car $x + 6 = (x + 6) \times 1$

$(x + 6)[(2x - 5) + 1] = 0$

$(x + 6)(2x - 4) = 0$ (équation-produit)

$x + 6 = 0$ *ou* $2x - 4 = 0$

$x = -6$ *ou* $x = 2$

D'où les deux solutions : $\boxed{-6}$ et $\boxed{2}$.

③ $16x^2 = (3x + 7)^2$

second membre nul

$16x^2 - (3x + 7)^2 = 0$

de la forme « $a^2 - b^2$ », avec $a = 4x$ et $b = (3x + 7)$

$[4x + (3x + 7)][4x - (3x + 7)] = 0$

$(7x + 7)(x - 7) = 0$

$7(x + 1)(x - 7) = 0$ (équation-produit)

$x + 1 = 0$ *ou* $x - 7 = 0$

$x = -1$ *ou* $x = 7$

D'où les deux solutions : $\boxed{-1}$ et $\boxed{7}$.

④ $25x^2 - 10x + 1 = 0$

de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ », avec $a = 5x$ et $b = 1$

$(5x - 1)^2 = 0$ (équation-produit)

$(5x - 1)(5x - 1) = 0$

$5x - 1 = 0$ (deux fois)

$x = \dfrac{1}{5}$

D'où une seule solution (« *double* ») : $\boxed{\dfrac{1}{5}}$.

MÉTHODE

Ces quatre exercices montrent l'importance et l'intérêt d'une factorisation en deux facteurs du 1er degré pour ensuite résoudre « facilement » une équation-produit.
En effet, ces quatre équations sont du second degré, et, en classe de EB8, on ne sait les résoudre qu'en effectuant une factorisation préalable.
C'est pour cela que, dans de nombreux exercices, on demande :
1° de factoriser l'expression E ; **2°** de résoudre l'équation $E = 0$.

<u>Annexe VI</u> Manuel français (MF), classe de troisième

COLLECTION

CINQ sur CINQ

Math

3e

sous la direction de

Robert Delord et Gérard Vinrich

avec

Michel Bourdais

HACHETTE
Éducation

Factoriser une expression algébrique

6 Expressions factorisées ou développées

A x^2+2x	B $(x+2)^2$	C x^2+4x+4	D $(x-2)^2$
E $x(x-2)$	F x^2-4	G $(x+4)(x-3)$	H $x(x+2)$
I x^2-2x	J $(x+2)(x-2)$	K x^2-4x+4	L x^2+x-12

1° Classer ces douze expressions en distinguant celles qui sont déjà factorisées (mises sous forme de produit) de celles qui sont développées.

2° Sabine constate que ces expressions « *vont par deux* ». Justifier la remarque de Sabine. (On pourra classer ces douze expressions dans un tableau comme celui ci-dessous.)

expressions factorisées	expressions développées
...	...

7 Le facteur commun

« Un calcul ne s'exécute pas, il se médite. »

A. Revuz

1° Calculer mentalement :

$A = 5{,}24 \times 17 - 5{,}24 \times 7$;

$B = -0{,}3 \times 7{,}2 + 7{,}2 \times 1{,}3$;

$C = 0{,}5 \times \dfrac{16}{13} + 0{,}5 \times \dfrac{10}{13}$;

$D = 0{,}28 \times \dfrac{43}{9} + \dfrac{47}{9} \times 0{,}28.$

2° On a factorisé les expressions algébriques suivantes :

$E = (2x-1)(x-1) - 2(x-1)$;

$F = x(2x-1) - x(x+2)$;

$G = (x-1)(2x-1) + (2x-1)(x+2)$;

$H = (x+2)^2 + (2x-1)(x+2).$

Les quatre résultats obtenus sont donnés ci-dessous *en vrac* et *incomplets*.
Remplacer les pointillés par les expressions convenables :

$x \times (\ldots)$

$(2x-1) \times (\ldots)$

$(x+2) \times (\ldots)$

$(x-1) \times (\ldots).$

Commentaire !

Lorsqu'on parvient à identifier des développements du type $ka + kb$ ou $ka - kb$, on peut factoriser ces développements en mettant k en facteur.
On utilise la règle de distributivité :
$ka + kb = k(a+b)$ ou $ka - kb = k(a-b)$.

8 Des développements à remarquer !

1° Soit l'expression $D = 4x^2 - 1$.

L'un des cinq produits du tableau ci-dessous est égal à D ; lequel ?
(*On peut bien sûr développer tous les produits, mais il est préférable d'essayer de reconnaître dans l'expression D un développement d'identité remarquable.*)

$(4x-1)(4x+1)$	$(2x-1)^2$	$4(x-1)(x+1)$	$(2x+1)(2x-1)$	$(x+4)(x-4)$

2° Même question avec l'expression $E = x^2 - 6x + 9$ et les cinq produits suivants :

$x(x-6)$	$(x+3)^2$	$(x-3)(x+3)$	$(x-6)^2$	$(x-3)^2$

Commentaire !

On peut factoriser une expression développée qui n'a pas de facteur commun lorsque celle-ci est le développement d'une identité remarquable. Il est donc important de retenir :

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)\ ; \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2\ ; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

Équation-produit

9 Produit nul

1° ***a)*** Recopier et compléter le tableau suivant :

	expression non factorisée	expression factorisée	barrer les nombres qui ne sont pas solution de l'équation $E = 0$
①	$E = x^2 - 2x$		-2 ; 0 ; 1 ; 3
②	$E = (x-4)^2 + 5(x-4)$		-1 ; 0 ; 2 ; 4
③	$E = x^2 - 9$		-3 ; 0 ; 1 ; 2
④	$E = (x+3)^2 - 16$		-4 ; 0 ; 1 ; 3

b) En réalité, chacune de ces équations $E = 0$ admet *deux solutions* ; les trouver.
Quelle expression (factorisée ou non) paraît généralement la plus commode pour trouver ces solutions ?

2° ***a)*** Compléter les deux phrases suivantes :

Si l'un des .... *d'un produit est nul, alors ce* .... *est* ....
Si un produit est nul, alors au moins ...... *de ses facteurs est* ....

b) Écrire une équation qui admet 5 et -2 comme solutions.

chapitre 2

Retenir

1 Développer et réduire (vu en 4^e^)

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

expression factorisée — **expression développée**

Exemple 1

$E = (a+2)(3a+4)$

$E = 3a^2 + 4a + 6a + 8$

$E = 3a^2 + 10a + 8$

on développe

on réduit les termes semblables

Exemple 2

$F = (5x-1)(4-x)$

$F = 20x - 5x^2 - 4 + x$

$F = -5x^2 + 21x - 4$

2 Les identités remarquables

① **Carré d'une somme :**	$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$
② **Carré d'une différence :**	$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$
③ **Produit d'une somme de deux termes par leur différence :**	$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

① *Exemples*
- $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
- $101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 200 + 1 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$

② *Exemples*
- $(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

carré de $3x$

carré de 4

double produit
$2 \times 3x \times 4$

Rappel
Le carré de $3x$ s'écrit : $(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$

- $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 200 + 1 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$

③ *Exemples*
- $(5x+3)(5x-3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$
- $101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9\,999$

Retenir

3 Factoriser une expression algébrique

Factoriser une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

	expressions algébriques	expressions factorisées
factoriser avec la règle de distributivité (*voir les exemples 1 et 2*)	$ka + kb$ $ka - kb$	$= k(a + b)$ $= k(a - b)$
factoriser avec les identités remarquables (*voir les exemples 3, 4 et 5*)	$a^2 - b^2$ $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$	$= (a + b)(a - b)$ $= (a + b)^2$ $= (a - b)^2$

• Reconnaître un facteur commun

Exemple 1 *Factoriser l'expression A :*

$A = (x - 4)(x + 2) + 3(x + 2)$

$(x + 2)$ est le facteur commun

$A = (x + 2)[(x - 4) + 3]$

$A = (x + 2)(x - 1)$

Exemple 2 *Factoriser l'expression B :*

$B = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$

$B = (2x + 1)(2x + 1) - (2x + 1)(x + 3)$

$(2x + 1)$ est le facteur commun

$B = (2x + 1)[(2x + 1) - (x + 3)]$

$B = (2x + 1)(x - 2)$

• Reconnaître le développement d'une identité remarquable

Exemple 3 *Factoriser l'expression C :* $C = (x + 5)^2 - 4$

de la forme « $a^2 - b^2$ », avec $a = x + 5$ et $b = 2$

$C = [(x + 5) + 2][(x + 5) - 2]$

$C = (x + 7)(x + 3)$

Exemple 4 *Factoriser l'expression D :*

$D = x^2 + 6x + 9$

de la forme « $a^2 + 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 3$

$D = (x + 3)^2$

Exemple 5 *Factoriser l'expression E :*

$E = x^2 - 16x + 64$

de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 8$

$E = (x - 8)^2$

4 Équation-produit

- **Nullité d'un produit**

① Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.

Exemple Soit $P = [(-6)^2 - 0{,}4 \times 90] \times (x+1)$.
$(-6)^2 - 0{,}4 \times 90 = 36 - 36 = 0$, donc $P = 0 \times (x+1) = 0$.
Le produit P est nul, quelle que soit la valeur donnée à x.

② ***Réciproquement :*** **Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.**

Exemple 1 Soit $M = -3x$.
Le produit M ne peut être nul que si $x = 0$.

Exemple 2 Soit $N = \frac{2}{3}(x-8)$.
Le produit N ne peut être nul que si $x = 8$.

- **Un exemple d'équation-produit**

le premier membre : produit de facteurs du 1er degré

$$\mathbf{(2x - 1)(x + 3) = 0}$$

le second membre : égal à zéro

- **Méthode de résolution d'une équation-produit**

A et B désignant deux facteurs du premier degré de même inconnue :   **si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ *ou* $B = 0$.**

Exemple

Résoudre l'équation	$(2x-1)(x+3) = 0$.
Les facteurs sont :	$(2x-1)$ et $(x+3)$
on a donc :	$2x - 1 = 0$ ***ou*** $x + 3 = 0$
soit :	$x = \frac{1}{2}$ ***ou*** $x = -3$.

L'équation $(2x-1)(x+3) = 0$ admet deux solutions : $\boxed{\frac{1}{2}}$ et -3.

Apprendre à résoudre

Savoir factoriser pour résoudre une équation

Exercice résolu

Énoncé *Résoudre chacune des équations proposées après l'avoir transformée en une équation-produit.*

① $4x^2 = 5x$ ② $(x+6)(3x-5)+x+6=0$

③ $16x^2 = (3x-7)^2$ ④ $25x^2 - 10x + 1 = 0$

Solution

① $4x^2 = 5x$

on transforme pour que le second membre soit nul

$4x^2 - 5x = 0$

x est le facteur commun

$x(4x-5) = 0$ (équation-produit)

$x = 0$ *ou* $4x - 5 = 0$

$x = 0$ *ou* $x = \dfrac{5}{4}$

D'où les deux solutions : $\boxed{0}$ et $\dfrac{5}{4}$.

② $(x+6)(2x-5)+x+6=0$

$x+6$ est le facteur commun, car $x+6=(x+6)\times 1$

$(x+6)[(2x-5)+1]=0$

$(x+6)(2x-4)=0$ (équation-produit)

$x+6=0$ *ou* $2x-4=0$

$x=-6$ *ou* $x=2$

D'où les deux solutions : $\boxed{-6}$ et 2.

③ $16x^2 = (3x+7)^2$

second membre nul

$16x^2 - (3x+7)^2 = 0$

de la forme « $a^2 - b^2$ », avec $a = 4x$ et $b = (3x+7)$

$[4x + (3x+7)][4x - (3x+7] = 0$

$(7x+7)(x-7) = 0$

$7(x+1)(x-7) = 0$ (équation-produit)

$x+1=0$ *ou* $x-7=0$

$x=-1$ *ou* $x=7$

D'où les deux solutions : $\boxed{-1}$ et 7.

④ $25x^2 - 10x + 1 = 0$

de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ », avec $a = 5x$ et $b = 1$

$(5x-1)^2 = 0$ (équation-produit)

$(5x-1)(5x-1) = 0$

$5x - 1 = 0$ (deux fois)

$x = \dfrac{1}{5}$

D'où une seule solution (« *double* ») : $\dfrac{1}{5}$.

Méthode

Ces quatre exercices montrent l'importance et l'intérêt d'une factorisation en deux facteurs du 1er degré pour ensuite résoudre « facilement » une équation-produit.
En effet, ces quatre équations sont du second degré, et, en classe de 3e, on ne sait les résoudre qu'en effectuant une factorisation préalable.
C'est pour cela que, dans de nombreux exercices, on demande :

1° de factoriser l'expression E ; **2°** de résoudre l'équation $E = 0$.

Applications → *exercices nos 30, 31, 32, 57 et 58.*

Annexe VII **Préparation de l'enseignante EnFL**

Date : \ \ التاريخ : \ \

Chapitre XI – Identités Remarquables Equations – Produit.

Objectifs : . Multiplier deux polynômes identiques et factoriser un polynôme remarquable de degré 2.
. Travailler avec 3 de 7 identités remarquables : $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ et $(a+b)(a-b)$

Pré-requis : . Le développement.
. La Factorisation.

Exercices Résolus : Page 160 n° : 2 – 3 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 24 – 25 – 27 – 28 – 29 – 30 – 31 – 32 – 33 – 35 – 38 – 39 – 48 – 49 – 50 – 51 – 57 – 58 – 59 – 65 –

Page 94 n° : R16.
Page 167 n° : B1 – B2 – B4 – B5 – B8 – B11 – B13 – B16.

Durée : Du Mardi 01 Mars 2005 au Mercredi 16 Mars 2005

Annexe VIII **Préparation de l'enseignante EnF1**

Calcul algébrique : Développer ; Factoriser.

I Développer un produit (produit -> somme)

1) $k(a+b) = ka + kb$ coller niveau 1 gauche.

2) $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

II Les égalités remarquables.

1) - carré d'une somme : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (double produit)

2) - carré d'une différence $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) produit de la somme de 2 termes par leur différence ou différence de 2 - carrés $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

coller niveau 2 gauche.

III Factoriser une somme algébrique. (somme -> produit)

méthode
1) mettre un nombre en facteur
2) " une puissance "
3) " une somme algébrique
4) utiliser les égalités remarquables.
5) combiner plusieurs méthodes.

coller niveau 1 droite ; puis niveau 2 droite.

1) carré d'une somme:

Pour tous les nombres a et b on a :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ex $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$; $(3a+4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2$

$51^2 = 2500 + 100 + 1$.

2) carré d'une différence:

Pour tous les nombres a et b on a ;

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ex $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$; $\left(\frac{2}{3}a - b\right)^2 = \frac{4a^2}{9} - \frac{4ab}{3} + b^2$

$49^2 = 2500 - 100 + 1$

3) différence de 2 carrés :

Pour tous les nombres a et b on a :

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

ex : $(x+9)(x-9) = x^2 - 81$; $\left(2a - \frac{1}{7}\right)\left(2a + \frac{1}{7}\right) = 4a^2 - \frac{1}{49}$.

$79 \times 81 = 80^2 - 1^2 = 6399$.

calc mental : ex 13 p17

IV Factoriser une expression:

1) mettre un nombre en facteur :

$A = 15ab + 25ac + 5bc$ $\quad B = 12x + 4$

$A = 5(3ab + 5ac + bc)$ $\quad B = 4(3x + 1)$

2) mettre une puissance en facteur :

$C(x) = 5x^3 - 8x^2 + 16x$ $\quad D(x) = 5x^8 - 17x^6 + 4x^3$

$C(x) = x(5x^2 - 8x + 16)$ $\quad D(x) = x^3(5x^5 - 17x^3 + 4)$

3) mettre une somme algébrique en facteur :

$E(x) = (3x-5)(2x+3) - (2x+7)(3x-5) + (x+1)(3x-5)$

$E(x) = (3x-5)[(2x+3) - (2x+7) + (x+1)]$

$E(x) = (3x-5)(x-3)$

4) retrouver une égalité remarquable :

$F(x) = 4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)^2$

Niveau 1 : sans identité remarquable

Développement

$k(a+b) = ka + kb$

produit ——→ somme

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

produit ——→ somme

Exercices : développer et simplifier

1/ $3(2x+5) =$

2/ $-5(3-7x) =$

3/ $-5(-2-5x) =$

4/ $-2(-3x+4) =$

5/ $-2(x^2-5x+2) =$

6/ $2x(3-8x) =$

7/ $5x-4(1-10x) =$

8/ $2x(x-9)-3(2x^2-5x+1) =$

9/ $(2x+1)(7x+9) =$

10/ $(5x-6)(-2x+8) =$

11/ $(-x+3)(7x-4) =$

12/ $-(3-5x)(x+9) =$

13/ $-5(2x-1)(3x+4) =$

Factorisation

$ka + kb = k(a+b)$

somme ——→ produit

(on met "k" en facteur)

$a(c+d) + b(c+d) = (a+b)(c+d)$

somme ——→ produit

(on met "c+d" en facteur)

Exercices : factoriser le mieux possible

1/ $7a+21 =$

2/ $27x-36 =$

3/ $3x-6y =$

4/ $a^2+2a =$

5/ $12a^2-14a =$

6/ $3x-6x^2 =$

7/ $10xy-2xy^2 =$

8/ $5(x+1)+x(x+1) =$

9/ $(x-1)(2x+3)+(x-1)(5x-2) =$

10/ $(2a-5)(4a-3)-(2a-5)(3a-1) =$

11/ $2(3t-1)(t+3)-3(t+3)(4t+1) =$

12/ $(5v-2)+4(2v+1)(5v-2) =$

13/ $(x+3)^2-(x+3)(x+1) =$

Développement

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

produit ——→ somme

Exercices : développer et simplifier

1/ $(x+2)^2 =$

2/ $(x-3)^2 =$

3/ $(x+5)(x-5) =$

4/ $(2x-1)(2x+1) =$

5/ $(7x+1)^2 =$

6/ $(3x-5)^2 =$

7/ $(5x-2)(5x+2) =$

8/ $(x+\frac{1}{2})^2 =$

9/ $(\frac{x}{4}+2)^2 =$

10/ $(\frac{x}{4}+\frac{2}{3})^2 =$

11/ $(2x^2-3y^3)^2 =$

12/ $(3r^2u-4t)(3r^2u+4t) =$

13/ $(x+3)^2+(2x-5)^2 =$

14/ $(3x-7)(3x+7)-(3x-1)^2 =$

Factorisation

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

somme ——→ produit

Exercices : factoriser le mieux possible

1/ $9x^2+30x+25 =$

2/ $49x^2-14x+1 =$

3/ $x^2-9 =$

4/ $9-12x+4x^2 =$

5/ $64-49x^2 =$

6/ $16+25x^2+40x =$

7/ $\frac{1}{9}x^2-\frac{25}{16} =$

8/ $(2x-1)^2-(x+3)^2 =$

9/ $(3x+1)^2-(4x-5)^2 =$

10/ $(7x+3)^2-25x^2 =$

11/ $x^2-6x+9+(x-3)(x+1) =$

12/ $9x^2-16-(4-3x)(5+2x) =$

<u>Annexe IX</u> Préparation de l'enseignant EnF2

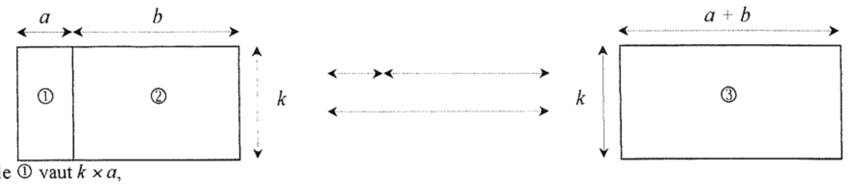
DEVELOPPEMENT - FACTORISATION

INTRODUCTION

Une rose vaut *0,93 €*.
Le prix des *13* roses est donné par le calcul :
Le prix des *27* roses est donné par le calcul :
Au total on a *27 + 13 = 40* roses,
Le prix des *40* roses est donné par deux calculs différents

Soit :

Ainsi on a l'égalité :



L'aire du rectangle ① vaut $k \times a$,
L'aire du rectangle ② vaut $k \times b$,
L'aire du rectangle ③ vaut $k \times (a + b)$

D'après le dessins on a : $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

Développement

produit → somme algébrique

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$
$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$
$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Factorisation

somme algébrique → produit

Factoriser, c'est transformer une somme en produit.

$$\mathbf{k} \times a + \mathbf{k} \times b = \mathbf{k} \times (a + b)$$

k est le facteur commun

$$a \times \mathbf{(c + d)} + b \times \mathbf{(c + d)} = (a + b) \times \mathbf{(c + d)}$$

(c + d) est le facteur commun

Pour factoriser, on utilise la distributivité de la multiplication sur l'addition.
Pour factoriser, il faut repérer les facteurs communs à tous les termes de la somme algébrique.

- Exercice n°1

Développe et réduis :

① $3(2x + 5)$	② $-5(3 - 7x)$	③ $-5(-2 - 5x)$	④ $-2(-3x + 4)$
❶ $-2(x^2 -5x +2)$	❷ $2x(3 - 8x)$	❸ $5x - 4(1 - 10x)$	❹ $2x(x - 9) - 3(x^2 -5x+1)$
⑤ $(2x + 1)(7x + 9)$	⑥ $(5x - 6)(2x +8)$	⑦ $(-x + 3)(7x - 4)$	⑧ $-(3 - 5x)(x + 9)$
❺ $-5(2x - 1)(3x + 4)$	❻ $(2x +7)(x+1)-(5x-8)$	❼ $(2x+1)(1-3x)+x(5-6x)$	❽ $[4x+(2x+7)][(5x-1)-(2x+7)]$

- Exercice n°2

Sans calculatrice(*), calcule :

$A = 997 \times 27,5 + 3 \times 27,5$ $B = 3,57 \times 124 - 3,57 \times 24$ $C = 0,231 \times 0,5 - 0,231 \times 1,4 + 0,231 \times 0,9$

(*) Comment rédiger et montrer que le calcul se fait sans la calculatrice ?

- Exercice n°3

Factorise :

① $25x - 35$	② $7x^2 + 5x$	③ $3x + 3$	④ $6x^2 + 18x$
❶ $x^2 - x$	❷ $42x^3 + 35x^2 - 63x$	❸ $26x^2 + 13x$	❹ $(x+3)(2x-5)+(x+3)(5-3x)$
⑤ $(4x - 5)(2x + 3) + (4x - 5)$	⑥ $(2x + 7)^2 - (x - 9)(2x + 7)$	⑦ $17x^3 - 34x^2 - 51x$	⑧ $(x + 1)(3 - 2x) - (x + 1)$
❺ $(x - 5)^2 - (x - 5)(-2x + 3)$	❻ $(5x - 3)(2 - x) - x(-2 + x)$	❼ $(x + 5)^2 + (2x + 10)$	❽ $2(x + 3)(x -5) -7(2x + 1)(x -5)$

- Exercice n°4

Factorise :

① $7a + 21$	② $27a - 36$	③ $3x - 6y$	④ $x^2 + 2x$
❶ $12x^2 - 14x$	❷ $3a - 6a^2$	❸ $10xy - 2xy^2$	❹ $5(x + 1) + x(x + 1)$
⑤ $(x - 2)(2x + 3) + (x - 2)(5x - 2)$	⑥ $(2a - 5)(4a - 3) - (2a - 5)(3a - 1)$	⑦ $2(3t - 1)(t + 3) - 3(t + 3)(4t + 1)$	⑧ $(3x + 4)x + 3x + 4$
❺ $(5t - 2) + (2t + 1)(2 - 5t)$	❻ $(x + 3)^2 - (x + 3)(x + 1)$	❼ $6x + 9 + (2x + 7)(2x + 3)$	❽ $(3x + 1)(2x - 1) + (1 - 2x)x + 6x - 3$

IDENTITES REMARQUABLES

Développement	Factorisation
produit → somme	*somme → produit*
$(a + b)^2 =$ $(a - b)^2 =$ $(a + b)(a - b) =$	

- Exercice n°5

Développe et réduis :

① $(x + 2)^2$	② $(x - 3)^2$	③ $(x - 5)(x + 5)$	④ $(3x + 1)(3x - 1)$
❶ $(3x - 5)^2$	❷ $(7x + 1)^2$	❸ $(5x - 2)(5x + 2)$	❹ $(10d + 5)^2$
⑤ $(x + \frac{1}{2})^2$	⑥ $(\frac{x}{4} - 3)^2$	⑦ $(\frac{x}{4} + \frac{3}{4})^2$	⑧ $(3x^2 - 2y^3)^2$
❺ $(3r^2u - 4t)(3r^2u + 4t)$	❻ $(x + 3)^2 + (2x - 5)^2$	❼ $(3x - 7)(3x + 7) - (3x - 1)^2$	❽ $[(1 - x) + (3x + 1)]^2$

- Exercice n°6

Sans calculatrice, calcule :

$A = 999\,999 \times 1\,000\,001$ $B = 1\,000\,001^2 - 999\,999^2$ $C = 799 \times 801$

- Exercice n°7

Factorise (le mieux possible !) :

① $9x^2 + 30x + 25$	② $49x^2 - 14x + 1$	③ $x^2 - 9$	④ $9 - 12x + 4x^2$
❶ $64 - 49x^2$	❷ $16 + 25x^2 + 40x$	❸ $\frac{1}{9}x^2 - \frac{25}{16}$	❹ $(3x + 1)^2 - (4x - 5)^2$
⑤ $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$	⑥ $(7x + 3)^2 - 25x^2$	⑦ $x^2 - 6x + 9 + (x - 3)(x + 1)$	⑧ $9x^2 - 16 - (4 - 3x)(5 + 2x)$
❺ $x^2 + 6x + 12$	❻ $(9x^2 + 30x + 25) - (x^2 - 6x + 9)$	❼ $144x^2 - 72x + 3 + (24x - 6)(x - 1)$	❽ $x^2 + 4$

- Exercice n°8

Complète :

$(x + ...)^2 = ... + ... + 16$ $(3x + ...)^2 = ... - 24x + ...$ $(... - 7)(... + ...) = x^2 - ...$

$(... + ...)^2 = \frac{1}{4} + ... + x^2$ $(... - ...)^2 = ... - 12x + 4$ $(... - ...)^2 = 49x^2 - 28x + ...$

Annexe X

Transcriptions des séances d'enseignement des deux pays

Conventions de notation

Dans tous le corpus, nous avons identifié par

En	L'enseignant
El	Un élève non dentifié
Els	Plusieurs élèves s'exprimant en même temps
An ;Mar ;.	Les élèves de la classe sont identifiés par deux ou trois lettres
[......]	Mot ou phrase que nous n'avons pas compris
..//..	Suite d'un tour de parole

Nous n'avons pas utilisé le codage habituel pour transcrire les discours. Nous avons choisi :

- la virgule, pour un arrêt d'une seconde
- le point pour un arrêt entre une seconde et quatre secondes.
- de passer à une nouvelle ligne pour un arrêt de plus de quatre secondes.

Signalons aussi que les écrits entre parenthèses décrivent l'action simultanée avec le discours de l'enseignant et des élèves, que nous décrivons, et les écrits du tableau que nous avons noté sur notre cahier.

Dans les corpus libanais, il y aura des écrits en italique, ceci est une traduction faite par nous même du discours parlé en langue maternelle.

A - Transcriptions des séances de l'enseignant EnL

Nous allons exposer dans ce qui suit toutes les séances d'enseignement de **EnL** qui ont été transcrites.

Première séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	(il fait passer **Sa** au tableau pour la correction des activités de rappel) Activité de rappel, première activité
2	**Sa**	(elle écrit : Activité de rappel, première activité en les soulignant, puis elle lit la consigne à haute voix) « Chercher un facteur commun dans chacun des cas suivants »
3	**En**	Donc on va trouver le, facteur, commun Entre deux x, quatre x deux y et six x trois y deux (**Sa** écrit: $2x$; $4x^2y$; $6x^3y^2$)
4	**Sa**	Le facteur commun est deux x
5	**En**	Donc le facteur commun c'est quoi ?
6	**Els**	Deux
7	**Els**	Deux x
8	**En**	*En premier*, on cherche le facteur commun parmi les nombres, ensuite le facteur commun parmi les
9	**Ma**	Lettres

10	**En**	Lettres, ok Parmi les nombres, c'est quoi ?
11	**Els**	Deux
12	**En**	C'est deux Et parmi les lettres ?
13	**Els**	x
14	**En**	x Deuxième
15	**Sa**	(elle écrit le second exercice : $24(a + b)^2$, $16ab(a + b)$; $12(a + b)(a – b)$) Le facteur commun parmi les nombres est quatre
16	**En**	Donc, entre vingt quatre et seize et douze, quel est le facteur commun ?
17	**Els**	Quatre
18	**En**	C'est quatre Ensuite, on a, a plus b au carré
19	**Els**	ab
20	**En**	ab fois a plus b et a plus b fois a moins b, donc
21	**Els**	a plus b
22	**En**	a plus b (**Sa** écrit $4(a + b)$)
23	**Sa**	(elle écrit le troisième exercice $5m^2n$; $15(m + n)$; $20(m – n)$) Parmi les nombres c'est cinq (elle écrit 5)
24	**En**	Ok, c'est cinq
25	**Ma**	Parmi les lettres c'est mn
26	**Els**	Non
27	**Els**	*Pourquoi* ?
28	**En**	Pourquoi ? *un instant, un instant*, on va voir, on va voir Bon, quel est le facteur commun ?
29	**Els**	mn
30	**En**	mn ?
31	**Els**	m
32	**Els**	m plus n
33	**En**	*Un instant, un instant*. Pourquoi ?
34	**Ma**	Car, il y a m et n dans chaque nombre
36	**En**	*Ok*, dans le premier nombre, comment on trouve mn ?
37	**El**	m deux n
38	**En**	*Ça veut dire*
39	**Ni**	m fois n
40	**En**	m fois n, ok. Dans le deuxième ?
41	**Els**	m plus n
42	**En**	Ok, dans le troisième
43	**Els**	m moins n
44	**En**	C'est la même chose ?
45	**Els**	Non
56	**En**	*C-à-d* il n'y a pas un facteur
47	**Els**	Commun
48	**En**	Commun. Donc, il reste seulement le facteur commun, c'est le nombre cinq
49	**Els**	..[Cinq
50	**En**	Deuxième activité
51	**Sa**	Développe (**Sa** lit la consigne de la deuxième activité)
52	**En**	Deux x facteur de x plus y à la puissance deux égale (il lit la première expression de la deuxième activité et **Sa** écrit en même temps $2x(x + y)^2 =$) Pour faire ce calcul, qu'est ce qu'on fait tout d'abord ?
53	**Sa**	On calcule x plus y
54	**Ma**	Oui
55	**En**	On calcule tout d'abord quoi ? la puissance
56	**Els**	Oui, la puissance
57	**En**	La puissance, puis on fait la, multiplication Bon, pour faire la puissance, qu'est ce que ça veut dire x plus y à la puissance deux ?
58	**Ma**	C'est x au carré plus y au carré

59	**En**	*C-à-d*
60	**Eli**	x deux plus deux xy plus y deux
61	**Sa**	*Qu'est ce que ça à faire, non*
62	**En**	*D'où tu as apporté* la formule ?
63	**Eli**	*C-à-d* x plus y facteur x plus y
64	**En**	Donc, c'est x plus y facteur de x plus y, ok (il demande à **Sa** d'écrire) Deux x, parenthèse, x plus y, *encore*, x plus y (**Sa** écrit 2x (x + y)(x + y))
65	**Ma**	Monsieur, *c'est faux si on met* x deux plus y deux
66	**En**	*Ce n'est pas faux, mais* on n'a pas trouvé encore la formule de x plus y à la puissance deux Vous connaissez la formule de a plus b à la puissance deux ?
67	**Ma**	a pluuuus b à la puissance deux, égal a deux plus b deux
68	**En**	*On ne l'a pas encore pris* (4 sec de silence) Bon, c'est deux x parenthèse, comment on multiplie une parenthèse x plus y par une deuxième parenthèse x plus y ?
69	**Sa**	x fois x, égal x deux (elle écrit en même temps x^2)
70	**En**	Oui (**Sa** continue le développement en silence, elle écrit $2x(x^2 + xy + xy + y^2) = 2x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + 2x^2y =$) On continue la multiplication, deux x fois x deux, deux x trois, plus deux x deux y, *c'est juste*, plus deux xy deux, plus deux x deux y. Maintenant quels sont les termes qu'on peut additionner ?
72	**Sa**	Deux x deux y *et* deux x deux y
73	**En**	Oui (**Sa** écrit $= 4x^4y^2 + 2x^3 + 2xy^2$) (des doigts se lèvent en disant non) *On va voir, on va voir* *Qu'est ce qu'il y a de faux ?*
74	**Eli**	Quatre x quatre y deux *est faux*
75	**En**	Quatre x quatre y deux, *oui, pourquoi c'est faux* ?
76	**Eli**	*Ça doit donner* quatre x deux
77	**En**	Quatre, x deux
78	**Eli**	*On ne fait pas les* puissances
79	**En**	Les puissances ne changent pas dans l'addition Lorsqu'on dit x plus x égal combien ?
80	**Els**	Deux, deux x
81	**En**	Deux x, n'est ce pas ? *C-à-d* les puissances ne changent pas. Donc, on additionne x deux y avec x deux y, donc la réponse va rester x deux y, *mais* combien de x deux y ? Quatre, *par ce qu'on a* deux plus deux, *c-à-d* quatre x deux y (**Sa** efface $4\ x^4y^2$ et écrit à sa place $4x^2y$) C'est correct, *continue* (**Sa** passe à la deuxième expression (m + n)(a – b), qu'elle écrit en silence) *Encore* un développement m plus n facteur de a moins b Donc, comment on fait la multiplication ? (il s'approche du tableau et trace les flèches de distribution) m fois a, ensuite
82	**Els**	m fois b
83	**En**	*c-à-d* moins mb
84	**Els**	Plus na
85	**En**	Et moins nb (il écrit en même temps = ma – mb + na – nb) Est-ce qu'il y a des additions qu'on peut faire ici ?
86	**Els**	Non
87	**En**	Non (5 sec de silence) Et troisième développement, x moins y facteur de u moins v (**Sa** écrit en même temps (x – y)(u – v) = xu – xv – yu + yv) Donc, (il s'approche du tableau et trace les flèches de distrbution) xu moins xv, moins yu, plus
88	**Els**	Plus yv
89	**En**	Plus yv *Aussi*, est ce qu'on peut additionner ?
90	**Els**	Non
91	**En**	*Parce que* il n'y a pas de termes semblables

		(4 sec de silence)
92	**Sa**	Mets en facteur (elle lit la consigne de la deuxième question)
93	**En**	La première partie, c'était un développement, maintenant, il faut mettre
94	**Naj**	En facteur
95	**En**	En facteur (**Sa** écrit en silence $4x + 8xy^2 + 2x^2y$) Pour mettre en facteur, on commence tout d'abord à chercher quoi ?
96	**Els**	Le facteur commun
97	**En**	Le facteur commun. Quel est le facteur commun ici ?
98	**Sa**	Deux
99	**Els**	Deux
100	**En**	Deux (il regarde la classe d'un regard demandant le reste de la réponse)
101	**Els**	Deux x (**Sa** écrit = 2x( )
102	**En**	Comment on trouve les nombres qui restent à l'intérieur de la parenthèse ?
103	**Nis**	On divise
104	**En**	*Oui*, on divise quoi ?
105	**Sa**	Par le facteur
106	**En**	On divise le nombre
107	**En** + **Els**	Par le facteur commun
108	**En**	*C-à-d* quatre x divisé par deux x, *nous donne* deux Huit y deux divisé par deux x, ça fait quatre
109	**En** + **Els**	y deux.
110	**En**	Et le dernier ?
111	**Els**	xy (**Sa** a écrit en même temps que les dictions $2x(2 + 4y^2 + xy)$) (l'**En** fait signe à **Sa** de passer au suivant, et elle écrit a(a + b) + b(a + b))
112	**En**	Quel est le facteur commun qu'on peut voir ici ?
113	**Ma**	Le a
114	**Sa**	a plus b
115	**Nis**	a plus b
116	**En**	a plus b. c'est une parenthèse ici. C'est a plus b le facteur commun Bon, si on met a plus b en facteur, qu'est ce qui reste dans le premier ?
117	**Els**	a
118	**En**	a Et dans le deuxième ?
119	**Els**	b
120	**Els**	Plus b
121	**En**	Plus b (**Sa** écrit en même temps = (a + b)(a + b)) (**Sa** passe à l'expression suivante et qui est la dernière dans cette activité, et écrit $x^2 + xy - y^2 - xy$)
122	**Sa**	Il n'y a pas un facteur commun
123	**En**	Donc, (il regarde l'expression au tableau et l'identifie avec celle du livre pour s'assurer que **Sa** l'a bien recopiée) Donc, il n'y a pas un facteur commun ici pour les quatre nombres. Qu'est ce qu'on va faire ?
124	**Naj**	Plus xy moins xy s'annule
125	**En**	Ensuite
126	**Naj**	*Il reste* x deux moins y deux
127	**En**	*Bon*, est ce qu'on peut factoriser ?
128	**Els**	Non (3 sec de silence)
129	**Naj**	Oui, x moins y à la puissance deux
130	**En**	Donc, on cherche ici un facteur commun, n'est ce pas ? Lorsque ce facteur commun n'existe pas, qu'est ce qu'on peut faire ? Au lieu de prendre un facteur commun pour les quatre nombres, on va essayer de prendre un facteur commun
131	**Els**	Pour deux nombres
132	**En**	Pour deux nombres

133	**Sa**	x deux plus xy
134	**En**	Par exemple, si on prend x deux plus xy
135	**Els**	x
136	**En**	Qu’est ce qu’ils ont comme facteur commun ?
137	**Els**	x
138	**En**	Egal (il fait signe à **Sa** d’écrire, elle écrit = x (x + y)) Donc, on a pris ces deux nombres, x deux plus xy, ils ont x comme facteur commun, il reste x facteur de x plus y Moins y deux avec xy (il trace en dessous de $-y^2 - xy$ une accolade et **Sa** écrit – y(y – x) à la suite de x (x + y), donc sa réponse est = x (x + y) – y(y – x)) Moins y facteur de y moins, x
139	**Els**	Non
140	**En**	*Quoi* ?
141	**Man**	*On fait* x deux moins y deux *seul, puis on fait*
142	**En**	*Si, c’est mieux* Donc, qu’est ce qu’on a fait ici ? Il y a une fauteeeeuh
143	**Nis**	De signe.
144	**En**	De signe, où ?
145	**Nis**	*Dans* moins x moins y
146	**En**	Oui
147	**Nis**	Moins x par moins x, il devient plus y
148	**En**	Donc, ce moins x qui était ici (il montre le –x de la donnée et trace les flèches de distribution pour –y(y – x))) Si on fait le développement à nouveau, moins y fois y ?
149	**Nis**	Moins y deux
150	**En**	Moins y deux, bon. Moins y multiplié par moins x
151	**Els**	Plus xy
152	**En**	Plus xy, on a ici moins xy (il montre –xy de la donnée), donc il faut prendre un plus x (il corrige le moins en plus dans –y(y – x)), pour obtenir moins par plus
153	**Els**	Moins
154	**En**	Moins. Pour cela, Monsieur, avant de commencer par mettre en facteur, on va prendre les nombres et les mettre deux à deux entre parenthèses, c-à-d (il efface tout le travail de **Sa)** Donc, avant de chercher le facteur commun, qu’est ce qu’on va faire ? On a dit, il faut les prendre deux à deux et les mettre entre parenthèses pour savoir si le signe est correct ou non. *C-à-d*, on dit x deux plus xy, on va les travailler ensemble, moins y deux plus xy (à la suite de $x^2 + xy - y^2 - xy$, il écrit = $(x^2 + xy) - (y^2 + xy)$) Ok, on peut maintenant vérifier le signe avant de continuer la factorisation. Donc, moins par y deux, moins y deux, moins par plus xy, ça donne moins xy. Maintenant, je prends le facteur commun (il écrit x(x + y) – y(x + y) (1)), et comment on peut continuer maintenant ? Est-ce qu’on a trouvé un facteur commun ici ? (il montre (1))
155	**Els**	Oui, xy
156	**Els**	x plus y
157	**En**	x plus y,. quel est le facteur commun qui se trouve dans les deux ?
158	**Cl**	x plus y
159	**En**	Donc, x plus y, c’est un facteur commun. Donc, si on met x plus y en facteur, qu’est ce qu’il reste pour le premier ? (il écrit à la suite de (1) = (x + y)(x – y))
160	**Els**	x moins y
161	**En**	x, Et pour le deuxième ?
162	**Els + En**	Moins y, ok. Merci
163	**En**	Donc, on a ces quatre figures géométriques La première figure, c’est quoi ?
164	**Els**	Carré
165	**En**	C’est un carré de côté

166	**Els**	b
167	**En**	b. La deuxième
168	**Els**	Rectangle
169	**En**	C'est un rectangle de longueur, *Combien est la* longueur ?
170	**Els**	x
171	**Ca**	a
172	**En**	a. Largeur ?
173	**Els**	b
174	**En**	b. Troisième figure ?
175	**Els**	Carré
176	**En**	C'est un carré. *Ça c'est devenu* a (il montre le côté du carré et écrit a) Et la quatrième figure ?
177	**Els**	Rectangle
178	**En**	Rectangle. *Encore*, quelles sont les longueurs ?
179	**Els+ En**	a et b (l'enseignant fait signe à **Ca,** qui est au tableau, de lire la consigne)
180	**Ca**	On va chercher la somme des aires
181	**En**	On va calculer la somme des aires des figures géométriques suivantes Donc, on commence par calculer l'aire de chaque, figure, ok *Ça* la première, la deuxième, la troisième et la quatrième (il numérote les figures ainsi 1 le petit carré de côté b 2 et 4 les deux rectangles égaux 3 le grand carré de côté a) Donc, l'aire de la première figure
182	**Ca**	C'est un carré alors, côté fois côté (elle écrit : l'Aire de la première figure et en dessous $c \times c$)
183	**En**	C'est un carré. *Ça veut dire*
184	**Els**	Côté fois côté
185	**Ca**	b fois b, b deux (elle écrit à la suite de $c \times c = b \times b = b^2$)
186	**En**	Donc, on va appeler l'aire ici A_1 (il ajoute $A_1 =$ devant $c \times c$) *C-à-d* c'est l'aire de la
187	**En + Els**	Première figure
188	**Ca**	(**Ca** écrit en silence : L'aire de la deuxième figure $A_2 = L \times l = a \times b = ab$) L fois l, longueur fois largeur
189	**En**	La deuxième figure, on a dit c'est quoi ?
190	**Els**	Rectangle
191	**En**	Rectangle
192	**Els**	Longueur fois largeur
193	**En**	Longueur fois largeur. Donc la longueur, c'est quoi ?
194	**Els**	a
195	**En**	*Et la* largeur ?
196	**Els**	b
197	**En**	Donc a fois b
198	**Els**	Egal ab
199	**En**	Egal ab **(Ca** écrit : l'aire de la troisième figure $A_3 = c \times c = a \times a = a^2$) Troisième figure, c'est encore un carré
200	**Ma**	a fois égal a à la puissance deux.
201	**En**	a à la puissance deux (**Ca** efface la moitié du tableau pour continuer son travail et écrit : l'aire de la quatrième figure $A_4 = L \times l = a \times b = ab$) La quatrième figure c'est encore un rectangle
202	**Ma**	Longueur fois largeur
203	**En**	Longueur fois largeur Maintenant quelle est l'aire de toutes ces figures ?

		La somme des aires (il fait signe du doigt à **Ca** pour calculer la somme des aires) (**Ca** écrit : la somme des aires est : $b^2 + ab + a^2 + ab =$) Donc, la somme, on va faire A_1 plus A_2 plus A_3 plus A_4 b deux plus ab plus a deux plus ab
204	**Ca**	Est égal, b deux, ab à la puissance deux
205	**Els**	Deux ab
206	**En**	Attendez, attendez. Donc, tout d'abord, on a dit c'est b deux, écrivez, plus a deux, plus (il demande à **Ca** d'écrire, elle écrit en même temps que les dictions de l'enseignant : $b^2 + a^2$)
207	**Els**	Plus deux ab
208	**En**	Maintenant on a les termes semblables : ab et ab, ça donne quoi ?
209	**Els**	Deux ab
210	**En**	Deux ab, ok Donc, les nombres *ou* les puissances ne changent pas. On additionne un ab avec un ab ça donne deux ab. Comme si on fait l'addition par exemple : un livre plus un livre, ça fait quoi ?
211	**Els**	Deux livres
212	**En**	Deux livres au carré ?
213	**Els**	Non
214	**En**	Deux livres. Donc, les puissances ne changent pas (**Ca** a écrit $b^2 + a^2 + 2ab$) Maintenant avec ces quatre figures géométriques, on va essayer de faire une seule figure géométrique
215	**Ri**	Monsieur *on ne peut pas mettre* a plus b à la puissance deux ?
216	**En**	*On ne la connaît pas, on ne l'a pas étudiée, pourquoi vous avancez ?*
217	**Ri**	*Mais c'est bien a plus b* à la puissance deux
218	**En**	*Oui, mais on n'a pas encore pris* la formule*. On n'a pas expliqué la leçon*
219	**Ri**	Ah !!
220	**En**	Donc, comment on va trouver une seule figure géométrique avec ces quatre figures ? (il regarde toute la classe pour avoir une réponse) *Qui les a faites ? Qui a obtenu* une seule figure formée avec ces quatre figures ? (12 sec d'attente pour une réponse) *Vous n'avez pas essayé ?*
221	**El**	Comment ?
222	**En**	Ces quatre figures on va les mettre d'une façon ou bien d'une autre pour obtenir une seule figure. Comment on va les placer pour obtenir une seule figure ? C-*à-d* un carré ou bien un rectangle, *mais*, *une seule* figure, *non pas* quatre figures *comme ici*
223	**Rei**	*On met le premier avec la seconde activité* (dans le dessin de la seconde activité il manque un petit carré de côté b, elle veut l'ajouter au dessin pour avoir un carré complet)
224	**En**	*Avec l'activité deux, que signifie avec l'activité deux ?*
225	**Rei**	*Oui, pour avoir un carré* (on entend des rires)
226	**En**	Activité *chacune seule* Donc, ces quatre figures, *ici*, on va les joindre pour obtenir une seule figure *Ok, regardez les* Comment, on peut former par exemple un carré avec ces quatre figures ?
227	**Ma**	*On additionne deux ensemble.* Le carré 1 *avec* le carré 3
228	**Els**	*Non, non*
229	**Le**	*On colle deux avec trois*
230	**Ma**	*Comment deux avec trois ?*
231	**Le**	*Puis le* 4 *à droite ou à gauche et le* 1 *dans le coin vide*
232	**En**	Donc on obtient un carré
233	**Els**	*Comment*
234	**En**	Deux avec trois, *c-à-d* le rectangle avec ce carré (il explique sur le dessin en collant 2 à 3 dans l'aire). Ensuite ce rectangle qui est ici (il montre la figure 4), *où on le met ?* *Ici où ici* (il colle le rectangle 4 à gauche du carré 3, puis le petit carré 1 dans le coin vide) Bon, qu'est ce qu'on trouve ici ? On trouve alors un
235	**Els**	Carré
236	**En**	Carré. (La classe est trop bruyante, les élèves n'arrivent pas à croire leurs yeux) Regardez. (il reprend le dessin et explique de nouveau la juxtaposition des quatre figures pour une minute)

		Donc, la nouvelle figure obtenue, c'est quoi ?
237	**Els**	Un carré
238	**En**	C'est un carré Tout d'abord, pour savoir si c'est un carré ou bien non, on va trouver la longueur des côtés, ok Donc, la mesure ici c'est quoi ? (il montre le côté du petit rectangle 1)
239	**Els**	b
240	**En**	b. Donc cette longueur ? (il montre le côté du carré 3)
241	**Els**	a
242	**En**	C'est a. Donc ici (il montre les côtés l'un après l'autre et écrit devant la longueur donnée juste par le groupe classe) Donc, les quatre côté sont égaux, *c-à-d* c'est un carré C'est un carré qui a pour côté combien ?
243	**Ca**	ab
244	**Els**	a
245	**Els**	a b
246	**En**	*Que veut dire* ab *?* b
247	**Ma**	Il a quatre côtés
248	**En**	Ok, il a quatre côtés, quelle est la longueur de chaque côté ?
249	**Ni**	a plus b
250	**Els**	a plus b
251	**En**	a plus b. (Il fait signe à **Ca** pour écrire, elle écrit : La longueur de chaque côté du carré obtenu est a + b) Ce n'est pas nécessaire de dire de chaque côté, la longueur du côté est quoi ?
252	**Els**	a plus b
253	**En**	a plus b. *Ok* Maintenant, monsieur, on demande, quelle formule on peut tirer à partir de cette activité ? Donc, premièrement, on a calculé les aires de chaque figure, ensuite, on a calculé la somme des aires, on a trouvé b deux plus a deux plus deux ab (il lit ce qui est écrit au tableau) *Ok,* on a placé, maintenant, ces quatre figures pour former un nouveau carré, qui a pour côté
254	**En** + **Els**	a plus b
255	**En**	Quelle est l'aire de ce nouveau carré ?
256	**Els**	a plus b par a plus b a plus b fois a plus b
257	**En**	Attendez, *une à une*
258	**Sa**	a plus b à la puissance deux
259	**En**	Pourquoi ?
260	**Sa**	*Parce que* l'aire du carré, côté fois côté
261	**En**	Côté fois côté. *C-à-d,* le côté c'est a plus b, donc, l'aire de ce carré maintenant, *c'est* a plus b à la puissance deux (**Ca** écrit : l'aire du carré $(a + b)^2$) Donc l'aire du carré obtenu, ou tout ce carré est a, plus b, le tout à la puissance deux Ensuite (**Ca** s'apprête pour effacer la première partie du travail, l'enseignant l'arrête), attendez, attendez, *on n'a pas fini* Il faut trouver maintenant la formule qu'on peut tirer de ce calcul qu'on a fait ici Donc, on a calculé les aires de chaque figure ensemble, ensuite, on a additionné. *C-à-d,* on a trouvé ici l'aire des quatre figures, n'est ce pas ? (il montre $b^2 + a^2 + 2ab$ (*)) Et ici, qu'est ce qu'on a trouvé ? (il montre $(a + b)^2$(**))
262	**Els**	L'aire du carré
263	**En**	L'aire du carré. *C-à-d, aussi,* l'aire des quatre figures. *N'est ce pas que* ces quatre figures ont formé le carré
264	**Els**	Oui
265	**En**	Oui. Ici, on a trouvé a plus b au carré, et ici on trouvé b deux plus a deux plus deux ab Donc, qu'est ce qu'on peut tirer ?
266	**May**	a plus b à la puissance deux est égal à b à la puissance deux plus a à la puissance deux plus deux ab
267	**En**	Il y a égalité entre ces deux (il montre (*) et (**))

		C-à-d je peux tirer que a plus b au carré, *c'est* égal à b deux plus a deux plus deux ab Donc, troisièmement : quelle est la formule qu'on peut tirer ? (il relit la consigne) a plus b au carré, égal à b deux plus a deux plus deux ab (**Ca** dicte en même temps que l'enseignant qui écrit $(a + b)^2 = b^2 + a^2 + 2ab$) *Encore* activité deux Activité deux, c'est la même chose, même calcul pour essayer de trouver une autre formule *Allez-y*. (25 sec pour que les élèves recopie la correction de l'activité, l'enseignant en recherchant une volontaire, fait signe du doigt à **Re** pour passer au tableau et lui demande d'effacer tout le tableau) (elle écrit <u>Activité deux</u> et l'enseignant trace la figure correspondante qui est un carré de côté a, duquel on a découpé un petit carré de côté b) Donc, quelle est l'aire de cette figure ? (**Re** écrit : 1) l'aire de la figure) Quelle est l'aire de cette figure ?
268	**Els**	a deux moins
269	**En**	Tout d'abord, cette figure, c'est quoi ?
270	**Els**	Carré, c'est un carré
271	**En**	*Une seconde, une seconde, une second.*(il regarde **Re** pour qu'elle répond) C'est un
272	**Re**	Carré
273	**En**	Carré de côté
274	**Els**	a
275	**Eln**	*Mais il manque un petit carré*
276	**En**	Ok, on a enlevé un deuxième carré, de côté combien ?
277	**Els**	b
278	**En**	b. donc, l'aire
279	**Re**	a deux moins b deux (elle écrit $a^2 – b^2$)
280	**En**	C'est le grand carré a, on a enlevé le carré b Donc l'aire de la figure, a deux moins b deux. Ok Maintenant, on va prendre cette figure, on va la partager en deux et on va essayer de former avec ces deux parties un rectangle
281	**Els**	Oui
282	**En**	Oui ? Comment on va faire pour obtenir le rectangle ? Avec cette figure, on a dit, il faut la partager en deux parties
283	**Eln**	On coupe (et elle mime la coupure)
284	**En**	*J'ai pas compris*
285	**Re**	*On enlève* (elle montre le petit rectangle diminué du carré) *et on le colle ici* (elle montre le côté gauche du carré)
286	**En**	Ok Donc, on va partager cette figure en deux, on peut la découper ici (il trace des pointillées pour montrer le rectangle qu'il faut découper du carré et le hachure en bleu). Ensuite, on prend cette partie et on la met ici (il reexplique l'idée de **Eln**) Donc, on obtient une nouvelle figure, cette nouvelle figure, c'est quoi ?
287	**Els**	Rectangle
288	**En**	C'est un rectangle On va voir maintenant, quelles sont les dimensions de ce rectangle ? *C-à-d,* Quelle est la longueur et quelle est la largeur ?
289	**Je**	La longueur est a plus b
290	**En**	*Laquelle est la longueur (***Je** montre la longueur de sa place en mimant par le doigt), oui a plus b *et la* largeur
291	**Je**	a
292	**Ma**	Non, b
293	**Els**	a
294	**Els**	a moins b
295	**En**	Attendez, attendez
296	**Ca**	a moins b
297	**En**	Donc, on a pris cette partie (il montre le rectangle déplacé) Cette partie c'est quoi ? (pas de réponse) C'est un rectangle, n'est ce pas ?

		Elle a largeur b, *et ce côté*
298	**Els**	a
299	**Els**	a moins b
300	**En**	*Ça c'est combien* ? (il montre la longueur du rectangle découpé)
301	**Els**	a moins b
302	**En**	a moins b *On l'a prise et on l'a mise ici,* n'est ce pas ? Donc, cette longueur c'est quoi ? (il montre le petit côté du carré découpé)
303	**Els**	b
304	**En**	C'est b, donc la longueur *c'est*
305	**Els + En**	a plus b
306	**En**	Et la largeur du rectangle
307	**Els**	a moins b
308	**Sa**	*C-à-d* a plus b fois a moins b
309	**En**	Ça c'est quoi ?
310	**Sa + Ni**	L'aire
311	**Els**	L'aire
312	**En**	*Attendez qu'on arrive* Donc, quelles sont ses dimensions ? *C-à-d* longueur (il fait signe du doigt à **Re** pour écrire) Il faut dire longueur égale (elle écrit : 2) Ses dimensions sont : L = a + b l = a – b) Donc, la longueur, on a dit, c'est a plus b et la largeur c'est a moins b Et maintenant l'aire c'est quoi ?
313	**Els**	a plus b par a moins b
314	**En**	C'est la longueur fois la largeur. *C-à-d*
315	**En + Els**	a plus b fois a moins b (**Re** écrit : Aire = (a + b)(a – b))
316	**En**	Donc, on a dit l'aire, c'est a plus b par a moins b Et dans la première question, on a calculé l'aire, est ce que cette aire a changé ?
317	**Els**	Non
318	**En**	Non On a découpé une partie, on l'a mise ici (il explique sur la figure), donc l'aire n'a pas changé Quelle est l'aire trouvée dans la première question ?
319	**Els**	a deux moins b deux
320	**En**	Dans la deuxième question ?
321	**Els**	a moins b fois a plus b
322	**En**	Donc, quelle est la formule qu'on peut tirer ici ?
323	**Ma**	a deux b deux égal a plus b fois a moins b
324	**En**	On n'a pas dit qu'il y a égalité ici
325	**Els**	Oui
326	**En**	*C-à-d*, a plus b par a moins b égal a deux moins b deux (**Re** écrit : 3) (a – b)(a + b) = $a^2 - b^2$) Donc égal a deux moins b deux Bon, merci (il attend 25 sec pour que les élèves recopient la correction) *Vous avez fini*
327	**Els**	Oui
328	**En**	Ok, effacez le tableau Maintenant, les trois formules, que vous devez savoir sont quoi ?
329	**En + Els**	(il écrit en même temps que les dictions) a plus b à la puissance deux, ($(a + b)^2$ puis en dessous), a moins b à la puissance deux, ($(a - b)^2$ puis en dessous), a plus b par a moins b((a + b)(a – b)) (Donc l'enseignant a écrit ainsi :

		$(a + b)^2 =$ $(a – b)^2 =$ (F) $(a + b)(a – b) =$)
330	**En**	Ces formules, vous devez les savoir dans le calcul, ou bien dans le développement, ou bien dans la factorisation On va voir à quoi est égale chacune de ces trois Tout d'abord, si on commence par a plus b à la puissance deux. On a vu la démonstration géométrique de cette identité remarquable, *qui nous a donné dans* l'activité quoi ?
331	**En + Els**	a deux plus b deux plus deux a b
332	**En**	Maintenant, comment on peut calculer cette formule algébriquement ? a plus b à la puissance deux (il écrit de nouveau $(a + b)^2$)
333	**Ma**	a deux plus deux ab plus b deux
334	**En**	*Comment on l'a cherchée* ?
335	**Ma**	*Du premier*
336	**En**	On va démontrer la formule
337	**Sa**	C'est a plus b par a plus b
338	**En**	Tout d'abord, on démontre la formule, ensuite, on peut l'utiliser Donc, on a dit a plus b à la puissance deux, c'est a plus b fois a plus b (il écrit à la suite de $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$) Comment on fait le produit ? Comment on multiplie ces deux parenthèses ?
339	**Els**	(Toute la classe parle en même temps, on ne comprend rien, **Ca** explique la distribution avec son doigt en l'air)
340	**En**	*Premièrement*, on multiplie le premier terme avec tous les termes de la deuxième parenthèse (il trace les flèches de distribution) a fois a
341	**Els**	a deux
342	**En**	a deux (il écrit en même temps)
343	**Els**	a fois b, ab
344	**En**	Plus ab
345	**Els**	Plus ab
346	**Els**	Plus ba, non ab
347	**En**	*Calmez vous, calmez vous un peu* Ensuite, b fois a
348	**Els**	ba, ab
350	**En**	ba ou bien ab, plus
351	**Els**	b deux
352	**En**	b deux, égal a deux plus
353	**Els**	Deux ab
354	**En**	On a dit ces deux termes sont semblables (il montre ab et ab), *c-à-d* je peux les additionner, deux ab plus
355	**Els**	b deux
356	**En**	b deux (l'enseignant a écrit : $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$ $= a^2 + 2ab + b^2$) Donc, ça c'est la première formule (il écrit, à côté de $(a + b)^2$,dans (F), $= a^2 + 2ab + b^2$) La deuxième, a moins b à la puissance deux. *C-à-d* c'est
357	**Els + En**	a moins b fois a moins b, égal (l'enseignant écrit en même temps que les dictions $(a – b)^2 =$)
358	**Ma**	a avec a, a deux
359	**En**	*Doucement*. (Il trace les flèches de distribution) a fois a
360	**En + Els**	a deux, moins ab
361	**Els**	Moins ba
362	**En**	Moins ba ou bien moins ab
363	**Els**	Plus b deux

364	**En**	Plus b deux, ça me donne a deux, moins ab *et* moins ab
365	**Els**	Moins deux ab
366	**En**	Moins deux ab
367	**Els**	plus b deux
368	**En**	Plus b deux (il a écrit : $(a – b)^2 = a^2 – ab – ab + b^2$ $= a^2 – 2ab + b^2$) Ça, c'est la deuxième formule (il a réécrit dans (F) $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$) Donc, il reste la troisième, qui est a plus par
369	**En + Els**	a moins b (il écrit en même temps qu'il parle, il trace les flèches de distribution) a deux moins ab plus ab moins b deux
370	**Els**	a deux moins b deux
371	**En**	Plus ab moins ab ça donne zéro. Il reste a deux, moins b deux (il a écrit : $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$) (il passe à (F) pour compléter la troisième formule par $a^2 – b^2$) Bon, voici les trois formules (il montre (F)), qu'il faut retenir, comprendre et savoir appliquer dans les exercices Euuuh !!! On commence avec l'exercice I (il écrit au tableau P 99 ex I) *Travaillez devant vous* (10 seconde après) Commencez le numéro un et préparez jusqu'à
372	**Ma**	Quatre
373	**Sa**	Trois
374	**Eli**	Un
375	**En**	Quatre
376	**Ne**	Quatre
377	**En**	*C-à-d* un, deux, trois, quatre
378	**El**	Un pour la maison
379	**En**	*Le un, maintenant commencez le* Faites attention, on va développer ou bien factoriser, ok **La cloche a sonné**

Deuxième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	Exercice 1(il fait signe du doigt à **No** pour passer au tableau, il la choisit parmi plusieurs qui ont aussi levé le doigt) (il écrit au tableau p 99 n° 1 et puis il lit la consigne) Lequel des produits suivants est une factorisation de l'expression quatre x deux moins un. Donc ici, on va faire une factorisation. On a six réponses, laquelle de ces réponses est la réponse vraie ? (10 sec de silence) Tout d'abord, l'expression c'est (il écrit au tableau $4x^2 – 1$), l'expression qu'on va factoriser c'est quatre x deux moins un Donc, laquelle des réponses a, b, ceeehhh, ainsi de suite, est une factorisation de cette expression quatre x deux moins un Pour savoir, comment on va travailler ?
2	**Els**	On va développer
3	**En**	Il y a deux méthodes. Ou bien on factorise quatre x deux moins un, ou bien on développe les réponses pour savoir quelle est la réponse correcte ?
4	**Els**	On développe
5	**En**	On commence La première réponse a), c'est quoi ?
6	**No**	Quatre x moins un facteur de quatre x plus un (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(4x – 1)(4x + 1)$).
7	**En**	[facteur de quatre x plus un Si je développe cette expression, est ce qu'elle va donner quatre x deux moins un ?
8	**Els**	Non
9	**En**	On va voir, on va voir Tout d'abord, c'est quelle formule ?

		Quatre x moins un
10	**Els**	[c'est a plus b
11	**En**	[*une à une*
12	**No**	a moins b facteur de a plus b
13	**En**	Qui donne quoi ?
14	**Sa**	a deux moins deux
15	**Ne**	[b deux
16	**Ma**	[plus ab
17	**No**	Non (la classe s'agite, un brouhaha s'entend)
18	**En**	*Mais* Monsieur !! Oui (il donne la parole à **Sa** qui lève le doigt)
19	**Sa**	a plus b facteur de a moins b, a deux moins b deux
20	**En**	a à la puissance deux, moins b à la puissance deux, ok *On ne les a pas encore étudiées* ?
21	**Els**	*Si, si (des rires se font entendre)*
22	**En**	Donc, on a dit c'est de la forme a moins b par a plus b Si on veut la développer, elle va donner quoi ? a deux moins b deux
23	**Els**	[a deux moins b deux
24	**En**	C-à-d, elle va donner quatre x à la puissance deux, ça c'est a à la puissance deux, moins b à la puissance deux, égal combien ? (il écrit en même temps $(4x)^2 – (1)^2 =$) (**No** s'approche du tableau pour écrire $16x^2 – 1$ à côté de =) donc, seize x deux moins un Est-ce que c'est la bonne réponse ?
25	**No**	Oui
26	**Els**	Non, non
27	**En**	Non, on a quatre x deux en haut (il lui montre $4x^2 – 1$) On développe le b) maintenant. x plus quatre facteur de x moins quatre (**No** écrit $(x + 4)(x – 4) =$) *Encore*, c'est quelle forme ?
28	**Ma**	a moins b**,** a plus b
29	**Els**	a plus b fois a moins b
30	**En**	a plus b, par, a moins b. Qui va donner la réponse maintenant ? (il choisit **Le**) a plus b par a moins b
31	**Le**	a deux
32	**En**	Oui
33	**Le**	moins deux a b
34	**Els**	b deux
35	**El**	Deux ba
36	**En**	Quoi ? (il adresse la parole à **Jo**)
37	**Jo**	a deux, plus ab moins
38	**Els**	*Non* (des rires se font entendre)
39	**En**	*Ce ne sont que* trois formules (des doigts se lèvent et on entend des « *moi, laisse moi dire* ») (il donne la parole à **Na)**
40	**Na**	a plus b, facteur, a moins b, égal, a deux moins b deux
41	**En**	a deux moins b deux. *On vient de la dire* !! Donc, encore, c'est de la forme a deux, moins b deux. Le a c'est x, *c-à-d* x à la puissance deux, moins quatre à la puissance deux (**No** écrit en même temps $(x)^2 – (4)^2$) qui donne x deux moins seize (**No** écrit $x^2 – 16$) *Encore*, c'est pas la bonne réponse, on continue avec le c)
42	**Elh**	Monsieur, *je ne comprends pas, j'ai la même réponse, mais ce n'est pas comme ça que j'ai fait*
43	**En**	(il s'approche de **Elh** et examine son cahier) Développement, vous avez fait ça (il mime les flèches de distribution) On peut trouver directement la réponse à l'aide de la formule, a moins b par a plus b, ça donne, a deux, moins, b deux (**Elh** a développé en utilisant par distribution) Si vous multipliez, vous trouvez, a deux moins ab plus ab, qui donne, zéro Donc quatre facteur x moins un par x plus un (**No** écrit $4(x – 1)(x + 1) = 4(x)^2 – (1)^2)$

		$= 4x^2 – 4$ l'enseignant s'approche du tableau et explique) On a toujours le quatre, c'est en facteur (il trace des crochets ainsi $4[(x – 1)(x + 1)]$) Donc, le quatre, il faut le multiplier par x moins un et par x plus un. Elle a tout d'abord multiplié par x moins un et par x plus un, *c-à-d*, la réponse, il faut la multiplier par quatre, on obtient x deux moins un, c'est égal à quatre x deux moins quatre. (il écrit $4[(x – 1)(x + 1)] = 4(x^2 – 1)$ $= 4x^2 – 4$) *Aussi*, ce n'est pas la bonne réponse (**No** écrit $(2x – 1)^2$) Deux x moins un à la puissance deux (**No** s'apprêtait à écrire la réponse) Attendez, attendez, attendez. C'est quelle formule ?
44	**El**	Deux x deux
45	**En**	Quelle formule ? (brouhaha) *Calmez vous.* C'est quelle formule ?
46	**Ma**	a moins b au carré
47	**En**	a moins b à la puissance deux
48	**Els**	[deux
49	**En**	N'est ce pas ? Deux x moins un à la puissance deux, on a dit c'est la forme a moins b à la puissance deux. *On veut la réponse*
50	**Ma**	Egal a deux, moins deux ab, plus b deux.
51	**En**	a deux, moins deux ab, plus b deux
52	**Els**	[a deux, moins deux ab, plus b deux
53	**En**	Donc, on va l'appliquer ici Quel est le a ?
54	**Els**	Deux x
55	**Ma**	*On fait* deux x au carré
56	**En**	Deux x, donc on fait deux x à la puissance deux (**No** écrit $2x^2$) Entre parenthèses toujours (il corrige à **No** $(2x)^2$) Faites attention comment on va faire le développement On a dit, c'est a à la puissance deux, deux a, toujours entre parenthèses pour ne pas faire des fautes, plus b deux (il écrit en même temps qu'il parle à la suite de $(2x)^2$ $(2x)^2$; - 2 ( )( ) + ($)^2$) E1 N'est ce pas ? Donc, on a dit, c'est a à la puissance deux, moins deux**,** fois a fois b, plus b à la puissance deux, (il écrit sous E1 = $(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2$ E2) toujours avec des parenthèses, ok !!
57	**Ma**	*Sans* parenthèses *c'est faux* ?
58	**En**	Non, c'est pas faux, mais pour ne pas faire des fautes, on met toujours des parenthèses. *C'est mieux avec des* parenthèses
59	**Ne**	Monsieur, *si on fait une autre méthode, c'est faux* ?
60	**En**	*c'est quoi autre méthode* ? (il s'approche de **Ne** et examine son cahier) *Qu'est ce que tu as fait* ?
61	**Ne**	*J'ai fait comme la méthode du livre* (elle a développée en distribuant)
62	**En**	*Mais tu as fait un produit faux. Attends,* deux fois deux x
63	**Ne**	Quatre x
64	**En**	Quatre x deux. Deux x par moins un, moins deux x
65	**Ne**	Oui
66	**En**	Moins un par deux x, ça fait moins deux x, moins par plus, moins deux x, et moins par moins
67	**Ne**	Plus
68	**En**	Plus. Donc, ça donne quatre x deux**,** moins deux moins deux x
69	**Ne**	Quatre x
70	**En**	Moins quatre x, plus, plus un
71	**Ne**	[un
72	**En**	C'est la même réponse (pendant ce temps **No** a écrit à la suite de E2 = 4x – 4x + 1, une fois l'**En** arrivé au tableau, on entend des non de partout)
73	**Eli**	Monsieur, *ça doit être* quatre x deux
74	**En**	Donc, deux x à la puissance deux, *c-à-d* deux x fois deux x, qui donne (il regarde l'ensemble de la classe)

75	**Els**	Quatre x deux
76	**En**	[quatre x deux (il ajoute l'exposant 2 à 4x dans l'écriture de **No**) plus quatre x plus un *Aussi*, ce n'est pas la réponse
77	**Eli**	J'ai autre méthode
78	**En**	*C'est quoi* l'autre méthode ? (il s'approche d'elle pour examiner son cahier) moins deux moins deux, c'est la même chose
79	**Eli**	*Donc, c'est pas faux*
80	**En**	Non
81	**Ma**	Monsieur, *moi j'ai* deux x moins un deux fois
82	**En**	*Eh, ben,* monsieur, deux x moins un à la puissance deux, c'est quoi ? Ce n'est pas deux x moins un multiplié par deux x moins un ?
83	**Ma**	*Si*
84	**En**	Ok, *on peut faire* multiplication, *et on peut mettre la réponse* d'après la formule a moins b à la puissance deux, *qui nous donne*, a deux, moins deux ab, plus b deux, ou bien vous multipliez la parenthèse fois, la parenthèse*
85	**Sa**	*Oui, c'est comme ça que j'ai fait*
86	**En**	C'est ce qu'on a fait dans le cours Comment on a fait la démonstration de a moins b à la puissance deux ? *On l'a pas fait a moins b* fois *a moins b* ?
87	**Ne**	Monsieur, *est ce qu'on peut faire cette méthode* ?
88	**En**	*C'est la même chose, c'est la même chose, mais* la formule *est plus rapide*, c'est plus rapide
89	**Ne**	*Je n'arrive pas*
90	**En**	*Il faut retenir* les formules
91	**Ne**	*Je les connais, mais je ne sais pas faire*
92	**En**	*Ça viendra avec* les exercices (Pendant ce temps **No a** écrit $(2x + 1)(2x - 1)= 4x^2$, puis elle efface $4x^2$ pour écrire $(2x)^2 - (1)^2 = 4x^2 - 1$, **En** retourne auprès du tableau) Deux x plus un par deux x moins un, encore c'est la forme a plus b par a moins b qui nous donne a deux moins b deux, *c-à-d* quatre x deux moins un Donc, c'est la bonne réponse, e) est la bonne réponse, (pendant ce temps **No** écrit au tableau f) 4x (x), ce n'est pas nécessaire de faire le f), ok *Par ce qu'*on a seulement une seule factorisation
93	**Ma**	*Moi, je l'ai fait*
94	**En**	Faites le f) encore ok. (**No** continue son écriture $4x(x - 1) = 4x^2 - 4x$) Donc, quatre x multiplié par x moins un
95	**Ma**	Quatre x deux moins quatre x, *ce n'est pas la bonne réponse*
96	**En**	*Voilà*, quelle est la bonne réponse ?
97	**Els**	Le e).
98	**En**	Le e). Donc, quelle est la factorisation de quatre x deux moins un ?
99	**Elh**	Deux x plus un, deux x moins un (à haute voix)
100	**Els**	[deux x moins un
101	**En**	(il écrit en gros, Alors : $4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$) Donc, quatre x deux moins un, on a dit c'est deux x plus un multiplié par deux x moins un. Merci Qui a des questions ?
102	**Sa**	*Moi*
103	**En**	*Quoi* ?
104	**Sa**	*Ici, devant, devant, pourquoi on n'a pas multiplié deux fois un, on a multiplié seulement deux fois x ?* (elle parle de 2(2x)(1))
105	**En**	*Deux fois un*
106	**Elh**	Deux fois un, deux
107	**En**	Il faut multiplier trois nombres ensemble, ok. Il faut multiplier deux fois, deux x, fois un. *C-à-d* je multiplie, deux fois deux x, et la réponse fois un. Il n'y a pas plus entre les deux pour multiplier deux fois deux x, ensuite deux fois un, ok Même question avec le deux (13 sec après il choisit **Lei** en lui faisant signe avec le doigt pour passer au tableau, **Lei** écrit p.99 n° 2) Numéro deux, c'est la même question avec neuf x deux, plus douze x, plus quatre (**Lei** écrit en même temps que les dictions de **En,** $9x^2 - 12x + 4$) Ok, on commence avec la première, petit a), c'est deux moins trois à la puissance deux (**Lei**

		écrit $(2x – 3)^2$) C’est la forme a moins b à la puissance deux *Ecris la moi* (il s’adresse à **Ne,** qui ne sait pas quoi écrire) A quoi est égal a moins b à la puissance deux ?
108	**Ne**	a, deux x moins trois facteur
109	**En**	a moins b à la puissance deux, *donne la moi avec* a *et* b
110	**Ne**	a moins b facteur de a moins b
111	**En**	Ok, est égal à quoi ?
112	**Ne**	Egale à, a deux moins deux ab, moins b deux
113	**En**	Plus b deux
114	**Ne**	Plus b deux
115	**En**	Ok, donc, on a dit a moins b à la puissance deux, ça donne, a deux moins deux fois a fois b, plus b à la puissance deux. (il écrit en bleu les lettres $(2x – 3)^2 = (a)^2 – 2\ (a)(b) + (b)^2$ A la place de a, qu’est ce qu’il faut mettre
116	**Ne**	Deux x
117	**En**	Deux x, et deux x, et à la place de b ? (il remplace dans sa première écriture les a par 2x)
118	**Ne**	Trois
119	**En**	Trois (il remplace les b par 3) *Et on arrive à la réponse*
120	**Ri**	*Je n’ai rien compris*
121	**En**	Ok (il efface tout le tableau sauf la donnée) On a dit, c’est la forme a moins b à la puissance deux (il écrit la formule à droite du travail précédent) *Qui est le a* ?
122	**Els**	Deux x
123	**En**	Donc, ça c’est a (il entoure 2x en bleu et écrit en dessous a), moins b à la puissance deux (il entoure le 3 en bleu et écrit en dessous b)
124	**Ma**	Egal à
125	**En**	*Avant de dire* égal à quoi ? a moins b à la puissance deux, c’est égal à quoi ?
126	**Els** + **En**	a deux, moins deux ab, plus b deux (l’**En** écrit $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$)
127	**En**	Ok. Tout d’abord, il faut la retenir, n’est ce pas ? Comment on l’applique maintenant ? *On va la réécrire* a à la puissance deux, moins deux ab, plus b deux
128	**Els**	[b deux
129	**En**	(il écrit à la suite de : $(2x – 3)^2 = (a)^2 – 2(a)(b) + (b)^2$ a b Ok, c’est la formule, *maintenant,* dans cette formule à la place de a qu’est ce qu’il faut mettre ?
130	**Els**	Deux x
131	**Els**	Deux x à la puissance deux
132	**En**	Deux x, enlevez
133	**Lei**	Qui moi ?
134	**En**	Oui. Enlevez le a et on écrit à sa place deux x (**Lei,** efface le a dans la première parenthèse et écrit 2x) Ici, il y a encore le **a** (il lui montre la parenthèse de 2(a)(b), et **Lei** efface a pour écrire 2x) Voilà, à la place de a, on met deux x
135	**Els**	[deux x
136	**En**	*C’est clair* ?
137	**Els**	Oui
138	**En**	Oui. A la place de b ?
139	**Els**	Trois
140	**En**	Trois. Donc, on enlève le b (ce que fait Lei et écrit 3 à la place de tous les b) *on met* trois on a devant nous (($(2x – 3)^2 = (2x)^2 – 2(2x)(3) + (3)^2$) a b Voici la formule. Donc, il reste à faire le calcul. Deux x à la puissance deux ?

141	**Els**	Quatre x deux
142	**En**	Quatre x deux Moins deux, fois, deux x, fois, trois, *c-à-d* deux fois deux quatre
143	**Els**	[quatre
144	**En**	Fois trois, douze
145	**Els**	[douze x
146	**En**	Douze x, plus trois à la puissance deux ?
147	**Els**	Neuf
148	**En**	Neuf (**Lei** a écrit en même temps que l'**En** parlait $4x^2 - 12x + 9$)
149	**Ma**	*C'est très facile*
150	**En**	Donc, c'est la bonne réponse ?
151	**Els**	Oui
152	**Els**	Non
153	**En**	Non, c'est pas la réponse donnée, qui est neuf x deux moins douze x plus quatre On va essayer une donnée, *qui est* b égal trois x moins six à la puissance deux (il passe dans les rangs et s'approche de **Ne)** Tu as compris
154	**Ne**	Oui
155	**En**	*C'est sûr* ?
156	**Ne**	Oui
157	**En**	*Essaye que je vois* (il reste auprès d'elle) Tout d'abord, on écrit la formule, *écris la*, a moins b à la puissance deux (il prend le crayon et écrit en parlant) a moins b à la puissance deux, égal, a à la puissance deux, moins deux ab, plus b deux (il a écrit $(3x - 6)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$) Maintenant, enlevez le a et b, et mettez à sa place trois x et six (il laisse **Ne** et retourne au tableau, pendant ce temps **Lei** avait écrit $(3x - 6)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(6) + (6)^2$ $= 9x^2 - 36x + 36$) Faites attention. Qu'est ce qu'on a dit ça ? (il travaille sur les écrits de **Lei**) C'est a à la puissance deux, le a c'est quoi ?
158	**Els**	Trois x
159	**En**	Trois x. Donc, a à la puissance deux, moins, deux a, b, plus b deux. Ok Ça donne, neuf x deux, moins trente six x, plus trente six (**Lei** écrit $-(3x + 2)^2 = -(3x)^2 + 2$) Attendez, attendez. La troisième donnée, c'est quoi ? C'est moins, parenthèses, trois x plus deux à la puissance deux Donc, le moins c'est pour toute la réponse
160	**Els**	Oui
161	**En**	Bon On enlève le moins (il cache de sa main le signe (-)), qu'est ce qui reste ?
162	**Els**	Trois x plus deux
163	**En**	Trois x plus deux à la puissance deux C'est quelle forme ?
164	**Els**	a plus b à la puissance deux
165	**En**	[a plus b à la puissancccce deux (il donne la parole à **Ca**)
166	**Ca**	a deux, a deux, a deux plus b deux
167	**En**	*Non, non* C'est quoi ? (il s'adresse à **Sar**)
168	**Sar**	a deux, plus deux ab, plus b deux
169	**En**	Donc, a deux, plus deux ab, plus b, deux Donc, tout d'abord (il efface ce que **Lei** avait écrit $-(3x)^2 + 2$ pour écrire) Oublier tout d'abord le moins, à quoi est égal le a ?
170	**Els**	Trois x
171	**En**	Et le b ?
172	**Els**	Deux
173	**En**	Deux. On a dit la formule c'est quoi ?
174	**Ma**	a deux
175	**En**	a à la puissance deux, plus deux a b, plus b à la puissance deux (les **Els** parlent en même

		temps et il écrit à la suite de $-(3x + 2)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$), n'est ce pas ?
176	**Ma**	Oui
177	**En**	Donc, on va enlever le a, et mettre à sa place
178	**Els**	Trois x
179	**En**	[Trois x (il demande à **Lei** de remplacer a par 3x, elle écrit en seconde ligne)
180	**Ma**	Et le moins ?
181	**En**	*On va arriver au moins* A la place de b ?
182	**Els**	Deux
183	**En**	Deux (et **Lei** a écrit $(3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2$) Compris jusqu'à maintenant ? *Oui* !! Quoi ?
184	**Ri**	Le moins ?
185	**En**	*On le laisse pour la fin* Maintenant, faites attention tout d'abord à la formule, a plus b à la puissance deux, *on a dit c'est* a deux, plus deux ab, plus b deux Le a, c'est quoi ? C'est trois x, *c-à-d*, on enlève le a, et on met à sa place
186	**Els**	Trois x
187	**En**	[Trois x, et le b ?
188	**Ri**	Deux
189	**En**	On met deux. Ok, on obtient quoi ? Trois x à la puissance deux
190	**Els**	Neuf x deux
191	**En**	Neuf x deux, plus
192	**Ri**	Deux fois trois x fois deux, douze x
193	**Els + En**	Deux fois trois x fois deux, douze x, plus quatre (il a écrit $9x^2 + 12x + 4$)
194	**En**	Bon. Ça, c'est le calcul sans le signe moins Maintenant, il y a le signe moins, le signe moins est pour toute, la, réponse, c-à-d, moins (il trace en rouge le signe (–) et les crochets ([ ]), ainsi $-(3x + 2)^2 = -[(3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2]$) $= -[9x^2 + 12x + 4]$ Le moins c'est pour tout le produit, le moins, (il écrit en rouge $-9x^2 - 12x - 4$, et les **Els** parlent en même temps que lui), qui nous donne, moins neuf x deux, moins douze x, moins quatre Ok, bon, on continue, le d) (**Lei** écrit d) $(3x - 2)^2$)
195	**Re**	*Moi, j'ai fait autrement* (l'**En** s'approche d'elle et examine son cahier)
196	**En**	*Autrement*, c'est quoi ? *Que veut dire autrement* ?
197	**Re**	*Autre* méthode
198	**En**	*Ce n'est pas autre* méthode, *on écrit de nouveau*, trois x plus deux, on écrit, au lieu de dire trois x plus deux au carré, vous l'écrivez trois x plus deux fois trois x plus deux
199	**Re**	Oui
200	**En**	C'est pas une autre méthode, c'est la même chose
201	**Ne**	Monsieur, *je ne sais pas*
202	**En**	*Quoi* ?
203	**Ne**	*Ça* (l'**En** s'approche d'elle)
204	**En**	La formule, c'est quoi la formule ? Vous n'avez pas compris a moins b à la puissance deux ?
205	**Ne**	Si
206	**En**	Si, *et ça* maintenant c'est a plus b à la puissance deux, *c-à-d* au lieu d'avoir, a deux, moins deux ab, plus b deux, on a maintenant a deux, plus deux ab, plus b deux (Il retourne vers le tableau et lit ce que **Lei** a écrit $(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2$ $= 9x^2 - 12x + 4$) Trois x moins deux à la puissance deux, *c-à-d*, c'est a moins b, de nouveau, à la puissance deux, Qui donne quoi ? (Pas de réponse pendant 3 sec) Qui donne quoi ? a à la puissance deux, plus deux ab, plus b deux (il montre du doigt ses dictions sur les écrits de **Lei**)
207	**Els**	[a à la puissance deux, plus deux ab, plus b deux
208	**Ri**	[b au carré
209	**En**	*C-à-d*, neuf x deux, moins douze x, plus quatre

		On va continuer. C'est la bonne réponse, mais on continue avec e) et f) Quatre facteur, x moins trois au carré (**Lei** écrit $4(x-3)^2$) Même chose, c'est comme le moins, oubliez tout d'abord le quatre On a une puissance et on a quoi ? (il regarde l'ensemble de la classe pour répondre)
210	**Ma**	Fois
211	**En**	Fois. Qu'est ce qu'on fait tout d'abord ?
212	**Ne**	Le parenthèse
213	**Els**	Fois
214	**Els**	Parenthèse
215	**En**	Puissance !!!! Puissance ensuite la multiplication Donc, on commence avec, la, puissance La puissance, c'est de la forme, a moins b à la puissance deux
216	**Els**	[a moins b à la puissance deux
217	**En**	*c-à-d*, encore a, à la puissance deux, moins deux a b, plus b à la puissance deux (il écrit en même temps qu'il parle $= (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$, puis, en rouge, il trace les crochets et ajoute au début le 4, on lit : $4(x-3)^2 = 4[(a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2]$) On fait la multiplication par quatre *C'est sûr ici*, on va enlever le a et b, et mettre à sa place x et trois
218	**Ri**	[x et trois
219	**En**	Donc, toujours Monsieur, pour ne pas faire la faute, écrivez la formule, ensuite remplacer a et b par leur valeur (il fait signe du doigt pour **Lei** pour qu'elle écrive, elle efface les lettres et les remplace par les valeurs correspondantes, on lit $4(x-3)^2 = 4[(x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2)$ Donc, c'est quatre parenthèse, x deux, moins, deux fois x fois trois, six x, plus neuf (**Lei** écrit $4[x^2 - 6x + 9]$) Egal
220	**Lei**	Quatre x deux (elle écrit en même temps)
221	**En**	Quatre x deux
222	**Lei**	Moins, euh, quatre fois six, euh, vingt, vingt quatre x
223	**En**	Vingt quatre x
224	**Lei**	Plus trente six (elle a écrit $= 4x^2 - 24x + 36$)
225	**En**	Trente six, bien Dernier calcul maintenant
226	**Lei**	Trois x moins deux facteur de trois x plus deux (elle écrit $(3x-2)(3x+2)$)
227	**En**	Encore, trois x moins deux facteur de trois x plus deux
228	**El**	*C-à-d* a deux moins b deux
229	**En**	Quelle formule tout d'abord ? (il parle d'un ton insistant et donne la parole à **Mi** en lui faisant signe avec le doigt)
230	**Mi**	a moins b, facteur de, a plus b
231	**En**	*Oui.* Donc, a moins b, facteur de, a plus b, qui est égal à quoi ?
232	**Mi**	a deux moins b deux
233	**En**	a deux, moins b deux. La réponse, on a dit, va être, (il écrit en même temps qu'il parle $(a)^2 - (b)^2$) Le a c'est combien ?
234	**Els**	Trois x
235	**En**	Trois x (il efface a et écrit 3x) et le b ?
236	**Els**	Deux
237	**En**	Deux (il efface b et écrit 2, donc, on lit $(3x)^2 - (2)^2$) Egal
238	**Els**	Neuf x deux moins quatre
239	**En**	Neuf x deux moins quatre (il écrit $= 9x^2 - 4$) Donc, après le, tout ce calcul, la réponse c'est quoi ?
240	**Els**	D
241	**En**	Alors, le neuf x deux, moins douze x, plus quatre, est égal à
242	**Els**	Trois x moins deux au carré
243	**En**	[Trois x moins deux à la puissance deux (il écrit en gros, en même temps qu'il parle : Alors $9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2$) (Il fait signe à **Ni** pour passer au tableau, elle attend 30 sec pour effacer, mais l'**En** lui

		demande d'attendre un peu puisque ses camarades n'ont pas fini de recopier ce qui est écrit au tableau) Attendez, attendez, attendez un peu (1 min après) Qui n'a pas encore terminé ? (il s'adresse à **Ne**) *On a compris quelque chose* ?
244	**Ne**	*Oui*
245	**En**	*On va voir,* on va voir *Ok,* effacez
246	**Ca**	Monsieur, *est ce possible que le a dans la première* parenthèse, *soit diffèrent du a de la deuxième* parenthèse ? (elle parle du a dans $(a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$)
247	**En**	C'est le même a. *Mais* a égal cinq, *ça veut dire, où il y a,* a, *on met à sa place* cinq
248	**Ca**	*Et si on va faire* trois moins deux facteur de quatre x plus deux, *Quand on fait*
248	**En**	*Non, non, lorsqu'on dit dans* la formule a deux, attendez, attendez *Lorsqu'on dit* a deux, moins deux ab, le a de a deux, c'est le même que a dans ab, ok. Et le b dans ab, c'est le même que b dans b deux *c-à-d*, même nombre, regardez. a, a, b, b (il identifie les nombres dans $(3x + 2)^2 =(3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2$) (1) qui est toujours au tableau)
250	**Eli**	*Ça veut dire dans* a moins b facteur de a plus b, *on a le même* a ?
251	**En**	*C'est sûr*, c'est le même nombre C'est pas la lettre a ?
252	**Eli**	*Si*
253	**En**	A la place de la lettre a, qu'est ce que je veux mettre ? Trois x. Donc, ici il y a un a, je mets à sa place trois x, mais ici encore il y a un a, qu'est ce que je mets à sa place ? Encore trois x (il explique toujours sur (1))
254	**Eli**	*Si dans la deuxième, il n'y a pas les mêmes nombres* ?
255	**En**	*Je n'entends pas*
256	**Eli**	*Comme f), mais dans la deuxième il n'y a pas les mêmes nombres*
257	**En**	f), c'est une autre formule
258	**Eli**	*Oui, mais, il n'y a pas le même, s'il y a* quatre x plus deux *dans l'une*
259	**En**	*S'il y a* quatre x plus deux, Ah !!! Ok !! Si on a trois x moins deux avec quatre x plus deux, *ce n'est plus* a moins b par a plus b, *car* on n'a plus le même a, *C-à-d*, je ne peux pas écrire a deux moins b deux. Je dois faire la multiplication, *ce n'est plus une* formule *en ce cas là* (**Ca** a écrit p 99 n° 3 et en dessous $5x - 10 x^2 = 5x (1 - 2x)$) On demande de factoriser ici, on vous donne comment ? Il faut trouver le facteur commun Quel est le facteur commun pour cinq x et dix x deux ?
260	**Els**	Cinq x
261	**En**	Cinq x. Donc, lorsque je mets cinq x en facteur, comment je trouve le nombre qui reste ici ? (il montre la parenthèse $(1 - 2x)$)
262	**Els**	On divise par
263	**En**	Attendez, attendez, attendez (il adresse la parole à **Ca**)
264	**Ca**	On divise par le facteur commun
265	**En**	On divise le nombre (il montre 5x dans l'expression) par, le, facteur, commun (il montre 5x le facteur commun), ça donne
266	**Els**	Un
267	**En**	[un, moins dix x deux
268	**Ma**	Divisé par cinq x
269	**En**	[divisé par cinq x, *nous donne* deux x, ok Pour vérifier la réponse
270	**Els**	*On la fait de nouveau*
271	**Sa**	On développe
272	**En**	Si on refait la multiplication, cinq x, fois un
273	**Els**	Cinq x
274	**En**	Cinq x, cinq x fois moins deux x
275	**Els**	Moins dix x deux
276	**En**	[moins dix x deux. Ok, compris ?
277	**Els**	Oui
278	**En**	Qui a des questions ?
279	**Je**	*Peux- tu répéter*

280	**En**	*J'ai pas entendu*
281	**Je**	Monsieur, *peux-tu la répéter* ?
282	**En**	Ok, bon (Il passe à la deuxième expression pour expliquer à **Je**) Deux x plus x deux (il écrit b) $2x + x^2$) Tout d'abord, quel est le facteur commun ?
283	**Je**	x
284	**En**	x, donc, j'écris x comme facteur commun. Je mets la parenthèse (il écrit x ( )). Quel est le nombre qu'on va écrire ici ? (il montre la parenthèse)
285	**Els**	Deux
286	**En**	Comment on trouve ce deux ?
287	**Els**	Deux x
288	**En**	Attendez, attendez. Comment on trouve ce deux ? (il adresse la parole à **Je**)
289	**Je**	Deux x divisé par x
290	**En**	Donc, je divise deux x, divisé par le facteur commun x, ça donne
291	**Je**	Deux
292	**En**	Deux. Plus, ensuite le deuxième nombre (il a écrit x(2 +))
293	**Els**	x
294	**Els**	x deux
295	**En**	Comment je trouve ce nombre ? (il montre le trou après le + dans la parenthèse)
296	**Els**	x deux divisé par x
297	**En**	x deux divisé par x**.** x deux divisé par x (il s'adresse à **Je**)
298	**Je**	x
299	**En**	(il écrit dans le trou x, et on lit $2x + x^2 = x(2 + x)$ *On a compris ?*
300	**Je**	Oui, monsieur
301	**Ma**	*C'est très facile*, Monsieur
302	**En**	Continuez (il fait signe à **Lei** de passer au tableau)
303	**Lei**	xy plus xz (elle écrit xy + xz)
304	**Ma**	x, parenthèse, y plus z
305	**Ne**	Monsieur, *c'est faux*
306	**En**	(il s'approche de **Ne** qui lui montre sa factorisation pour $5x – 10 x^2 = x(5 – 10x)$ Euh, c'est paaaas le faaaacteur commun. Il y a encore le cinq. On cherche le facteur commun, avec les nombres, avec les lettres, *c-à-d, ce qui est,* cinq x
307	**Ne**	*Ça veut dire faux*
308	**En**	*Moitié juste, moitié faux* (Pendant ce temps **Lei** est passée à l'expression suivante, elle a écrit d) $9y^2 + 3y = 3y (3y + 1)$) Neuf y deux plus trois y, on a dit le facteur commun, c'est trois y, il reste trois y plus un. Efface le tableau (il s'adresse à **Lei**) *Allez-y* e) (**Lei** écrit e) 81ax – 54a= 9a (9x – 6)) Quatre vingt un ax, moins cinquante quatre a
309	**Ma**	Egal neuf a, parenthèse
310	**En**	Tout d'abord, le facteur commun, entre quatre vingt et cinquante quatre, c'est
311	**Els**	Neuf
312	**En**	Neuf
313	**Ma**	Et entre ax et a, c'est a
314	**Els**	Neuf a facteur de neuf x moins six
315	**Ri**	*Doucement*
316	**En**	*On n'a rien compris* (on entend un brouhaha) *Ok, ok, ok* Donc, le facteur commun, on a dit, c'est neuf a, il reste neuf x, moins six le f (**Lei** écrit f) $16y^2 + 64y = 8y (2y + 8)$)
317	**Ma**	*C'est facile*
318	**En**	C'est déjà le début, *on est au début*
319	**Sa**	Monsieur, *c'est plus facile que le développement*
320	**En**	*On est au début du chapitre*
321	**Ne**	*Ne nous fait pas peur*, Monsieur
322	**En**	Donc, seize y deux, plus, soixante quatre y. Le facteur commun, *c'est*

323	**El**	Seize
324	**Sa**	Seize
325	**En**	Seize. Le facteur commun, *c'est* quoi ?
326	**Els**	Seize
327	**En**	C'est le PGCD, n'est ce pas ? *Ça veut dire,* je cherche le plus grand diviseur commun *Ça veut dire,* seize y, facteur de, y plus quatre (il efface la réponse de **Lei** et écrit en même temps qu'il parle 16y (y + 4))
328	**Els**	[seize y, facteur de, y plus quatre
329	**En**	Plus quatre Merci, merci (avec ce merci il demande à **Lei** de retourner à sa place, 10 sec plus tard, il fait signe à **Eli** pour passer au tableau)

Min 41 sec 40 Correction de l'expression $15x^2 – 10x$

329	**En**	..//.. Donc, quinze x deux, moins dix x (**Eli** écrit g) $15x^2 – 10x$)
330	**Ma**	Facteur commun
331	**En**	Facteur commun, *c'est elle qui travaille* Le facteur commun, c'est, cinq x (**Eli** écrit 5x (3x – 2))
332	**Sa**	Monsieur, le quatre, *comment on fait*
333	**En**	Le quatre, en utilisant les identités remarquables, *c-à-d* les formules qu'on a appliquées dans le un et le deux
334	**Sa**	*Je ne sais pas faire la* factorisation *de ça*
335	**Ma**	*Ah ! Mais c'est facile, très facile*
336	**En**	*Comment tu ne sais pas faire une* factorisation, *attends qu'on y arrive* (Pendant ce temps **Eli** a factorisé le h) $20xy + 15x^2y = 5xy (4 + 3x)$) Donc, le facteur *c'est* cinq xy, il reste quatre plus trois x (**Eli** factorise le i) 21xy + 28y = 7(3x + 4y)) Vingt et un xy plus vingt huit y, on peut mettre sept en facteur, trois x plus quatre y (**Eli** factorise le j) 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)) Deux x, plus, deux y, plus deux z, on peut mettre deux facteur, il reste x plus y plus z (**Eli** factorise le k) 3ax – 6ay + 15az = 3a(x – 2y + 5z)) Trois ax, moins six ay, plus quinze az, donne trois a facteur de x moins deux y plus cinq z **(Eli** factorise –az – bz + cz = z (–a – b + c)) Moins az, moins bz, plus c, z, on peut mettre z en facteur, moins a, moins b, plus c
337	**Els**	[moins a, moins b, plus c
338	**En**	Merci (tout le monde veut passer au tableau, mais c'est **Na** qui a été choisie) Donc, on a fait ici la factorisation avec un facteur commun, ok S'il n'y a pas des facteurs communs, on va essayer de voir si c'est une identité remarquable Donc, premièrement, dans la factorisation, qu'est ce qu'on fait ? Premièrement je cherche un facteur commun, ensuite, on cherche les identités remarquables Si ce n'est pas une identité remarquable, on va voir comment on factorise d'après le groupement Tout d'abord, on a dit quoi ? On cherche le facteur commun
339	**Els**	[on cherche le facteur commun
340	**En**	S'il n'y a pas, identité remarquable
341	**Els**	[identité remarquable
342	**En**	Si non
343	**Els**	Groupement
345	**En**	On cherche à factoriser par groupement
346	**Ne**	*C'est quoi ça* ?
347	**En**	*On va voir ceci* dans les exercices suivants Dans le numéro quatre, on vous dit, factoriser en utilisant les identités remarquables (**Na** écrit p. 99 n° 4 et en dessous a) $x^2 – 64$) Euh, pour lundi (il écrit devoir p 99 n° 5 --- 8) Donc, cinq six, sept, huit pour lundi, pour mardi neuf et dix (brouhaha fort, les élèves ne sont pas d'accord pour ce long devoir)

		C'est fini Faites attention maintenant, on demande de factoriser x à la puissance deux moins soixante quatre Est-ce qu'on peut trouver un facteur commun ici ?
348	**Sa**	Non
349	**En**	Il n'y a pas un facteur commun. Deuxièment, s'il n'y a pas un facteur commun, on va essayer de
350	**Els**	Identités remarquables
351	**En**	D'appliquer les identités remarquables Tout d'abord, ici, on vous dit, factoriser en appliquant les identités remarquables Donc, si on regarde les identités remarquables, tout d'abord, combien de formules on a ?
352	**Els**	Trois, trois
353	**En**	On a trois formules. *On a,* a plus b à la puissance deux, a moins b à la puissance deux, et a plus b par a moins b
354	**Els**	[a plus b par a moins b
355	**En**	Ok, donc, x à la puissance deux moins soixante quatre, quelle formule elle peut être parmi ces trois ?
356	**Ne**	a deux moins b deux
357	**Mi**	a plus b, a moins b
358	**En**	*Quoi* ? (il s'adresse à **Mi**)
359	**Mi**	a plus b, *et* a moins b
360	**En**	Ça c'est quelle forme, la réponse ?
361	**Ri**	a au carré, moins b au carré
362	**En**	Donc, c'est a au carré, moins b, au, carré Bon, je veux écrire les formules au tableau (il partage le tableau et écrit du côté droit) a plus b à la puissance deux, a deux, plus deux ab plus b deux (des élèves dictent en même temps que l'**En**) a moins b à la puissance deux, a deux, moins deux ab plus b deux (des élèves dictent en même temps que l'**En**) a plus b, a moins b, a deux moins b deux (des élèves dictent en même temps que l'En) (il a écrit $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$) Bon, qu'est ce qu'on fait ici ? (il retourne à $x^2 - 64$) On fait une factorisation, *c-à-d*, la factorisation c'est quoi ? On a la réponse, je veux l'écrire en facteur, *c-à-d*, sous forme de produit_(il entoure les identités développées et trace une flèche dans le sens du produit pour montrer la factorisation) ok Donc, x deux moins soixante quatre qu'on a ici (il montre $x^2 - 64$), *on va regarder ici* (il montre le cercle avec lequel il a entouré les identités), on va regarder ici x deux moins soixante quatre, est ce qu'elle peut être a deux, plus deux ab, plus b deux ?
363	**Els**	Non, non
364	**En**	Pourquoi non ?
365	**Ma**	*Parce que, on ne peut pas.* (on entend des réponses de tous les côtés, inaudible)
366	**En**	*Un instant,* attendez, si on a x deux plus soixante quatre, *ce serait ça* ? (il montre $a^2 + 2ab + b^2$)
367	**Els**	Non
368	**En**	*Pourquoi* non ?
369	**Ri**	*Est-ce que je peux dire quelque chose* ?
370	**En**	*Quoi* ?
371	**Ri**	Soixante, elle est à la puissance deux
372	**En**	*Je ne regarde pas là bas, maintenant je regarde* deux nombres. *On a,* un nombre moins un nombre (il montre encore une fois $x^2 - 64$) Est-ce qu'elle peut être a deux, plus deux ab, plus b deux
373	**Els**	Non
374	**En**	*Le plus facile,* pourquoi c'est non ? Car on a deux nombres, *et ici, il, y a* trois *Et c'est sûr qu'*elle ne peut pas être a deux, moins deux ab, plus b deux On va voir si elle est la troisième. Elle peut être la troisième, mais on va voir si elle est la troisième Donc, la troisième, c'est quelle forme ?

375	**Els + En**	a à la puissance deux, moins b à la puissance deux
376	**En**	*c-à-d,* c'est un carré, moins un autre carré Est-ce que je peux écrire x deux moins soixante quatre
377	**Els**	Non
378	**Ma**	*Calmez-vous un peu*
379	**En**	*Calmez-vous un peu*. Est-ce qu'on peut l'écrire sous la forme un carré moins un autre carré ?
380	**Je**	Non
381	**Els**	Ouiiiii !!
382	**En**	Qui a dit non ?
383	**Els**	**Je**
384	**Je**	*C'est faux*
385	**En**	*Pourquoi non ? ça va, ça va* Monsieur, *même si faux, parle*
386	**Je**	Monsieur, *c'est faux*
387	**En**	*Même si faux, parle*
388	**Je**	*Parce que* a deux moins b deux. *La* règle *dit* a deux moins b deux
389	**En**	*Parce que*
390	**Je**	*La* règle *dit* a deux moins b deux
391	**En**	*Ok,* a deux moins b deux, *ici, je ne peux pas l'écrire* a deux moins b deux ?
392	**Je**	Oui
393	**En**	Oui, *comment je peux l'écrire* a deux moins b deux ?
394	**Els**	x deux moins huit
395	**En**	*Si on l'écrit* x entre parenthèses à la puissance deux, *c-à-d,* ça c'est a (il entoure x et écrit en dessous a), moins
396	**Els**	Huit à la puissance deux
397	**En**	Le soixante quatre, on peut l'écrire huit à la puissance deux (il a écrit $(x)^2 – (8)^2$)
398	**Els**	*Ça c'est* b
399	**En**	*Ça c'est* b (il entoure 8 et écrit en dessous b) Est-ce que cette écriture est correcte ou bien non ? Avant de continuer, on va voir si cette écriture est correcte ou bien non x à la puissance deux, x deux, n'est ce pas ? Moins huit à la puissance deux
400	**Els**	Soixante quatre
401	**En**	[soixante quatre *C-a-d,* au lieu d'avoir x deux moins soixante quatre, on peut écrire à sa place x à la puissance deux, moins huit à la puissance deux On trouve maintenant la forme, a deux, moins b deux
402	**Els**	[moins b deux
403	**En**	Avec a égal quoi ?
404	**Els**	X
405	**En**	x, et b ?
406	**Els**	Huit
407	**En**	Et b égal huit Donc, *maintenant* a deux, moins b deux
408	**Eli**	a plus b, moins a moins b
409	**En**	a deux, moins b deux (il montre la formule) *Quoi ? Qu'est ce que tu attends pour écrire* ? (il s'adresse à **Na**) C'est a plus b, par, a moins b. *C-à-d,* à la place de a
410	**Els**	X
411	**En**	x, x plus huit, facteur
412	**Els**	x moins huit
413	**En**	x moins huit (il écrit $(x + 8)(x – 8)$)
414	**Sa**	*C'est ça la* factorisation ?
415	**En**	*C'est ça la* factorisation *C-à-d,* on a la réponse, on a la forme développée, j*e veux l'écrire* sous forme de produit, *ça veut dire, une parenthèse fois une parenthèse*
416	**Ma**	Monsieur, *sincèrement, sincèrement, c'est très facile*
417	**En**	*Sincèrement,* ok

418	**Ne**	*Elle n'est pas donnée* au carré, *pourquoi nous*
419	**Els**	*c'est très facile, sincèrement*
420	**En**	*Vous n'avez encore rien vu* Donc, x plus huit, par, x moins huit, *on l'a comprise* ? On a compris ça ? **La cloche a sonné**.
421	**Ma**	*Ouh, la cloche a sonné*
422	**En**	*Ça va, ça va,* on fait la deuxième, neuf x deux moins un, **Na** (elle écrit $9x^2 – 1$) Encore
423	**Ma**	*Comme l'autre, c'est la même chose*
424	**En**	*Quelle* formule *ça peut être ?*
425	**Els**	*a deux moins b deux*
426	**En**	*[a deux moins b deux, c-à-d,* je veux essayer de l'écrire une parenthèse au carré, moins une parenthèse au carré, c-à-d a à la puissance deux, moins b à la puissance deux Donc, neuf x deux, on peut l'écrire comme trois x, à la puissance deux, *c-à-d*, ça c'est a
427	**Ne**	*Pourquoi on a mis* trois ?
428	**En**	*Car* au carré *pour qu'elle nous donne* neuf, *et* un, *on peut l'écrire* un au carré (Na écrit $9x^2 – 1 = (3x)^2 – (1)^2$) On a maintenant, a à la puissance deux, moins, b à la puissance deux
429	**Ma**	[Egal a plus b, a moins b
430	**En**	On peut écrire à sa place, a plus b par a moins b (**Na** écrit $(3x + 1)(3x – 1)$)
431	**Ri**	*C'est nécessaire de faire la première ligne* (elle parle de $(3x)^2 – (1)^2$)
432	**En**	Non, c'est préférable d'écrire ça, ok. Pour ne pas faire des fautes, c'est préférable, Monsieur, d'écrire cette étape avant la réponse. (il montre $(3x)^2 – (1)^2$)

Troisième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	On va continuer les exercices avec le numéro quatre Bon, maintenant, il faut faire la factorisation en utilisant les identités remarquables
2	**Els**	[remarquables
3	**En**	C-à-d, en appliquant une des trois formules qu'on a vues. *C-à-d*, a plus b au carré, ou bien a moins b au carré, ou bien, a plus b, par, a moins b Qui va faire le numéro quatre ? (les doigts se lèvent, et il fait signe à **Ca** pour passer au tableau) Donc, premièrement, on va factoriser (il écrit $x^2 – 64$)
4	**Ri**	*On a fait ça*
5	**Li**	*Non*
6	**Ri**	*Si*
7	**En**	On va factoriser, x à la puissance deux, moins, soixante quatre
8	**Ri**	*On est arrivé à c)*
9	**En**	*Ça ne fait rien*, on recommence Pour factoriser, x à la puissance deux, moins, soixante quatre, tout d'abord, on dit quelle formule elle peut être x deux moins soixante quatre ?
10	**Els**	a plus b, a moins b
11	**Els**	a moins b, facteur de a plus b
12	**Els**	a deux, moins, b deux
13	**En**	Donc a deux, moins, b deux. Tout d'abord, on va essayer de l'écrire, a deux, moins, b deux, avant de donner la réponse, a plus b, par a moins b
14	**Ca**	x deux moins, huit au carré (elle écrit : N° 4) $x^2 – 8^2$)
15	**En**	Donc, on utilise, donc, c'est la forme, a, deux (il montre x^2), moins b, deux (il montre 64)
16	**Els**	[moins b deux
17	**En**	Le a, c'est quoi ?
18	**Els**	x
19	**En**	Et le b ?
20	**Els**	Huit
21	**En**	Huit. Donc, ça donne, a deux, moins b deux, on a dit, ça donne quoi ?
22	**Els**	x
23	**Sa**	x plus huit
24	**Ca**	a plus b
25	**En**	a plus b

26	**Els**	*Non*
27	**Sa**	x moins huit
28	**Ri**	*Non* (d'un ton fort)
29	**Ca**	x plus huit, *et*, x moins huit
30	**En**	Donc, x plus huit, facteur de, x moins huit. C-à-d, a plus b, multiplié, par a moins b La deuxième (**Ca** écrit $9x^2 - 1 = (3x)^2 - (1)^2$ $= (3x + 1)(3x - 1)$) Donc, neuf x deux, moins un, c'est trois x au carré, moins un au carré, c-à-d, a plus b, par a, moins, b Le c) (**Ca** écrit $(x + 3)^2 - (5x - 7)^2 =$) Donc, qu'est ce qu'on a ici, dans cette donnée ? x plus trois à la puissance deux, moins, cinq x moins sept, à la puissance deux. Comment on va travailler ici ?
31	**Sa**	a deux, moins, b deux
32	**En**	a deux, moins, b deux. Mais, faites attention, à quoi est égal le a ici ?
33	**Els**	x plus trois
34	**En**	x plus trois, donc, toute cette parenthèse (il montre $(x + 3)^2$), représente le (il regarde l'ensemble classe pour répondre)
35	**Ca**	Le a
36	**En**	Et le b ?
37	**Els**	Cinq x moins sept
38	**En**	Cinq x moins sept, ça représente
39	**Els**	Le b
40	**En**	Le b
41	**Sa**	*C-à-d,* x plus trois, moins cinq x moins sept, facteur de, x plus trois, plus cinq x moins sept
42	**En**	*Ok*, donc, pour factoriser, a deux, moins b deux, on fait de même, *c-à-d,* a plus b
43	**Els**	[*et* a moins b
44	**En**	[facteur de a moins b. Le a ici, c'est x plus trois
45	**Ca**	Moins, cinq x moins sept
46	**En**	[plus, b, cinq x moins sept (**Ca** écrit : $[\underbrace{(x + 3)}_{a} + \underbrace{(5x - 7)}_{b}]$) Donc, faites attention, on a dit, ça, c'est a (il écrit a sous (x + 3)), et b sous (5x – 7)), plus, b**,** facteur de
47	**Ca**	a moins b (elle continue son écriture : $[\underbrace{(x + 3)}_{a} + \underbrace{(5x - 7)}_{b}]\ [\underbrace{(x + 3)}_{a} - \underbrace{(5x - 7)}_{b}]$ (1)
48	**En**	a moins b ((il écrit a sous (x + 3)), et b sous (5x – 7)) On utilise les crochets ici, *parce que*, dans a et b il y a des parenthèses ok, multiplié par, on a dit, c'est, a moins b
49	**Sa**	[a moins b
50	**En**	Maintenant, j'enlève les parenthèses, et j'additionne, *c-à-d*, je travaille à l'intérieur de chaque crochet Egal, c'est x plus trois, plus cinq x moins sept, facteur de, x plus trois, moins cinq x et plus sept (il écrit : $= [x + 3 + 5x - 7]\ [x + 3 - 5x + 7]$) Faites attention, *parce que*, moins par moins, *nous donne*, plus
51	**Els**	[Plus
52	**En**	On additionne
53	**Sa**	*C-à-d*, six x, euh, plus, euh
54	**Ne**	Moins quatre
55	**En**	Six x, moins quatre
56	**El**	Pourquoi ?
57	**En**	Plus trois, moins sept ?
58	**Ca**	Moins quatre
59	**En**	Donc, six x moins quatre, facteur
60	**Ca**	Moins quatre x
61	**En**	Moins quatre x
62	**Ne**	Plus dix (**Ca** a écrit : $[6x - 4][-4x + 10]$)
63	**Ma**	M. *Je n'ai rien compris*
64	**Ri**	*Moi aussi*
65	**En**	Bon, on recommence. Qu'est ce que vous n'avez pas compris ?

66	**Ma**	*Tout*
67	**En**	*Il n'y a rien qui s'appelle tout*
68	**Ma**	*Ok, j'ai compris quand on l'a fait* a plus b, a moins b, *mais en bas*
69	**En**	Donc, a plus b, a moins b (il montre (1)). *Ça c'est compris*
70	**Ma**	Oui
71	**En**	Ensuite, qu'est ce qu'on a fait ? J'ai enlevé les parenthèses
72	**Ma**	Oui
73	**En**	J'ai enlevé les parenthèses. Ensuite
74	**Ri**	J'additionne
75	**En**	J'additionne, ok Maintenant, on peut encore continuer cette factorisation Donc, on peut encore continuer cette factorisation. La première parenthèse obtenue ici, c'est quoi ?
76	**Sa**	Six x moins quatre
77	**En**	Six x moins quatre. Est-ce qu'on peut factoriser à l'intérieur de cette parenthèse ?
78	**Els**	Non
79	**En**	Est-ce qu'il y a des facteurs communs ?
80	**Els**	Non
81	**En**	Oui
82	**Els**	*Si, si*
83	**En**	Je peux mettre deux en facteur. Donc, c'est deux, facteur, trois x
84	**Els**	Moins deux
85	**En**	Trois x moins deux (il écrit = (2)(3x – 2)) Ça, c'est la première parenthèse. La deuxième
86	**Els**	Il n'y a pas de deux
87	**Na**	Deux
88	**En**	*Aussi*, je peux mettre deux en facteur
89	**Ca**	Moins deux x
90	**En**	Moins deux x
91	**Els**	Plus cinq
92	**En**	Plus cinq (il a écrit : (2)(3x – 2)(2)(-2x + 5)) N'est ce pas ? Et la réponse finale, maintenant. Deux, fois, deux
93	**Els**	Quatre
94	**En**	Quatre, facteur de, trois moins deux, facteur de, moins deux x plus cinq (il a écrit tout en parlant : = 4(3x – 2)(-2x + 5))
95	**Els**	[trois moins deux, facteur de, moins deux x plus cinq
96	**En**	Compris ?
97	**No**	*Je n'ai pas compris la dernière ligne*
98	**En**	*La dernière ligne* ? Donc, après la première factorisation, a plus b, par, a moins b, qu'est ce qu'on a obtenu ? On n'a pas obtenu, six x moins quatre, facteur de, moins quatre x plus dix ? *Ok*, si vous avez six x moins quatre seul, est ce qu'on peut la factoriser ? (pas de réponse) Si je vous donne six x moins quatre seulement
99	**No**	Oui
100	**En**	Comment on la factorise ?
101	**No**	Deux, facteur, trois x moins deux
102	**En**	Deux facteur de, trois x moins deux. Si on prend la deuxième parenthèse encore, je peux mettre deux en facteur Ce facteur, c'est quoi ? (il lui montre l'expression écrite au TP 92) C'est un produit, *c-à-d*, deux fois deux, ça donne
103	**No**	Quatre
104	**En**	Quatre, ok
105	**Ni**	M, *pourquoi on n'a pas additionner les* x, termes semblables *ensembles* ?
106	**En**	*Pourquoi on ne les additionne pas* ? On a additionné les termes semblables, ici (il lui montre l'expression écrite au TP 50)
107	**Ni**	*Non, ce qu'on a obtenu*
108	**En**	*Où* ?
109	**Ni**	Trois x, moins deux x, égal x (elle parle de 4(3x – 2)(-2x + 5))

		[Brouhaha]
110	**En**	*Une seconde*. *Où* ?
111	**Ni**	*En bas, en dernier*
112	**En**	*Ici* ? (il montre 4(3x – 2)(-2x + 5))
113	**En**	Comment additionner ici ? Quoi ? [Brouhaha]
114	**Ni**	Trois x et moins deux x
115	**En**	Vous voulez additionner trois x avec moins deux x
116	**Ni**	Oui
117	**En**	Mais, il y a produit, entre ces deux parenthèses
118	**Ne**	M. *Comment on a obtenu* six x moins quatre ?
119	**En**	*Comment on a obtenu* six x moins quatre ? Ce x qui est ici, c'est quoi ? (il montre le x dans le premier crochet de (3))
120	**Els**	Un
121	**En**	C'est un x. Plus, cinq x
122	**Els**	Six x
123	**En**	Six x. Plus trois, moins sept
124	**Ca**	Moins quatre
125	**En**	Moins quatre, ok Quatre x deux, moins, vingt cinq sur trente six Merci, M (il s'adresse à **Ca**, pour qu'elle retourne à sa place et il fait signe à **No** pour passer au tableau) (**No** écrit : d) $4x^2 - \frac{25}{36}$) Donc, quatre x deux, faites attention au tableau, ensuite les questions Donc, quatre x deux, moins, vingt cinq sur trente six, égal Est-ce qu'il y a des facteurs communs ?
126	**No**	Non
127	**En**	Non, donc
128	**Els**	*Il n'y a pas*
129	**En**	Donc, on va essayer d'appliquer les identités remarquables C'est quelle forme entre, *ou*, euh
130	**Ri**	a moins b à la puissance deux (d'un ton fort)
131	**Na**	a deux, moins b deux
132	**En**	*Premièrement*, cette donnée, comment on peut l'écrire ?
133	**Els**	a à la puissance deux, moins b à la puissance deux
134	**En**	a à la puissance deux, moins, b à la puissance deux. *Vas-y* (il s'adresse à **No** qui le regarde ne sachant quoi faire)
136	**Sa**	*Vas-y, met* quatre x à la puissance deux, *vas-y*
137	**Ma**	*Comment* quatre x, deux x
138	**Els**	*Non*, deux x
139	**En**	Deux x à la puissance deux
140	**Ri**	Deux x, moins cinq sur six
141	**Sa**	Moins cinq sur six
142	**Ne**	Moins, cinq sur six au carré
143	**En**	Donc, c'est deux x, le tout à la puissance deux, qui donne quatre x deux, moins
144	**Sa**	Cinq sur six à la puissance deux
145	**En**	Vingt cinq sur trente six, c'est le carré de, cinq sur six (**No** écrit = $(2x)^2 – (\frac{5}{6})^2$) Donc, on a retrouvé la formule, a deux, moins b deux
146	**Els**	[moins b deux
147	**En**	Qu'est ce qu'il y a, qu'est ce qu'il y a ? *Quoi* ? (il s'adresse à **Eli** qui fait la grimace qu'elle n'a rien compris)
148	**Eli**	Le tout
149	**En**	Le tout. *Ok*, qu'est ce qu'on a fait ici ? Ça, c'est la donnée, ok. Dans cette donnée, est ce qu'il y a des facteurs communs ? *C-à-d*, comme on a fait dans le numéro (il cherche dans le livre) trois. Est-ce qu'il y a un facteur commun, pour décomposer en facteurs ?
150	**Eli**	Non

151	**En**	Non. S'il n'y a pas un facteur commun, je veux voir quelle formule je peux appliquer ici ? Combien de formules on a ?
152	**Els**	Trois
153	**En**	Trois. *On les a étudiées* ?
154	**Els**	Oui !!
155	**En**	Donc, on a, a plus b au carré, a moins b au carré, et a plus b, par, a moins b. *Ok*, quatre x deux, moins vingt cinq, sur trente six, quelle formule on peut avoir, ou, on peut appliquer ici ? Pour quatre x deux, moins vingt cinq, sur trente six [brouhaha] Attendez
156	**Eli**	a deux, moins, b deux
157	**En**	a deux, moins, b deux. Est ce qu'on peut appliquer par exemple, a deux plus deux ab plus b deux ?
158	**Els**	Non
159	**En**	Pourquoi ? (Pas de réponse de **Eli**)
160	**El**	Parce que
161	**En**	Attendez, attendez. Pourquoi on ne peut pas appliquer la première formule ? (10 sec, pas de réponse) *Quoi* ?
162	**Sa**	*Car on n'a pas* trois
163	**En**	Tout d'abord, on n'a pas trois termes. La première formule, *a besoin de,* a deux, plus deux ab, plus b deux n'est ce pas ? Donc, combien de nombres ?
164	**Ma**	Trois
165	**En**	[Trois. Donc, ici, combien on a ?
166	**Els**	Deux
167	**En**	Deux. Quatre x deux, moins, vingt cinq sur trente six. Donc, on a une différence entre ces deux. *Ceci veut dire,* je dois essayer d'appliquer la troisième formule, n'est ce pas ? La troisième formule, quoi ? a deux, moins b deux. Est-ce que je peux écrire quatre x deux, comme un nombre au carré ? (il mime les parenthèses qui vont entourer le nombre)
168	**Els**	Oui
169	**En**	Oui. C'est quoi ?
170	**Ma**	Deux x
171	**En**	Deux x
172	**Ca**	Au carré
173	**En**	Au, carré (il écrit $(2x)^2$) *C-à-d,* ce deux x, ça représente, a (il écrit a sous 2x),à la puissance deux
174	**Ma**	Cinq sur six, représente b
175	**En**	Vingt cinq sur trente six, est ce que je peux l'écrire comme un carré ?
176	**Els**	Oui
177	**En**	C'est le carré de quoi ?
178	**Els**	Cinq sur six
179	**En**	Donc, à la place de vingt cinq sur trente six, je peux écrire cinq sur six à la puissance deux. *Ça veut dire que* ce cinq sur six, représente b (il continue son écriture $(2x)^2 - (\frac{5}{6})^2$ et il écrit a et b sous les termes de la la fraction) Donc, on a maintenant, a à la puissance deux, moins b, à la puissance deux (il montre les nombres correspondants aux lettres) Chaque fois qu'on a, a puissance deux, moins b à la puissance deux, c'est égal à quoi ? Regardez la troisième formule (il demande aux élèves de voir les formules dans leur cahier)
180	**Els**	a deux, moins, b deux
181	**En**	*Attendez, attendez, a deux, mais, elle est* a deux, moins b deux
182	**Els**	a plus b
183	**En**	*Oui,* a plus b
184	**Els**	a moins b
185	**En**	Facteur de a moins b. Le a, c'est quoi ?
186	**Els**	Deux x
187	**En**	Deux x, c-à-d

188	**Sa**	Deux moins cinq sur six, facteur
189	**En**	a plus b, facteur de, a moins b (il écrit $(2x + \frac{5}{6})(2x + \frac{5}{6})$)
190	**Ma**	M. *Ils sont très faciles*
191	**En**	*C'est sûr*
192	**Els**	Oui
193	**En**	Le e). Vingt cinq, moins, seize x deux (**No** écrit : e) $25 - 16x^2 = (5)^2 - (4x)^2$)
194	**Sa**	*Comme l'autre*
195	**En**	Encore, on va essayer d'appliquer la troisième (il penche la tête en avant pour pousser les élèves à répondre)
196	**Sa**	Cinq à la puissance deux, moins
197	**En**	[*quelle* formule ?
198	**Els**	a à la puissance deux
199	**Ri**	Troisième
200	**Ne**	a à la puissance deux, fois, b à la
201	**En**	a à la puissance deux, moins, b à la puissance deux Donc, c'est cinq à la puissance deux, moins, quatre x à la puissance deux, égal (**No** écrit : $= (5 + 4x)(5 - 4x)$) Donc, a (il montre 5) plus b (il montre 4x), a moins b (il fait de même) Merci
202	**Els**	M. moi, moi
203	**En**	*Vous allez toutes passer* f) (il fait signe à **As** pour passer au tableau) Donc, c'est un, moins, quatre x deux, y deux (**As** écrit : $1 - 4x^2y^2$)
204	**Sa**	*Aussi c'est*, a deux, moins, b deux (**As** écrit : $= (1)^2 - (2xy)^2$)
205	**Elh**	*Nous, on fait, la réponse qui est dans la* formule ?
206	**En**	Ok, c'est juste, c'est juste (il s'adresse à **As**) Donc, le un, c'est un à la puissance deux. Quatre x deux, y deux, je peux l'écrire, deux, x, y
207	**Els**	A la puissance deux
208	**En**	[le tout à la puissance deux. *C-à-d*, on a retrouvé la forme, a deux, moins, b deux, égal (**As** écrit : $= (1 + 1)(\ )$
209	**Els**	*Non*
210	**En**	Non, non. a deux, moins b deux, c'est quoi ? a plus b (**As** efface le second 1 et écrit à sa place 2xy)
211	**Els**	[a plus b
212	**Ma**	*C'est faux*
213	**En**	Quelle est la formule ?
214	**Ma**	a plus b, facteur de, a moins b
215	**En**	a plus b, facteur de, a moins b (**As** écrit : $= (1 + 2xy)(1 - 2xy)$) Merci g) (il fait signe à **Sa** pour passer au tableau) Effacez, effacez (**Sa** efface la première moitie du tableau) g) (**Sa** écrit g) $4(2x - 1)^2 - 9(3x + 4)^2$)
216	**Ma**	M. *Le moins neuf a tout gâché*
217	**En**	Ok. Faites attention maintenant comment on va travailler ici ? Donc, tout d'abord, on a dit, c'est quelle forme ?
218	**Els**	a deux, moins b deux
219	**Sa**	a moins b
220	**Ne**	a deux, moins b deux
221	**En**	a deux, moins b deux. A quoi est égal a ?
222	**Els**	Quatre, facteur de, deux x moins un
223	**En**	C'est faux. [brouhaha] (il écrit $4(2x - 1)^2$, l'entoure par un cercle et écrit en dessous a^2). Donc, ça, c'est a deux
224	**Ri**	*C'est ce qu'on a dit* [brouhaha]
225	**En**	Donc, le a, c'est quoi ?
226	**Ri**	Deux, deux x, moins un
227	**En**	Deux, facteur, deux x moins un. Tout d'abord, avant de commencer cette factorisation, on va essayer de l'écrire comme un seul carré, moins un seul carré. C-à-d (il efface le cercle autour de $4(2x - 1)^2$) on va écrire le quatre avec deux x moins un. Tout d'abord, le quatre

228	**Els**	Deux
229	**En**	Comment on peut l'écrire ? Deux à la puissance deux, facteur, deux x moins un à la puissance deux (il écrit $2^2(2x – 1)^2$ en dessous de $4(2x – 1)^2$) Compris ?
230	**Els**	Oui
231	**En**	On a deux nombres à la puissance deux, c-à-d, c'est deux, facteur, deux x moins un
232	**Els**	Au carré
233	**En**	Le tout à la puissance deux (il écrit à la suite de la donnée = $[2(2x – 1)]^2$) (1) Vous avez compris ça ?
234	**Els**	Oui
235	**En**	Qui n'a pas compris ? (il fait le tour de la classe avec ses yeux) *Ceci veut dire que* ce qu'on fait ici, on fait apparaître un nombre à la puissance deux, et ce nombre va être le a (il écrit a sous 2(2x – 1), après l'avoir entouré dans le crochets) *Quoi* ? *On a compris celle-ci* ?
236	**Els**	Oui
237	**En**	On continue
238	**Ma**	Moins
239	**Els**	[moins
240	**En**	[moins
241	**Ne**	Neuf, facteur
242	**En**	Neuf, *c-à-d*, trois à la puissance deux, *et*, trois x plus quatre à la puissance deux (Il continue son écriture de (1) = $[2(2x – 1)]^2 – [3(3x + 4)]^2$) (2) Le tout au carré. Maintenant, on peut dire que ça, c'est le a (il montre 2(2x – 1)
243	**Sa**	Et ça c'est le b
244	**En**	*Vous voyez le* a
245	**Els**	Oui
246	**En**	C'est deux, facteur, deux x moins un. *Ça c'est* a et *ça c'est* b (il entoure 3(3x + 4) et écrit le b en dessous), égal Tout d'abord, écrivez le a, a plus b, facteur, a, moins, b (**Sa** écrit : = [2(2x – 1) + 3(3x + 4)] [2(2x – 1) – 3(3x + 4)]
247	**Ri**	*On n'aurait pas pu faire tout de suite ça*
248	**En**	*Sans faire ce qui est en haut* (il parle de (2)). Pourquoi on a fait cette ligne ici ? Pour ne pas faire des fautes Ecrivez toujours, cette ligne intermédiaire, pourquoi ? Pour faire apparaître le a et le b (Sa travaille en silence, elle a écrit : = [4x – 2 + 9x + 12][4x – 2 – 9x – 4], il efface le 4 pour le remplacer par 12, sans aucun commentaire) Egal, on additionne maintenant, treize x plus dix, facteur de, moins cinq x, moins quatorze (il dicte les écrits de **Sa** : = [13x + 10][-5x – 14] Bon, *c'est fini*, merci h (il fait signe à **My** pour passer au tableau) On continue maintenant avec le
249	**Ca**	h
250	**En**	h (**My** écrit h) 49 $(x + 1)^2 – 25$ Même chose ici, on va faire apparaître un seul nombre, à la puissance deux, ok. Un seul nombre à la puissance deux qui va être le a, et un seul nombre à la puissance deux, qui va être le b Donc, ici on a, quarante neuf, facteur, x plus un, à la puissance deux. On va l'écrire comme un seul nombre à la puissance deux, donc sept (**My** trace une parenthèse) Il y a une parenthèse
251	**Eh**	Crochet
252	**En**	Donc, j'écris un crochet (**My** écrit = [7)
253	**Ma**	x plus un le tout au carré
254	**En**	x plus un le tout à la puissance deux
255	**Ma n**	Cinq à la puissance deux
256	**En**	Donc, ça c'est le nombre a (il montre 7(x + 1)), moins cinq à la puissance deux, qui est le nombre b (**My** a écrit en même temps que **En** parlait = $[7(x + 1)]^2 – (5)^2$) Et on continue maintenant la factorisation avec, a plus b, encore par, a moins b Tout d'abord, le a (**My** écrit = [7(x + 1)). Sept facteur, x plus un, ça c'est le a, plus, b

		(**My** écrit = [7(x + 1) + $(5)^2$]), b (il efface l'exposant 2), a plus b, facteur de, a moins b (**My** écrit = [7 (x + 1) + 5][7(x + 1) – 5]) On doit enlever les parenthèses maintenant et additionner. Sept x plus sept plus cinq, facteur
257	**Ne**	*Pourquoi* ?
258	**En**	C'est sept facteur de x plus un, *c-à-d*, sept fois x, et sept fois un ((**My** écrit = [7x + 7 +5][7x + 7 – 5]) Egal, quels sont les termes qu'on peut additionner ?
259	**My**	Sept et cinq
260	**En**	*Vas-y*, sept x
261	**Ri**	Plus douze
262	**En**	Oui, plus douze, facteur
263	**My**	Sept x, plus deux (elle a écrit = [7x + 12][7x + 2])
264	**En**	Sept x plus deux. Merci (il attend 2 min pour que les élèves puissent recopier la correction avant de faire signe à **Le** pour passer au tableau, **Le** écrit i) $25(x + y)^2 – 4(x – y)^2$) Faites attention au tableau (il s'adresse à **Sa** et **Ma** qui parlait ensemble)
265	**Re**	M. *Cinq, je ne l'a fait pas avec sept* ?
266	**En**	*Si*, sept plus cinq, *m'a donné* douze
267	**Re**	Non, *avec la deuxième*
268	**En**	*Avec la deuxième* ?
269	**Re**	*En haut*
270	**En**	*Je n'ai pas compris, je n'ai pas compris*. Quelle est la question ?
271	**Ri**	*C'est fini, ça va* (entre ce temps, **Le** a écrit = $[5(x + y)^2]$)
272	**En**	Même factorisation, encore (il efface l'exposant 2, et il l'écrit après le crochet et continue, elle a écrit : = $[5(x + y)]^2 – [2(x – y)]^2$) Le carré, c'est pour cinq et pour x plus y, *ceci veut dire*, le carré, c'est à l'extérieur du crochet)
273	**Ri**	*C-à-d, ce qu'il nous donne en premier, c'est la réponse de la* formule ?
274	**En**	On a écrit, a deux, moins b deux
275	**Ma**	*Vas-y, écris*
276	**Le**	Cinq x, plus cinq y, au carré (elle écrit = $[5x + 5y]^2$)
277	**Els**	*C'est faux* (on entend des rires)
278	**En**	Non, non, non (il efface cette dernière ligne) Attendez, attendez. Qu'est ce qu'on a ici ?
279	**Ma**	a deux, moins b deux, *c-à-d*, *a plus b*
280	**En**	[a deux, a à la puissance deux (il entoure 5(x + y) et écrit a en dessous), moins b à la puissance deux (il entoure 2(x – y) et écrit b en dessous, on lit : = $\underbrace{[5(x + y)]}_{a}{}^2 – \underbrace{[2(x – y)]}_{b}{}^2$ A quoi est égal a deux, moins b deux ?
281	**Ma**	a plus b, a moins b
282	**Le**	a plus b, facteur, a moins b
283	**En**	Bon, écrivez tout d'abord le a. Ecrivez le a ici (**Le** écrit = [5(x + y)])
284	**Ma**	(elle accompagne **Le** dans ses écrits) Cinq, x plus y, plus, n*on*
285	**En**	a
286	**Ri**	Plus b
287	**En**	[n'est ce pas ? (il montre 5(x + y)), plus b (il efface le crochet pour écrire : + 2(x – y)]). Donc, a plus b, n'est ce pas ? Ensuite
288	**Le**	a moins b (elle continue [5(x + y) – 2(x – y)])
289	**En**	a plus b, facteur, a moins b. Donc, ça c'est a plus b, voici le facteur (il montre [5(x + y) + 2(x – y)] et écrit en dessous a et b)
290	**Els**	a moins b
291	**En**	a moins b (il montre [5(x + y) – 2(x – y)]) (la classe est trop bruyante) Donc, a plus b, facteur de a moins b. Ensuite, égal
292	**Le**	Cinq
293	**En**	J'enlève les parenthèses
294	**Els**	Oui
295	**En**	Qu'est ce que ça veut dire, cinq, facteur de x plus y ?
296	**Els**	Cinq x fois cinq y

297	**En**	Cinq fois x, *et*, cinq fois y
298	**Le**	Cinq x, plus, cinq y
299	**En**	Oui, continuez (**Le** écrit = [5x + 5y + 2x – 2y][5x + 5y – 2x – 2y])
300	**Ni**	*Pourquoi il y a* moins ? *Il n'y a pas* moins entre les crochets
301	**En**	Moins par moins (il montre le (-) devant le 2 et le (-) devant y dans le second crochet)
302	**Els**	Plus
303	**En**	Plus (il efface le (-) devant 2y dans le second crochet, et le remplace par un (+))
304	**Ni**	*Pourquoi il y a* moins entre les crochets ?
305	**En**	*Où* ? *Il n'y a pas de moins,* le tableau *n'est pas bien effacé* Je peux additionner les x, cinq x plus deux x
306	**Els**	Sept x
307	**En**	Sept x
308	**Els**	Plus trois y
309	**En**	Plus trois y
310	**Le**	Trois x plus sept y (elle a écrit : = [7x + 3y][3x + 7y])
311	**Ma**	[trois x plus sept y
312	**En**	Plus sept y Merci (après 2 min 3 sec, il fait signe à **Ri** pour passer au tableau) x plus un à la puissance deux, moins quatre (**Ri** écrit : j) $(x + 1)^2 – 4 = (x + 1)^2 - 2^2$)
313	**Ca**	Encore a deux, moins b deux
314	**En**	Encore, c'est a deux, moins, b deux, entre parenthèses toujours (il agrège 2 par un couple de parenthèses : $(x + 1)^2 – 4 = (x + 1)^2 – (2)^2$) a plus, oui ((**Ri** écrit : (x + 1)), plus b ((x + 1) + 2), facteur
315	**Ri**	*Je mets des* crochets ?
316	**En**	Oui
317	**Sa**	*Pourquoi* plus deux ?
318	**Ma**	*Mais, c'est* a plus b
319	**Ne**	*Je suis perdue*
320	**En**	a deux, moins b deux, *c'est quoi le* b ? *C'est quoi le* b ?
321	**Sa**	Deux
322	**En**	Deux. *Quand on dit,* a plus b, *c-à-d,* plus deux (**Ri** écrit : = [(x + 1) + 2][(x + 1) – 2]) Donc, a (il montre (x + 1)), plus b (il montre 2), facteur, a (il montre (x + 1)), moins b (il montre 2)) Oui, j'enlève les parenthèses et j'additionne Comment j'enlève les parenthèses ?
323	**Sa**	x
324	**Ne**	x plus un plus deux
325	**En**	x plus un, plus deux, facteur
326	**Ri**	x plus un moins deux (elle a écrit : = [x + 1 +2][x + 1 – 2] = (x + 3)(x – 1))
327	**Sa**	*C'est pas fini, on va prendre* facteur commun x
328	**Ne**	*Comment*
329	**En**	Facteur commun x ? [Brouhaha] Attendez, attendez, facteur commun, où ?
330	**Sa**	*Il y a* x *et* x
331	**En**	*Mais chaque* facteur *est seul* (**En** ne dit rien, il fait signe à **Re** pour passer au tableau) Le k maintenant
332	**Re**	Neuf, moins deux moins un au carré
333	**En**	Neuf, moins deux moins un au carré. On va faire apparaître a deux, moins b deux (**Re** écrit : k) $9 – (2x – 1)^2 = [3(2x – 1)]^2[\ \ ]$) C'est quoi ça ? (d'un ton ferme**, Re** efface le second crochet ouvert) C'est quoi ? C'est quoi ? Ça c'est quoi ?
334	**Re**	a
335	**En**	Ça c'est a ?
336	**Re**	a deux
337	**En**	*Où est* le b deux ?

338	**Re**	Le neuf, a
339	**En**	Le neuf a, *et l'autre c'est b*, ok
340	**Ca**	Trois à la puissance deux, moins, deux x moins un à la puissance deux (**Re** efface ce qu'elle a écrit pour écrire ce que lui dicte **Ca** : = $(3)^2 - (2x - 1)^2$)
341	**En**	Donc, le neuf, nous donne le a, moins, deux x moins un
342	**Els**	Au carré
343	**En**	A la puissance deux
344	**Ca**	*Maintenant*, a moins b, a plus b (**Re** écrit = (3) – (2x – 1))
345	**En**	(Il efface ce que vient d'écrire **Re**) On a la forme a deux, moins, b deux, on a dit, ça donne quoi ? a plus b, quel est le a ?
346	**Re**	Trois
347	**En**	Trois, donc ça c'est a (**Re** écrit = (3)), plus le b ?
348	**Re**	x moins un (elle a écrit = (3) – (2x – 1))
349	**En**	x moins un (il trace les crochets ainsi : [(3) + (2x – 1)]), ça c'est a (il montre (3)), plus b (il montre (2x – 1)), facteur
350	**Ca**	a moins b (**Re** écrit à la suite [(3) – (2x – 1)])
351	**En**	a (il montre (3)), moins b (il montre (2x – 1)) Ensuite, j'enlève les parenthèses et j'additionne
352	**Re**	Trois, plus deux x, moins un
353	**En**	Oui, trois, plus deux x, moins un
354	**Re**	Trois, moins deux x, plus un (**Re** écrit = [3 + 2x – 1] [3 – 2x + 1])
355	**En**	Trois, moins deux x, plus un Donc, j'ai enlevé la parenthèse, maintenant, on va voir si on peut additionner. Donc, deux x
356	**Sa**	Deux plus deux
357	**En**	Trois moins un
358	**Els**	Plus deux
359	**En**	Plus deux (**Re** écrit = [2x + 2] [2x)
360	**Els**	Moins deux x
361	**En**	Moins deux x (**Re** ajoute (-) à 2x**)** Trois plus un
362	**Re**	Quatre, plus quatre (elle a écrit = [2x + 2][-2x + 4])
363	**Ni**	Quatre, *veut dire* plus quatre
364	**Els**	Plus quatre
365	**En**	Plus quatre, *oui*
366	**Ni**	*Mais c'est la même chose*
367	**En**	*Ah ! C'est la même chose,* plus quatre *et* moins quatre ?
368	**Ni**	Plus quatre *et* quatre, *c'est la même chose*
369	**En**	Donc, je continue. Deux x plus deux
370	**Els**	Deux, facteur
371	**En**	Je peux mettre deux en facteur. Deux, facteur, x plus un (il écrit 2(x + 1)) Ça, c'est pour la première parenthèse
372	**Ca**	*Là bas aussi, on prend* deux
373	**En**	Pour la deuxième, *aussi*, je peux mettre deux en facteur
374	**Els**	Moins x, moins deux
375	**Ma**	Plus deux
376	**En**	Moins x plus deux (il a écrit 2(x + 1)(2)(-x + 2)) (*)
377	**Els**	Quatre, facteur
378	**En**	Au lieu de laisser, dans ce produit, deux, fois deux
379	**Ca**	Egal quatre
380	**En**	On peut écrire égal quatre, x plus un, moins x plus deux (il écrit = 4(x + 1)(-x + 2))
381	**Sa**	M. P*ourquoi ici oui, et là bas non* (elle demande pourquoi ici on a factorisé et dans l'expression précédente on n'a pas recherché un facteur commun pour les x)
382	**Ni**	*On n'a pas un* facteur commun
383	**En**	Facteur commun de quoi ?
384	**Ni**	Facteur commun *pour les* deux x
385	**En**	*Ça* c'est une parenthèse (il montre (2x + 2)), et l'autre c'est une parenthèse (il montre (-2x + 4)). Ça c'est le nombre a (il montre (2x + 2)), ça c'est le nombre b (il montre (-2x + 4))

386	**Sa**	Monsieur
387	**En**	Oui
388	**Sa**	*Pourquoi, on n'a pas pris* x en facteur ? (elle parle de l'expression précédente qui est toujours au tableau)
389	**En**	Comment je peux prendre en facteur x ? *Il y a* parenthèse, fois, parenthèse. *Si on veut continuer la* factorisation, je cherche le facteur commun dans chaque parenthèse. Dans la première parenthèse, il y a, x plus trois, x plus trois seulement. Est-ce qu'il y a de facteur commun ?
390	**Sa**	Non
391	**En**	Non. x moins un, est ce qu'il y a de facteur commun ?
392	**Els**	Non
393	**En**	Non. Comme on a fait ici (il montre (2x + 2)(-2x + 4)), ici on a fait quoi ? deux x plus deux, si on a deux x plus deux, et on vous dit de factoriser. Comment vous factoriser deux x plus deux ?
394	**Els**	Deux facteur de x plus un
395	**En**	Deux. Donc (il écrit 2x + 2 = 2 (x + 1)), n'est ce pas, c'est ce qu'on a fait ici. A la place de cette parenthèse, deux x plus deux, j'ai mis, deux facteur de x plus un (il montre (*)) pas cherché un facteur commun entre la première parenthèse et la deuxième parenthèse, car tiplic une multiplication (il trace un grand signe de multiplication (×), entre [2x + 2] et [-2x
396	**Ri**	M. *Si on ne fait pas jusqu'à la fin, tu nous la comptes faux* ?
397	**En**	Oui
398	**Ri**	*Pourquoi, on t'a fait la moitié*
399	**Ca**	*Tu nous donnes la moitié de la note* ?
400	**En**	(**Ne** passe au tableau, elle écrit l) $(x + 1)^2 – (x – 1)^2$) Donc, x plus un, à la puissance deux, moins, x moins un à la puissance deux
401	**Els**	a deux, moins b deux
402	**En**	Chuch, *laisser la travailler* (**Ne** écrit = [(x + 1) + (x – 1)][(x + 1) – (x – 1)]). Oui, c'est juste. a plus b
403	**Els**	Par a moins b
404	**En**	*Silence*. Donc, a (il montre (x + 1)), plus b (il montre (x – 1)), facteur de, a (il montre (x + 1)), moins b (il montre (x – 1)), c'est juste Ensuite, j'enlève les parenthèses et j'additionne. Donc, x plus un
405	**Els**	x moins un
406	**En**	Moins x
407	**Els**	Plus un
408	**En**	Plus un, ok (**Ne** a écrit : = [x + 1 + x – 1][x + 1 – x + 1]) Egal
409	**Ne**	x à la puissance deux (elle écrit : = x^2)
410	**Els**	Deux x
411	**Ma**	Deux x
412	**En**	x plus x
413	**Ne**	Deux x
414	**En**	Deux x (il efface x^2 et écrit 2x à sa place)
415	**Ri**	Plus un, moins un, moins zéro
416	**En**	Plus un, moins un
417	**Ne**	Zéro
418	**En**	Zéro. La deuxième parenthèse, plus x, moins x
419	**Sa**	*Rien*, zéro
420	**En**	Zéro
421	**Sa**	Plus deux
422	**En**	Deux (il a écrit (2x)(2)) Donc, on obtient, deux x, fois, deux. Ou bien (**La cloche a sonné)**
423	**Ne**	Quatre x
424	**En**	Quatre x

Quatrième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	Il y a encore un exercice dans le numéro quatre (il écrit au tableau p.99 n° 4 m) (x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)) Donc, c'est x moins un (il hausse sa voix pour calmer la classe), facteur de, y plus trois, moins, deux, facteur de y plus trois Comment on va factoriser ici ?
2	**Ma**	*On prend* x plus trois*, on la met* en facteur
3	**En**	[y plus trois en facteur. Donc, il y a un facteur commun qui est y plus trois Donc, y plus trois c'est le facteur
4	**Els**	[commun
5	**En**	[commun (il écrit en même temps qu'il parle) Qu'est ce qui reste pour le premier ? (il montre de sa main (x – 1)(y + 3))
6	**Els**	x moins un, moins deux
7	**En**	Donc x moins un
8	**Els**	Moins deux
9	**En**	[et moins deux (il écrit (y + 3)[(x – 1) – 2]) C-à-d, y plus trois, j'enlève les parenthèses (il écrit (y + 3)(x – 1 – 2)) y plus trois, facteur de, x moins trois (il écrit (y + 3)(x – 3)) (Ses écrits sont comme suit : (x – 1)(y + 3) – 2(y + 3)= (y + 3)[(x – 1) – 2] = (y + 3)(x – 1 – 2) = (y + 3)(x – 3)) Le numéro cinq encore il faut factoriser (il fait signe à **Mi** pour passer au tableau, elle écrit p.99 n° 5 a) $6x^2$ – 6ax – 12x) Bon, numéro cinq On continue la factorisation Dans cet exercice, on ne vous dit pas comment il faut factoriser (la consigne c'est « Factorise ») Tout d'abord, si on vous dit : factoriser en cherchant le facteur commun, ou bien, en utilisant les identités remarquables, ou bien comme dans l'exercice suivant, on va voir, par groupement, n'est ce pas ?
10	**Els**	Oui
11	**En**	Donc, chaque fois qu'il faut faire une factorisation : Premièrement : vous cherchez toujours le facteur commun Ensuite, quoi ? Les identités
12	**Els**	Remarquables
13	**En**	[remarquables Donc, premièrement, on cherche à faire la factorisation en trouvant le facteur commun, ensuite en utilisant les identités remarquables, si on n'arrive pas, on essaye de faire à la fin, le, groupement, ok Dans cet exercice on ne dit rien, on dit seulement : « Factoriser ». Donc, premièrement on cherche (il tend sa tête en avant pour inciter les élèves à répondre, pas de réponse pour deux secondes) Quoi ? Fac
14	**Els**	[Facteur commun
15	**En**	[facteur commun. Est-ce qu'il y a un facteur commun ici ?
16	**Els**	Oui
17	**En**	Oui, donc on factorise, en, utilisant, le, facteur, commun (**Mi** écrit = 6x(x – a – 2), Mi passe à la deuxième expression, elle écrit b) (a + b)x + (a + b)y) Même chose ici, Quel est le facteur commun ?
18	**Els**	a plus b
19	**En**	a, plus, b donc, je peux mettre a plus b en facteur. (il encadre (a + b) en rouge) Donc, il reste
20	**Mi**	x plus y (elle écrit (a + b)(x + y))
21	**En**	x plus y (les écrits sont

		$\boxed{a + b}x + \boxed{a + b}y = (a + b)\underline{\underline{(x + y)}}$ Les cadres et les traits sont en rouge) (**Mi** passe à la troisième expression, elle écrit c) $8x^3 + 10x^2 + 2x = 2x(4x^2 + 5x + 1)$ Donc, huit x trois, plus dix x deux, plus deux x, je peux mettre deux xxxx en facteur, il reste, quatre x deux, plus cinq x, plus un (**Mi** passe à la quatrième expression, elle écrit d) $(3(x + 1) – x(x + 1)= (x + 1)(3 – x))$ Et maintenant, c'est leeuh e) (**Mi** écrit e) $12x^3 + 3ax^2 – 21ax = 3x(4x^2 + ax – 7a)$ Donc, le facteur commun, c'est trois x
22	**Els**	Quatre x deux, plus ax moins
23	**En**	Donc, quatre x deux, plus ax, et moins
24	**Els**	Sept a
25	**En**	Sept a, ok
26	**Ri**	f)
27	**En**	Qui a fait cet exercice juste ? (la moitie de la classe lève le doigt) Ok (**Mi** écrit $a(x – y) – b(x – y) = (x – y)(a – b))$ x moins y, facteur de, a moins b On continue maintenant avec le numéro six (il fait signe à **Eli** pour passer au tableau) Qui n'a pas encore terminé ? (pas de réponse) Efface tout le tableau Donc, avant de commencer (il prend le côté droit du tableau et écrit les trois formules factorisées. Pendant ce temps **Eli** écrit p.99 n° 6) Donc, écrivez les identités remarquables (il s'adresse à **Eli**, elle écrit le développement des identités à la suite des écrits de l'enseignant $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$ $(a – b)(a + b) = a^2 – b^2)$ Voici, ces trois identités remarquables (*Je pense que vous les avez copiées sur vos cahiers)* Faites attention comment on va factoriser maintenant ? Petit a ((Eli écrit a) $x^2 – 6x + 9 =$) Attends, faites attention au tableau on a dit, x deux moins six x plus neuf. On va factoriser Donc, premièrement, qu'est ce qu'on cherche ?
28	**El**	Euheuh, fac
29	**Els**	[Facteur commun
30	**En**	[Facteur commun. Est-ce qu'il y a ici un facteur commun ?
31	**Els**	Non
32	**En**	Non. S'il n'y a pas un facteur commun, on va voir les identités remarquables
33	**Sa**	a moins
34	**Ri**	[a moins b
35	**En**	Quelle identité remarquable elle doit être ?
36	**Els**	a moins b à la puissance deux
37	**En**	Bon. Elle doit être a moins b à la puissance deux. *Par ce qu'*elle est de la forme a deux moins deux ab plus b deux
38	**Els**	[a deux moins deux ab plus b deux
39	**En**	Qui va donner l'identité a moins b à la puissance deux Maintenant, avant de donner la réponse a moins b à la puissance deux, on va essayer de faire apparaître la forme a deux, moins deux ab, plus b deux On a dit, c'est de la forme a deux, moins deux ab, plus b deux, on va vérifier
40	**El**	*Comment* ?
41	**En**	Comment ? Faites attention (il écrit à la suite de la donnée $x^2 – 6x + 9 = (\underset{a}{\quad})^2 – 2(\underset{a}{\quad})(\underset{b}{\quad}) + (\underset{b}{\quad})^2$ donc, on va essayer de l'écrire sous la forme, a à la puissance deux, moins deux fois a fois b, plus b à la puissance deux (il montre chaque terme dans son écrit en même temps qu'il parle)
42	**Els**	[plus b à la puissance deux

43	**En**	Qui va donner à la fin quoi ?
44	**Els**	a moins b à la puissance deux
45	**En**	Qui va nous donner, a, moins b à la puissance deux (il écrit en même temps à la suite de ses écritures = $(\ \ - \ \ )^2$ a b) Ok, donc, ce qui reste à chercher c'est quoi ? On va trouver le nombre a et le nombre b
46	**Els**	[et le nombre b
47	**En**	Le nombre a égal combien ?
48	**Els**	x
49	**En**	x (il demande à **Eli** d'écrire x dans les parenthèses correspondantes) Et faites attention, lorsqu'on écrit x (il montre la première parenthèse $(\ )^2$), ici, on doit écrire quoi ? (il montre la parenthèse 2( ))
50	**Els**	x
51	**En**	*Aussi* x, *parce que* cette parenthèse représente a, et cette parenthèse représente encore a, *c-à-d*, on n'écrit pas x, et ici trois x (il parle toujours des parenthèses du TP 49), ok C'est la même parenthèse qui représente le nombre a, donc si on écrit x, ici il y a encore x (il explique sur les mêmes parenthèses) Et pour b ?
52	**Ri**	Trois
53	**En**	Trois (**Eli** a écrit $x^2 - 6x + 9 = (x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2$ a a b b
54	**Els**	x moins trois
55	**En**	Attendez, attendez, donc, encore, donc, première chose, il faut vérifier que ces deux parenthèses sont les mêmes, x et x (il parle des parenthèses de a) Et même chose pour le b, trois et trois On n'écrit pas deux et ici quatre (il montre les parenthèses de a), directement on voit qu'il y a une faute. Il faut avoir le même nombre Maintenant, avant de continuer, *ça ne fait rien*, au début, on essaye toujours de faire des vérifications Est-ce que cette décomposition, comme on l'a faite est correcte ?
56	**Els**	Oui (on entend des oui, l'un après l'autre)
57	**En**	On va voir x à la puissance deux (il montre avec la craie $(x)^2$)
58	**Els**	x deux
59	**En**	x deux, donc, c'est juste (il trace un « √ » en dessous de x^2 de la donnée) Deux, fois x, fois trois ?
60	**Els**	Six x
61	**En**	Six x, encore c'est juste (il trace un « √ » en dessous de 6x de la donnée) Trois à la puissance deux
62	**Els**	C'est neuf
63	**En**	Neuf, *c-à-d aussi* juste (il trace « √ » en dessous de 9 de la donnée) Ok, on a compris comment on va décomposer ?
64	**Els**	Oui
65	**En**	Ouieh ? Une fois qu'on arrive à cette décomposition, qui est a deux, moins deux ab, plus b deux (il montre $(x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2$ a a b b) On peut écrire à sa place quoi ?
66	**Els**	a moins b
67	**En**	[a moins b à la puissance deux
68	**Els**	[à la puissance deux
69	**En**	D'après la deuxième identité Donc, qu'est ce qu'on écrit ici (il montre $= (\ \ - \ \ )^2$ a b)
70	**Els**	x moins trois à la puissance deux
71	**En**	x moins trois à la puissance deux (**Eli** écrit $= (x - 3)^2$ a b) *C'est sûr*, on peut enlever ce a et b (il efface toutes les lettres qui sont écrites sous les nombres)

		On l'a comprise ?
72	**Els**	Oui
73	**En**	*Oui* ? Travaillez la deuxième devant vous, *avec la même méthode,* on va voir avec la même, méthode, *allez-y* (il passe dans les rangs pour surveiller de près l'application de sa méthode)
74	**Ri**	*Monsieur, moi, je vais la faire en un seul coup*
75	**En**	Nononon, directement, non ! (d'un un ton ferme)
76	**Ri**	Non, pas directement, j'ai écris x à la puissance deux, moins six x, plus trois à la puissance deux (on lit sur son cahier $x^2 - 6x + 3^2$)
77	**En**	Monsieur, on fait comme on a fait au tableau (il lui montre le tableau sur lequel il y a toujours le travail détaillé de l'expression $x^2 - 6x + 9$) Je veux voir les parenthèses. Ok, pour a, pour b, je veux voir les paren, thèses (il passe dans les rangs et voit qu'un groupe de quatre a écrit $(x + 4)^2$ il s'énerve, retourne au tableau et d'une voix haute il dit). Comme on a fait au tableau Il s'approche de **Ne** (elle a écrit $(x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2$), ce moins d'où il vient ?
78	**Ne**	C'est comme l'autre (elle parle de l'expression d'avant $x^2 - 6x + 9$)
79	**En**	(Il laisse **Ne** se corriger son signe et continue sa tournée, pendant ce temps **Eli** écrit au tableau b) $x^2 + 8x + 16 = (x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2$ $= (x + 4)^2$) (Il s'approche de **Ma**)
80	**Ma**	*C'est la même que la précédente*
81	**En**	*Ok, fais la alors*
82	**Ma**	*Je la sais*
83	**En**	*D'accord, fais la* (Ri se déplace pour montrer son travail à l'En $x^2 + 8x + 4^2$) *Ça, c'est faux*
84	**Ri**	*Mais pourquoi ?*
85	**En**	(il lit l'écriture de **Ri** à haute voix) x à la puissance deux, plus huit x, n'a pas changé, plus quatre à la puissance deux, le huit x reste huit x, on va le décomposer, vous savez qu'est ce que ça veut dire décomposition ? *C-à-d,* le huit x, le huit x, je veux le voir, deux, fois a, fois b. *C-à-d,* deux, fois un nombre qui est a, fois un nombre qui est b. *Je ne veux pas voir* huit x (il parle d'un ton très fort) A vos places, à vos places (il renvoie les élèves qui sont venues lui montrer leur cahier) (40 sec plus tard) Euh, puissance à l'extérieur de la parenthèse (il regarde le cahier de **Ni** $(x^2) - 2(x)(4) + (4^2)$) (il lit sur le cahier de **Lei** $x^2 - 2.x.4 + 4^2$) C'est faux
86	**Lei**	*Pourquoi, c'est faux, c'est pas vrai ?*
87	**En**	Je veux voir les parenthèses
88	**Lei**	*Bon, pourquoi* ?
89	**En**	*Parce que c'est comme ça* !!! Donc, x deux, plus huit x, plus seize. C-à-d, a, elle a décomposé de la forme a à la puissance deux, plus deux a, b, plus b deux, qui donne, a plus b à la puissance deux (il retourne au tableau et explique sur les écrits de **Eli** $x^2 + 8x + 16 = (x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2$ $= (x + 4)^2$) Quelqu'un a des questions ?
90	**Els**	Non
91	**Ni**	Monsieur, *comment on a cherché la dernière* ?
92	**En**	*Quelle dernière* ?
93	**Ni**	x plus quatre au carré
94	**Ma**	*C'est la* décomposition
95	**En**	[ok,ok a deux plus deux ab plus b deux est égal à quoi ? (il s'adresse à **Ni,** en lui montrant la formule qui est du côté droit du tableau)
96	**Ni**	a deux
97	**En**	[a deux, plus deux ab, plus b deux, égal à quoi ?
98	**Els**	a plus b au carré
99	**En**	a plus b à la puissance deux (en mettant le doigt sur la formule)

		(brouhaha) (**Ni** est non convaincu, alors l'enseignant pousse un peu son explication) Chuchuchu, donc, *c'est pas* a plus b à la puissance deux, c'est quoi le a ici ?
100	**Ni**	x
101	**En**	x. *Et le* b ?
102	**Ni**	Quatre
103	**En**	Quatre. Donc, a plus b à la puissance deux (il pose son doigt sur x en parlant de a et sur quatre en parlant de b) Ok, *continuez le c) devant vous* (15 sec plus tard) On continue tout l'exercice de la même forme. Ok
104	**Je**	Monsieur, *c'est faux si je donne tout de suite la réponse* ?
105	**En**	On n'écrit pas une réponse directe
106	**Ri**	Monsieur
107	**En**	*Quoi* ?
108	**Ri**	*Moi, je l'ai mis*
109	**En**	Comme au tableau Attendez, attendez, ne faites rien (**Eli** écrit $4x^2 + 4x + 1 =$, l'enseignant lui interdit de passer à la factorisation)
110	**Ca**	Monsieur, *j'ai bien commencé ici ?* (elle montre son cahier à l'**En**, elle a écrit $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$)
111	**En**	Non, c'est faux
112	**Ca**	*Mais pourquoi* ?
113	**En**	Même parenthèse a, a (il lui écrit les lettres sous les parenthèses correspondantes $(2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$ a a b b)
114	**Ca**	Ah, ouiouioui !!!
115	**En**	Ok, bon
116	**Ca**	*Ça va être encore deux*
117	**En**	Travaillez (**Ca** parait confuse) Première vérification, on n'a pas dit, il faut avoir la même parenthèse, a, a, b, b (il explique au tableau sur l'expression b) qui n'est pas encore effacée), donc, ces deux parenthèses doivent être les mêmes (il retourne chez **Ca**) deux x deux, c'est quatre x (il parle de 2(x)(2), mais c'est pas a et b, ok (il examine le cahier de **Ma**) *Aussi*, c'est faux
118	**Ma**	Faux !!!
119	**En**	Faites attention, faites attention (il passe au tableau et reprend l'explication de l'expression qui est toujours au tableau, mais il efface les lettres en dessous b) $x^2 + 8x + 16 = (x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2$ = a a b b) Monsieur, avant de dire juste ou bien faux, je recommence Cette parenthèse, représente, quoi ? (il montre $(x)^2$ et écrit en dessous a après avoir entouré le x)
120	**Els**	a
121	**En**	a, est cette parenthèse ? (il montre (x), l'entoure et écrit en dessous a)
122	**Els**	[a
123	**En**	[encore a. Donc, tout d'abord, on regarde les parenthèses, il faut avoir la même parenthèse qui représente le nombre a C-à-d, si ici, on a x (il montre la parenthèses de $(x)^2$, il faut avoir ici encore x (il montre 2(x)) b et b (il montre (4) et $(4)^2$) Donc, ces deux parenthèses sont les mêmes, c-à-d c'est le nombre b Ok, donc, premièrement, avant d'écrire la réponse et avant de dire ou demander si c'est juste, ou bien c'est faux. Premièrement, vous allez voir si dans ces deux parenthèses il y a le même nombre (il montre les parenthèses de a), s'il n'y a pas le même nombre, *cela veut dire, c'est sûr que* c'est faux, ok Ensuite, après la décomposition, *je vous ai dit*, vous faites la vérification
124	**Ma**	[vérification
125	**En**	Ce produit qui se trouve ici (il montre 2(x)(4)), est ce qu'il donne la même réponse ? (il

		relie par une flèche 2(x)(4) et 8x de la donnée)
126	**Ma**	Oui
127	**En**	Si oui, *ça veut dire,* l'exercice est correct. Si non, c'est faux.
128	**Ri**	*Mais,* M*onsieur, moi je fais et je trouve la même réponse à la fin*
129	**En**	Ok ! Ça c'est faux, je la veux comme le tableau (elle a écrit $x^2 + 8x + 4^2$)
130	**Ri**	*Mais, regarde Monsieur, moi, je l'ai fait comme ça et c'est la même réponse*
131	**En**	*Tu ne veux pas te convaincre, je la veux comme* le tableau
132	**Mi**	Monsieur, *c'est juste* ?
133	**En**	*Non, c'est faux* (elle a fait la même erreur que **Ma,** elle a écrit $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$)
134	**Mi**	Pourquoi ?
135	**En**	On recommence, même faute Parenthèse a, parenthèse a, donc, ici il y a deux x, ici il y a deux x (il parle avec un ton fort et écrit sous les parenthèses correspondantes les lettres a $4x^2 + 4x + 1 =$ $(2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$ a a Ici il y a deux x, donc ici il y a deux x
136	**Mi**	*Mais, Monsieur, mon dieu, pourquoi deux ?*
137	**Els**	(trois autres élèves était à côté de **Mi**) Monsieur, *on n'arrive pas !!* Deux fois deux x donne quatre x
138	**En**	Calmez vous, calmez vous. Faites attention au tableau (il retourne au tableau pour expliquer la factorisation de $4x^2 + 4x + 1$ que **Eli** a résolu et a écrit ainsi $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(x)(2) + (1)^2$) Faites attention au tableau !!! *On arrête d'écrire* Donc, on recommence, ouhhh !! Il faut avoir le même nombre dans cette parenthèse qui représente a (il montre $(2x)^2$), et dans cette parenthèse qui représente
139	**Ma**	[b
140	**En**	[a (il montre 2 (x) et écrit la lettre a en dessous) $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$ a a Même si le produit est correct, on écrit pas ici x et ici deux (il parle toujours des valeurs représentants a) *Si on écrit* x et deux, le produit reste quatre x, *mais* est ce qu'on a le même nombre qui représente a dans les deux parenthèses ?
141	**Els**	Non
142	**En**	Non, ok ! Donc, tout d'abord, vous allez vérifier qu'on a le même nombre, *cela veut dire,* on écrit ici deux x, obligatoirement, il y a ici quoi ?
143	**Els**	Deux x
144	**En**	Deux x* Un pour b et un pour b (il écrit la lettre b sous les 1 $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$ a a b b) Ouieh ! Avant de donner la réponse encore, il y a une petite vérification à faire. Est-ce que cette décomposition est correcte ?
145	**Els**	Oui (on entend plusieurs oui qui se succèdent)
146	**En**	Deux x à la puissance deux ? (il montre du doigt et trace une flèche (√) pour dire juste dans la donnée)
147	**Els**	Quatre x deux
148	**En**	Quatre x deux Deux, fois, deux x
149	**Ca**	[quatre x
150	**En**	[fois un
151	**Els**	Quatre x
152	**En**	Quatre x, donc, c'est correct Un à la puissance deux
153	**Els**	Un
154	**En**	C'est un Donc, cette décomposition est maintenant vraie. A la place de a deux, plus deux ab, plus b

		deux, je peux écrire
155	**Eli**	Deux plus un à la puissance deux
156	**En**	Deux x plus un à la puissance deux, c-à-d, a plus b à la puissance deux Merci Monsieur (il renvoie **Eli** à sa place, et fait signe à **Ca** pour passer au tableau) Le d) (**Ca** écrit d) $x^2 + 4x + 4 = (x)^2 + 2(x)(2) + (2)^2$ $= (x + 2)^2$) Merci (**Ca** retourne à sa place)
157	**Ni**	*Mais,* Monsieur, Monsieur
158	**En**	On les comprend (il s'adresse à l'ensemble classe)
159	**Els**	Oui
160	**Els**	Non
161	**En**	Ok, qui a encore des questions ?
162	**Sa**	Moi, *je veux passer*
163	**En**	Qui a encore des questions ?
164	**Ni**	Monsieur
165	**En**	Quoi ? Attendez
166	**Ni**	*Si on n'a pas la réponse de la* formule, *si on ne le connaît pas, d'où on a cherché* x plus deux au carré ?
167	**En**	*la réponse de la* formule ?
168	**Ni**	*Oui, mais toi tu suis cette réponse, a plus b au carré*
169	**Ma**	*Mais, c'est la même chose*
170	**En**	Chuchuch, *calmez vous, calmez vou.*(5 sec de silence) *Je n'ai pas compris la question*. *Une seconde*
171	**Ni**	*Vous, vous dites, il faut qu'on regarde la formule*
172	**En**	Oui
173	**Ni**	*Et qu'on regarde la réponse*
174	**En**	Oui
175	**Ni**	*Si nous, on a pas la formule et on n'a pas la réponse, d'où on cherche*
176	**En**	*Comment on n'a pas la formule ?*
177	**Ni**	*Si on ne la connaît pas, d'où on cherche la réponse* ?
178	**En + Els**	*Comment ça se fait qu'on ne la connaît pas* ?
179	**Ni**	*D'où on a cherché x plus deux au carré* ?
180	**Ca**	*Mais c'est la formule qui dit*
181	**En**	chuchcuttt
182	**Ni**	*Je m'enfoue de la* formule *maintenant, travaillons sans la formule*
183	**En**	*Comment* sans formule ?
184	**Ni**	*Oui, quoi* ?
185	**En**	Monsieur, on vous donne à factoriser selon trois identités remarquables que vous devez connaître, n'est ce pas ? Qui sont, a plus b à la puissance deux, a moins b à la puissance deux, *et* a deux moins b deux, ok Donc, ces trois identités (il montre les formules qui sont toujours dans le côté droit du tableau) (3 sec) vous devez les connaître. Et on demande de factoriser suivant, seulement, ces trois identités On ne factorise pas suivant a plus b à la puissance trois, *parce que*, on n'a pas pris a plus b à la puissance trois On fait la factorisation avec a plus b à la puissance deux, *parce que*, on connaît a plus b à la puissance deux Comment si ce n'est pas une formule ? (il attend une réponse de Ni qui le regarde sans rien dire) *Quoi* ? *Je ne comprends pas* ?
187	**En**	*Et moi encore, je ne comprends pas* Le e) (il fait signe à **La** pour passer au tableau qui écrit e) $x^2 + 2xy + y^2 = (x)^2 + 2(x)(y) + (y)^2$ $= (x + y)^2$) On fait attention au tableau Encore, a deux plus deux ab plus b deux, *nous donne*, a plus b à la puissance deux. Merci (On entend des voix de tous les côtés qui demandent pour passer au tableau,

		l'**En** fait signe du doigt à **Ra** qui n'a pas levé son doigt) Bon, effacez le tableau (il passe dans les rangs, pendant que **Ra** travaille en silence au tableau, elle écrit $x^2 – 4xy + 4y^2= (x)^2 – 2(x)(2y) + (2y)^2$ $= (x – 2y)^2$)
188	**Ne**	a plus b, *c'est la réponse, n'est ce pas* Monsieur
189	**En**	Monsieur je veux la réponse comme je fais au tableau
190	**Ne**	*Pourquoi, tu nous compliques comme ça ?*
191	**En**	Comme au tableau, *compliques toi* (il continue sa tournée, la classe est trop agitée, il jette un coup d'œil sur les écrits de **Ra** qu'il ne commente pas, il lui fait signe de retourner à sa place et il la remplace par **No)** Quatre x deux, moins douze x, plus neuf (**No** écrit g) $4x^2 – 12x + 9= (2x)^2 – 2(2x)(3) + (3)^2$ $= (2x – 3)^2$) (Brouhaha), *calmez vous*, silence, *j'ai dit c'est fini,* asseyez vous Donc, quatre x deux, moins douze x, plus neuf, je veux la décomposer suivant la forme, a deux, moins deux ab, plus b deux. Donc, il faut vérifier quoi ? Tout d'abord, je dois vérifier le a, et, le b, n'est ce pas ? Donc, deux x, deux x, trois et trois Donc, jusqu'à maintenant, c'est correct. Ensuite, on va vérifier la décomposition, deux x à la puissance deux
192	**No**	Quatre x deux
193	**En**	Quatre x deux, deux fois deux x fois trois
194	**Els**	Douze x
195	**En**	Trois à la puissance deux, *nous donne*, neuf Donc, cette décomposition est correct, a deux, moins deux ab, plus b deux, je peux maintenant l'écrire quoi ?
196	**Ma**	a moins b
197	**En**	[a moins b à la puissance deux
198	**Ma**	Deux x moins trois
199	**En**	Deux x moins trois à la puissance deux, ok. Merci (il fait signe à **As** pour passer au tableau) gggg, h) vingt cinq, moins quatre vingt x, plus soixante quatre x deux.(**As** écrit en même temps que l'**En** dicte $25 – 80x + 64x^2$) (Elle travaille en silence pour 20 sec et ses écrits sont : $25 – 80x + 64x^2 = (5)^2 – 2(4x)(8) + (8)^2$) Ok, donc, voici la décomposition qu'elle a faite au tableau Tout d'abord, en regardant cette décomposition, il y a une faute
200	**Ma**	*Oui, oui, le* a
201	**En**	En regardant la décomposition, il y a une faute
202	**Ca**	[une faute
203	**En**	Quelle est cette faute ?
204	**Ma**	*Moi, moi, je dis, c'est* a
205	**En**	Donc, les parenthèses qui représentent a. Ici, il y a cinq, ici, il y a quatre x (il montre du doigt $(5)^2$ et 2(4x)) donc, *c'est sûr que c'est faux* Donc, il faut mettre cinq ici (il efface 4x, et écrit à sa place 5) Ensuite ?
206	**Els**	Huit x
207	**En**	Huit x (il ajoute x à 8) (Brouhaha) *Du calme* Qu'est ce qu'on a écrit ici ? A la place de a, on a écrit cinq
208	**Els**	[cinq
209	**En**	Cinq, et à la place de b, on a écrit huit x
210	**Els**	[huit x
211	**En**	Donc, on a maintenant les mêmes parenthèses (on lit $25 – 80x + 64x^2 = (5)^2 – 2(5)(8x) + (8x)^2$), on va voir si on a la même donnée Cinq à la puissance deux, vingt cinq
212	**Els**	[vingt cinq

213	**En**	Deux fois cinq fois huit x, quatre vingt, donc, c'est juste a deux, moins deux ab, plus b deux
214	**Ca**	a moins b à la puissance deux
215	**Ma**	Cinq moins huit x à la puissance deux
216	**En**	Cinq moins huit x à la puissance deux (**As** écrit = $(5 – 8x)^2$) Ok, merci (il fait signe à **Je** pour remplacer **As**)
217	**Ca**	*C'est très facile,* Monsieur
218	**En**	L'important c'est quoi ? une fois qu'on comprend cette décomposition, *c'est fini*, c'est déjà terminé (**Je** recopie la donnée et travaille en silence, elle écrit $36y^2 – 12y + 1 = (6y) +$, **En** l'arrête) Donc, trente six y deux, moins douze x, plus un C'est faux (d'un ton très fort), *non, non*, effacez, effacez (On souffle la réponse à **Je**, elle se corrige, elle écrit $(6y)^2 +$) *Sans parler, chuchu*
219	**Els**	Moins (**Je** écrit $(6y)^2 – 2(6y)(1)\ \ (1)^2$)
220	**En**	Moins, deux, *sans parler* *Moins deux ab*
221	**Els**	Plus un, *elle doit mettre* plus un (en criant)
222	**En**	Ok, ok, elle a oublié le plus (**Je** ajoute le signe + entre (6y) et (1), son écrit est ainsi $(6y)^2 – 2(6y) + (1)\ \ (1)^2$)) *Où on met le plus ? Ici ? C'est ici qu'il faut le mettre (***Je** efface le signe + et le met devant $(1)^2$) a deux, moins deux ab, plus b deux (il montre les nombres correspondants dans $(6y)^2 – 2(6y)(1) + (1)^2$)
223	**Els**	Six y moins un à la puissance deux (**Je** écrit = $(6y – 1)^2$)
224	**Ca**	[six y moins un au carré
225	**En**	Donc, six y moins un à la puissance deux . La dernière maintenant c'est j) (Il fait signe à **Mi** pour passer au tableau, elle écrit $a^2bc – ab^2c + a\ bc^2 = abc$) Ici qu'est ce qu'on fait **?**
226	**Mi**	a moins b plus c
227	**En**	Non, non, avant, qu'est ce qu'on fait ici ?
228	**Eli**	Facteur commun
229	**En**	C'est un facteur commun, *c'est juste*
230	**Ni**	*On n'a pas utilisé les identités remarquables*
231	**En**	Ok, *parce que* toujours, on commence par quoi ?
232	**Ma**	Facteur commun
233	**En**	Facteur commun
234	**Els**	Identités remarquables
235	**En**	Identités remarquables, et groupement qu'on va le voir dans l'exerciiice, euh, huit Donc, facteur commun abc, il reste a, moins b, plus c
236	**Ma**	*Ils sont faciles*, Monsieur
237	**En**	
237	**En**	*Ils sont faciles*, Monsieur . Donc, *c'est sûr,* vous pouvez faire maintenant le numéro sept
238	**Lei**	*Moi, je sais le faire*
239	**El**	*C'est difficile*
240	**En**	*Difficile ?* C'est comme le six
241	**Els**	*Non, c'est facile*
242	**En**	Vous allez réfléchir en plus, *on doit réfléchir* Commencez le sept devant vous
243	**Ma**	Monsieur, *j'ai trouvé* deux au carré qui donne 4
244	**En**	Monsieuuur, travaillez, travaillez
245	**Ma**	J'ai fini
246	**En**	On va voir, on va voir (**Ma** passe devant l'**En** pour lui montrer son travail, qu'il ne commente pas)
247	**Ne**	Monsieur, *on l'écrit directement ou vous voulez qu'on écrive tout*
248	**En**	Directement, on peut l'écrire directement (il fait signe à **Lei** pour passer au tableau) Euh, effacez le tableau Donc, numéro sept, petit a, x deux

		(**Lei** efface le tableau et écrit $x^2 + 4x + \quad = (x + \ldots)^2$) Donc, on va compléter, cette, égalité. Il y a deux nombres qui manquent ici On a x deux, plus quatre x, plus un nombre, qui est égal à x plus un nombre à la puissance deux Premièrement, quelle identité, ou avec quelle identité on travaille ici ?
249	**Els**	a plus b à la puissance deux
250	**En**	a plus b à la puissance deux, qui donne a deux, plus deux ab, plus b deux
251	**Els**	[a deux, plus deux ab, plus b deux
252	**En**	On a dit, je travaille avec a plus b. Donc, ça c'est a, le a c'est quoi ? (il montre le x du second membre)
253	**Els**	x
254	**En**	x et je dois chercher le (en penchant la tête en avant il demande aux élèves de répondre)
255	**Els**	b
256	**En**	b, donc, ce nombre b, je dois le, trouver
257	**Ma**	*Ça veut dire* décomposer
258	**En**	Je dois, *au sûr*, décomposer Je dois décomposer les nombres qu'on a Donc, si vous regardez ces nombres. x deux, plus quatre x, plus un nombre qui manque, ok Essayez, tout d'abord, de décomposer, x deux plus quatre x
259	**Ca**	Au brouillon
260	**Ni**	[Je peux moi
261	**En**	[au brouillon On va le décomposer, oui, *c-à-d*, comme on a fait avant, *mais*, au lieu d'avoir trois nombres, on a (il s'adresse à l'ensemble classe)
262	**Els**	Deux nombres
263	**En**	Deux nombres **La cloche a sonné**
264	**Ri**	Quatre x, *c'est* deux ab
265	**En**	Donc, on va essayer de décomposer (il écrit $(x)^2 + 2(x)(\ ) + (\ )^2$) Donc, faites attention au tableau (il tape avec la craie sur le tableau), faites attention ici. Donc, même formule, *mais*, il y a un nombre qui manque. Ce nombre qui manque, je dois le chercher. Tout d'abord, j'ai deux nombres, on a dit, c'est la forme a plus b à la puissance deux, *c-à-d*, la décomposition va être, a deux, plus deux ab, plus b deux Le a, c'est quoi ?
266	**Els**	x
267	**En**	x. (il écrit les lettres sous le nombres ainsi $(x)^2 + 2(x)(\ ) + (\ )^2$) a a b b Je cherche le nombre qui manque. x à la puissance deux, *c'est ça* (il montre x^2 de la donnée) Quatre x, est ce qu'il est b à la puissance deux, ou bien deux ab ?
268	**Els**	Deux ab
269	**En**	Est-ce que c'est un carré ?
270	**Els**	Non
271	**En**	Non, ce n'est pas un carré. Donc, le quatre x va être
272	**Ni**	Deux x
273	**En**	Deux, fois a, fois b Donc, de cette égalité, quatre x égal deux fois a fois b, je peux calculer b A quoi est égal b
274	**Els**	Deux
275	**En**	Deux (il écrit 2 dans les parenthèses correspondantes) Dans cette égalité, il manque beeeeh à la puissance deux
276	**Els**	[deux
277	**En**	*Par ce qu'elle est* a deux, plus deux ab, plus b deux *Cela veut dire*, qu'il manque le nombre quatre (il écrit 4 dans le trou correspondant dans la donnée)
278	**Ri**	*Cela veut dire*, x plus deux, plus deux
279	**En**	*Et ici*, x plus deux (il écrit 2 dans le trou correspondant de la réponse, on lit $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$)
280	**Els**	[x plus deux, *car* a plus b à la puissance deux, *veut dire* x plus deux à la puissance

		deux

Cinquième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	On va continuer les exercices avec le numéro sept (il fait signe à **Ni** pour passer au tableau) Donc, petit a Petit a, x deux plus quatre x, plus trois points, égal (**Ni** écrit a) $x^2 + 4x + \ldots = (x + \ldots)^2$) à la puissance deux Maintenant, on a une identité avec des nombres qui manquent. *Ceci veut dire*, on a début x deux, plus quatre x, il y a le troisième nombre qui manque ici (il montre le trou dans l'expression), qui est égal à x plus
2	**El**	Deux, deux
3	**En**	Je ne sais pas combien, à la puissance deux Tout d'abord, c'est quelle identité on peut avoir ici ? Quelle formule ?
4	**Je**	a plus b au carré
5	**En**	a plus b à la puissance deux, quoi est égal à quoi ?
6	**Je**	a deux, plus deux ab, plus b deux
7	**En**	a deux, plus deux ab, plus b deux. Donc, on peut essayer de partager la première, comme on a fait dans les exercices précédents, pour essayer de trouver le nombre qui manque, ok C-à-d, on a x deux, plus quatre x, plus un nombre ici. On va essayer de la décomposer comme on a fait dans les exercices précédents *C-à-d*, pour faire apparaître, a deux, plus deux fois a fois b, plus b deux, pour savoir quel est le nombre qui manque Donc, on doit avoir, a la puissance deux (il écrit $(\quad)^2$ et en dessous a), plus deux, fois a, fois b (il écrit + 2( )( ) et en dessous a et b), plus b deux (il écrit + $(\quad)^2$, et en dessous b) qui va être égal à x plus, à la puissance deux (il écrit = $(x + \quad)^2$), *c-à-d*, ça c'est a(il écrit a sous x), et le nombre qui manque c'est b (il écrit b sous le trou) (il a écrit : $(\quad)^2 + 2(\quad)(\quad) + (\quad)^2 = (x + \ldots)^2$ a a b b a b) (1) On a compris jusqu'à maintenant ?
8	**Els**	Oui
9	**En**	Donc, à quoi est égal le a d'après cette décomposition ?
10	**Els**	x
11	**En**	Le a, c'est x. Donc, à la place de a, qu'est ce qu'il faut écrire ?
12	**Els**	x (Ni écrit x en rouge dans les trous correspondants)
13	**En**	On veut chercher, maintenant, le nombre qui manque, qui est quoi ? b Dans la deuxième parenthèse, quel est ce nombre qui manque ? x à la puissance deux, c'est donné, x deux. Deux, fois x, fois un nombre, doit être égal à quatre x, donc, que doit être ce nombre ?
14	**Els**	Deux
15	**En**	Il doit être égal à deux. Donc le b, égal combien ?
16	**Els**	Deux
17	**En**	Deux, à la place de b, j'écris deux ((**Ni** écrit 2 en rouge dans le trou correspondant dans 2ab). Ici, dans la donnée, ces trois points sont à la place de
18	**Els**	b
19	**En**	b à la puissance deux, c-à-d, quatre (**Ni** écrit 4 dans le trou correspondant dans la donnée, et **En** trace signe check devant l'expression), et ici, a plus b, *c-à-d*, c'est
20	**Els**	Deux
21	**En**	Deux (il écrit 2 dans le trou correspondant dans $(x + \ldots)^2$) .Compris ? (par ses yeux, il fait le tour de la classe)
22	**Els**	Oui
23	**En**	Ok. On va essayer de faire la deuxième
24	**Ca**	M. On écrit la deuxième ligne (elle parle de (1))
25	**En**	Vous pouvez l'écrire, ou, bien, vous pouvez la faire au brouillon, ok. Est égal, x moins un nombre, au carré (**Ni** a écrit : 26 $x^2 - 8x + \ldots = (x - \ldots)^2$) Bien sûr, lorsqu'on dit, x moins, *c-à-d*, quelle forme ?
26	**Els**	a moins b à la puissance deux
27	**En**	[a moins b à la puissance deux, donc il nous manque ici, le nombre b, et on va voir qu'est

		ce qui nous manque dans la première donnée *Vas-y*, décomposez (**Ni** écrit : $(x)^2 – 2(x)(4) + (4)^2$, elle écrit en rouge x et 4 dans les trous de 2ab et b^2) Donc, c'est, on a dit, a deux, moins deux ab, plus b deux. Le a, c'est x, donc, il reste pour b quatre. Donc, ici (il montre le trou de b^2 dans la donnée), on va ajouter plus b deux, et ici (il montre $(x - …)^2$), c'est a moins b à la puissance deux (**Ni**, écrit en rouge16, et 4 dans les trous correspondants : $26\ x^2 – 8x + 16= (x - 4)^2$) Merci

Min 14 sec 14

1	**En**	On commence le numéro huit. Le numéro huit c'est la
2	**Els**	Factorisation
3	**En**	Troisième, *aussi*, factoriser. On vous dit, comment factoriser par groupement. On a dit, M, premièrement on commence par factoriser en cherchant quoi ?
4	**Ca**	Euh, facteur commun
5	**Els**	[commun
6	**En**	Facteur commun. Ensuite ?
7	**Els**	Identités remarquables
8	**En**	Identités remarquables, et après
9	**Els**	Groupement
10	**En**	Le groupement. On peut effacer le tableau ?
11	**Els**	Oui
12	**En**	*Je vais faire la première* Effacer le tableau (il fait signe à Ri pour lui effacer le tableau) (il écrit N° 8) a) $x^2 – 2x + xy – 2y =$) Faites attention, comment on va factoriser, maintenant, par groupement. Donc, si on regarde cette donnée ici, est ce qu'il y a un facteur commun pour ces quatre nombres donnés
13	**Els**	[non, non
14	**En**	Non, il n'y a pas. Est-ce que c'est une identité remarquable ?
15	**Els**	Non
16	**En**	Bien sûr, c'est non. donc, comment je vais essayer de faire cette factorisation ? Comme il n'y a pas un facteur commun pour les quatre nombres, je veux essayer de grouper, c-à-d, je vais essayer de prendre ces nombres deux à deux (il mime les parenthèses). Comment on peut grouper ces nombres ? Il faut les prendre deux, à, deux. Je peux prendre, tout d'abord, le premier et le deuxième. x deux, moins, deux x, plus, xy, moins deux y (il écrit $(x^2 – 2x) + (xy – 2y)$) Donc, premièrement, je les groupe, c-à-d, je prends ces nombres deux à deux, et je mets les parenthèses pour dire, que je veux travailler par exemple, le premier avec le deuxième et ensuite, le troisième avec le quatrième Maintenant, après, on va vérifier s'il n'y a pas de changement de signes avec les parenthèses, ok. Est-ce que ce groupement est correct ?
17	**Els**	Oui
18	**En**	Oui. Donc, on a, pour la deuxième parenthèse par exemple, plus par plus (il trace un signe (+) devant xy dans (xy – 2y))
19	**Els**	Plus
20	**En**	C'est plus. Plus par moins, c'est
21	**Els**	Moins
22	**En**	[moins. Donc, il n'y a pas un changement de signes avec ces parenthèses Deuxièment, je commence par cette méthode. Comme il n'y a pas un facteur commun, pour les quatre, après le groupement, je vais essayer, encore de rechercher le facteur commun, et maintenant pour chaque parenthèse seule. Est-ce qu'il y a un facteur commun pour les deux premiers ?
23	**Els**	Oui
24	**En**	C'est quoi ?
25	**Els**	x
26	**En**	C'est x, il me reste x moins deux (il écrit $= x(x – 2)$)
27	**Els**	[x moins deux

28	**En**	Plus
29	**Els**	y
30	**En**	La deuxième parenthèse a un facteur commun, qui est ?
31	**Els**	y
32	**En**	Donc, y, *aussi*, facteur, x moins deux (il a écrit : $x(x - 2) + y(x - 2)$) Donc, ici, on a trouvé un facteur commun. Si on ne trouve pas un facteur commun. Supposons qu'on a trouvé x moins deux, ici, x moins quatre (il montre le second facteur ($x - 2$)). Est-ce que le groupement qu'on a fait est correct ?
33	**Els**	Non
34	**En**	Il faut le changer *par ce qu'*il n'a pas donné un facteur commun Donc, le groupement qu'on a fait ici c'est quoi ? C'est le premier et le deuxième
35	**Ca**	Troisième
36	**En**	[Troisième avec le quatrième
37	**Els**	[quatrième
38	**En**	S'il ne donne pas un facteur commun, je dois changer ce groupement, *c-à-d,* je prends, par exemple, le premier avec le troisième, il reste deuxième avec le quatrième
39	**Els**	[quatrième
40	**En**	Ok. Si encore ce groupement ne donne pas un facteur commun, *qu'est ce qu'on a encore comme* possibilité
41	**Els**	Premier avec quatrième
42	**En**	Premier quatrième, et deuxième, troisième
43	**Els**	[deuxième, troisième
44	**En**	Ok. J'essaye de faire ce groupement pour arriver à un facteur commun. Une fois qu'on a trouvé ce facteur commun, x moins deux, facteur de
45	**Els**	x plus y
46	**En**	x plus y (il écrit $= (x - 2)(x + y)$) Qui a des questions ? (5 sec d'attente). Ok, faites le b devant vous. *Allez-y,* travaillez le b) (il écrit l'expression au tableau : b) $3x- 3y + xy - x^2 =$, puis il passe dans les rangs pour regarder et corriger les productions des élèves. **Je** lui montre son groupement) Ce n'est pas le même facteur commun, vous avez, x moins y, y moins x. x moins y, n'est pas égal à y moins x (**Ri** lui montre son travail qui est le même que **Je**) Lorsqu'on met trois en facteur, c'est x moins y
47	**Ri**	*Ça veut dire que c'est juste*
48	**En**	Non c'est faux. On ne peut pas changer comme ça, M. x moins y, avec y moins x, pour obtenir le même facteur (La majorité ont travaillé ainsi : $3x - 3y + xy - x^2 = (3x - 3y) + (xy - x^2)$ $= 3(x - y) + x(y - x)$ $= (x - y)(3 + x)$ **Ca** a factorisé ainsi : $3x - 3y + xy - x^2 = (3x - x^2) - (3y - xy)$ $= x(3- x) - y(3 - x)$ $= (3 - x)(x - y)$) C'est juste mais, on peut faire premier, deuxième (il s'adresse à **Ca**) On peut faire groupement, premier avec deuxième (il s'adresse à l'ensemble classe)
49	**Ni**	Premier, troisième, *ça ne réussit pas* ?
50	**En**	M. Faites attention. Le groupement, on peut le faire, on a dit comment on peut faire le groupement. On a dit, je peux faire, premier avec deuxième, bien sûr, il reste troisième et quatrième, ok Si je n'arrive pas à trouver un facteur commun, je change le groupement, *c-à-d,* je prends premier avec troisième, et deuxième avec quatrième Si, encore on n'arrive pas, on prend, premier quatrième, et deuxième avec troisième Lorsqu'on a pris ici (il montre la donnée) le premier avec le deuxième, on peut arriver à un facteur commun. Le x moins y, n'est pas égal à y moins x. x moins y, c'est quoi par rapport à y moins x ?
51	**Le**	Euh, euh, l'opposé
52	**En**	L'opposé, donc, pour qu'il devienne égaux, qu'est ce qu'il faut faire ? (pas de réponse) Il faut faire un changement de signes

		On va prendre, premier, deuxième (il écrit : = (3x – 2y) + (xy – x^2)) Bon, faites attention au tableau. On va prendre le premier avec le deuxième, et bien sûr, il reste le troisième avec le quatrième Donc, on vérifie les parenthèses, plus par plus, c'est plus, plus par moins, c'est, moins (il travaille sur + (xy – x^2))
53	**Els**	[moins
54	**En**	Donc, le signe est correct. On cherche maintenant, les facteurs communs. Qu'est ce qu'il y a comme facteur commun dans le premier et le deuxième. *Il y a* trois
55	**Els**	[trois
56	**En**	Il nous reste, x moins y, plus x, y moins x (il écrit = 3(x – y) + x(y – x)) Donc, une fois arrivé ici, il faut faire attention à une chose. On a trouvé, x moins y, et y moins x. Bien sûr, ce n'est pas le même facteur Ok, *mais*, je peux d'après ce même groupement, obtenir le même facteur *Ceci veut dire*, on ne dit pas ici, on n'a pas le facteur commun, on revient et on change le groupement, *c-à-d*, on prend premier troisième, deuxième quatrième, ainsi de suite. Même si on n'a pas le même facteur. Qu'est ce qu'on remarque avec ces deux facteurs (il parle de (x – y) et (y – x))
57	**Ri**	*Il y a* euh
58	**Ca**	Il y a un facteur
59	**En**	Comment on fait le changement de signe ? Donc, je veux essayer de changer le signe pour la deuxième parenthèse, *c-à-d*, les deux derniers nombres. Au lieu d'avoir un plus devant la parenthèse, qu'est ce que je mets ?
60	**Ca**	Moins
61	**En**	Je mets un moins. Lorsque je mets moins devant la parenthèse, les signes à l'intérieur ?
62	**Els**	Changent
63	**En**	Changent. Donc, il faut avoir, moins ici, et plus (il a tracé les signes ainsi : – – + = (3x – 3y) + (xy – x^2)) (1) Compris ?
64	**Els**	Oui
65	**En**	Si on veut vérifier maintenant, moins par moins
66	**Els**	Plus
67	**En**	Plus. Moins par plus, c'est
68	**Els**	Moins
69	**En**	Moins. Donc, on a dit, ces signes vont changer (il trace les signes ainsi : – – + = 3(x – y) + x(y – x)) Et maintenant, si vous regardez ces deux parenthèses (il montre (x – y) et (y – x)), x moins y, et la deuxième ?
70	**Ca**	Moins y, plus x
71	**Els**	[plus x
72	**En**	Moins y, plus x, ou bien plus x, moins y, c'est la même chose Ok. Donc, quel est le facteur commun, maintenant ? x moins y, facteur de
73	**Els**	Trois moins x
74	**En**	Trois moins x (il écrit = (x – y)(3 – x))
75	**Ri**	*Ceci veut dire, que nous pouvons changer les* signes
76	**En**	Ouyi, je peux changer le signe ici ? (il montre (1))
77	**Ri**	*Pourquoi, on ne peut pas la prendre* moins ?
78	**En**	M. Faites attention, ce signe ici, je peux le prendre où bien plus, ou bien moins (il parle du signe d'opération dans (1)). On a deux parenthèses, avec un signe entre ces deux parenthèses. Il peut être plus, ou bien, moins La première fois, on a pris ce signe plus, on n'a pas trouvé le même facteur. On a trouvé des nombres opposés. Lorsqu'on trouve des nombres opposés, *c-à-d si on prend* le signe moins, on trouve le même facteur
79	**Ni**	*Si on prend* premier *avec* troisième, *ça ne réussit pas* ?
80	**En**	Si
81	**Ca**	[Si

82	**En**	On peut prendre premier, avec quatrième, ok Parfois, le groupement *est*, seulement, premier deuxième, et il faut changer le signe. Ici, au lieu de changer le signe, *on change* le groupement. *Mais*, ce changement de groupement, ce n'est pas nécessaire qu'il donne la réponse
83	**Ri**	M. (Elle se déplace pour lui montrer son écriture : $(3x – 3y) – (-x^2 + xy)$)
84	**En**	Moins trois x, moins trois y, moins, moins x, comment moins, moins, *il y a* x deux ?
85	**Ri**	Moins x deux
86	**En**	Moins, moins x deux, ça donne, plus x deux, ce qui est faux. Moins, plus, x deux. Comme ça c'est correct (il lui corrige les signes $(3x – 3y) – (+x^2 – xy)$). Moins par plus, moins. Moins par moins, plus (**Ne** montre son travail à **En** qui lit à haute voix) Changement de signe à l'extérieur, sans changer à l'intérieur. Moins x deux, plus xy, *est resté* moins x deux, plus xy, avec un changement moins à l'extérieur (**Ne** a écrit : $(3x – 3y) – (xy – x^2)$, il continue à voir les productions des élèves pour deux minutes) Travailler maintenant le c) (il écrit la donnée $x^2 – y^2 – 5x + 5y$) x deux, moins y deux, moins cinq x, plus cinq y. Travaillez
87	**Ri**	*On a essayé, ça ne marche pas*
88	**En**	Comment ?
89	**Ri**	*On ne peut pas prendre* x deux, *avec,* y *deux*
90	**Ni**	*Si, si*
91	**En**	On va essayer de grouper, ok. Ou bien, premier deuxième, ou bien premier troisième, ou bien, premier quatrième, c'est à vous de choisir
92	**Ne**	(Elle s'approche de **En**) *j'essaye, j'essaye, je n'arrive pas à la trouver* (elle parle de l'expression a) $x^2 – 2x + xy – 2y$)
93	**En**	Lorsqu'on trouve le même facteur, x moins deux, x moins deux (il parle de $x(x – 2) + y (x – 2)$). Ce n'est pas un facteur commun dans les deux ?
94	**Ne**	Oui
95	**En**	Donc, c'est x moins deux, c'est le facteur
96	**Ne**	Commun
97	**En**	Commun. Qu'est ce qui reste ? x et dans le deuxième ?
98	**Ne**	y
99	**En**	Plus y
100	**Ne**	Merci (**En** continue sa tournée, il trouve que la majorité n'a pas fait le changement de signe convenablement)
101	**Ne**	M. *Pourquoi on prend* x deux *avec* y deux ?
102	**En**	On a dit, on va essayer de prendre le groupement, premier deuxième, troisième quatrième
103	**Ne**	*Mais, il doit avoir quelque chose*
104	**En**	M. On va essayer, premier deuxième, troisième quatrième
105	**Ne**	Oui
106	**En**	Si ça ne marche pas, je change
107	**Ne**	Oui
108	**En**	Premier deuxième, plus, troisième avec quatrième (il écrit devant lui sur le cahier de **Ne** : $(x^2 – y^2) + (–5x + 5y)$) On va voir, si, il y a un facteur commun ?
109	**Ne**	*Comment ?*
110	**En**	On va trouver un facteur commun, bien sûr
111	**Ne**	Il n'y a pas
112	**En**	Comment non
113	**Ne**	x deux, *et*, y deux, *il n'y a pas de* facteur commun
114	**En**	x deux moins y deux, c'est quoi ?
115	**Ne**	a
116	**En**	a deux, moins, b deux, *c-a-d*, x plus y, par x moins y
117	**Ne**	*Il y a un* moins *entre eux*
118	**En**	a deux, moins b deux, c'est quoi ?
119	**Ne**	a plus b, par, a moins b
120	**En**	Donc, *tu as* x plus y, *et* x moins y, *et dans la* deuxième, *il y a*, x moins y, *c-à-d*, le facteur commun, *c'est* x moins y
121	**Ne**	Ok, d'où on apporté

122	**En**	On va l'expliquer (il retourne au tableau) On va l'expliquer (il fait signe à **No** pour passer au tableau) [Brouhaha] Attendez, attendez
123	**Ma**	M. *ce n'est pas comme ça qu'on fait*
124	**En**	Attendez M, on va voir et vous allez demandez vos questions [brouhaha] Vous allez demander vos questions maintenant (No écrit = $((x^2 - y^2) - (5x - 5y)$ (2) Donc, première chose à faire M, j'ai groupé ces nombres, ok. On a pris, le premier et le deuxième, le troisième avec le quatrième, ok La première chose à faire ici, c'est quoi ?
125	**Els**	Changer le signe
126	**En**	Pas changer le signe, vérifier le signe. On va vérifier ici, que le signe est correct (il montre (2)), *c-à-d*, si j'enlève les parenthèses, j'obtiens la même réponse
127	**Els**	Oui
128	**En**	Est-ce que c'est correct ?
129	**Els**	Oui (d'un ton fort)
130	**Ni**	*On n'aurait pas pu mettre*
131	**En**	Si j'enlève les parenthèses, est ce que je trouve la même réponse ?
132	**Els**	Oui
133	**En**	*C-à-d*, est ce qu'il y a un changement, *ou*, est ce qu'il y a des fautes dans les signes ?
134	**Els**	Non
135	**En**	Donc, le groupement est correct
136	**Ni**	*On n'aurait pas pu mettre, entre les deux* parenthèses plus, *et puis* moins *à l'intérieur et*
137	**En**	On peut mettre plus, ou bien on peut mettre moins. Si on met plus, quels sont les nombres qu'on va mettre à l'intérieur de la parenthèse ?
138	**Ca + Ma**	Moins cinq x, plus, cinq y
139	**En**	Moins cinq x, écrivez (il s'adresse à **No,** il écrit =, laisse un espace +)**,** plus, cinq y (**No** écrit : = ………+ $(-5x + 5y))$ (A) On vérifie, plus par moins
140	**Ca**	Moins
141	**En**	Moins. Plus par plus
142	**Els**	Plus
143	**En**	Plus, ok. L'important, c'est d'avoir des signes corrects, ok On a fait ce groupement. Après le groupement, on va essayer de trouver un facteur commun. Pour la première parenthèse, il y a x deux moins y deux (il écrit dans le trou de (A) $x^2 - y^2 + (-5x + 5y))$ Est-ce qu'il y a un facteur commun ?
144	**Ri**	Oui
145	**Els**	Oui
146	**Els**	Non
147	**En**	Non !
148	**Ni**	*Je vous ai dit il n'y a pas, vous m'avez dit, si il y a*
149	**En**	x deux, moins y deux, *est ce qu'il y a dedans un* facteur commun ?
150	**Els**	Non
151	**En**	C'est quoi x deux, moins y deux ?
152	**Els**	a deux, moins b deux
153	**En**	Donc, c'est une identité remarquable, de la forme, a deux, moins b deux, *ceci veut dire que* je peux écrire à sa place
154	**Els**	a moins b, a plus b
155	**En**	[a moins b, a plus b *Vas-y*, (il s'adresse à **No** qui écrit : = $(x - y)(x + y)$) Donc à la place de x deux, moins y deux, on a écrit, a moins b, par, a plus b, *c-à-d* x moins y, par, x plus y Je regarde maintenant la deuxième parenthèse. Est-ce qu'il y a un facteur commun dans la deuxième ?
156	**Els**	Oui cinq

157	**En**	Oui, qui est le cinq
158	**Els**	Moins cinq, facteur de x, moins y (**No** écrit := (x – y)(x + y) – 5(x – y))
159	**En**	Donc, j'ai mis cinq en facteur, dans la deuxième parenthèse, il reste, x moins y. Maintenant, je regarde ces réponses obtenues. Est-ce qu'il y a maintenant un facteur commun dans les deux
160	**Els**	Oui
161	**En**	[Pour continuer
162	**Els**	Oui
163	**En**	Lequel ?
164	**Els**	x moins y
165	**En**	x moins y (**No** écrit := (x – y)) qu'est ce qui reste dans le premier?
166	**Els**	x plus y
167	**En**	x plus y, je ferme la parenthèse
168	**Ne**	Moins cinq
169	**En**	Oui, moins cinq (**No** écrit := (x – y)[(x + y) – 5]) Donc, lorsque je mets x moins y en facteur, *il nous reste*, x moins y, dans le premier, moins cinq, dans le deuxième J'enlève maintenant les parenthèses. x moins y, oui, oui, ça reste, facteur de x plus y, moins cinq (**No** écrit = (x – y)(x + y – 5)) Merci Continuez M (il s'adresse à l'ensemble classe pour continuer l'exercice)
170	**Ma**	M. *Cette fois, c'est sûr, je sais faire*
171	**En**	*Cette fois*, M, *je la regarde comme il faut, je vérifie le* signe, ok (**Ma** fait le regroupement dans l'expression suivante et le montre à **En**, qui lui dit : « *Voilà*, c'est juste, enfin » On commence toujours comme on a dit, M. (**Mi** montre son travail : $x^2y – x^2z – 4z + 4y = (x^2y – x^2z) + (– 4z + 4y)$ $= x^2(y – z) + 4(– z + y)$ $= (y – z)(x^2 – 4)$) *Pourquoi tu as mis moins ici* ? (il parle de -4 en dernière ligne, **Mi** semble perturbée et ne répond pas) (**En** corrige plusieurs autres cahiers, tous les élèves ont juste l'expression $x^2y – x^2z – 4z + 4y$) (**Ca** lui montre son travail, elle a regroupé, premier quatrième et tout son travail est correct, **En** lui dit : on prend toujours premier deuxième, pourquoi tu aimes changer)
172	**Ca**	Mais, M
173	**En**	Ok, c'est la même chose On essaye toujours, premier, deuxième (il s'adresse à toute la classe) (**Am** montre son travail) *Regarder moi cette* faute, y moins z, en facteur, il reste, x plus quatre (elle devait avoir $x^2 + 4$, en lui posant la question, elle a dit qu'elle a oublié de mettre la puissance 2) **La cloche a sonné**

Sixième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	..//.. On continue maintenant avec le numéro huit, e) Effacer le tableau
2	**Sa**	*Je ne l'ai pas compris* (d'autres élèves se plaignent aussi)
3	**En**	On va expliquer de nouveau le numéro huit, et vous allez le continuer (**Ri** est au tableau, elle écrit : e) $7x^3 – 21x + 9 – 3x^2$) Donc, on va factoriser, on vous dit ici, il faut tout d'abord grouper, ensuite, il faut factoriser. Donc, comment je veux faire le groupement ?
4	**Ne**	*On va mettre des* parenthèses
5	**En**	*Premièrement*, je regarde, sept x trois, moins vingt et un x, plus neuf, moins trois x deux, est ce qu'il y a un facteur commun ?
6	**Ca**	Non
7	**En**	Dans les quatre ?
8	**Els**	Non
9	**En**	Non, donc, on a dit, premièrement, on cherche le facteur commun
10	**Els**	[le facteur commun
11	**En**	Il n'y a pas un facteur commun, est ce que c'est une identité remarquable ?
12	**Els**	Non
13	**En**	*Aussi*, c'est non, *car* elle est formée de combien de termes ?
14	**Ri**	*Quatre*
15	**Els**	Quatre
16	**En**	Quatre. Les identités remarquables qu'on connaît, c'est trois ou
17	**Els**	Deux
18	**En**	Deux. *parfait* *Troisièment,* je veux essayer de faire la factorisation par groupement. Par groupement, *c-à-d*, je veux prendre ces nombres deux à deux. Je veux essayer de prendre le premier, *c-à-d*, sept x trois, avec le deuxième, plus, le troisième, avec le quatrième (il écrit : $(7x^3 – 21x) + (9 – 3x^2)$)
19	**Ri**	M. *On ne peut pas faire pour les trois ensemble*
20	**Ma**	*Non*
21	**En**	Dans des cas, on peut faire, trois, un
22	**Ma**	M. *donne nous une*
23	**En**	On va les voir. Si on regarde ici, on a dit, le premier et le deuxième, le troisième avec le quatrième. Qu'est ce que j'ai ajouté à la donnée ?
24	**Mi**	Parenthèses
25	**En**	J'ai ajouté des parenthèses. Donc, avant de continuer, on va voir, si le signe est
26	**Els**	Correct
27	**En**	Correct. *Ça, c'est le plus important*
28	**Sa**	*C'est* correct
29	**En**	Plus par plus
30	**Els**	Plus
31	**En**	C'est plus. Plus par moins, c'est moins
32	**Els**	[Plus par moins, c'est moins
33	**En**	Maintenant, je continue, je cherche un facteur commun pour ces deux (il montre $(7x^3 – 21x)$)
34	**Els**	Sept x
35	**En**	Sept x trois, moins vingt x, c'est sept x
36	**Els**	x deux, moins trois (**En** écrit $7x (x^2 – 3)$)
37	**En**	Plus
38	**Els**	Moins trois, moins trois plus x deux (**En** écrit $7x (x^2 – 3) + 3(3 – x^2)$)
39	**En**	Donc, dans la deuxième parenthèse, il y a trois en facteur, il reste trois moins x deux Donc, le but de ce groupement, c'est quoi ? C'est de trouver un facteur commun
40	**Els**	[un facteur commun
41	**Ni**	*C'est fini ici*
42	**En**	Attendez, est ce qu'on a trouvé un facteur commun ?

43	**Els**	Non
44	**En**	Non, je dois changer ce groupement, ou bien, si on fait attention, je peux changer les signes, car les facteurs obtenus, sont des facteurs
45	**Ca**	Opposés
46	**En**	Opposés. x deux moins trois (il montre $(x^2 - 3)$), trois moins x deux (il montre $(3 - x^2)$), n'est ce pas ? Ce sont des parenthèses, ou bien, des facteurs opposés. Donc, si je change le signe, je trouve le même facteur Je change le signe
47	**Ni**	Plus, moins
48	**Ma**	Moins
49	**En**	Attendez, attendez. Si je veux changer le signe ici (il montre dans la donnée le signe (+) devant $(9 - 3x^2)$)
50	**Els**	Moins
51	**Els**	Neuf
52	**Els**	Moins neuf
53	**En**	*On a mis* moins, on va de nouveau vérifier les signes à l'intérieur des parenthèses. donc je dois prendre un moins (il met (-) devant 9) *pour qu'il nous reste*, moins par moins
54	**Els**	Plus
55	**En**	Plus
56	**Els**	Plus trois x deux
57	**Ri**	Plus par moins, moins
58	**En**	Moins par plus, c'est (il a tracé les signes, en rouge, dans la donnée ainsi : - - + $(7x^3 - 21x)) + (9 - 3x^2)$, puis il corrige les signes dans $7x\,(x^2 - 3) + 3(3 - x^2)$ pour avoir $7x\,(x^2 - 3) - 3(-3 + x^2)$)
59	**Els**	Moins
60	**En**	Moins, ok. Donc, j'ai changé les signes, et maintenant, regardez les parenthèses. Plus x deux, c'est plus x deux
61	**Els**	Moins trois
62	**En**	Moins trois (il identifie $(x^2 - 3)$ et $(3 - x^2)$)
63	**Ma**	Il reste sept moins trois
64	**En**	Donc. C'est le même facteur. donc, je peux mettre x deux, moins, trois en facteur, il reste sept x moins trois (il a écrit en même temps qu'il parlait : $(x^2 - 3)(7x - 3)$) *Compris* ?
65	**Els**	Oui
64	**En**	*Sûr* ?
65	**Els**	Oui
66	**Ri**	M.*On ne peut pas faire* sept x deux, moins vingt et un x, plus, moins, trois x deux *ensemble, et après* plus neuf, *tout seul*
67	**En**	Ok, on peut. Pour obtenir quoi ? Vous avez pris les trois premiers, ok. C'est trois premiers, *qu'est ce qu'ils t'ont donné* ? Qu'est ce qu'ils ont donné ?
68	**El**	x
69	**Ne**	Sept x
70	**Sa**	x *c'est* le facteur
71	**En**	(il regarde le cahier de **Ri**) Où est la factorisation ?
72	**Ri**	*Je n'ai pas continué*
73	**En**	On ne peut pas la continuer. On va faire maintenant le f) (il fait signe à **Sal** pour passer au tableau) *Vas-y*, f) (**Sal** écrit : f) $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 =$ et s'arrête) Vas-y
74	**Ma**	x trois, plus cinq
75	**En**	Chuch, *laissez la travailler* (Sal écrit : $(x^3 + 5x^2) - (4x - 20)$) *Ok*, on a mis les parenthèses, avant de continuer, on a dit
76	**Ni**	Vérifier
77	**En**	*Personne ne parle* (d'un ton ferme) On a dit quoi ?
78	**Sal**	*Il faut qu'on voit les* signes

79	**En**	*Il faut voir si le signe est correct*
80	**Sal**	Moins fois plus, moins (elle montre – (4x – 20))
81	**En**	Oui
82	**Sal**	Euh, moins fois moins, plus (elle corrige le signe de - 20, elle trace un signe (+))
83	**En**	Ok, donc, facteur de quatre x plus vingt, pas moins vingt. Maintenant, je continue (**Sal** écrit : = x^2 (x + 5) – 4(x + 5) = (x + 5)(x^2 – 4)) C'est bien. On peut encore continuer
84	**Sa**	x plus cinq, x plus deux
85	**En**	Ssssseuh, égal, x plus cinq (**Sal** écrit : = (x + 5)(x + 2)(x – 2)) Donc, c'est x plus cinq, on remarque que la deuxième parenthèse qu'on a trouvée, c'est quoi ? x deux moins quatre, *c-à-d*, a deux moins b deux
86	**Els**	[x deux moins quatre [a deux moins b deux
87	**En**	Je peux écrire à sa place, a plus b, a moins b
88	**Els**	[a plus b, a moins b
89	**En**	Ok, merci
90	**Ca**	M. *Si on n'a pas fait* a deux, moins b deux, *ça se compte* faux
91	**En**	Ce n'est pas faux, mais, ce n'est pas juste. *Ceci veut dire qu'on n'a pas la note entière* Qui n'a pas encore passée au tableau (des moi s'entendent de partout, il choisit **Na**) Effacez le e). (**Na** écrit g) x^3 – $2x^2$ – x + 2) Tout d'abord, je dois prendre ces nombres, on a dit, deux à deux
92	**Ca**	On ne peut pas prendre première deuxième, troisième quatrième
93	**En**	On va essayer M, je prends premier deuxième, troisième quatrième, on va voir qu'est ce qu'on va obtenir ? Il n'y a pas quatre nombres ?
94	**Els**	*Si*
95	**En**	Je prends ces nombres deux à deux. C-à-d, je prends le premier nombre avec le deuxième nombre, entre parenthèses (**Na** écrit = (x^3 – $2x^2$)), donc qu'est ce qui reste ? Le troisième et le quatrième nombre (**Na** écrit = (x^3 – $2x^2$) – (x – 2))
96	**Ri**	M. Est-ce qu'on peut la faire, on prend premier troisième
97	**En**	[M. je peux prendre premier deuxième, troisième quatrième, n'est ce pas ? Ou bien je peux prendre premier troisième, qu'est ce qui reste ? Deuxième quatrième
98	**Ri**	*Ce n'est pas ce que je voulais dire*
99	**En**	On peut prendre les trois ensemble, *mais* seulement, dans des cas particuliers, qu'on va voir après, ok
100	**Ma**	*Laissez nous à* deux
101	**Ni**	*Laissez nous à* deux, *c'est plus facile*
102	**En**	*Ce n'est pas question de deux*, il y a des exercices qu'on doit prendre trois, un
103	**Ca**	*Ici, on peut prendre* trois, un
104	**En**	Non ! On prend le groupement trois, un, s'il y a dans ce groupement trois nombres qui forment une identité remarquable. On est obligé de prendre les trois ensemble pour avoir l'identité remarquable (Pendant ce temps Na a écrit : = x^2(x – 2) – (x – 2)) [Brouhaha] Attendez, attendez. x deux, facteur de, x moins deux, moins, x moins deux, ok, compris jusqu'à maintenant ?
105	**Els**	Oui
106	**En**	Je continue, il y a un facteur commun, qui est quoi ?
107	**Els**	x moins deux
108	**En**	x moins deux. Donc, si je mets, x moins deux, en facteur
109	**Ri**	x deux moins un
110	**En**	J'ai mis x deux moins un en facteur, qu'est ce qui reste ?
111	**Ma**	x deux moins un
112	**En**	x deux
113	**Ma**	Moins, un (d'un ton fort). *On doit avoir moins un, n'est ce pas* M
114	**En**	*Si*, *car* j'ai mis x moins deux, *que veut dire* x moins deux ? Ça *veut dire*, c'est comme il y a un, facteur de, x moins deux. Je mets x moins deux en facteur, il reste, un

115	**Na**	*On peut continuer*
116	**En**	Je peux la continuer, oui
117	**Na**	x moins deux
118	**Ri**	a à la puissance deux, moins, b à la puissance deux
119	**Sa**	x moins un
120	**Ma**	x plus un (**Na** a écrit en même temps que ces camarade parlaient : $= (x – 2)(x + 1)(x – 1))$
121	**En**	Donc, j'obtiens de nouveau une parenthèse de la forme a deux, moins, b deux, *c-à-d*, a moins b, par, a plus b Faites attention. *Dans, euh, dans* e). La réponse *de* e), c'était quoi ?
122	**Els**	x deux moins trois, facteur de, sept x moins trois (**En** écrit : $(x^2 – 3)(7x – 3)$)
123	**En**	Bon, faites attention. x deux moins trois, on a arrêté à x deux moins trois, n'est ce pas ? Ici, dans cet exercice (il montre $(x – 2)(x^2 – 1)$), et dans le précédent, le f)
124	**Ri**	f), x plus cinq
125	**Ma**	x deux moins quatre, *on l'a faite*
126	**Ri**	Facteur de, x deux moins quatre
127	**En**	x plus cinq, x plus deux, x moins deux (**En** écrit : $(x + 5)(x^2 – 4) = (x + 5)(x + 2)(x – 2)$) *et ici, on a continué* (il montre $(x – 2)(x^2 – 1)$), x deux moins un, c'est a plus un, par, x moins un Ici, on n'a pas continué x deux moins trois (il montre $(x^2 – 3)(7x – 3)$)
128	**Ri**	*Parce que trois ne peut pas*
129	**En**	*Une seconde, une seconde*. Je ne peux pas la prendre ici, comme, a deux, moins, b deux ? (il parle de $(x^2 – 3)$)
130	**Sa**	Non
131	**Ri**	*Non*
132	**Ni**	*On ne peut pas*
134	**En**	*Pourquoi* ? [brouhaha] Une seconde, une seconde, M. *on répète, on ne parle pas tous ensemble* (d'un ton ferme) Donc, ce x deux moins quatre, on l'a écrit, x à la puissance deux, moins deux à la puissance deux (il écrit sous $(x^2 – 4)$ ainsi : $(x + 5)(x^2 – 4)$ $(x)^2 – (2)^2$) Qui est la forme, a deux, moins, b deux, qui donne a plus b, par, a moins b Ici, x deux, moins, un (il montre $(x – 2)(x^2 – 1)$), c'est x à la puissance deux, moins un à la puissance deux (il écrit $(x)^2 – (1)^2$)
135	**Ni**	M. ici (elle montre du doigt $(x^2 – 3)$), racine de trois, *c'est* un décimal, *on ne peut pas*
136	**En**	*Ce n'est pas qu'on ne peut pas, si, on peut*. *Mais*, la réponse n'est pas un nombre entier, ok. Donc, lorsqu'on a quatre, x deux moins quatre, *ceci veut dire que c'est*, x plus deux, par, x moins deux. On travaille avec des nombres entiers Pour le trois, x deux, moins, trois, on ne peut pas l'écrire, x, à la puissance deux, moins
137	**Ni**	Racine de trois
138	**En**	Racine de trois, à la puissance deux (il écrit sous $(x^2 – 3)$ ainsi : $(x^2 – 3)(7x – 3)$ $(x)^2 – (\sqrt{3})^2)$
139	**Ca**	*C-à-d*, trois
140	**En**	Racine de trois à la puissance deux, *nous donne*
141	**Els**	Trois
142	**En**	Trois. Donc, la factorisation devient, x, plus, racine de trois, x, moins, racine de trois (il écrit : $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$)
143	**Ni**	[x, plus, racine de trois, x, moins, racine de trois
144	**En**	Donc, le b, n'est pas un nombre entier, c'est une racine du nombre trois, ok Si ce n'est pas un nombre entier, on peut ne pas continuer la factorisation
145	**Ne**	*Je ne comprends rien*
146	**En**	*On répète*. Lorsqu'on applique la formule, a deux, moins, b deux, n'est ce pas ?
147	**El**	Oui
148	**En**	Si je travaille avec la formule
149	**Le**	a deux, moins b deux
150	**En**	a deux, moins b deux, qui me donne, a plus b, a moins b (il écrit $a^2 – b^2 = (a + b)(a – b)$)

		Je prends x deux moins quatre (il écrit $x^2 - 4$). Est-ce que je peux l'écrire a deux moins b deux
151	**Els**	Oui (d'un ton fort)
152	**En**	Oui, comment ?
153	**Els**	x plus deux, x moins deux
154	**Els**	x au carré, moins deux au carré (**En** écrit $= (x)^2 - (2)^2$)
155	**En**	Moins deux à la puissance deux. Donc, *elle nous donne*, x plus deux, x moins deux (il écrit $= (x + 2)(x - 2)$) On prend x deux moins neuf
156	**Els**	x à la puissance deux, trois à la puissance deux, égal, x plus trois, x moins trois (**En** a écrit : $x^2 - 9= (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$)
157	**En**	N'est ce pas ? *Ok* *Aussi, on a vu,* x deux, moins un, *qui est égal à,* x à la puissance deux, moins un à la puissance deux
158	**Els**	[x à la puissance deux, moins un à la puissance deux. x plus un, x moins un
159	**En**	x moins un (**En** a écrit :$(x^2 - 1= (x)^2 - (1)^2 = (x + 1)(x - 1)$), ok Donc, *on a vu*, x deux moins, qui est le carré de un. Le quatre qui est le carré de deux. le neuf qui est le carré de trois
160	**Els**	[trois
161	**En**	Par exemple, si on continue avec le seize, qui est le carré de quoi ?
162	**Els**	De quatre
163	**En**	De quatre Les autres nombres, on a travaillé avec, un, quatre, neuf, et si vous voulez encore, le seize (il écrit $x^2 - 16= (x)^2 - (4)^2 = (x + 4)(x - 4)$) Après le seize, je peux prendre vingt cinq, *il nous donne*, cinq, et, moins cinq, ok Les autres nombres, *exemple*, le deux, le trois, le cinq, le six, le sept, le huit, dix, onze, douze, ainsi de suite. On ne peut pas travailler avec ?
164	**Ca**	Racine carrée
165	**En**	Bien sûr, c'est la même chose. *Mais*, on n'a pas des nombres, on n'aura pas des nombres entiers
166	**Els**	[entiers
167	**En**	On aura des racines. Par exemple, x deux, moins deux (il écrit $x^2 - 2$)
168	**Ne**	Est égal x deux, moins, racine de deux (d'un ton très fort)
169	**Els**	[x deux, moins, racine de deux
170	**En**	C'est x à la puissance deux, moins, racine de deux à la puissance deux (**En** écrit $= (x)^2 - (\sqrt{2})^2$)
171	**Els**	[x à la puissance deux, moins, racine de deux à la puissance deux
172	**En**	*Car,* racine de deux à la puissance deux, on a dit ça donne le nombre deux
173	**No**	M. *avant on fait racine et*
174	**En**	*[En haut*, racine de un, *c'était* un (il a dit en haut car il a écrit toutes les expressions à la file et $x^2 - 1$ était en premier). Racine de quatre deux, racine de neuf
175	**Els**	Trois
176	**En**	Trois. Racine de seize
177	**Els**	Quatre
178	**En**	Quatre. *Ok, ici*, racine deux ?(il montre $(x)^2 - (\sqrt{2})^2$)
179	**Els**	Racine de deux
180	**En**	*Je n'ai pas un* nombre entier *pour le mettre à sa place*, *ça reste* racine de deux. ça devient ici, si je veux la continuer
181	**Els**	x plus racine de deux, x moins racine de deux
182	**En**	x plus racine de deux, x moins racine de deux (il écrit en même temps : $= (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$)
183	**No**	M. *Moi, je voulais dire, autant que le nombre est grand, on met* racine *et tout le nombre*
184	**En**	Oui. *Quand on a vu les* racines carrées. *On n'a pas dit,* racine d'un nombre au carré, *nous donne* le nombre
185	**Ri**	Oui
186	**En**	Racine de cinq au carré

187	**Els**	*Nous donne* cinq
188	**En**	Cinq (il a écrit $\sqrt{25} \rightarrow 5$, il mime nous donne) Racine de vingt au carré, cinq. Donc, ici, c'est la même factorisation, mais au lieu de travailler avec des nombres entiers, on a des racines x deux moins trois
189	**Els**	Egal, x à la puissance deux
190	**En**	[x à la puissance deux
191	**Els**	Moins trois au carré, égal x plus
192	**En**	Racine de trois, *et*, x moins racine de trois
193	**Els**	[x moins racine de trois (**En** a écrit en même temps : $(x^2 - 3) = (x)^2 - (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$)
194	**En**	*Compris*. Même chose pour les nombres, cinq, six, sept huit, on aura des racines. Pour le nombre un, quatre, neuf, seize, on aura des nombres entiers, ok
195	**Els**	[entiers
196	**En**	Euh, h) (plusieurs élèves veulent passer au tableau, **En** essaye de choisir une, il fait signe à **Ma**) [Brouhaha] Chutt, pas un mot (**Ma** écrit : h) $xy^2 - x - 1 + y^2 = (xy^2 - x) - (1 + y^2)$ Ok, on a mis ces nombres deux à deux. *Qu'est ce que je vous ai dit de faire* ?
197	**Ni**	Vérifier le signe
198	**Ri**	*Juste, faux*
199	**Els**	*Mets* moins, moins y deux [brouhaha] (**Ma** vérifie les signes et se corrige : $(xy^2 - x) - (1 - y^2)$)
200	**En**	*On parle de nouveau*, ok, *parlez encore* Donc, on vérifie le signe, moins par un, ça fait, moins un, moins par moins, plus y deux Maintenant, je cherche le facteur commun. Je regarde la première parenthèse. (**Ma** écrit = $x(y^2 - 1) - (1 - y^2)$) Jusqu'à maintenant, est ce qu'on a trouvé le même facteur ?
201	**Sa**	*Non*
202	**Ri**	Opposés
203	**Els**	Non
204	**En**	*Je ne vous ai pas posé la question* Regardez, regardez ces nombres. Est-ce qu'on a trouvé la même parenthèse ? Le même facteur ?
205	**Ma**	Euh, non
206	**En**	y deux moins un, *et ici*
207	**Ma**	Un moins y deux
208	**En**	Un moins y deux. Ce n'est pas le même nombre. Pour obtenir le même nonbre, qu'est ce qu'il faut faire ?
209	**Sa**	y deux plus un
210	**En**	Qu'est ce qu'on fait ?
211	**Ca**	Changer le signe
212	**En**	Changer le signe. Quel signe ?
213	**Ma**	Moins
214	**En**	[devant la parenthèse. Donc, au lieu de mettre moins ici (il montre le signe (-) devant $(1 - y^2)$). Qu'est ce qu'on met ?
215	**Ma**	Plus
216	**El**	Plus
217	**En**	Plus. *Que deviennent les* signes *qui sont dedans*?
218	**Els**	Moins un
219	**En**	*Personne ne parle*
220	**Ma**	Moins un, plus, y deux (elle change les signes et on lit = $(xy^2 - x) + (-1 + y^2)$)
221	**En**	Ok. *Et la seconde ligne* ? *On n'a pas changé le* signe ?
222	**Ma**	Oui (elle change les signes et on lit = $x(y^2 - 1) + (-1 + y^2)$)
223	**En**	Ok, maintenant ?
224	**Ma**	*Maintenant, on la prend en* facteur
225	**En**	*Ils sont devenus les mêmes*. y deux moins un (il entoure en rouge $(y^2 - 1)$), y deux moins un (il entoure en rouge $(-1 + y^2)$)

		Donc, qui devient alors, le facteur commun (Ma écrit : = $(y^2 - 1)(x + 1)$) Oui. Egal, si on regarde bien la première parenthèse
226	**Sa**	y moins un, y plus un
227	**En**	C'est la forme, a deux, moins b deux (**Ma** a écrit : $(y - 1)(y + 1)(x + 1)$) Merci.
228	**Ma**	Comment on peut M *changer les signes comme on veut* ?
229	**En**	*C'est quoi comment changer les* signes ? [brouhaha] Je ne change rien, M. *Seulement* je mets une parenthèse Si cette parenthèse change le signe, je veux le corriger
230	**Ma**	*Ça veut dire, elle est initialement fausse*
231	**En**	*Ça veut dire, l'important, quand je vais enlever* les parenthèses ok, j'obtiens les mêmes nombres
232	**En**	(Il fait signe à **Mai** pour passer au tableau, elle écrit :i) $x^3 - 8 + 2x^2 - 4x$) Encore, je prends, comme on a dit toujours, je commence par, premier deuxième, troisième quatrième (pendant ce temps, **Mai** a écrit : $= (x^3 - 8) + (2x^2 - 4x)$ Donc, on a pris premier deuxième, troisième quatrième, ok. Est ce qu'il y a facteur commun dans x trois moins huit ?
233	**Mai**	*Il n'y a pas*
234	**En**	*Il n'y a pas*. Donc, égal, x trois moins huit, plus, deux x deux, moins quatre x, *Il y a*
235	**Mai**	Deux
236	**Els**	Deux
237	**En**	Deux, deux x
238	**Sa**	[deux x (**Mai** écrit $= (x^3 - 8) + 2x(x - 2)$)
239	**En**	Est-ce qu'on a trouvé un facteur commun ?
240	**Els**	Non
241	**Elh**	M. *c'est juste* ?
242	**En**	On va voir, on va voir. *La première* parenthèse, x trois moins huit, dans la deuxième, *c'est* deux x facteur de x moins deux. Est-ce qu'on a trouvé un facteur commun ?
243	**Els**	Non
244	**En**	Si on ne trouve pas le facteur commun, qu'est ce qu'on fait ? [Brouhaha] Donc, on change le groupement, *c-à-d*, on va prendre maintenant quoi ? Premier troisième, deuxième quatrième
245	**Els**	[deuxième quatrième
246	**En**	*Vas-y*, on efface (**Mai** efface ce qu'elle a écrit et garde la donnée) Donc, on a pris, premier deuxième, on n'a pas trouvé un facteur commun pour continuer la factorisation. Donc, ce que je fais maintenant, je change ce groupement, *c-à-d*, je prends, Premier troisième, deuxième quatrième. Si je n'arrive pas à un facteur commun, je peux encore changer et essayer, premier quatrième (**Mai** écrit $= (x^3 + 2x^2) + (-8 - 4x)$ $= x^2(x + 2) + - 4 \quad)$ Non, non, pourquoi deux signes ? (**Mai** efface et écrit $+ (4(2 - x))$ Et vous avez mis, non, le quatre seulement, si on veut un changement de signe, on change ici (il montre le signe d'opération) Donc, quatre en facteur, qu'est ce qui reste ?
247	**Mai**	Deux
148	**En**	Moins deux
149	**Mai**	Moins x
250	**En**	Moins x Moins deux, moins x (**Mai** écrit $= x^2(x + 2) + 4(-2 - x)$)
251	**Ri**	*On va changer le* signe
252	**En**	Qui est opposé à deux plus x. Donc, je veux, changer, le signe
253	**Ri**	[changer le signe

		(**Mai** écrit = $x^2(x + 2) – 4(x + 2)$)
254	**En**	*Ça devient plus.* Donc, je change le signe, moins quatre, facteur de, deux plus x. Est-ce qu'on trouvé un facteur commun ici ? Oui
255	**Mai**	x plus deux
256	**En**	Quel est le facteur commun ? x plus deux, c'est le même (il souligne en rouge (x + 2) et (2 + x) et puis **Mai** écrit = $(x + 2)(x^2 – 4)$), oui, égal x deux moins quatre (**Mai** le regarde) Voici l'exemple (il lui montre $(y^2 – 1)$ de l'expression précédente)
257	**Ma**	a deux moins b deux
258	**En**	x deux moins quatre, c'est a deux, moins b deux, je peux l'écrire
259	**Mai**	Deux x plus, par x moins quatre, euh, par x moins deux par x plus deux (elle a écrit = (x + 2)(x – 2)(x + 2)) (*)
260	**En**	Faites attention M. La deuxième parenthèse qu'on a trouvée ici c'est quoi ?
261	**Els**	a deux, moins, b deux
262	**En**	x deux, moins, quatre (il entoure en rouge $(x^2 – 4)$) que je peux écrire comme x plus deux, x moins deux (il corrige les signes de (*) ainsi = (x + 2)(x + 2)(x – 2))
263	**Els**	[x plus deux, x moins deux
264	**En**	Egal Il y a deux parenthèses x plus deux fois x plus deux, je peux l'écrire, x plus deux, à la puissance deux et x moins deux (il écrit = $(x + 2)^2(x – 2)$) Merci
265	**Ma**	M. *Pourquoi ici on ne l'a pas mis* x plus deux facteur de moins ?
266	**En**	*Où* ?
267	**Ma**	*Pourquoi on ne l'a pas mise* (elle lui montre (*))
268	**En**	C'est un produit. Facteur commun pourquoi ? *Il n'y a pas* deux termes, *pour rechercher entre eux un* facteur commun. Je cherche un facteur commun, par exemple, entre deux et quatre x, ok, il y a x dans le premier, il y a x dans le deuxième, *n'est ce pas* ? *Si je te dis*, deux fois quatre, c'est un seul nombre, *il n'y a plus de* facteur commun. Le facteur commun, en premier, il doit y avoir deux nombres
269	**Sa**	Plus *ou* moins
270	**Ri**	M. *En premier, quand on veut les faire, ce n'est pas nécessaire qu'ils aient un facteur commun* ?
271	**En**	*Ce n'est pas nécessaire, non. On fait le* groupement, *puis je regarde*. Je regarde ensuite, est ce qu'il y a un facteur commun ? *On travaille*, il n'y a pas, je change le groupement (il fait signe à **Rit** pour passer au tableau) *Efface le* h) (**Rit** écrit : h) $x^2 + 2xy + 3x + 6y = (x^2 + 2xy) + (3x + 6y)$ Oui, premier deuxième, oui
272	**Rit**	Troisième quatrième
273	**En**	Ok. Je veux essayer ce groupement pour voir s'il va donner une réponse. Premier deuxième, troisième quatrième, *magnifique* *Vas-y*, premier deuxième, est ce qu'il y a un facteur commun ?
274	**Els**	Oui, oui
275	**En**	Chuch, *laissez la travailler*
276	**Rit**	x (elle écrit = $x(x^2 + 2y)$
277	**En**	*Pourquoi* x deux ? x deux, *J'ai mis* x en facteur, il reste x (**Ri** efface l'exposant 2). C*eci veut dire, on a enlevé* x, plus deux x y, *on a mis* x en facteur
278	**Rit**	Deux y (x(x + 2y))
279	**En**	Deux y
280	**Ri**	*Mais*, x, *c'est pour* deux, *seulement*
281	**Ma**	*Non*
282	**En**	C'est deux fois x, fois y
283	**Els**	[fois y
284	**Els**	Plus trois (**Rit** continue son travail)
285	**Ri**	Ouvre la parenthèse
286	**Els**	x plus deux y (**Rit** a écrit = x(x + 2y) + 3(x + 2y))
287	**En**	*Parfait*. Egal, bon, x plus deux y, x plus deux y (il montre les deux termes (x + 2y)). J'ai trouvé un facteur commun

288	**Els**	[facteur commun
289	**Els**	x plus deux y, x plus trois (**Rit** écrit = (x + 2y) + (x + 3))
290	**Ca**	Facteur
291	**En**	x plus deux y, facteur de, x plus trois Merci Pour les numéros neuf et dix, c'est une factorisation, on ne vous dit pas quelles méthodes il faut utiliser. N'oublier pas M, on essaye tout d'abord
293	**Ni**	L'identi **La cloche a sonné**
294	**En**	Facteur commun
295	**Els**	[commun
296	**En**	Deuxièment
297	**Els**	Identités remarquables
298	**En**	[Identités remarquables, ensuite
299	**Els**	Groupement
300	**En**	Le groupement

Septième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	Numéro neuf Ici, on va factoriser. On ne nous dit pas comment, c'est à vous de trouver comment ? (il fait signe à **Sal** pour passer au tableau qui écrit : a) $(2x – 3)^2 – (3x + 1)^2 =$) Donc, deux moins trois, à la puissance deux, moins trois x plus un à la puissance deux. *Vas-y*, égal à quoi ? Qu'est ce qu'on va faire tout d'abord ?
2	**Sal**	Je cherche un facteur commun
3	**Els**	[facteur commun
4	**En**	Donc, pour factoriser, on cherche quoi ?
	Els	Un facteur commun
5	**En**	Un facteur commun, est ce qu'il y a un facteur commun ici ?
6	**Els**	Non
7	**En**	Non. Ensuite
8	**Ri**	Identité remarquable
9	**Els**	[remarquable
10	**En**	Identité remarquable. C'est une identité remarquable ?
11	**Els**	Oui
12	**Els**	a deux moins b deux
13	**En**	Oui
14	**Sal**	a, a deux moins b deux
15	**En**	a deux moins b deux, ok. *Vas-y*
16	**Sal**	a moins b, facteur de, a plus b
17	**En**	Donc, a deux moins b deux, ça va donner, a, ça c'est a (il souligne (2x – 3) dans la donnée et écrit a en dessous), plus b (il souligne (3x + 1) dans la donnée et écrit b en dessous) (**Sal** écrit = (2x – 3) + (3x + 1))
18	**Ri**	*Les* crochets, *met les* (**Sal** ajoute les crochets = [(2x – 3) + (3x + 1)])
19	**En**	Ça c'est a plus b, maintenant, même facteur
20	**Els**	a moins b
21	**En**	a moins b (**Sal** écrit [(2x – 3) – (3x + 1)]) ok, ensuite
22	**Sal**	Euh, enl
23	**En**	Enlever les parenthèses
24	**Sal**	[enlever les parenthèses (elle écrit = [x( ))
25	**En**	Enlever les parenthèses maintenant
26	**Ma**	deux x moins trois
27	**Ri**	*C-à-d,* écris deux x moins trois, plus trois x plus un
28	**Ma**	[plus trois x plus un

		(**Sal** écrit = [2x – 3 + 3x + 1][2x – 3 – 3x – 1])
29	**En**	*Ne dites aucun mot*. (**Sal** continue : = [5x – 2][-x – 4]) Donc cinq x moins deux, facteur de, moins x moins quatre

Min32 sec 52

1	**En**	(Il fait signe à **Ca** pour passer au tableau, elle écrit : h) $1 – 9x^2 – y^2 – 6xy =$ Donc, tout d'abord, si on regarde ces nombres. Premièrement, pour factoriser, on cherche un facteur commun
2	**Els**	[commun
3	**Ca**	*Il n'y a pas*
4	**En**	Il n'y a pas un facteur commun. C'est juste, il n'y a pas un facteur commun Ensuite, est ce que c'est une identité remarquable ?
5	**Els**	Non
6	**En**	Non, bien sûr, *car elle est de* quatre termes. *Non pas* trois, *ou* deux. Donc, ce n'est pas une identité remarquable Donc, il nous reste le groupement
7	**Els**	[le groupement
8	**En**	Comment je veux faire ce groupement ici ?
9	**Ca**	Un deux, ou deuuh
10	**En**	Je ne sais pas
11	**Els**	Deux trois
12	**En**	*C'est fini. Vas-y* (**Ca** écrit **=** $(1 – 9x^2) – (y^2 + 6xy)$ = (1 – Ca s'arrête ne sachant quoi faire, puis elle écrit : $(1 – 9x^2) – y(- y – 6x)$
13	**Ca**	(Elle regarde **En**) C'est faux
14	**En**	Donc, *on n'est pas arrivé à un* facteur commun Donc, qu'est ce qu'on a fait ici M ? [brouhaha] Il faut changer le groupement. On a fait groupement, premier deuxième, troisième quatrième, *il ne nous a pas donné un* facteur commun, *pour continuer la* factorisation. *Ceci veut dire*, on fait
15	**Els**	Premier troisième, deuxième quatrième
16	**En**	*Ceci veut dire*, on change le groupement et on va voir lequel va donner une réponse (**Ca** efface et écrit = $(1 – y^2) – (-9x^2 + 6xy)$ = $(1 – y^2) – x(-9x – 6y)$)
17	**Il**	Trois x facteur
18	**En**	Trois x, ou x, ça ne va pas donner un facteur commun (**Ca** efface)
19	**Ni**	Si on prend premier quatrième, et deuxième troisième
20	**En**	*Aussi, si on prend* un quatre et deux trois, *ça ne va pas donner un* facteur commun
21	**Re**	*On prend trois ensemble*
22	**En**	Qu'est ce qu'on fait ?
23	**Re**	*On prend trois ensemble, et un seul*
24	**En**	On va essayer, on va essayer
25	**Ri**	*Si, si, ça marche*
26	**Ma**	*Qu'est ce qu'ils ont comme* facteur commun ?
27	**En**	On va essayer (Ca écrit = $1 – (9x^2 + y^2 + 6xy)$) (1) Faites attention. Donc, ici, on a essayé tous les groupements deux à deux, on n'a pas obtenu une réponse. La factorisation se fait ici, par groupement, trois, un
28	**Re**	[un
29	**En**	Si on fait attention ici M, neuf x deux
30	**Sa**	a deux
31	**En**	Avec y deux, avec six xy, c'est une identité remarquable
32	**Els**	[identité remarquable
33	**Sa**	a deux, moins, b deux
34	**En**	Les trois termes forment une identité remarquable, pas les quatre. *Pour cela, on prend le* groupement, un, et, trois (il montre (1)) Le un ici, c'est un à la puissance deux (il écrit = $(1)^2$)

35	**Ca**	[la puissance deux
36	**En**	Moins (il trace les parenthèses ainsi : = $(1)^2$ – ( ))
37	**Ca**	Moins, trois x plus y, à la puissance deux
38	**En**	Neuf x deux, plus y deux, plus six x y, c'est l a forme, a deux
39	**Ca**	Plus b deux
40	**En**	[plus deux ab, plus b deux
41	**Els**	[plus b deux
42	**En**	Qui donne, trois x, plus y, à la puissance deux (il écrit dans les parenthèses : = $(1)^2 - (3x + y)^2$) Ok, même s'il n'y a pas un facteur commun, on a trouvé la forme, a deux moins b deux (**Ca** écrit = [(1) + (3x + y)][(1) – (3x + y] On enlève les parenthèses (**Ca** écrit = [1 + 3x + y][1 – 3x – y]) Oui. Dans la première parenthèse, je ne peux pas additionner *car il y a* un, x et y, et dans la deuxième encore, je ne peux pas additionner Donc, voici la factorisation. C*ertainement*, il faut faire attention aux signes
43	**Ne**	M. je n'ai pas compris
44	**En**	On va recommencez M, et faites attention à l'explication *Arrêtez d'écrire* Donc, pour factoriser, on a dit quoi ?
45	**Ne**	On prend
46	**En**	Premièrement, je cherche un facteur commun
47	**Els**	[un facteur commun
48	**En**	Et lorsque je dis un facteur commun, *ceci veut dire*, un facteur commun pour tous les termes, *ou*, pour tous les monômes donnés, n'est ce pas ?
49	**Els**	Oui
50	**En**	On a quatre nombres, est ce qu'il y a un facteur commun pour ces quatre ?
51	**Els**	Non
52	**En**	Non, il n'y a pas un facteur commun Deuxièment, est ce que ces quatre nombres forment une identité remarquable ?
53	**Els**	Non
54	**En**	Bien sûr, c'est non, *car c'est* déjà, quatre nombres, pas trois, ou bien deux
55	**Els**	[deux
56	**En**	Donc, il n'y a pas une identité remarquable
57	**Il**	Groupement
58	**En**	Troisièmement, on a dit, on va essayer de faire le groupement Alors, le groupement, jusqu'à maintenant, on a fait le groupement deux à deux. C-à-d, deux nombres et deux nombres. On a fait, premier deuxième, troisième quatrième (il montre $(1 - 9x^2) - (y^2 + 6xy)$), on n'a pas trouvé un facteur commun pour continuer la factorisation, n'est ce pas ?
59	**Els**	Oui
60	**En**	On a dit, il faut changer, on a changé, premier troisième, deuxième quatrième (il montre $(1 - y^2) - (-9x^2 + 6xy)$), on n'a pas trouvé un facteur commun. Encore une fois, on a dit, il faut changer, premier quatrième, deuxième troisième, donc il n'y a pas un facteur commun. Donc, on ne peut pas faire la factorisation par groupement deux à deux Il me reste une dernière possibilité, *comme* on ne peut pas faire deux et deux
61	**Els**	Un et trois
62	**En**	Donc, on va prendre trois et un. *Ils sont* quatre nombres. Il y a deux possibilités de faire ce groupement, ou bien, je prends les quatre, deux à deux, ou bien, je dois les prendre, trois et un, n'est ce pas ?
63	**Els**	Oui
64	**En**	Donc, quels trois il faut prendre ensemble ? Bien sûr, il faut faire attention aux nombres donnés. *Quand* on a x deux, on a y deux, il faut choisir avec xy, ok. Il n'y a pas xy, au lieu de x et y, on prend, a et b Qu'est ce qu'il faut faire, lorsqu'il y a un terme a deux, un terme b deux, et un terme deux ab ? *C'est certain*, il faut prendre, un terme a deux, un terme b deux, et un terme ab, *ensemble*. Donc, ici, il y a x deux, il y a y deux, et il y a xy. Donc, il faut prendre, x deux, *et* y deux, *et* xy
65	**Ne**	*Seuls*

64	**En**	*Seuls et le* un *seul*. Neuf x deux, plus y deux, plus six x y, *revenez à* l'exercice précédent, comment on a fait dans l'exercice (il cherche dans le livre)
65	**Ri**	Numéro huit
66	**En**	Six. Donc, on travaille maintenant avec neuf x deux, plus y deux, plus six x y
67	**Ni**	*C-à-d*, a deux
68	**En**	*C-à-d*, a deux, plus b deux, plus deux ab, ça nous donne, a *c-à-d*, a plus b à la puissance deux
69	**Ni**	[a plus b au carré
70	**En**	*Et* le un, *il est* un à la puissance deux. *C-à-d*, j'ai trouvé maintenant la forme a deux moins b deux
71	**Ne**	[a deux moins b deux
72	**En**	Je peux maintenant continuer la factorisation, a plus b, par, a moins b

Huitième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	Bon, on va corriger le numéro dix *Passe, vas-y* ((il choisit **Ca** qui voulait passer au tableau, elle écrit $4x^2 – 4xy + y^2 – 9x^2y^2$) Donc, quatre x deux, moins quatre xy, plus y deux, moins neuf x deux, y deux Donc, premièrement, il n'y a pas un facteur commuuun, ce n'est pas une identité remarquaaable
2	**Els**	[ce n'est pas une identité remarquable
3	**Ca**	Donc, groupement
4	**En**	Groupement, super bien !
5	**Ca**	Un et deux, trois et quatre
6	**En**	*C'est sûr*, vous avez fait, cet exercice ?
7	**Els**	Oui
8	**En**	Oui, donc comment on fait le groupement ici ?
9	**Els**	Deux à deux
10	**El**	Un trois, deux quatre
11	**Ri**	*Trois ensemble puis un*
11	**Els**	Un trois, deux quatre
12	**Ca**	Un deux, trois quatre (avec une voix forte)
13	**En**	Donc
14	**Els**	Un deux, trois
15	**En**	*Un instant, un instant, un instant* On va essayer, on va essayer. *Allez-y* *Comment tu l'as faite* (il s'adresse à **Ca**)
16	**Ca**	Un deux, trois quatre
17	**En**	*Tu l'as faite*, un deux, premier, deuxième, troisième, quatrième. *Ok, vas-y, quelle est la réponse ?* (**Ca** écrit $= (4x^2 – 4xy) + (y^2 – 9x^2y^2)$ $= 4x(x – y) + y(y – 9x^2y)$) Je peux mettre y deux en facteur (**Ca** efface y et le remplace par y^2 et corrige, nous lisons $= 4x(x – y) + y^2(1 – 9x^2)$ (E)
18	**Ma**	*Ici, il n'y a pas*
19	**En**	Bien sûr, on ne va pas trouver un facteur commun
20	**Ca**	Un deux trois *et le* quatre *seul*
21	**En**	Donc, *sûr* le groupement qu'on va faire ici va être trois nombres, *cela veut dire*, premier, deuxième, troisième, ensemble, moins le quatrième *C'est sûr*, après avoir essayer, premier deuxième, premier troisième, premier quatrième, non, il nous reste à, à grouper trois, un. Pas deux, deux Regarder ce groupement maintenant (il montre (E))
22	**Ri**	*Mais* Monsieur, *il n'y a pas* x deux
23	**En**	Monsieur, *quand on fait* groupement trois, un, *c-à-d, ces* trois, *sont quoi ?*
24	**Els**	Identité remarquable
25	**En**	..[identité remarquable, ok

		Donc, on a essayé le groupement deux à deux, n'est ce pas ? Combien de groupement deux à deux on peut faire ? *On a dit,* premier deuxième, troisième quatrième, *ou*, premier troisième, ainsi de suite, premier quatrième, ainsi de suite… On n'a pas trouvé des facteurs communs. *C-à-d,* je veux essayer maintenant de grouper trois nombres ensemble, *peut être,* ces trois nombres, *nous donnent* une
26	**Els**	Identité remarquable
27	**En**	[identité remarquable, ok Donc, pour grouper les trois nombres, on vous dit, il faut faire attention, *c-à-d, quand on prend x deux, il faut prendre* y deux, *il faut prendre avec* xxxy. Ok Comme l'identité remarquable, *dans laquelle il y a* a deux, *et* ab *et* b *deux* Donc, il faut prendre x deux, xy et y deux. Ok Donc, quatre x deux, moins quatre xy, plus y deux, c'est la forme, a deux, moins deux ab, plus b deux
28	**Els**	[a deux, moins deux ab, plus b deux
29	**En**	Ok, on peut la travailler seule, *c-à-d* la décomposer comme dans les exercices précédents. Ou bien, si on sait déjà directement l'identité remarquable, je peux l'écrire c'est deux x
30	**Els**	a moins b au carré
31	**En**	[moins y (**Ca** écrit = $(2x – y)^2 – (9x^2y^2)$) Ok, *c-à-d* deux x moins y à la puissance deux, moins
32	**Ca**	Neuf x deux, y deux
33	**En**	La deuxième parenthèse, c'est un carré
34	**Ca**	Trois x y
35	**En**	Trois xy à la puissance deux ((**Ca** écrit = $(2x – y)^2 – (3xy)^2$) Après cette décomposition
36	**Ca**	.. [a moins b
37	**En**	On retrouve quoi ? C'est la forme
38	**Els**	a deux moins b deux
39	**En**	a deux moins b deux, qui va me donner (**Ca** écrit = [(2x – y) + (3xy)][(2x – y) – (3xy)]) a moins b, *ou* a plus b par a moins b
40	**Els**	a moins b (**Ca** poursuit son écriture = [2x – y +3xy][2x – y – 3xy]) (E1)
41	**En**	Ok, on ne peut pas additionner
42	**Ca**	Non
43	**En**	On a x, on a y, on a xy, je ne peux pas les additionner ensemble, donc, voici la réponse (il montre (E1)) Donc, encore une fois Monsieur, il faut faire attention au groupement, qui n'est pas ici, deux à deux, c'est trois un
44	**Ca**	Je fais le b)
45	**En**	Faites le b) encore (**Ca** écrit b) $x^2 – 10x + 25 – 4y^2 – 4y – 1$ =) (A) Comment on va faire le groupement dans le b ?
46	**Ca**	a deux moins
47	**En**	Nonnonnon, combien de termes il y a ?
48	**Ma**	Six
49	**En**	Six
50	**Ri**	*C-à-d, trois, trois*
52	**En**	Trois, trois (**Ca** écrit = $(x^2 – 10x + 25) – (4y^2 + 4y + 1)$) Donc, on a fait ce groupement, trois, et, trois (il mime trois) Ces groupements obtenus, sont quoi ? x deux, moins dix x, plus vingt cinq, c'est une identité
53	**Els**	Remarquables
54	**En**	[Remarquable
55	**Ca**	a moins b à la puissance deux, a plus b à la puissance deux
56	**En**	Ok. Donc, la première c'est de la forme a moins b à la puissance deux, et la deuxième, a plus b à la puissance deux. *Qu'est ce qu'elle nous donne* x deux, moins dix x, plus vingt cinq ?
57	**Ca**	x moins cinq à la puissance deux
58	**En**	Oui (**Ca** écrit = $(x – 5)^2 – (2y + 1)^2$)

		Plus un à la puissance deux, ok. On retrouve de nouveau la forme
59	**Els**	a deux moins b deux
60	**En**	a deux, moins, b deux (**Ca** écrit = $[(x-5)+(2y+1)][(x-5)-(2y+1)]$)
61	**Ni**	Monsieur, *Il ne faut pas mettre plus cinq et non pas moins cinq ?*
62	**En**	*Ça c'est quoi* ? a deux, moins deux ab, plus b deux (il montre ($x^2 - 10x + 25$)) Q*ue donne* a deux moins deux ab plus b deux ? (Pas de réponse) *Elle donne* a moins b à la puissance deux (**Ca** écrit = $[x-5+2y+1][x-5-2y-1]$ Egal, *car il y a des nombres que je peux additionner* x plus deux y moins quatre, et x moins deux y moins six (**Ca** écrit en même temps que l'enseignant parle = $[x+2y-4][x-2y-6]$) Merci
63	**Ni**	*Dans ce groupement, est ce que qu'on peut faire* cinq *seul et* un *seul ?*
64	**En**	Cinq *seul ?*
65	**Ni**	*C-à-d* cinq un nombre *seul*
66	**En**	Cinq, nombre *seul ne donne rien, ce n'est pas une identité remarquable les cinq* *Il faut grouper de façon à avoir ou bien* un facteur commun, *ou bien* une identité remarquable, ok *Quand on prend,* trois, un, les trois forment une identité remarquable, ok. (Ni le regarde non convaincu) Quand est ce qu'on a pris trois, un ? *quand* on n'a pas trouvé le groupement deux à deux, on a changé, on a essayé le groupement trois, un, car les trois peuvent être une identité remarquable Ici, lorsqu'il y a six termes, je peux les prendre, deux, deux, deux (il mime le groupement sur l'expression (A)), si ça ne donne pas une réponse, j'essaye trois, trois
67	**Ni**	*Et si ça ne marche pas* (on entend des rires dans la classe)
68	**En**	*Ah ! Si tu ne trouves pas une réponse*, il faut essayer autre chose (Il fait signe à **No** pour passer au tableau) Le petit a, *tout le monde a fini de le recopier*
69	**Els**	Oui
80	**En**	Ok, efface le a (il s'adresse à **No** qui est au tableau, elle voulait effacer le b), toute la classe a crié non) (Après une minute **No** efface tout le tableau et écrit c) $4x^2 - 4x + 1 + (2x-1)(3x+2) = (4x^2 - 4x + 1)\ (2x-1)(3x+2)$ (F) $= (2x+1)^2[(2x-1)(3x+2)]$ (F1) $= (2x+1)^2[(2x-1+3x+2)]$ $= (2x+1)^2[5x+1]$) Cinq x, plussss, un
81	**San**	C'est faux
82	**En**	Bien sûr, *faux* (il fait signe à **No** d'effacer, l'Observateur (**O**) a agit en vitesse pour empêcher **No** d'effacer et pose la question suivante)
83	**O**	**No**, tu peux nous dire comment tu as pu passer de la première expression à la deuxième ? Peux- tu nous expliquer comment tu as pensé ? (**No** regarde l'observateur, elle n'a rien compris, alors l'observateur reformule sa question en langue maternelle et **No** reste étonnée)
84	**En**	Ici, ici, Monsieur la donnée, n'est ce pas ? Qu'est ce qu'on a fait ? Il y a trois termes, on les a mis entre parenthèses. Regardez, qu'est ce que vous avez fait entre la parenthèse (il lui montre (F)) *C-à-d*, on a pris ces trois termes ensemble, n'est ce pas ?
85	**No**	Oui
86	**En**	On les a pris ensemble avec une parenthèse, n'est ce pas ?
87	**No**	Oui
88	**En**	Ensuite (pas de réponse de **No** qui le regarde étonnée) *Ok*, on va essayer de l'écrire de nouveau (il partage le tableau, et écrit de nouveau la donnée) *Voilà* la donnée, on va essayer de l'écrire de nouveau ici. *Vas-y* (**No** ne réagit pas) Vas-y, écris le de nouveau (pas de réaction de la part de **No**) Donc, quatre x deux, moins quatre x, plus un, on va les écrire entre parenthèses (**No** écrit ($4x^2 - 4x + 1$) et s'arrête) Oui, ensuite (**No** n'écrit rien)

		Regardez, quatre x deux, moins quatre x plus un, ok, on les a mis entre parenthèses (il trace les parenthèses en rouge)
89	**Els**	[parenthèses
90	**Ri**	*Qu'est ce qu'il reste ?*
91	**En**	Donc, il reste (il attend 3 sec pour une réponse de **No** qui ne dit rien)
92	**Els**	*Qu'est ce qu'il reste ?*
93	**En**	Il reste plus (il l'écrit en rouge), comme tu a fait ici (il montre ($4x^2 – 4x + 1$) ($2x – 1$)($3x + 2$) et **No** écrit après le signe (+), ($2x – 1$)($3x + 2$)) Donc, ça c'est correcte maintenant (il montre ($4x^2 – 4x + 1$) + ($2x – 1$)($3x + 2$)). Lorsque je mets ces trois nombres entre parenthèses, le plus ici (il montre le signe + entre 1 et ($2x – 1$) de la donnée), reste plus. *On ne l'enlève pas, quand on l'enlève, on aura quoi ?*
94	**Els**	Fois
95	**En**	Fois. Ensuite, ces trois nombres qu'on a pris ensemble (il montre ($4x^2 – 4x + 1$)) c'est quelle forme ?
96	**Els**	a deux, moins deux ab, plus b deux
97	**Ma**	Egal a moins b au carré
98	**En**	a deux, moins deux ab, plus b deux
99	**Els**	[a deux, moins deux ab, plus b deux
100	**En**	Egal
101	**Els**	Egal à a moins b au carré
102	**En**	*Je n'ai rien compris*, égal *quoi ?*
103	**Ca**	a moins b à la puissance deux
104	**En**	a moins b à la puissance deux. Qu'est ce qu'on a écrit ici ? (il montre dans (F1) $(2x + 1)^2$ et **No** écrit $[2x – 1]^2$ puis regarde l'enseignant) Oui, pourquoi le crochet ? (**No** rapidement change les crochets en parenthèses) donc il y a un plus (il écrit plus derrière $(2x – 1)^2$), reproduis ces deux parenthèses (il demande à **No** de recopier à la suite ($2x – 1$)($3x + 2$), alors que **No** écrit ($2x – 1 + 3x + 2$)) *Qu'est ce que tu fais ?* Qu'est qu'on a changé ? Seulement, ces trois nombres (il montre ($4x^2 – 4x + 1$)), *c-à-d*, a deux, moins deux ab, plus b deux, *ils sont devenus*, a moins b à la puissance deux (il efface le signe (+) entre 1 et 3x et place les parenthèses convenablement) Egal, qu'est ce qu'on trouve ici, comment je peux continuer la factorisation **?** (il efface les premières écritures de **No** à savoir (F), (F1) et le reste)
105	**Ca**	Par un facteur commun
106	**Els**	Facteur commun
107	**En**	On a trouvé un facteur commun, qui est quoi ?
108	**Els**	Deux x moins un
109	**En**	Deux x moins un, ok Donc, je mets deux x moins un en facteur *Maintenant*, si je mets deux x, si je mets deux x moins un en facteur, je veux voir qu'est ce qui reste ?
110	**Sa**	*Il reste*, trois x plus deux, *et*, deux x moins un
111	**En**	Donc, deux x moins un, c'est un facteur commun (il écrit = ($2x – 1$) [ ]) On met deux x moins un en facteur, qu'est ce qui reste ici (il montre les crochets vides qu'il a déjà tracé)
112	**Ca**	Deux x moins un
113	**En**	Il reste deux x moins un, *Par ce qu'elle était* deux x moins un à la puissance deux. Bien, écris (il s'adresse à No qui écrit en même temps qu'il lui dicte) deux x moins un, entre parenthèses, oui, plus, donc, de ce produit (il montre ($2x – 1$)($3x + 2$)) on a mis deux x moins un en facteur
114	**El**	Il reste trois x plus deux
115	**En**	Il reste trois x plus deux
116	**Ni**	*Pourquoi on n'a pas fait* un développement *pour* deux x moins un, facteur de, trois x plus deux
117	**En**	*On lui fait quoi ?* *Si on fait une* factorisation, *on fait un* développement ? (il retourne à **No** qui a déjà écrit = ($2x – 1$)[$2x – 1 + 3x + 2$]) Bien, égal, deux x moins un, et maintenant je peux enlever les parenthèses à l'intérieur du crochet C'est juste, égal

118	**No**	Deux x moins un, cinq x plus un (elle écrit = (2x – 1)(5x + 1))
119	**En**	Plus un. Merci, maintenant, c'est juste *On l'a compris ?*
120	**Ni**	Monsieur, *tu peux la reexpliquer*
121	**En**	Quoi ? *Qu'est ce que tu veux ?*
122	**Ni**	*Je n'ai rien compris*
123	**En**	*Ici*, Monsieur, *on a* des parenthèses et trois nombres seuls (il montre la donnée), ok Ces trois nombres, *qui sont*, quatre x deux, moins quatre x, plus un, sont quoi ?
124	**Ni**	Identité remarquable
125	**En**	Sont une identité remarquable, qui est ?
126	**Ni**	a deux moins deux ab
127	**En**	Plus b deux, qui va me donner, a moins b à la puissance deux Donc, jusqu'à la deuxième ligne (il montre $(2x - 1)^2 + (2x - 1)(3x + 2)$) (B) qu'est ce qu'on a changé ? quatre x deux, moins quatre x plus un, *on l'a remplacée par* deux x moins un à la puissance deux, plus ces deux parenthèses qui n'ont pas changé (il parle de (2x – 1)(3x + 2)) Oui ? Ensuite, je regarde ici (il montre (B)), *il y a une* parenthèse commune, deux x moins un. *Si on prend* deux x moins un en facteur, il reste quoi ? deux moins un dans la première, et trois x plus deux dans la deuxième
128	**Ni**	*On ne peut pas prendre un* facteur commun *pour les trois ? Pourquoi on a pris un* deux x moins un *?*
129	**En**	Vous avez deux produits, vous avez ici deux produits. Deux x moins un à la puissance deux, *c'est* deux x moins un par deux x moins un (il écrit en même temps qu'il parle), c'est pas le premier produit ? Il y a ensuite, un plus, un deuxième produit, *qui est* deux x moins un par trois x plus deux (il a écrit (2x – 1)(2x – 1) + (2x – 1)(3x + 2)). On a ces deux produits, ok. Ça (il montre (2x – 1)(2x – 1)) c'est le premier produit, et le deuxième (il montre (2x – 1)(3x + 2)). Je regarde ces deux produits, ils ont quoi ?
130	**Els**	Facteur commun
131	**En**	Facteur commun
132	**El**	Deux moins un
133	**En**	Deux x moins un. Donc, lorsque je mets deux x moins un en facteur, c'est un facteur commun (il hachure (2x -1) des deux produits), qu'est ce qui reste dans la première ?
134	**Els**	Deux x moins un
135	**En**	Deux x moins un, qu'est ce qui reste dans la deuxième ?
136	**Els**	Trois x plus deux
137	**En**	Trois x plus deux (il écrit en même temps qu'il parle (2x – 1)[(2x -1) + (3x + 2)]), ok (**Ni** ne répond pas) Quoi ? *Comment tu veux prendre* trois ? *Je n'ai pas compris les* trois *c'est quoi* ?
138	**Ni**	*Là, il y a* deux x moins un, *deux fois, moi je voulais dire les prendre tous les deux*
139	**En**	*Comment, le deuxième est-il* commun *aussi* ? *Il y a un seul* commun, *pas les deux* *Si tu as* x deux plus x (il écrit x^2 plus x), qu'est ce que vous prenez en facteur ?
140	**Els**	x
141	**En**	*Qu'est ce que tu prends* x deux *ou* x ?
142	**Els**	x *non pas* x deux
143	**En**	*Qu'est ce que tu prends* (il s'adresse à **Ni**) x deux ou x ?
144	**Els**	x
145	**En**	x, ok. Ici parentheses au carré, ici parenthèses (il montre (B)). Donc, je prends le commun avec la plus petite puissance Il fait signe à **Sa** pour passer au tableau *Vas-y*, le d maintenant (**Sa** écrit d) 2x(x – 3) – 5(x – 3)) Même chose ici, je regarde le premier produit (il souligne 2x(x – 3)), et le deuxième (il souligne 5(x – 3)). Donc, ces deux produits (<u>2x(x – 3)</u> – <u>5(x – 3)</u>) qu'est ce qu'ils ont ici ?
146	**Els**	Un facteur commun
147	**En**	Un facteur commun, qui est quoi ?
148	**Sa**	x moins trois (elle écrit (x – 3)(2x – 5))
149	**En**	x moins trois. Donc, si je mets x moins trois en facteur, il me reste
150	**Ca**	Deux x moins cinq
151	**En**	Deux moins, cinq

		e, ((**Sa** écrit e) 3y(x – 5) – 2(x – 5) = (x – 5)(3y – 2)) Donc, c'est la même chose, x moins cinq, c'est quoi ? C'est le facteur
152	**Els**	Commun
153	**En**	[Commun, il reste trois y moins deux. (il donne une minute pour que les élèves finissent de recopier du tableau, puis fait signe à **Re** qui levait le doigt avec d'autres élèves pour passer au tableau) Ici encore, on a un facteur commun (**Re** a déjà écrit x(y – 3) – (y – 3)), *qui est*
154	**Els**	y moins trois
155	**En**	*Magnifique*, y moins trois (**Re** a écrit = (y – 3)(x))
156	**Ca**	x moins un
157	**Sa**	Monsieur, moins un
158	**En**	Bon, si je regarde ces deux (il montre les deux termes de la donnée), *on a* y moins trois et y moins trois (qu'il souligne en rouge x(<u>y – 3</u>) – (<u>y – 3</u>)), donc, je mets y moins trois en
159	**Els**	Facteur
160	**En**	Facteur. Qu'est ce qui reste dans le premier ?
161	**Els**	x
162	**En**	x, dans le deuxième ?
163	**Els**	un
164	**Ma**	Moins un
165	**En**	C'est comme si, il y a un, facteur de y moins trois (il écrit 1 devant le second (y – 3)), je mets y moins trois en facteur, il reste
166	**Els**	Un
167	**En**	Un (**Re** efface et écrit (x – 1) à la place de (x)) g (**Re** écrit g) (x + 5)(2y + 1) – y(x + 5)= (x + 5)(2y + 1 – y)) Donc, c'est x plus cinq, facteur de, deux y plus un qui reste de la première
168	**Els**	Moins y
169	**En**	Moins y qui reste de la deuxième
170	**Els**	[deuxième (**Re** continue à écrire = (x + 5)(y + 1))
171	**En**	Donc, c'est x plus cinq, facteur de, deux y moins y
172	**Els**	y
173	**En**	y plus un Merci (il invite **Ri** qui voulait passer au tableau, **Ri** a écrit (2x + 7)(x – 1) – (x – 1) – 5(x – 1)^2 =) Donc, qu'est ce qu'il y a ici ?
174	**Els**	x moins un
175	**En**	x moins un, c'est un facteur commun. Tout d'abord, combien de <u>termes</u> il y a ?
176	**Els**	Trois
177	**En**	Trois. Donc, x moins un c'est un facteur commun, il se trouve dans le premier (il montre (2x + 7)(x – 1))
178	**Ri**	Il reste deux x
179	**En**	[Dans le deuxième (il montre (x – 1)), et dans le troisième (il montre 5(x – 1)^2) Donc, ça c'est le premier (il souligne en vert (2x + 7)(x – 1)), ça c'est le deuxième (il souligne en vert (x – 1)), et ça c'est le troisième (il souligne en vert 5(x – 1)^2) Je mets x moins un en facteur, qu'est ce qui reste dans le premier ?
180	**Els**	Deux x plus sept
181	**En**	*Allez y, laissez la travailler* (**Ri** écrit (x – 1)[(2x + 7) Deux x plus sept, moins qu'est ce qui reste dans le deuxième ?
182	**Els**	Un
183	**En**	Un, *c'est correct* Qu'est ce qui reste dans le troisième ?
184	**Els**	Cinq x moins un
185	**En**	Dans le troisième on a cinq, facteur de x moins un à la puissance deux
186	**Ni**	*Une est partie*
187	**En**	*Une est partie, on a mis* x moins un en facteur, il reste cinq facteur de x moins un (**Ri** a écrit : (x – 1)[(2x + 7) – 1 – 5(x – 1)]) Maintenant, j'enlève les parenthèses. (**Ri** écrit (x – 1)[2x + 7 – 1 – 5x – 5]) Non, pourquoi moins cinq ? attendez, pourquoi moins cinq ? Moins par moins

188	**Els**	Plus ((**Ri** corrige le moins en plus (x – 1)[2x + 7 – 1 – 5x + 5])
189	**En**	Plus, égal
190	**Ri**	x moins un facteur, deux x moins cinq x, égal, moins trois x, et plus onze (elle a écrit (x – 1)[-3x + 11])
191	**En**	Plus onze, ok Donc, un autre encore, restez au tableau Vous avez fini de copier, on peut effacer le tableau
192	**Els**	Non, non
193	**En**	Attendez un peu (il s'adresse à **Ri** pour qu'elle n'efface pas) (1 min plus tard, il fait signe à **Ri** pour effacer tout le tableau) Donc, le onze, c (**Ri** écrit $(2x + 7)(x + 1) + (x + 1) + 5(x + 1)^2$) *Encore*, combien de produit il y a ici ?
194	**El**	Deux
195	**En**	Combien de termes ?
196	**Els**	Trois
197	**En**	Il y a, trois Donc, x plus un en facteur, *il reste* deux plus sept dans le premier, plus un dans le deuxième, et dans le troisième (il parle en même temps que **Ri** écrit = (x + 1)[(2x + 7) + 1 + 5(x + 1)) Oui, et dans le troisième, il reste cinq, facteur de x plus un (**Ri** écrit = (x + 1)[2x + 7 + 1+ 5x + 5] = (x + 1)[7x + 13])
198	**Ni**	*On prend un seul x plus un en* facteur
199	**En**	Oui, dans le premier x plus un, dans le deuxième, x plus un et dans le troisième, x plus un (il lui montre les (x + 1) dans l'expression donnée) Donc, c'est le même M. (il s'adresse à Ni pour lui dire que cette expression est comme la précédente)
200	**Ni**	*Mais ici avec un* plus
201	**En**	Ok ! Merci
202	**Ma**	*On va faire encore quelque chose*
203	**En**	On va continuer le onze (il fait signe à **Sal** pour passer au tableau) Le onze maintenant, petit b (**Sal** écrit $(5x + 2)^2 – 3x(10x + 4)$) Moins trois x facteur de dix x plus quatre (il dicte en même temps que **Sal** écrit) Faites attention, Monsieur, faites attention. Ce que je cherche, c'est quoi ?
204	**Els**	Facteur
205	**En**	[C-*à-d*, c'est comme la deuxième partie d'un groupement, ok. Si vous regardez un groupement, premièrement on prend les nombres ensemble, deuxièment on essaye de chercher un facteur commun Donc, ici, on a cinq x plus deux à la puissance deux, dans le deuxième on a trois x, facteur dix x plus quatre (il montre l'expression donnée en parlant). Donc, tout d'abord, est ce qu'il y a un facteur commun ?
206	**Els**	Non
207	**En**	Non, qu'est ce qu'on va faire ?
208	**Els**	Identité remarquable
209	**En**	*Quoi* ? Si on regarde ces deux, M. *ici*, la parenthèse, c'est cinq x plus deux à la puissance deux, *c-à-d*, cinq x plus deux, fois, cinq x plus deux. Ici, il y a trois x fois dix x plus quatre Qu'est ce que vous faites ? (il s'adresse à Sal qui a écrit = $(5x + 2)^2$ –)
210	**El**	Trente x
211	**En**	*C'est quoi* trente x ? (**Sal** s'arrête) *Continue, qu'est ce que tu faisais* ? Elle écrit après le signe (-), 30x et s'arrête) *Non*, on ne fait pas une multiplication
212	**Ri**	*Moi, j'ai su*
213	**En**	*Quoi ?*
214	**Ri**	a deux moins b deux
215	**En**	a deux, moins b deux ?
216	**Els**	Non, non
217	**Ca**	*Elle fait a plus b, puis après elle fait*
218	**El**	*Non, pas comme ça*

219	**En**	*Ok*, d'accord, égal, cinq x plus deux, à la puissance deux, moins trois x (il écrit = $(5x + 2)^2 - 3x$ (L)), si vous regardez un peu la deuuuxième parenthèse. Est-ce que cette deuxième parenthèse peut me donner cinq x plus deux
220	**Ne**	Oui
221	**En**	[Pour avoir un facteur commun
222	**Els**	Oui, oui
223	**En**	Si on regarde la deuxième parenthèse, *comment elle va nous donner* cinq x plus deux ? (brouhaha, tout le monde parle en même temps) Qu'est ce qu'on peut faire dans la deuxième parenthèse ?
224	**Re**	Division
225	**Ni**	Diviser par deux
226	**Ri**	Racine
227	**Ca**	On simplifie
228	**Ri**	Racine de quatre, deux (brouhaha)
229	**En**	Regarder la parenthèse. *Qu'est ce qui vous arrive, elle ne demande aucun effort.* Regarder, dix x plus quatre. Je peux mettre deux en facteur
230	**Ni**	*Je dis ça depuis une heure*
231	**En**	*Tu as dit*, diviser par deux
232	**Ni**	*Et qu'est ce que cela veut dire*
233	**En**	Diviser par deux, c'est faux (il parle d'un ton fort)
234	**Ni**	*Mais, c'est la même chose*
235	**En**	Je ne peux pas diviser par deux
236	**Ni**	*Mais aussi* en facteur *on va diviser par deux*
237	**En**	*Non*
238	**Ni**	*Comment non, vous n'allez pas diviser*
239	**En**	Non
240	**Ni**	*Mais comment*
241	**En**	Monsieur, *je ne divise pas par deux*, je mets deux en facteur
242	**Ne**	*Et quelle est la différence ?*
243	**Ni**	*Pour avoir le nombre, je ne divise pas par deux ?*
244	**En**	Mais, qu'est ce qu'on a fait d'abord ? On met deux
245	**Ca**	Facteur
246	**En**	C'est le trois x (dans (L), après le signe (-) il trace des parenthèses pour 3x, puis il écrit en même temps qu'il parle), et je peux mettre encore deux en facteur, *il reste* cinq x plus deux (il a écrit $(5x + 2)^2 - (3x)\ (2)\ (5x + 2)$) (L1)
247	**Els**	[cinq x plus deux
248	**En**	Ok. Lorsqu'on divise par deux, *c-à-d, il n'y a pas* deux *ici* (il montre (2) dans (L1)). Dix x plus quatre, *je la divise par* deux, *elle me donne*, cinq x plus deux (il écrit $\frac{10x + 4}{2} = 5x + 2$ (l)) Ok, dix x plus quatre, je mets deux en facteur, *elle me donne*, deux, facteur de cinq x plus deux (il écrit $10x + 4 = 2(5x + 2)$ (l')) *Est-ce ces deux sont pareilles ?*
249	**Els**	*Non*
250	**En**	*Ça, veut dire* diviser par deux (il montre (l)), *et celle-ci veut dire* deux en facteur (il montre (l')) Quoi ? (il regarde **Ni** qui n'est pas convaincue)
251	**Ni**	Monsieur, *ici, c'est pas* divisé ? (elle montre (l'))
252	**En**	*Quoi* diviser ? (d'un ton fort)
253	**Els**	*Il vient de l'expliquer, qu'as-tu ?*
254	**En**	Comment je dois diviser ? *Je dis comme ça*, dix x plus quatre, *ne me plait pas, je la divise par deux ?*
255	**Ni**	*Oui*
256	**En**	*Comment* ? Je la divise par deux ? (**Ni** ne répond plus) Ok, donc, *on a compris* Monsieur, *quelle est la différence* entre
257	**Els**	[oui Monsieur
258	**En**	[on met deux en facteur, ou

		bien, on divise par deux
259	**Els**	Oui Monsieur
260	**En**	Oui ! Donc, si je regarde cette parenthèse, dix x plus quatre, si je mets deux en facteur, *elle va nous donner*, cinq x plus deux, comme la première parenthèse, *qui n'est autre que* cinq x plus deux Donc, j'ai trouvé maintenant quoi ?
261	**Els**	Un facteur commun
262	**En**	Un facteur
263	**Ca**	Commun
264	**En**	[Commun
265	**Els**	*Qui est* cinq x plus deux
266	**En**	Donc, j'ai trouvé un facteur commun, qui est cinq x plus deux Lorsqu'on met cinq x plus deux en facteur, qu'est ce qu'il reste dans le premier ?
267	**Els**	Cinq x plus deux
268	**En**	Donc, cinq x plus deux, *reste du premier* produit (il souligne en rouge $(5x + 2)^2$ et **Sal** a écrit = (5x + 2)[(5x + 2) – 3x (2)] (L2))
269	**Ni**	*Pourquoi ? Pourquoi ?*
270	**En**	*Quoi pourquoi* ? On a trois x, fois deux, fois, cinq x plus deux, on a mis cinq x plus deux en facteur, qu'est ce qui reste ?
271	**Ni**	Cinq x plus deux
272	**En**	Eh ! Bravo !! (des rires se font entendre)
273	**Ne**	Trois x, facteur de deux
274	**Ni**	*Il reste* trois x fois deux
275	**En**	Bon, on a trois x, fois deux, fois cinq x plus deux (il souligne en rouge 3x(2)(5x + 2)), on a mis cinq x plus deux en facteur, il reste, trois x, fois deux (il trace les parenthèses pour trois x dans (L2) : (5x + 2)[(5x + 2) – (3x) (2)]) J'enlève maintenant les parenthèses (**Sal** écrit (5x + 2)[5x + 2 – 3x, il l'arrête en disant) Non Monsieur, non, c'est fois, c'est fois, c'est fois, fois, fois, fois Donc, j'enlève les parenthèses, cinq x plus deux, qu'est ce qu'il y a ici ?
276	**Els**	Moins
277	**En**	Attendez
278	**Sal**	Moins trois x
279	**En**	*Oui*
280	**Sal**	Fois
281	**En**	Fois deux
282	**Ma**	Six x
283	**En**	*Oui* monsieur, ça fait combien
284	**Sal**	Six x (elle corrige le 3 par 6 : (5x + 2)[5x + 2 – 6x])
285	**Ni**	Ah !! Le deux *on va le multiplier*
286	**En**	*Sûrement.* (**Sal** écrit = (5x + 2)[ ) Facteur
287	**Sal**	Moins x plus deux (elle continue son écriture (5x + 2)(-x + 2))
288	**Ni**	Monsieur, *tu sais, il n'est pas du tout facile ce* chapitre
289	**En**	Moins x plus deux (il lit l'écrit de **Sal**) Merci
290	**Ni**	*Il n'est pas du tout facile ce* chapitre, *sérieusement*
291	**En**	Ok Essayez de faire le a devant vous. Onze a
292	**Ni**	(15sec plus tard) *Mais le a, elle n'est pas une* identité remarquable, *ni il y a un* facteur commun, *et aussi il n'y a pas de* groupement
293	**En**	*C'est pour cela, on se gratte la tête* (1 min plus tard, il écrit au tableau p. 146, chapitre 16, activités pour demain) Essayez de faire le a (il invite **Eli** au tableau qui ne veut pas) Vas-y, passe, vas-y (elle ne bouge pas de sa place) *Dans le* a, Monsieur, ok
294	**Ca**	*Ici, il y a* quinze x deux
295	**En**	On va essayer, on va essayer (les élèves se regardent ne sachant comment faire) (10sec) Essayez de travailler comme on a fait le b

		(16 sec) Regardez la deuxième parenthèse, on ne peut pas trouver un facteur commun dans la deuxième ?
296	**Els**	Si
297	**Ma**	*Je l'ai trouvé*, trois x
298	**En**	Je ne sais pas
299	**Ca**	*Plus, plus*
300	**En**	C'est à vous de trouver (50 sec plus tard, il écrit la donnée au tableau : a) $3x(2x - 7) - (15x^2 + 90x) =$) *Allez-y,* qui a fait le a ? **Eli** au tableau
301	**Sa**	Monsieur, la cloche va sonner
302	**En**	*Ça ne fait rien, on l'a fini puis on sort* Bon, si on regarde, trois x, facteur de, deux x moins sept, moins quinze x deux, plus quatre vingt dix x Si on regarde la deuxième parenthèse, quinze x deux plus quatre vingt dix x, on peut mettre quinze x en facteur, par x plus six (il écrit $3x(2x - 7) - 15x(x + 6)$ (G))
303	**Eli**	J'ai essayé le cinq en facteur, égal cinq x facteur de trois x plus dix huit, et trois x plus dix huit, et trois x plus dix huit, il y a facteur trois
304	**En**	Ok, égal
305	**Eli**	*C'est juste ?*
306	**En**	Maintenant, regardez bien ces deux (il souligne en rouge les deux termes de (G)). Où on va trouver le facteur commun ?
307	**Ni**	x et moins quinze x
308	**Ri**	Trois x (d'un ton très fort)
309	**En**	Bien sûr, la première parenthèse deux x moins sept, la deuxième, c'est x plus six. Le facteur commun, *n'est pas la* parenthèse.
310	**Ma**	Oui, Monsieur, *ceux qui sont en dehors de la* parenthèse
311	**En**	Trois x, et quinze x (**Eli** écrit en dessous de (G) $= 3x$) Trois x, *c'est juste.* Crochet, si on met trois x en facteur
312	**Eli**	Deux x moins sept
313	**En**	Il reste deux x moins sept
314	**Ma**	Un
315	**En**	Si je mets un devant la parenthèse, qu'est ce que ça change ?
316	**Eli**	Moins cinq x
317	**En**	Attendez, attendez, moins cinq, pas cinq x **La cloche a sonné** Donc, moins cinq facteur de x plus six (**Eli** écrit $= 3x\ [(2x - 7) - 5(x + 6)]$). J'enlève maintenant les parenthèses **Eli** continue $= 3x\ [2x - 7 - 5x + 30)]$)
318	**Ni**	*Pourquoi* trente ?
319	**En**	Cinq foiiiis sixxx
320	**Eli**	Moins trois x, moins trente sept (elle écrit $= 3x\ [-3x - 37$)
321	**En**	Donc, moins trois x, moins trente sept, fermer la parenthèse (**Eli** ferme le crochet) Merci

Neuvième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	Dans ce chapitre, les équations-produits, tout d'abord, qu'est ce que ça veut dire équation-produit et comment on va résoudre ces équations ? On va prendre un exemple, *ou*, tout d'abord, qui peut me dire lorsqu'un produit de deux nombres est égal à zéro ?
2	**Ni**	Lorsque, un de
3	**En**	Qu'est ce qu'on peut dire ? *Quoi* ? (il s'adresse à **Ni)**
4	**Ni**	Lorsque, un de ces deux nombres est égal à zéro
5	**Ca**	[est égal à zéro
6	**En**	*Ceci veut dire*, lorsqu'on dit un produit de deux nombres est égal à zéro, ça veut dire, un de ces deux, est égal à zéro Donc, dans les équations, si on a par exemple, un produit, ok, par exemple : x moins un,

		par, x moins deux, qui est égal à zéro (il a écrit en même temps : $(x-1)(x-2)=0$)
7	**Ri**	x égal zéro
8	**En**	Attendez. Bon, on a dit quoi ? ce n'est pas un produit de deux parenthèses ?
9	**Els**	Oui
10	**En**	Bon, ce produit peut être, de deux parenthèses, de trois, de quatre, de cinq, ainsi de suite, ok
11	**Els**	Oui
12	**En**	Bon, on a dit, lorsqu'on a un produit qui est égal à zéro, ça veut dire quoi ?
13	**Ca**	Un de ses termes est égal à zéro
14	**En**	Un de ses termes est égal à zéro. Donc, ici ?
15	**Els**	Ou bien, x moins un est égal à zéro, ou
16	**En**	Donc, ou bien la première parenthèse, ou le premier terme est égal à zéro, ou bien le deuxième terme est égal à zéro Donc, je peux dire, que x moins un égal à zéro, et n'oubliez pas, ou (il écrit $x-1=0$ ou $x-2=0$)
17	**Els**	x moins deux
18	**En**	[x moins deux, égal à zéro. Et maintenant vous savez résoudre l'équation x moins un égal zéro, n'est ce pas ?
19	**Eli**	x, ou bien x égal à un, ou bien x égal à deux
20	**En**	Donc, les connus à part, les inconnus à part, *nous donne*, x égal à un, *et* la deuxième ?
21	**Il**	x égal deux
22	**En**	(il a écrit $x=1$ ou $x=2$, qu'il encadre) Donc, on a deux valeurs, qu'on peut avoir pour x, x est égal à un, ou, x est égal à deux, ok. Ça si l'équation est donnée sous la forme, un produit égal à zéro Si cette équation n'est pas donnée sous la forme d'un produit égal à zéro. On va l'écrire sous la forme d'un produit est égal à zéro Par exemple, donc, on va choisir, x deux, plus trois x (il écrit $x^2+3x=0$) Ok, est ce qu'elle est donnée sous la forme d'un produit ?
23	**Els**	Non
24	**En**	Non, qu'est ce qu'on va faire ? On va la, *quoi* ? Mettre en facteur. Donc, on va la factoriser, ou bien, on va la mettre en facteurs, pour avoir un produit égal à zéro
25	**Ma**	x facteur de x plus trois
26	**En**	Donc, je peux mettre x en facteur
27	**Els**	[x en facteur
28	**En**	x plus trois, égal à zéro (il écrit $x(x+3)=0$)
29	**Els**	[a plus trois égal à zéro
30	**En**	Et maintenant, qu'est ce qu'on a obtenu ? Un produit qui est égal à zéro. C-à-d
31	**Ma**	x égal zéro
32	**En**	x égal zéro ou
33	**Els**	[x plus trois égal zéro
34	**En**	x plus trois égal zéro (il a écrit $x=0$ ou $x+3=0$) Donc, *celle là nous donne*, x égal moins trois (il écrit $x=3$, sous $x-3=0$) et celle-ci, x égal à zéro (il encadre $x=0$ ou $x=3$) Ok, donc, ce qu'on fait ici, c'est transformer la donnée sous la forme d'une équation-produit. *C-à-d*, c'est un produit qui est égal à zéro Si le produit n'est pas égal à zéro, qu'est ce qu'on va faire ?
35	**Ca**	On va
36	**En**	Par exemple, on vous donne, x deux, plus cinq x, égal à, sept x (il écrit $x^2+5x=7x$) Comment on va travailler ici ? C'est une équation, ok, qui n'est pas égale, par exemple à zéro. Qu'est ce qu'on va faire ?
37	**Ma**	*Comme ci c'était* sept x deux
38	**En**	Comment sept x deux ?
39	**El**	Facteur
40	**El**	x facteur
41	**En**	Attendez, attendez, Si, on fait une factorisation ici (il montre x^2+5x) Ok, je trouve, x facteur de x plus cinq
42	**Els**	[x facteur de x plus cinq

43	**Ma**	*Oui.*
44	**En**	Qui est égal à
45	**Els**	Zéro
46	**En**	Attendez, ce produit, maintenant, n'est pas égal à zéro. Ce produit est égal à un nombre, sept x Donc, est ce qu'on peut dire comme on a fait avant, ce produit est égal à zéro, ceci veut dire, le premier est égal à zéro, *ou*, un des deux est égal à zéro ?
47	**Els**	Non
48	**En**	Non. Donc, comment on fait, ou, comment on va résoudre cette équation, x deux plus cinq x, égal, sept x ? *Comment on peut la résoudre* ?
49	**La**	*On met*, connus à part, *et*, inconnus à part
50	**En**	Oui. *C-à-d*, ici, les inconnus
51	**Ma**	x deux
52	**En**	Attendez, attendez, c'est elle qui parle. Les inconnus ici, c'est quoi ?
53	**La**	x deux
54	**En**	Lorsqu'on dit les inconnus à part, *c-à-d*, qu'est ce qu'il faut faire ici ?
55	**La**	x deux égal, cinq x, plus, sept x
56	**Els**	*Non*
57	**La**	Les x à part
58	**En**	Les x à part, *ça veut dire*, qu'est ce que je veux faire ?
59	**Ma**	c'est x plus deux
60	**En**	[Brouhaha] Chuch, *quoi* ?
61	**La**	Trois x
62	**En**	Trois x, *où il y a* trois x ?
63	**Els**	*Non*
64	**La**	On a fait les x, x deux
65	**En**	*Quoi* ? (il s'adresse à **Eli**)
64	**Eli**	x deux, plus cinq x, moins sept x, égal à zéro
65	**Ma**	*C'est correct*
66	**En**	On change la place de sept x. *Elle devient*, x deux, plus cinq x, moins sept, égal à zéro (il écrit $x^2 + 5x – 7x = 0$) *C-à-d*, x deux, moins deux x, égal zéro. Et maintenant, je peux travailler comme on a fait avant. Je mets x en facteur
67	**Ri**	x moins deux
68	**En**	[x moins deux, égal, zéro (il a écrit $x(x – 2) = 0$) Un produit égal zéro, *ceci veut dire*
69	**Els**	x égal zéro, ou, x moins deux égal zéro, x égal deux (**En** écrit en même temps : $x = 0$ ou $x – 2 = 0$ $x = 2$ et il encadre $x = 0$ ou $x = 2$))
70	**En**	Donc, ce qu'on va faire, c'est quoi ? On va trouver, pour résoudre ce genre d'équation, on va avoir un produit égal à zéro Donc, suivant la donnée : si le deuxième membre égal zéro, ok, je commence à regarder le premier membre. On va le factoriser, pour avoir un produit égal zéro. si le deuxième membre n'est pas zéro, qu'est ce qu'on fait ?
71	**Ca**	On met, euh
72	**En**	On met les nombres avant, *c-à-d*, on change la place, pour obtenir une égalité qui a un deuxième membre égal à zéro Une fois qu'on a zéro au deuxième membre, je travaille avec le premier, ok. Donc, je le transforme sous forme de produit Euh, vous allez commencer par le numéro quatre, petit a
73	**Els**	*On n'a pas compris*
74	**En**	*Travaillez devant vous, essayer, ce qu'on vient de dire, essayer de les appliquer*
75	**Els**	*On n'a rien compris*
76	**En**	Ok, *maintenant on les comprendra dans les exercices* Numéro quatre, petit a, ok, *essayer d'appliquer ce qu'on vient de dire* (les élèves montrent leur cahier à **En,** il parle à **Ne)** Ça c'est donné zéro, il faut résoudre, comme ça, *c-à-d, comment je les ai écrit ? Comme ça*

		je les veux, x égal zéro, ou, *sur la même ligne, et on résout chacune seule* (**Ri** montre son cahier) Il manque le ou
77	**Ri**	*Quoi* ou *? C'est nécessaire le* ou (on entend des rires)
78	**En**	Oui
79	**Ri**	*Est-ce juste* ?
80	**En**	Non, ou, x plus sept égal zéro, *et après je la résous* (2 min plus tard) Faites attention, M. *Faites attention un peu*. N'écrivez pas une réponse directe, c-à-d, par exemple ici, *on n'écrit pas,* x égal zéro, ou x égal moins trois, tout de suite (il montre l'exemple $x^2 + 3x$ qui est toujours au tableau) On écrit tout d'abord, x plus trois égal zéro, *aprèèès*, x égal à moins trois
81	**Il**	*On fait le b)*
82	**En**	Oui N'écrivez pas la réponse directement (plusieurs élèves ont dépassé l'étape ax + b = 0) *Qu'est ce que tu as fait toi ?* (il s'adresse à **Na** qui lui montre son travail) Qu'est ce qu'on a dit on fait tout d'abord ? On fait une fac, to, ri, sation. C'est quoi x plus (Voilà ce que **Na** a écrit : a) $x^2 + 7x = 0$ $x + (x + 7) = 0$ $x = 0$ ou $x + 7 = 0$ $x = -7$)
83	**Na**	*Non, non*
84	**Ri**	M. *ça c'est juste* ?
85	**En**	*Il manque quelque chose* (elle travaillé avec **Ma** b) $3(x^2 – 9) = 0$ et elles ont écrit $x^2 – 9 = 0$, $x = 9$)
86	**Ma**	*Qu'est ce qui manque ?*
87	**Ri**	*Ici, on écrit x égal trois*
88	**Ma**	*Qu'est ce qui manque ?*
89	**En**	*Je ne sais pas*. Je ne sais pas, je ne sais pas
90	**Ri**	*Qu'est ce qui manque ?*
91	**En**	Je ne sais pas
92	**Ri**	Comment tu ne sais pas, et tu nous dis qu'il manque quelque chose ?
93	**En**	Bon, effacer le tableau. On va corriger la première
94	**Ri**	M. *je peux la faire* ?
95	**En**	Effacer tout le tableau
96	**Ri**	*Je peux la faire* ?
97	**En**	Faites attention, M, comme l'exemple qu'on a fait maintenant. x deux, plus sept x, égal, zéro (Il écrit :a) $x^2 + 7 = 0$) Je regarde tout d'abord le deuxième membre. Est-ce qu'il est zéro ?
98	**Els**	Oui (les oui, s'entendent l'un après l'autre)
99	**En**	Oui. Donc, je veux maintenant factoriser le premier. Qu'est ce qu'on a dans le premier ?
100	**Ni**	Un facteur commun qui est le x
101	**En**	x deux, plus sept x
102	**Els**	[sept x
103	**En**	*C-à-d*, on a un facteur commun
104	**Els**	[facteur commun, x
105	**En**	x
106	**Els**	Facteur de, x plus sept (**En** écrit $x (x + 7 = 0)$
107	**Ca**	[x plus sept égal zéro
108	**En**	Donc, j'ai trouvé un produit qui est égal à zéro. Si un produit égal zéro, *ceci veut dire*, le premier égal zéro
109	**Els**	Ou
110	**En**	[Ou, le deuxième égal zéro
111	**Els**	[le deuxième égal zéro
112	**En**	Ok. Et on n'écrit pas la réponse du deuxième directement. Donc, le premier, x égal zéro, on a trouvé x. Pour le deuxième, x plus sept égal zéro, x égal moins sept (il a écrit $x = 0$ ou $x + 7 = 0$ $x = -7$)

113	**Els**	[x plus sept égal zéro, x égal moins sept
114	**Ma**	*Pourquoi, moins, sept* ?
115	**En**	[Brouhaha] Plus sept, change de place, *devient*, moins sept. Donc (il encadre x = 0 ou x = 7) c'est la réponse, x égal zéro, ou bien, x égal moins sept (il écrit : b))
116	**No**	*Est-ce que je peux la faire* ?
117	**En**	*Travaillez la devant vous*
118	**Els**	*On l'a faite*
119	**En**	*Ok, ok, c'est fini, c'est fini* (Il continue à regarder les cahiers, **No** a écrit b) $3x^2 – 27 = 0$ $3(x^2 – 9) = 0$ $x = 0$ ou $x^2 – 9 = 0$ $x = 9$ et elle a encadré $x = 0$ ou $x = 9$) (un groupe entoure En) Retournez à vos places (Il s'approche de **Ne** qui a écrit **:** b) $3x^2 – 27 = 0$ $3(x^2 – 9) = 0$ $3 = 0$ ou $x^2 – 9 = 0$ $x^2 = +9$) *Ce n'est pas fini*
120	**Ne**	Pourquoi ?
121	**En**	Je veux x M. *faites attention*. Je veux x, *ce n'est pas on trouve* x deux *et on s'arrête* Il faut trouver x
122	**Ma**	x deux égal neuf, *ceci veut dire*, x égal neuf, euh, neuf sur
123	**En**	Je veux x
124	**Ma**	x égal neuf sur deux
125	**En**	Est-ce possible trois égal zéro ? (il est toujours avec **Ne**) [Brouhaha] (2 min 15 sec plus tard) Ok, faites attention, faites attention à la correction Tout d'abord, on a dit, il faut décomposer en facteurs. *C-a-d,* trois est un facteur commun, il reste, x deux, moins, neuf égal zéro (il a écrit $3(x^2 – 9) =0$)
126	**Ca**	[x deux, moins, neuf, égal zéro
127	**En**	Une fois qu'on arrive ici, il y a deux méthodes pour résoudre cette équation. Ok, il y a deux méthodes (il écrit en deux colonnes :1ère méthode 2ème méthode) Donc, on a trouvé trois facteur de x deux moins neuf égal zéro On peut tout d'abord, résoudre comme on a fait avant N'est ce pas ? C'est un produit qui est égal à zéro, donc un de ces facteurs doit être égal à zéro. Mais il faut faire attention, ici, à une chose. *C'est que*, le premier facteur, c'est trois. Est-ce que trois peut être égal à zéro ?
128	**Els**	Non
129	**En**	Non, donc, quel facteur va être égal à zéro ?
130	**Els**	x deux, moins neuf
131	**En**	x deux, moins neuf, égal à, zéro, c-à-d, x deux égal à
132	**Ca**	Neuf
134	**En**	Neuf (il écrit sous 1ère méthode $x^2 – 9 = 0$ $x^2 = 9$) Et on n'arrête pas ici, comme vous avez fait
135	**Ri**	Non, x
136	**En**	C'est x à la puissance deux qui est égale à neuf. *C-à-d,* je veux trouver x
137	**Ma**	x fois x égal neuf, x égal
138	**En**	On a vu ce genre d'équations dans les racines carrées, et vous les avez oublié
139	**Els**	Non
140	**En**	*Parce que,* lorsqu'on dit x deux égal à neuf, combien de valeurs de x il y a qui me donne, x à la puissance deux, égal à neuf *Combien de valeurs, combien de réponses* ?
141	**Ma**	Une seule

142	**En**	*Combien de nombres au carré me donne* neuf (d'un ton ferme)
143	**Ca**	Deux
144	**Els**	Deux
145	**Eli**	Trois, euh, trois au carré et moins trois au carré
146	**En**	Ok, donc, lorsque je dit, x à la puissance deux, égal neuf, n'est ce pas ? On a vu que ça donne, x égal racine de neuf, ou, x égal moins racine de neuf, c-à-d, x égal à plus trois
147	**Eli**	Ou, x égal à moins trois
148	**En**	Ou, x égal à moins trois (il a écrit dans la même colonne $x = +\sqrt{9}$ ou $x = -\sqrt{9}$ $x = +3$ ou $x = -3$)
149	**Ri**	*On n'a pas compris*
150	**En**	On a dit, M.
151	**Ma**	*Moi non plus*
152	**En**	*Tout de suite, moi non plus* (d'un ton très fort). *Ceux là, et si on les regarde tels qu'ils sont, on les a vu dans le chapitre des racines carrées* Donc, on recommence. x à la puissance deux, égal neuf. x représente un nombre, n'est ce pas ?
153	**Els**	Oui
154	**En**	Donc, quel nombre à la puissance deux, me donne neuf ?
155	**Els**	Trois
156	**En**	Seulement ?
157	**Ca**	Et moins trois
158	**Em**	Moins trois. Donc, combien de nombres il y a ?
159	**Els**	*Deux*
160	**Els**	*Un*
161	**En**	*Deux*. C*e n'est pas* trois à la puissance *qui nous donne* neuf ? *et* moins trois à la puissance deux, *nous donne* neuf Donc, lorsqu'on a dit, les racines carrées du nombre neuf, *on n'a pas dit* il y a une racine carrée positive, et une racine carrée négative
162	**Els**	[et une racine carrée négative
163	**En**	La racine carrée positive s'écrit, plus radical de neuf, et la racine carrée négative, c'est moins radical de neuf. Donc, il y a deux nombres qui ont un carré est égal à neuf, *qui sont*, plus trois et moins trois
164	**Eli**	[plus trois et moins trois
165	**En**	Maintenant, si on ne veut pas arriver à cette méthode, n'est ce pas ? Qu'est ce qu'on a dit ? On a dit, on fait une factorisation. Trois facteur de x deux moins neuf, égal à zéro (il écrit sous 2ème méthode $3(x^2 - 9) = 0$) Est-ce qu'on peut encore factoriser ici ?
166	**Els**	Oui
167	**En**	Oui, comment ? *Comment je peux continuer celle-ci* ?
168	**Ca**	Trois, facteur
169	**En**	On a pris trois, facteur, il reste x deux moins neuf, c-à-d, on a trois, après (il écrit dans la même colonne 3( )) Qu'est ce que je peux écrire à la place de x deux, moins neuf ?
170	**Il**	x moins trois au carré
171	**Els**	x deux moins trois à la puissance deux
172	**En**	Premièrement, x deux moins neuf, c'est quelle forme ?
173	**No**	a deux moins b deux
174	**Els**	a deux moins b deux
175	**En**	*Une seconde, qu'est ce qu'elle donne* a deux moins b deux ? (il s'adresse à **No)**
176	**Ca**	a
177	**En**	Sssssseuh
178	**No**	a deux, moinseuh, moins ab, plus b deux
179	**Els**	C'est fauuux
180	**En**	*Que donne* a deux moins b deux
181	**La**	a plus b, facteur de, a moins b

	y	
182	En	a plus b, par, a moins b.
183	La y	x moins trois, facteur de, x plus trois
184	En	a plus b, par, a moins b (il écrit 3(x + 3)(x – 3) = 0)
185	Ma	Ah !!!
186	Sa	Ah !!!!
187	Ne	*C'est quoi ça* ?
188	En	*C'est quoi ça* ? Je factorise. x deux, moins neuf, c'est la forme a deux, moins b deux. C-à-d, a plus b, a moins b
189	Els	[a moins b
190	En	Donc, on a maintenant, c'est un produit qui est égal à zéro. *C-à-d*, un de ses facteurs doit être égal à zéro Encore, est ce que trois peut être égal à zéro ?
191	Els	Non
192	En	x plus trois
193	Els	Egal zéro
194	En	Ou, x moins trois, égal zéro (il écrit x + 3 = 0 ou x – 3 = 0)
195	Els	[x moins trois, égal zéro
196	En	x égal
197	Sa	Trois
198	En	Moins trois
199	Els	x égal, plus trois
200	En	x égal, plus trois (il a écrit x = -3 ou x = + 3) Voici les deux réponses
201	Els	*Ça c'est plus facile*
202	En	Voici, c'est la même réponse (il encadre x = - 3 ou x = + 3, dans les deux colonnes) Ce sont les mêmes réponses qu'on a trouvées dans les deux méthodes *Oui, tu disais quoi* ? (il s'adresse à **Sa)**
203	Sa	*Non, non rien*
204	En	*Vas-y, oui*
205	Sa	*J'ai cru que* neuf, *ne donne pas* plus trois *et* moins trois
206	En	*Ça ne donne pas. Si on met à la place de* x
207	Els	Moins trois
208	En	Plus trois, ou bien, je remplace x par moins trois, ça va être égal à zéro *On a vu maintenant* quelle réponse il manque ici ? *C'est pas seulement*, on dit x deux égal neuf, *c-à-d*, x égal trois. Il y a une racine carrée positive et une racine carrée négative
209	Ri	*Mais, c'est la même chose*
210	En	*Comment, c'est la même chose ?* Lorsqu'on dit x égal à trois, comme on dit x égal à moins trois ? Donc, quelle méthode vous avez trouvé plus facile ?
211	Eli	*La première*
212	Els	*La deuxième* (d'un ton fort)
213	Ca	*Les deux*
214	En	[Brouhaha] Vous pouvez faire n'importe quelle méthode *Allez-y, on continue*
215	Ma	*Maintenant* c)
216	En	*On va voir*
217	Ma	*Moi, je l'ai fait* (elle montre son cahier à l'enseignant)
218	En	*Tu as fini*
219	Ma	*Celle-ci* a deux moins b deux, *c-à-d*, a moins b, a plus b, *on peut* ?
22	En	*Je ne sais pas, tu dois y réfléchir et travailler*
221	Ma	*Ok, jusqu'ici, c'est juste*
222	En	*Je ne sais, non, je ne sais pas*
223	Ma	*Jusqu'ici, est ce juste* ?
224	En	*Continue toi, continue, continue sans poser qu'est ce qu'il faut faire* (il s'adresse à **Ni** qui

		demandait l'aide de ses camarades) *On fait, et puis on voit si c'est juste ou faux*
225	**Ni**	*Celle la, comment on va la faire* ?
226	**En**	*Qu'est ce qu'on a dit ? On applique ce qu'on a dit*
227	**Els**	*Qu'est ce qu'on a dit* ? (des rires se font entendre)
228	**Rit**	*Comme ça on fait*
229	**En**	S'il n'y a pas égal zéro ?
230	**Rit**	*Je vais la mettre* égal zéro
231	**En**	*Ok, s'il n'y a pas* égal zéro, *comment on travaillait la* factorisation
232	**Rit**	*On enlève celle-ci* (elle lui montre le second membre)
233	**En**	*Oui*
234	**Ni**	*S'il n'y a pas* égal zéro, *qu'est ce qu'on fait* ?
235	**En**	*Elle, elle a travaillé autrement, ta question n'a pas de réponse ici*
236	**Ri**	*Comme ça* ? (elle a développé)
237 2	**En**	Faux
238	**Ri**	*Pourquoi faux*
239	**En**	On n'a pas dit, on fait un dé, ve , lopp, ment
240	**Ri**	*Ok, qu'est ce qu'on fait* ?
241	**En**	*Tu as celle-ci* au carré (il montre $(x + 1)^2$), *et l'autre* au carré (il montre $(3x + 1)^2$) On ne développe pas M. *Qu'est ce qu'on a dit, dans les* exemples *qu'on a travaillé avant*
242	**Ri**	*Oui, qu'est ce qu'on a dit ?*
243	**En**	*Qu'est ce qu'on a dit* ? Il faut factoriser (d'un ton fort) Ou arriver à un produit qui est égal à zéro Si, ce n'est pas égal zéro, qu'est ce qu'on fait ? (pas de réponse) On n' pas dit, on enlève le nombre pour avoir zéro
244	**Ri**	(Un peu plus tard) *M. ici on ne peut pas factoriser*
245	**En**	M. Donc, on a dit, pour factoriser, toujours, il faut avoir un deuxième membre égal à zéro. Ceci veut dire, tous les nombres qui sont au deuxième membre, *on va les enlever* au premier membre, pour avoir égal zéro
246	**Els**	Ok !!!
247	**En**	Ok. *Après que* le deuxième membre *devient* égal à zéro, je fais la factorisation. *Car*, la factorisation, c'est elle qui me donne un produit qui sera égal à zéro
148	**Ma**	*Jusqu'ici, c'est juste* (elle factorisé en utilisant $a^2 - b^2$)
149	**En**	Oui, après, ça ce n'est pas un produit égal zéro, c-à-d, ça égal zéro (il lui montre le premier facteur), ou, ça égal zéro (il lui montre le second facteur)
250	**Ma**	*Moi, j'ai cru qu'on va refaire*
251	**En**	Non, non Oui, s'il n'y a pas des fautes de calcul (**Ca** montre son travail qui est correct)
252	**Sa**	*Comment on continue pour la fin* ? (elle s'est arrêtée au produit égal zéro)
253	**En**	Comment on continue ? Je trouve x, et, je trouve x. C-à-d, trouvez x ici (il lui montre le premier facteur), et x ici (il lui montre le second facteur)
254	**Ri**	*Je ne réussi pas à la faire*
255	**En**	Efface moi le tableau (il s'adresse à **Ri**) (il écrit $(x + 1)^2 = (3x + 1)^2$) Tout d'abord, M, pour résoudre cette équation, n'est ce pas ? On a dit, premièrement, il faut avoir, toujours, un deuxième, membre, égal à zéro, ok. Qu'est ce qu'il y a devant cette parenthèse ? (il montre $(3x + 1)^2$)
256	**Eli**	Plus
257	**En**	Plus, *on la déplace, elle devient*, x plus un au carré, moins trois x plus un au carré, égal à zéro (il écrit $(x + 1)^2 - (3x + 1)^2 = 0$)
258	**Ni**	*C'est difficile*
259	**En**	*C'est difficile ça* M. ?
260	**Els**	Non
261	**En**	Donc, toujours, on a dit, il faut avoir un deuxième membre égal à zéro *Ceci veut dire*, tous les nombres qui se trouvent *après l'*égal, *où ils vont être* ?
262	**Ma**	*Avant*
263	**En**	*Avant* l'égal. Donc, ils vont changer de place

		Qu'est ce qu'on a trouvé maintenant ?
264	**Els**	a deux moins b deux
265	**En**	x plus un à la puissance deux, moins trois x plus un à la puissance deux, ça c'est quoi ?
266	**Els**	a deux moins b deux
267	**En**	a deux, moins, b deux. On n'a pas dit il faut factoriser ensuite
268	**Els**	Oui
269	**En**	Il faut factoriser. On ne sait pas factoriser ça ?
270	**Ma**	Si
271	**En**	*Ok, faites la* factorisation. Oubliez qu'il y a zéro ici, faites la factorisation (il cache par sa main = 0 dans $(x + 1)^2 – (3x + 1)^2 = 0$)
272	**No**	*C'est juste comme ça*
273	**En**	*Il faut la continuer*. Quatre x plus deux égal zéro, Connus à part, inconnus à part. *C-à-d*, quatre x égal, moins deux, x égal
274	**No**	Moins deux sur quatre
275	**En**	*Oui* Donc, c'est la forme, a deux, moins b deux. Pour la factoriser, on a dit, on va utiliser, a plus b, par, a moins b a plus b (il écrit [(x + 1) + (3x + 1)]), facteur de, a moins b (il écrit [(x + 1) – (3x + 1)]) Ensuite, j'enlève les parenthèses
276	**Els**	[j'enlève les parenthèses
277	**Ri**	x plus un (**En** écrit [x + 1 + 3x + 1][x + 1 – 3x + 1])
278	**En**	*Cessez de parler*. M. on fait attention au tableau (la classe est bruyante), on fait attention au tableau Donc, quatre x plus deux, facteur de moins deux x, égal zéro (il écrit (4x + 2)(-2x) = 0) Donc, j'ai trouvé maintenant un produit de deux parenthèses, *ou bien*, un produit de deux nombres, qui égal à zéro. Ça veut dire quoi ? Le premier égal zéro
279	**Els**	Ou le deuxième égal zéro
280	**En**	[ou le deuxième égal à zéro Quatre x plus deux égal zéro, ou, moins deux x, égal zéro (il écrit 4x + 2 = 0 ou -2x = 0) Maintenant, je dois les résoudre. Pour résoudre l'équation, quatre x plus deux égal zéro, connus à part, inconnues à part**.** *C-à-d*, quatre x, égal, moins deux, x égal, moins deux sur quatre, *c-à-d*, x, égal, moins
281	**Ca**	Un sur deux
282	**En**	[un sur deux (il a écrit 4x = -2 $x = -\frac{2}{4}$ $x = -\frac{1}{2}$) *Ici*, x égal
283	**Sa**	Deux
284	**En**	Zéro sur moins deux, c – a –d, x égal à zéro (il a écrit $x = \frac{0}{-2}$ x = 0 il écrit ou entre $x = -\frac{1}{2}$ ou x = 0 et les encadre) Bon, *on l'a comprise*
285	**Els**	Oui
286	**Re**	Non
287	**En**	*Quoi* ?
288	**Ma**	*Si, si*
289	**En**	*Ceci veut dire*, tout d'abord, ou toujours, il faut penser à la factorisation. *Ceci veut dire*, Comme on a fait dans les exercices précédents
290	**Lay**	*Si on a mis* quatre *à la place de* deux*, c'est faux* (elle parle de $x = -\frac{2}{4}$)
291	**En**	*Comment tu vas mettre* quatre *à la place de* deux*, c'est sûr que c'est faux* ?

		Quatre à la place deux, *ça devient*, quatre sur deux, au lieu de deux sur quatre. M vous avez par exemple, deux livres, *qui coûtent cent, quel est le prix* d'un livre ?
292	**Ri**	*Cinquante*
293	**Ca**	Cent sur deux
294	**Els**	*Cinquante*
295	**En**	*Qu'est ce qu'on a fait* ? Cent sur deux, c-à-d, *j'ai divisé par le* coefficient *de* x, *de* livres. *J'ai divisé par* deux. C-a-d, *quand on dit*, quatre x, par exemple, *coûtent* moins deux, donc, *quel est le prix d'un* x ? Je dois diviser par quatre, pas diviser par deux, ok. *Ceci veut dire*, je divise le nombre par le coefficient de x, *qui est* quatre
296	**Re**	M, p*ourquoi ici, c'est resté* moins deux ?
297	**En**	*Où* ?
298	**Ca**	*Par ce qu'elle est moins deux*
299	**Re**	Moins deux x égal zéro, zéro égal, x égal
300	**En**	x égal zéro, *je divise par le* coefficient
301	**Re**	*Mais, on a enlevé* le deux *d'ici et on l'a mis*
302	**En**	M, *on l'a enlevé, elle était* fois, *elle est devenue*, division. Le plus, devient moins, et le moins devient
303	**Els**	Plus
304	**En**	Plus. Le plus deux *qui est là, ça ce n'est pas* plus ? (il montre $4x + 2 = 0$) Il a changé de place, *il est devenu* moins (il montre $4x = -2$). Donc, *ça*, quatre fois, il a changé de place, *il est devenu* divisé (il montre $x = -\frac{2}{4}$)
305	**Re**	*Je n'ai pas compris*
306	**En**	*Si on revient au même* exemple. Deux livres coûtent cent ok (il écrit 2 livres = 100) (1) *Le* livre, *combien il coûte* ?
307	**Eli**	Cent sur deux
308	**En**	Cent sur deux, *pourquoi pas* moins deux ?
309	**Eli**	*Parce que*
310	**En**	Chuch, *pourquoi pas* moins deux ? (il s'adresse à **Re** qui ne répond pas) *Quoi* ? (pas de réponse) Car le deux qui était là (il entoure 2 dans (1) et trace une flèche de 2 vers 100) change de place, *il est devenu* division (il trace le trait de fraction sous 100 et écrit en dessous 2), *il ne change pas le* signe, ok Même chose ici (il retourne à $4x = -2$). Le fois, *devient*, division, le plus *devient* moins Le d), c'est la même chose. Ce qui importe ici, c'est la fac, to, risation. Une fois qu'on sait faire la factorisation, on sait résoudre ces équations. (**Le** montre son travail) *s'il n'y a pas des* fautes de calcul, *non, c'est sûr, il y a des* fautes de calcul
311	**Ma**	*Il y a des* fautes de calcul ?
312	**En**	C'est sûr. Cinq fois un six (**Ma** rie à haute voix)
313	**Ma**	Cinq fois un, cinq
314	**En**	*Oui, qu'est ce que tu as mis* ?
315	**Ma**	*Ici encore*, deux fois un deux
316	**En**	(Il revoie le travail de **Ma**) Euh, sauf fautes de calcul, sauf faute de calcul, c'est juste (**Ca** montre son travail) a plus b, a moins b, produiiit, chacune, égal zéro, oui (Il s'approche de **Ne**)
317	**Ne**	*Je ne sais pas la faire*
318	**En**	(il lui écrit $4(x – 1)^2 – 25(x + 1)^2 = 0$) *Celle là* égal zéro. *Revenez en arrière* (il tourne les pages du livre de **Ne**). Regardez moi, euh, *regardez ça comment on l'a fait, ou bien ça* (il lui montre les deux expressions g et i du numéro 4 p 99 dont la consigne est : Factorise en utilisant les identités remarquables g) $4(2x – 1)^2 – 9(3x + 4)^2$ i) $25(x + y)^2 – 4(x – y)^2$
319	**Ne**	*C'est pareil*
320	**En**	*Ce n'est pas parfaitement pareil, regardez ta leçon, et voyez comment on a fait celui-ci* (g) *et celui là* (i)
321	**Eli**	*Je peux passer la faire*
322	**En**	Attendez une minute. *Laissez les travailler encore un peu* (il passe dans les rangs et s'arrête devant **Me** qui a écrit en seconde ligne 4(x – 1) – 25(x +

		$1) = 0)$ Non, M. *où est passé le* carré, quatre facteur de x plus un au carré, *le* carré *s'en va* ?
323	**Eli**	*Ah !! Non*
324	**En**	Tu as compris comment on a travaillé ici (il retourne chez **Ne** qui revoyait la factorisation de g) $4(2x – 1)^2 – 9(3x + 4)^2$) Je veux avoir un nombre, *tout entier* au carré, n'est ce pas ? *Il n'était pas* quatre fois *ceci* (il lui montre $(2x – 1)^2$) au carré, le quatre c'est deux au carré, *et* deux x moins un au carré, *ça veut dire*, je peux l'écrire, deux par deux x moins un, *le tout* au carré (il lui montre $[2(2x – 1)]^2$) Donc, *ici, qu'est ce que tu as* ? (il parle de $4(x – 1)^2 – 25(x + 1)^2 = 0$) Tu as quatre, *ça veut dire*, deux au carré, *et* x moins un au carré, *ça veut dire*, deux par x moins un, *le tout*
325	**Ne**	Au carré
326	**En**	Au carré. *Continue vas-y*
327	**Ma**	M *je l'ai faite* (elle a corrigé ses erreurs du calcul numérique)
328	**En**	Ok (il continue sa tournée et s'arrête devant **Ni)**
329	**Ni**	*Quoi, c'est faux* ?
330	**En**	*Oui, car ça c'est* a deux (il montre $4(x – 1)^2$), *le* a, *c'est* deux par x moins un *et* cinq par x plus un, *et* deux par x moins un *et* cinq par x plus un (**Ni** a écrit : $[4(x – 1) – 25(x + 1)][4(x – 1) – 25(x + 1)]$) *Revoie ça,* ok, *regarde comment on a fait ceux-ci*, g) et i) (il lui montre les deux expressions du numéro 4 p 99) R*evoie dans ton cahier*. *Regarde comment on les a tous écrites* sous la forme d'un même carré *avant de continuer*
331	**Sa**	*C'est juste*
332	**En**	Oui
333	**Sa**	*Juste, juste*
334	**En**	*Seulement, je regarde* la méthode, *faites attention* aux signes moins et plus. La méthode *est juste* (il regarde d'autres cahiers et fait quelques remarques, il fait signe à **Eli** pour passer au tableau) M. *allez-y, s'il vous plait, s'il vous plait, M. c'est fini. Asseyez-vous et suivez au tableau.* **La cloche a sonné**
335	**Ma**	*Ah ! La cloche a sonné*
336	**En**	Restez à vos places (**Eli** a écrit : $4(x – 1)^2 = 25(x + 1)^2$ $4(x – 1)^2 – 25(x + 1)^2 = 0$ $[2(x – 1) + 5(x + 1)][2(x – 1) +5(x + 1)] = 0$ (2) Entre ces deux lignes, **En** écrit : $[2(x – 1)]^2 – [5(x + 1)]^2 = 0$) Donc, lorsqu'on dit ici, M. *On l'écrit pour savoir d'où est venu le* deux *et* le cinq
337	**Ne**	Ah ! *On la met comme ça*
338	**En**	*Pour ne pas se tromper et on laisse* quatre *et* vingt cinq (**Eli** continue à travailler en silence, elle écrit : $[2x – 2 + 5x + 5)][2x – 2 +5x + 5)] = 0$ (3) M, les deux sont plus (il efface le signe (+) à l'intérieur du second crochet (2) et le remplace par un signe (-) et aussi il corrige la ligne (3) ainsi : $[2x – 2 + 5x + 5)][2x – 2 – 5x – 5)] = 0$ Puis il écrit : $[7x + 3][-3x – 7] = 0$
339	**Ma**	M. *qu'est ce qu'on a comme* devoir ?
340	**En**	Euh, quatre et cinq
341	**Els**	*Seulement*
342	**En**	*Seulement* Donc, on continue ici, M. Sept x égal à moins trois, x égal moins trois sur sept. Moins trois x égal plus sept, x égal plus sept sur moins trois, ou, x égal moins sept sur trois (il a écrit : $7x + 3 = 0$ ou $-3x – 7 = 0$ $7x = -3$ $-3x = +7$ $x = \frac{7}{-3}$

		$x = -\frac{3}{7}$ ou $x = -\frac{7}{3}$ et il encadre cette ligne)
343	**Ri**	Ça veut, on a obtenu l'opposé ?
344	**En**	*Comment* opposé ?
345	**Ri**	*Non, non, son* opposé *est* plus trois sur sept

Dixième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	On va continuer la correction, numéro
2	**Ni**	[numéro quatre
3	**En**	Quatre. *On est arrivé à* e)
4	**Els**	Oui
5	**En**	*Ok, passe* (il fait signe à **Ley** pour passer au tableau) (**Ley** écrit : e) $(5x – 2)^2 – 9(x – 4)^2 = 0$ $[(5x – 2) – 9(x – 4)][(5x – 2) – 9(x – 4)] = 0$ (on lui souffle trois, **Ley** écrit sans effacer : [(5x – 2) – 3(x – 4)][(5x – 2)– 3(**En** lui efface les deux lignes qu'elle a écrites) Ok, M. pour ne pas faire ces fautes là, n'est ce pas ? Qu'est ce qu'on a dit, il faut faire ? (pas de réponses) On écrit neuf, facteur de, x moins quatre au carré, comme un nombre, à la puissance, deux, ok. *Ceci veut dire*, avant de décomposer, a moins b, par, a plus b, on écrit, cinq x moins deux à la puissance deux, moins, le neuf, ce n'est pas trois à la puissance deux ?
6	**Els**	Oui
7	**En**	Et x moins quatre à la puissance deux, c-à-d, trois par x moins quatre, le tout, à la puissance deux (il écrit $(5x – 2)^2 – [3(x – 4)]^2 = 0$) Et maintenant, on trouve b, *qui est*, trois, facteur de x moins quatre. *On ne trompe plus l'erreur, et on met à sa place* neuf, ok On peut la voir maintenant, *que c'est le* nombre trois, pas neuf Donc, la factorisation, la forme a deux, moins b deux, c-à-d, a moins b
8	**Ley**	a plus b
9	**En**	[a plus b, *et*, a plus b, a moins b, c'est la même chose
10	**Ri**	*Elle a mis les* deux moins (**Ley** corrige le moins du premier crochet en plus)
11	**Ca**	*Hier, vous avez mis le* moins *en haut, pourquoi on ne l'a pas laissé en bas* ? (**Ca** pose la question sur l'équation d) faites hier après la sonnerie de la cloche, **En** avait écrit -3x = + 7 ; $x = \frac{7}{-3}$; $x = -\frac{7}{3}$)
12	**En**	*Parce que*, lorsqu'on travaille avec une fraction, plus par moins, c'est moins
13	**Ca**	Moins
14	**En**	C'est moins
15	**Ca**	Ah ! Ok
16	**En**	Ok. Toujours, (il parle à haute voix pour l'ensemble classe) lorsqu'on a travaillé les fractions, on n'a pas dit on ne laisse pas le signe moins au dénominateur. Ou bien, on le met au numérateur, ou bien, devant la fraction, mais pas au dénominateur (**Ley** a travaillé pendant ce temps toujours en silence : [5x – 2 + 3(x – 4)][(5x – 2)– 3(x – 4)] = 0 [5x – 2 + 3x – 12][5x – 2 – 3x + 12] = 0 [8x + 14][2x – 10] = 0) *Qu'est ce qu'on a* ?
17	**Ma**	M. *on ne peux pas la faire directement* ?
18	**En**	*Qu'est ce tu veux dire par directement* ?
19	**Ma**	*Directement, on écrit* trois, facteur, *sans mettre les* crochets, *et, et*
20	**En**	*Elle l'a écrit directement, elle a utilisé* neuf. *Ce n'est pas faux, le* neuf ?
21	**Ma**	*Si, c'est faux. C'est elle qui s'est trompée, pas moi*
22	**En**	Pour ne pas faire des fautes, M. ok. *On met le* crochet, *et on met* trois facteur de x moins quatre le tout au carré, pour ne pas faire des fautes
23	**Ni**	M. *il y a des fautes*
24	**En**	Ok, ok, ok. On fait la factorisation correcte, on fait la faute où ? *Dans* l'addition

		Moins deux et moins douze ?
25	**Els**	Moins quatorze
26	**En**	Moins quatorze. *Il y a encore une deuxième* faute
27	**Els**	Plus dix
28	**En**	Moins deux, *et*, plus douze ?
29	**Els**	Plus dix (**Lei** corrige et on lit : [8x –14][2x + 10] = 0
30	**En**	Plus dix, donc on a factorisé, on a trouvé un produit de deux facteurs qui est égal à zéro. Quand est ce que un produit de deux facteurs est égal à zéro ?
31	**Els**	Lorsque un de ses facteurs est égal à zéro
32	**En**	Lorsque un de ces deux est égal à zéro (il montre [8x –14][2x + 10]) C-à-d, lorsque huit x moins quatorze est égal à zéro, ou, deux x plus dix est égal à zéro (il dicte les écrite **Lei** : 8x –14 = 0 ou 2x + 10 = 0) Et maintenant, on va résoudre chacune seule. (**Lei** écrit : 8x = 14 2x = -10 $x = \frac{14}{8}$ $x = -\frac{10}{2}$ [Brouhaha] Attendez, attendez, donc x égal à quatorze sur huit, je peux simplifier
33	**Els**	Sept sur quatre
34	**En**	Sept sur quatre (il écrit $x = \frac{7}{4}$) x est égal à moins dix sur deux, x égal à moins cinq (il écrit x = -5), et voici la réponse (il écrit ou entre les deux solutions et les encadre) Qui a fait cet exercice juste ? (plusieurs doigts se lèvent) *Ok, magnifique*, qui a des questions ? (3 sec plus tard) qui a des questions ?
35	**Ri**	M, *ici, j'ai mis* facteur commun deux (elle a factorisé 8x – 14 par 2)
36	**En**	C'est la même chose
37	**Ri**	*Ah ! On peut la faire comme ça* ?
38	**En**	*Ouiouiooui*. Donc, on peut encore ici, c'est correct M, ça ne change rien. Huit x moins quatorze, je peux mettre deux en facteur. Ici, je peux mettre deux en facteur (il montre 2x + 10), n'est ce pas ? Vous allez obtenir, quatre, facteur, quatre x moins sept, x plus cinq (il écrit 4(4x – 7)(x + 5)= 0)
39	**Ri**	*C-à-d*, x égal quatre sur sept
40	**En**	Certainement, le quatre n'est pas égal à zéro, tu l'as mis égal zéro ?
41	**Ri**	*Non*
42	**En**	*Sûre* ? Bien sûr, M, ce nombre ne peut pas être égal à zéro (il parle de 4). Il reste quatre x moins sept égal zéro, *ou*, x plus cinq égal zéro
43	**Ma**	M. *pourquoi on a divisé par* huit *et non pas par* moins huit ?
44	**En**	M, on recommence. Dans les équations, dans les équations, ok, le nombre qui change de place, change de signe, ok. *Maintenant*, le plus devient quoi ?
45	**Els**	Moins
46	**En**	Moins, le moins ?
47	**Els**	Plus
48	**En**	Plus, le fois ?
49	**Els**	Divisé
50	**En**	Divisé, *et le* divisé ?
51	**Els**	Fois
52	**En**	*Ça devient* fois Donc, lorsqu'on dit, huit x moins quatorze, égal à zéro (il écrit 8x – 14 = 0). Le moins quatorze, on change de place, *ça devient*, huit x égal plus quatorze (il écrit 8x = +14), n'est ce pas ? Maintenant, je veux calculer quoi ?
53	**Els**	x
54	**En**	x, qu'est ce qu'il y a entre huit et x ?
55	**Els**	Fois
56	**En**	Fois. Donc, le fois, *qu'est ce qu'il devient* ?

57	**Els**	Divisé
58	**En**	Divisé, donc, x égal, quatorze sur huit, *et non pas*, moins huit. *Car*, je change la place de plus huit, il reste, plus huit, *mais*, au lieu de fois, *il devient* divisé. Si c'était moins huit, *aussi, ça reste*, moins huit. Car le fois *est devenu* division. Plus et moins ne changent pas (il fait signe à **Jo** pour passer au tableau) x trois, moins, quatre x, égal à zéro (**Jo** écrit : $x^3 – 4x = 0$ (x) – ( ) ; elle hésite, puis écrit x dans les parenthèses et l'efface, puis x deux et aussi l'efface) Attendez, attendez un peu (il efface tout ce que **Jo** a écrit sauf la donnée) Qu'est ce qu'il faut faire tout d'abord ?
59	**Ni**	Facteur commun
60	**En**	On factorise, n'est ce pas ? On factorise en utilisant quoi ?
61	**Els**	Facteur commun
62	**En**	Facteur commun. Donc, si on regarde, x trois, moins quatre x, égal zéro. Le facteur commun, c'est quoi ?
63	**Els**	x
64	**En**	x
65	**Ma**	*C-à-d*, x facteur de
66	**En**	x c'est un facteur commun. Si je mets x en facteur, qu'est ce qui reste pour le premier ? (**Jo** semble perdue) *Ce n'est pas ça le premier nombre* (il montre x^3), *et ça le deuxième* (il montre 4x)
67	**Els**	*Vas-y, écris*, x facteur
68	**En**	Attendez, attendez, *le* nombre *était* x trois, on a mis x en facteur, qu'est ce qui reste ?
69	**Jo**	Euh, x deux
70	**En**	x deux. Pourquoi ? *Parce que, quand on refait* fois, x fois x deux, *elle doit donner* x trois. Vas-y, donc x deux, moins (**Jo** a écrit : $x(x^2$)), x à la puissance deux (**Jo** efface 2 et l'écrit en exposant), moins
71	**Els**	*Non* (**Jo** a écrit : $x(x^2 – 4x)$)
72	**En**	Ssssss, M, *patientez un peu*. On a quatre x, on a mis x en facteur, *on a enlevé* x (il mime l'enlèvement)
73	**Ma**	Qu'est ce qui reste ? Quatre
74	**En**	Il reste quatre (**Jo** écrit : $x(x^2 – 4)$ et s'arrête) Est-ce que je peux encore factoriser ?
75	**Els**	Oui
76	**Els**	Non
77	**Sa**	Oui, a deux moins b deux, *dans* la parenthèse
78	**En**	Donc, je peux encore factoriser, x deux moins quatre
79	**Ma**	a plus b, a moins b. *Mets* des parenthèses
80	**En**	Sssssseuh, x à la puissance deux, moins quatre (Jo ne réagit pas) Efface le tableau ici, efface le tableau
81	**Elh**	M, *on peut faire a deux moins b deux directement* ?
82	**En**	*On n'a pas fait un* exercice *pareil et on a dit il y a* deux méthodes (d'un ton ferme)
83	**Ma**	*Si*
84	**En**	Donc, je peux faire une de ces deux méthodes Ok, M, travailler avec x deux moins quatre, c'est égal à quoi ? (il fait signe à **Jo** pour écrire $x^2 – 4 =$)
85	**Ma**	a deux, moins b deux
86	**En**	Comment c'est a deux, moins, b deux ?
87	**Jo**	x deux moins quatre
88	**En**	Ecris la, a deux moins b deux. Comment je dois écrire le quatre pour avoir un carré ?
89	**Jo**	Deux au carré (elle écrit = $x^2 - 2^2$)
90	**En**	Donc, c'est la forme a deux (il écrit a sous x^2), moins, b deux (il écrit b sous 2^2) (on lit : $x^2 – 4 = x^2 - 2^2$ a b) Qu'est ce qu'elle nous donne a deux moins b deux ?
91	**Jo**	Euh, euh, deux a, deux ab
92	**Sa**	a moins b, facteur de, a plus b
93	**En**	a moins b, par, a plus b (**Jo** inactive)

		Ça c'est a, à la puissance deux (il montre x^2) moins, b à la puissance deux (il montre 2^2). *Qu'est ce qu'elle donne* a deux, moins b deux ? (5sec pas de réponse de **Jo**) *Quoi* ? *Quelle est la* formule de a deux, moins b deux ? *Tu ne l'as pas étudiée* ?
94	**Jo**	Euh, euh, a deux (on entend des rires)
95	**En**	a deux, moins b deux ?
96	**Ni**	a moins b, facteur de, a plus b
97	**En**	*Tu as entendu* ? *C'est quoi le* a ?
98	**Jo**	x
99	**En**	*Et le* b ?
100	**Jo**	2
101	**En**	*Ecris nous* a plus b, par, a moins b (**Jo** écrit : $= x + 2(x – 2)$)
102	**Ri**	*Mets* les parenthèses (**En** trace les parenthèses pour $x + 2$)
103	**En**	Ça c'est x deux moins quatre, ok (il montre $(x + 2)(x – 2)$). Donc, à la place de x deux moins quatre (il montre $x(x^2 – 4)$), *écris la réponse qu'on a trouvé* (**Jo** écrit : $= x(x + 2)(x – 2) = 0$) Qu'est ce qu'on trouvé ici ? Un produit de trois termes qui est égal à zéro. *Qu'est ce qu'il nous donne ce produit ?* (**Jo** écrit : $x = 0$ ou $x = -2$) (**En** regarde le cahier de **Ca**) [Brouhaha] *Fini, fini, fini* (il efface $x = 0$ ou $x = -2$) Donc un produit, combien de parenthèses il y a ici ? Un produit de trois parenthèses égal à zéro. C-a-d, la première parenthèse égal zéro (il écrit $x = 0$), ou la deuxième égal zéro (il écrit $x + 2 = 0$), ou la troisième égal zéro (il écrit $x – 2= 0$). Donc, x égal zéro, x égal moins deux, x égal deux (il a écrit $x = -2$ $x = 2$ puis il encadre chaque solution seule) Merci (il fait signe à **Ma** pour passer au tableau) Nononon (elle a pris un bout de papier sur lequel elle a travaillé l'expression)
104	**Ma**	Seulement pour recopier la donnée
105	**En**	(il prend le papier de la main de **Ma**) Factoriser neuf x trois moins x, égal à zéro. *Vas-y, travaille* (**Ma** écrit : g) $9x^3 – x = 0$ $x(9x^2 – 1) = 0$ $x(3x – 1)(3x + 1) = 0$ $x[3x – 1 + 3x + 1] = 0$ $x(6x – 2) = 0$ $x = 0$ $6x – 2 = 0$ $6x = 2$ $x = \frac{2}{6}$) (Pendant ce temps **Ne** s'approche de **En** pour lui montrer son travail pour l'expression précédente)
106	**Ne**	*Ça ne fait rien si je me suis arrêtée là, je n'ai pas fait* x égal plus deux (elle n'a pas cherché les racines carrées de l'équation précédente)
107	**En**	(il lit le travail de **Ne**) x deux moins quatre égal à zéro, c-à-d, x deux égal, à, quatre. Si le carré égal quatre, donc, x égal plus racine de quatre, ou, x égal moins racine de quatre. Donc, x égal deux, ou x égal moins deux, c'est juste. on peut la faire avec la racine carrée (il se tourne vers le tableau) Donc, x facteur
108	**Ma**	Juste. Ici a deux moins b deux (elle montre $9x^3 – x$)
109	**En**	Ok. *Ici, qu'est ce que tu as fait* (il parle de $x[3x – 1 + 3x + 1] = 0$)
110	**Ma**	*Ici, on va enlever les* parenthèses
111	**En**	Qu'est ce qu'il y a ici ? (il met le doigt entre les deux binômes dans $x(3x – 1)(3x + 1)= 0$)
112	**Ma**	Plus
113	**Sa**	Fois
114	**En**	*Comment il y a un* plus ? *Ici, ici* ?
115	**Ma**	*Ici, il y a fois*
116	**En**	*Et comment on a enlevé les* parenthèses ? *Comment tu as pu enlever les* parenthèses, *ici* ?
117	**Ma**	*Ah ! Je ne peux pas les enlever* ?
118	**En**	*Non* (**Ma** efface tout pour refaire) Donc, elle a enlevé les parenthèses en supposant qu'il y a, plus
119	**Ma**	*Qu'est ce qu'on peut faire maintenant* ? (elle a réécrit $x(3x – 1)(3x + 1)= 0$)

120	**Sa**	Egal zéro
121	**En**	Qu'est ce qu'on a trouvé maintenant ?
122	**Ma**	x égal zéro
123	**En**	Un produit de trois parenthèses qui est égal à zéro
124	**Ma**	*Oui*
125	**En**	Ce n'est pas un produit ?
126	**Ma**	*Oui, correct*
127	**En**	Donc, la première égal zéro, ou, la deuxième égal zéro, ou la troisième égal zéro
128	**Ma**	*Ceci veut dire*, x égal zéro, ou, trois x moins un égal zéro, ou, trois x plus un égal zéro (elle écrit $x = 0$ ou $3x – 1 = 0$ ou $3x + 1 = 0$) $3x = 1$ $3x = -1$ $x = \frac{1}{3}$ $x = -\frac{1}{3}$)
129	**En**	*C'est correct*. Donc, x égal zéro, x égal un sur trois, *et*, x égal moins un sur trois (il encadre les trois solutions)
130	**Rit**	M. *on ne peut pas la faire comme ici* (elle montre l'expression précédente qui est au tableau)
131	**En**	*On l'a faite comme ici*
132	**Els**	*C'est la même chose*
133	**En**	*On l'a faite* a deux moins b deux
134	**Ni**	*Quelle est la deuxième méthode* ?
135	**En**	*Regarde* l'exercice deux (il parle de l'expression $3x^2 – 27 = 0$, où il a expliqué les deux méthodes de résolution)
136	**Na**	Racine de un sur neuf, *c'est* un sur trois
137	**En**	Racine de un sur neuf, *c'est* un sur trois, *c'est correct* *Tu n'es pas encore passée* (il s'adresse à **Eln** et lui fait signe pour passer au tableau) h) (**Eln** écrit : h) $(x + 5)^2 = 3(x + 5)$)
138	**Eln**	*Qu'est je dois faire* ? *Je ne l'ai pas comprise* ?
139	**En**	*Tu ne l'as pas comprise* ? Ok. Comment on résout ce genre d'équation ? Premièrement, M, *on n'a pas dit*, il faut avoir un produit égal à zéro. C-à-d, *après* l'égal, *qu'est ce que ça doit être* ?
140	**Els**	Zéro
141	**En**	Donc, *tous les* nombres *qui se trouvent après l'*égal, *on va les enlever et les mettre avant l'*égal. *Oui, vas-y* (**Eln** écrit $(x + 5)^2$) *Celle là n'a pas changé*. x plus cinq à la puissance deux
142	**Eln**	Trois**,** x plus cinq
143	**En**	Ils vont changer de place (**Eln** écrit $(x + 5)^2$ 3 ( ) *Non, qu'est ce qu'il y avait ici* (il montre $3(x + 5)$)
144	**Eln**	Plus
145	**En**	On a changé de place
146	**Eln**	Moins
147	**En**	Ok (**Eln** écrit $(x + 5)^2 – 3(x + 5) = 0$) Donc, première chose à faire, c'est quoi ? C'est de travailler avec un deuxième membre qui est égal à zéro
148	**Eln**	[zéro
149	**En**	Donc, chaque fois qu'on a des nombres au deuxième membre, *on les enlève*
150	**Eln**	*Et on les met derrière*
151	**En**	*Oui*, pour qu'il reste un zéro. Ensuite, on va faire quoi ?
152	**Eln**	Factorisation
153	**En**	On va faire une factorisation. *Magnifique* Pour faire une factorisation, qu'est ce qu'on regarde tout d'abord ?
154	**Eln**	Facteur commun
155	**En**	*Premièrement, lorsqu'on veut faire une* factorisation
156	**Eln**	Facteur commun
157	**En**	On regarde le facteur commun, ensuite
158	**Eln**	Identités remarquables

159	**En**	Identités remarquables
160	**Eln**	Groupement
161	**En**	*Et après* groupement. Je regarde cette donnée ici (il montre $(x + 5)^2 – 3(x + 5) = 0$) (1), est ce qu'il y a un facteur commun ?
162	**Eln**	Oui
163	**En**	Oui
164	**Eln**	x plus cinq
165	**En**	*Vas-y* (**Eln** écrit : x + 5 et s'arrête) (2) Mettez un trait sous le facteur commun, en rouge (elle souligne x + 5 dans (2)) Non, non, *en haut* (elle souligne en rouge les deux binômes (x+ 5) dans (1)). Donc, le facteur commun ici, c'est quoi ?
166	**Els**	x plus cinq
167	**En**	x plus cinq, donc c'est un nombre, ou bien, c'est une parenthèse ?
168	**Els**	Parenthèse
169	**En**	Donc, on met x plus cinq entre parenthèses (**Eln** trace les parenthèses pour x + 5 dans (2)) Une fois qu'on a ce facteur commun, on va voir qu'est ce qui reste dans le premier et qu'est ce qui reste dans le deuxième ? Donc, qu'est ce qui reste dans le premier ?
170	**Eln**	Euh, x, x plus cinq
171	**En**	x plus cinq à la puissance deux, *ça veut dire*
172	**Eln**	x plus cinq, x moins cinq
173	**Ma**	*Quoi* ? (des rires de partout)
174	**En**	*Une seconde, une seconde, une seconde*. x plus cinq à la puissance deux, c'est quoi ?
175	**Eln**	x plus cinq, x plus cinq
176	**En**	Donc, c'est x plus cinq, fois, x plus cinq. On a mis x plus cinq en facteur
177	**Eln**	Il nous reste x plus cinq
178	**En**	Il nous reste x plus cinq (**Eln** écrit : (x + 5)[(x + 5)) Oui. *le deuxième nombre*, moins trois, fois, x plus cinq. On a mis x plus cinq en facteur
179	**Eln**	Moins trois
180	**En**	Je ferme le crochet, égal, zéro (Eln écrit : (x + 5)[(x + 5) – 3] = 0) Maintenant ?
181	**Eln**	Enlever les parenthèses
182	**En**	On va enlever les parenthèses où ?
183	**Eln**	Du crochet
184	**En**	Du crochet, ok (**Eln** écrit : (x + 5)[x + 5 – 3] = 0) *Juste*, ensuite
185	**Eln**	*On va faire* fact, *on va faire*
186	**En**	Qu'est ce qu'on va faire maintenant ? *On a enlevé* les parenthèses des crochets
187	**Eln**	On va additionner
188	**En**	On va additionner, correct Ecris, x plus cinq, et dans le crochet ?
189	**Eln**	x plus cinq (on entend des rires)
190	**En**	*Est-ce qu'on peut additionner* x *avec* cinq ?
191	**Eln**	Ah !! x moins trois
192	**En**	*On additionne*, x *avec* x, *et* le nombre *avec* le nombre
193	**Eln**	Cinq moins trois, plus deux (elle écrit : (x + 5)[x + 2] = 0)
194	**En**	*Correct*. Qu'est ce qu'on a trouvé, maintenant, après cette factorisation ? On a trouvé un produit de deux parenthèses, *ou*, de deux facteurs qui est égal à zéro. Ça veut dire quoi ?
195	**Eln**	x plus cinq
196	**En**	Le premier égal à zéro, ou bien, le deuxième égal à zéro
197	**Els**	[égal à zéro, ou bien, le deuxième égal à zéro
198	**En**	*Vas-y, continue ici* (**Eln** écrit : x + 5 = 0 où x + 2 = 0) Ou, sans accent, *ça veut dire* ou bien (on entend des rires et **Eln** efface l'accent). Ok
199	**Ma**	*Maintenant*, cinq (**Eln** écrit : x = 5)
200	**Ri**	*Non, tu dois lui changer le* signe
201	**En**	Le cinq n'a pas changé de place, M?
202	**Eln**	Oui (elle trace le signe (-) devant 5)

203	**En**	Oui (**Eln** continue son travail et écrit : x = -5 ou x = -2) Ok. *Est-ce qu'on comprend quelque chose* ?
204	**Ma**	Oui
205	**En**	C'est sûr ? (Il fait signe à **Jo** après une discussion avec un groupe d'élèves à propos du passage au tableau) *Pas un mot* ?
206	**Jo**	Deux x moins trois (elle écrit : (2x – 3)(x +1) = (2x – 3)(4x – 5) (2x – 3)(x +1) – (2x – 3)(4x – 5) (1) elle a écrit = 0, puis elle l'a effacé)
207	**En**	Attendez, attendez, on a enlevé ces parenthèses, n'est pas ? Donc, égal quoi ?
208	**Jo**	Zéro (elle écrit = 0)
209	**En**	Zéro
210	**Ni**	M. *aussi, le* quatre x, *pourquoi on ne lui change pas le* signe ?
211	**En**	M. on a enlevé tous ces nombres, ok. Tous ces nombres, avec le signe plus qui est devant (il trace + et des crochets dans la donnée ainsi : (2x – 3)(x +1) = +[(2x – 3)(4x – 5)]). On les a enlevés, le signe *est devenu* moins (il montre le signe (-) dans (1)) *Tous ensemble, qu'est ce qu'il y a devant comme* signe, plus*, je les enlève tous ensemble et devant le* signe *devient* moins. *Je ne change pas chaque* parenthèse seule, *ou*, chaque nombre seul, ok
212	**Ma**	*Vas-y, continue*
213	**En**	*Vas-y*. Maintenant, on va factoriser
214	**Jo**	Chercher un facteur commun (elle écrit : x[(2 – 3)(1) – (2 – 3)(4 – 5) = 0) x[(2 – 3 - 8 Elle s'arrête, efface la deuxième ligne et regarde ses camarades pour l'aider)
215	**En**	*Pas un mot*.(il attend 1 min 35 sec et **Jo** ne réagit pas)
216	**Jo**	*C'est faux*
217	**En**	*Faux, c'est sûr* M. *on se rappelle qu'est ce qu'on parlé avant* ? On cherche tout d'abord quoi ?
218	**Jo**	Identités remarquables
219	**En**	Premièrement, la factorisation
22	**Jo**	Identités remarquables
221	**En**	Non
223	**Jo**	Facteur commun
224	**En**	Facteur commun, ok On a changé la place de ces parenthèses (il montre le second membre de la donnée) *on a obtenu*, deux x moins trois, facteur de, x plus un, moins, deux x moins trois, facteur de, quatre x moins cinq, égal zéro Donc, je regarde cette donnée ici (il montre (2x – 3)(x +1) – (2x – 3)(4x – 5) = 0), est ce qu'il y a un facteur commun ?
225	**Jo**	Oui
226	**En**	Oui. tout d'abord, voici le premier nombre (il souligne en rouge (<u>2x – 3)(x +1</u>), moins, un deuxième (il souligne en rouge (<u>2x – 3)(4x – 5</u>)), égal à zéro. Je regarde dans ces deux, ok. Est-ce qu'il y a, un facteur, un nombre commun, *ou*, une parenthèse en commun. Qu'est ce qu'il y a de commun dans ces deux ? *Recule un peu, et regarde. Qu'est ce qu'il y a de* commun *? Qu'est ce que tu vois dans les deux ensemble ?*
227	**Jo**	Deux x moins trois
228	**En**	Deux x moins trois. Effacez tout (elle efface tout ce qu'elle a écrit faux) Il y a deux moins trois, qui est un facteur commun. Donc, on met, deux x moins trois en facteur (**Jo** écrit (2x – 3)[( ) Attendez, attendez. Deux x moins trois, c'est un facteur commun. C-à-d, on a mis deux x moins trois, deux moins trois (il montre les deux binômes (2x – 3) dans <u>(2x – 3)(x +1)</u> – <u>(2x – 3)(4x – 5)</u> = 0) Qu'est ce qui reste dans le premier ?
229	**Jo**	x plus un
230	**En**	Ok, *vas-y*. Crochet (**Jo** écrit (2x – 3)[(x + 1)) Donc, ce qui reste dans le premier, c'est la parenthèse x plus un Moins, qu'est ce qui reste dans le deuxième, si on met deux x moins trois en facteur ?

231	**Jo**	Quatre x, moins, cinq
232	**En**	Quatre x, moins, cinq, je ferme le crochet, et, égal à zéro (**Jo** écrit (2x – 3)[(x + 1) – (4x – 5)] = 0) Ensuite ?
233	**Jo**	On enlève la parenthèse
234	**En**	On enlève la parenthèse à l'intérieur du crochet (**Jo** écrit (2x – 3)(x + 1) – (4x – 5) = 0) Qu'est ce que vous avez fait M ? (pas de réponse) Donc, lorsqu'il y a une parenthèse, et un crochet, qu'est ce qu'on enlève tout d'abord ?
235	**Els**	Parenthèses
236	**En**	Parenthèses. on enlève la parenthèse avant le crochet (**Jo** efface et réécrit (2x – 3)[x + 1 – 4x – 5] = 0) Ok, *regarde la bien* (elle cherche de l'aide). *Regarde le tableau et non pas tes camarades. On enlève les parenthèses*, n'est ce pas ? Qu'est ce qu'il y a devant cette parenthèse ? (il montre (x + 1))
237	**Jo**	Plus
238	**En**	Plus par plus, plus, plus par plus, plus, n'est ce pas ? *Deuxième* parenthèse ? (il montre – (4x – 5))
239	**Jo**	Moins, moins par plus, moins, moins par moins, plus (elle corrige en (+), le signe (-) devant 5 et on lit (2x – 3)[x + 1 – 4x + 5] = 0)
240	**En**	Très bien. Donc, on a enlevé la parenthèse à l'intérieur du crochet, maintenant, je dois ?
241	**Ni**	Additionner
242	**Jo**	Additionner
243	**En**	Additionner. *C-à-d*, la première parenthèse, deux x moins trois, et ici (il montre le crochet), additionner ((**Jo** écrit (2x – 3)[-4x^2 + 6] = 0)
244	**Els**	*Non*
245	**En**	On additionne, *on additionne*. *Si on additionne*, un x, avec, deux x, ça fait quoi ?
246	**Jo**	Trois x
247	**En**	Ça fait, trois x, pas x deux. Ici on a, plus un moins quatre (il montre x et -4x)
248	**Jo**	Moins cinq
249	**En**	Un moins quatre ? (pas de réponse) Moins trois. Moins trois x plus six, égal à zéro (**Jo** efface -4x^2 et écrit -3x et on lit : (2x – 3)(-3x + 6) = 0) Donc, on a retrouvé maintenant un produit qui est égal à zéro. Si un produit de deux nombres est égal à zéro
250	**Jo**	Deux x moins trois égal zéro, ou, moins trois
251	**En**	C-à-d, le premier égal zéro, ou le deuxième égal à zéro Donc, *tu continues en haut*. (**Jo** écrit : 2x – 3 = 0 ou -3x + 6 = 0 2x = 3 ou (il barre le ou) Non, non, finis chacune seule. Fini celle là (il montre 2x – 3 = 0) Deux x moins trois égal zéro, deux x égal trois
252	**Jo**	x égal trois sur deux (elle écrit x = $\frac{3}{2}$)
253	**En**	Ou, *vas-y, maintenant, on travaille celle-ci* (il montre -3x + 6 = 0) (**Jo** écrit -3x = -6) Trois x égal moins six, *c'est juste.* x égal (**Jo** écrit : x = $\frac{-6}{-3}$), moins par moins
254	**Jo**	Plus
255	**En**	Plus, six divisé par trois
256	**Jo**	Deux (à voix basse)
257	**En**	Six sur trois, deux, *et pourquoi tu as peur* (**Jo** écrit x = 2)
258	**Jo**	Je peux faire une encore ?
259	**En**	Tu veux faire une deuxième ? Donc, x égal à trois sur deux, ou, x égal à deux (il écrit, ou, entre les deux solutions et les encadre)
260	**Re**	Moins six sur moins trois, pourquoi c'est deux ?
261	**En**	Moins six, sur moins trois, oui, qu'est ce qu'elle a ? Moins divisé par moins, c'est comme moins multiplié par moins, ça donne quoi ?

262	**Els**	Plus
263	**En**	Plus

Onzième séance d'enseignement
Enseignant : EnL

1	**En**	(il fait signe à **Ni** pour passer au tableau) *Vous n'avez pas fini le a)*
2	**Ma**	*Si*
3	**En**	Efface (**Ni** écrit : c) $(5x – 2)^2 + (2x – 10)(x + 3) – x^2 + 25 = 0$) Qu'est ce qu'on va faire ici ? (pas de réponse) On va chercher un facteur commun
4	**Ri**	*Il n'y a pas un facteur commun*
5	**Eli**	*Si*
6	**En**	Attendez, attendez, avant de dire il y a ou il n'y a pas, M. Tout d'abord regardez ces nombres donnés (5 sec de silence) On a deux nombres à la fin sans parenthèses. On a dit, toujours, on va grouper les nombres. C-à-d, on va les écrire toujours avec des parenthèses (il mime les parenthèses) *Vas-y* (il s'adresse à **Ni**) (**Ni** écrit : $(5x – 2)^2 + (2x – 10)(x + 3) – (x + 5) \quad)$ Non, non, je groupe les nombres, ensuite, je factorise pour trouver le facteur. Non, non, je ne change rien, *seulement*, je mets une parenthèse. (**Ni** écrit : $(5x – 2)^2 + (2x – 10)(x + 3) – (x^2 + 25) = 0$) et chaque fois qu'on met une parenthèse, qu'est ce qu'il faut faire ?
7	**Sa**	Changer les signes dans les parenthèses
8	**En**	Changer les, pourquoi changer les signes ?
9	**Ma**	*Il faut vérifier*
10	**Eli**	Vérifier le signe
11	**En**	Donc, il faut vérifier le signe. Donc, vérifier le signe ici
12	**Ri**	Il faut que ce soit moins vingt cinq
13	**En**	M. attendez un peu. Donc, il faut vérifier le signe, donc, ça doit être x deux moins vingt cinq égal à zéro (**Ni** corrige +25 en -25) Ensuite, on a groupé, maintenant, ces nombres ou ces parenthèses ensemble. On cherche maintenant le facteur commun. Est-ce qu'il y a un facteur commun ?
14	**Ni**	x moins cinq
16	**En**	Avant de dire oui, M. Ici il y a x moins cinq (il montre $(x – 5)^2$), ici, est ce qu'il y a x moins cinq ? (il montre $(2x – 10)(x + 3)$)
17	**Els**	Non
18	**En**	Non
19	**Ma**	Si
20	**Sa**	Si, si
21	**En**	Où vous voyez x moins cinq ?
22	**Ma**	On fait par deux
23	**En**	Où il est le x moins cinq ?
24	**Sa**	Dans deux x moins dix
25	**En**	*Oui*, donc, il faut faire apparaître le facteur x moins cinq
26	**Ma**	C-à-d il y a x moins cinq
27	**En**	Ok, c'est la deuxième étape maintenant, ok. Dans cette deuxième étape, qu'est ce que je dois faire ? Je dois faire apparaître le facteur commun, *c-à-d*, il y a deux moins dix, je mets, deux en facteur, *pour qu'elle nous donne* x moins cinq, qui est le facteur commun
28	**Sa**	*On ne peut pas prendre* x deux moins cinq ?
29	**En**	Attendez, on n'est pas encore arrivé, on va arriver (pendant ce temps, **Ni** a écrit $(x – 5)^2 + 2(x – 5)(x + 3)$ -..) Attendez, attendez (il demande à **Ni** d'arrêter d'écrire). On a dans le premier, x moins cinq, et dans le deuxième. Maintenant, on arrive à la troisième parenthèse. Troisième parenthèse, c'est quoi ?
30	**Els**	a deux, moins b deux

31	**En**	C'est a deux, moins b deux. Donc, il n'y a pas x moins cinq, on va le faire, *on va le faire apparaître le* x moins cinq. On va faire apparaître ce x moins cinq. Qu'est ce que je peux écrire à la place de
32	**Els**	x moins cinq, facteur de, x plus cinq
33	**En**	x moins cinq
34	**Le**	A la puissance deux
35	**Sa**	*Non*, facteur de x plus cinq
36	**En**	C'est la forme, a deux, moins, b deux (**Ni** a écrit $(x – 5)^2 + 2(x – 5)(x + 3) – (x – 5)(x + 5)$)
37	**Els**	[deux, moins, b deux
38	**En**	Maintenant, M. si vous regardez
39	**Ma**	*Elle a changé*
40	**En**	Si on regarde dans ces trois termes (il souligne en rouge $\underline{(x – 5)^2} + \underline{2(x – 5)(x + 3)} – \underline{(x – 5)(x + 5)}$), qu'est ce qu'il y a ?
41	**Els**	Un facteur commun
42	**En**	Il y a un facteur commun, qui est quoi ?
43	**Els**	x moins cinq
44	**En**	x moins cinq (il souligne en jaune le premier (x – 5)), x moins cinq (il souligne en jaune le deuxième (x – 5)), x moins cinq (il souligne en jaune le troisième (x – 5)). Donc, je mets x moins cinq en facteur. *Il reste*, x moins cinq (**Ni** écrit $(x – 5)[(x – 5) +\quad)$ Attendez, attendez, attendez, attendez. Deux, facteur de quoi ?
45	**Ni**	De x plus trois
46	**En**	Oui (**Ni** continue son écriture $(x – 5)[(x – 5) +2(x + 3) – (x + 5) = 0)$ Moins x plus cinq, égal, zéro. Et maintenant, on continue (**Ni** écrit $(x – 5)[x – 5 + 2x + 6 – x – 5] = 0$ $(x – 5)[2x + 3] = 0$) Donc, x moins cinq, facteur de deux x, *d'où vient le* plus trois ?
47	**Ni**	a deux, nononon. *Il y a* plus six, moins cinq
48	**En**	Oui
49	**Sa**	Moins un
50	**En**	Ssssseuh, ok, moins quatre (**Ni** corrige le 3 en -4) *Continue ici, continue ici* Donc, on a retrouvé un produit qui est égal à zéro. C-à-d, le premier facteur est égal zéro, ou, le deuxième facteur égal zéro (**Ni** écrit : $x – 5 = 0$ $\qquad 2x – 4 = 0$ *Où est le* ou ? (il joute ou entre $x – 5 = 0$ et $2x – 4 = 0$) (**Ni** continue $\quad x = 5 \qquad 2x = 4$ $x = \frac{4}{2}$ $x = 2$) x égal à deux, merci

Correction du n° 9 : Résous chacune des équations suivantes
Min 25 sec 41 Résolution de l'équation $(2x – 1)^2 – 2(4x^2 – 1) = 0$

1	**En**	..//.. Le numéro neuf maintenant (il fait signe à **Na** pour passer au tableau) C'est comme le sept *Allez-y*, commencez (**Na** écrit : $(2x – 1)^2 – 2(4x^2 – 1) = 0$) Qu'est ce qu'on cherche ici ?
2	**Els**	Facteur commun
3	**En**	*Laissez la travailler*. Est-ce qu'il y a un facteur commun ?
4	**Na**	Oui
5	**En**	Lequel ? (pas de réponse) *Tu vois un* facteur commun ?
6	**Na**	*Non*
7	**En**	*Non*, donc, on va essayer de trouver un facteur commun Avec quelle parenthèse on doit travailler pour trouver le facteur commun ?
8	**Na**	Deux moins un au carré

9	**Els**	*Non*
10	**En**	*Travaille que je vois* (**Na** écrit $(2x - 1)^2 - 2(2x - 1)^2 = 0$) *Ceci veut dire qu'*on travaille avec la deuxième *D'où tu as cherché* deux x moins un ? Ça c'est quoi ? (il montre $(4x^2 - 1)$) *C'est quelle* forme ?
11	**El**	deux moins b deux (à basse voix)
12	**Na**	a deux moins b deux
13	**En**	a deux moins b deux, *qu'est ce qu'elle donne* ?
14	**Na**	a plus b, par, a moins b
15	**En**	*Qu'est ce que tu l'as mis toi* ? (il efface $(2x - 1)^2 = 0$ et **Na** écrit $(2x - 1)(2x + 1) = 0$) Donc, on travaille dans la deuxième parenthèse, pour essayer de trouver le facteur commun Donc, on a trouvé le facteur commun, on continue maintenant (**Na** écrit $(2x - 1)[(2x - 1) -$ Donc, on a mis deux moins un en facteur, qu'est ce qui reste ?
16	**Na**	Deux, facteur de deux x plus un
17	**En**	Ok (**Na** écrit à la suite du signe (-), $2(2x + 1)]= 0$), crochet, oui *Vas-y* (**Na** écrit $(2x - 1)[2x - 1 - 2 +$
18	**Ni**	*Non, non, tu vas multiplier deux avec ceux qui sont à l'intérieur de la* parenthèse (**Na** efface -2 +; et écrit $-4x - 1$ et on lit : $(2x - 1)[2x - 1 - 4x - 1] = 0$)
19	**En**	Ça c'est quoi ? (il montre $-2(2x + 1)$) C'est deux, multiplié par cette parenthèse (il trace les flèches de distribution), n'est ce pas ? *C-a-d*
20	**Na**	Moins quatre, moins deux (**Na** efface -1 et écrit –à sa place -2 et on lit : $(2x - 1)[2x - 1 - 4x - 2] = 0$ $(2x - 1)(-2x - 3) = 0$)
21	**En**	Moins deux, moins trois, oui (**Na** continue : $2x - 1 = 0$ ou $-2x - 3 = 0$ $2x = 1$ $-2x = 3$ $x = \frac{1}{2}$ $x = \frac{3}{-2}$ x égal à trois sur moins deux, ok
22	**Ri**	*Mais*, le moins, *ce n'est pas seulement pour le* deux
23	**En**	Ou bien x égal moins trois sur deux (il écrit $x = -\frac{3}{2}$)

Min 38 Résolution de l'équation $(5x - 1)(x + 3) + 3(25x^2 - 1) = 0$

1	**En**	(il fait signe à **Eli** pour passer au tableau) Effacer ici (**Eli** écrit $(5x - 1)(x + 3) + 3(25x^2 - 1) = 0$) Egal zéro, ok. *Vas-y* (**Eli** continue : $(5x - 1)(x + 3) + 3(5x + 1)(5x - 1) = 0$) Donc, cinq x moins un, facteur de x plus trois, plus, trois, facteur, ok, cinq x plus un, par, cinq x moins un, égal zéro
2	**Ma**	*C-à-d, celle là c'est* a deux, moins, b deux ? (**Eli** écrit $(5x - 1)(x + 3) +$; puis elle barre la parenthèse après le trois ainsi;$(5x - 1)(x + 3 +\ )$
3	**En**	Qu'est vous faites maintenant ?
4	**Eli**	Je vais enlever les parenthèses
5	**En**	Enlevez les parenthèses (elle efface la dernière ligne et écrit $(x - 5)[\ )$ Qu'est ce que vous faites, M. ? *Maintenant, maintenant*, dans cette
6	**Eli**	Factoriser
7	**En**	Vous factorisez. Donc, qu'est ce qu'il y a comme facteur commun ?
8	**Eli**	Cinq x moins un
9	**En**	Cinq x moins un, c'est le facteur commun. Qu'est ce qui reste dans le premier ?
10	**Eli**	Cinq x moins un
11	**En**	Voici ces deux membres (il souligne en jaune les deux termes de $\underline{(5x - 1)(x + 3)} + \underline{3(5x + 1)(5x - 1)} = 0$), n'est ce pas ?

		Donc, il y a cinq x moins un, le facteur commun, ok. Donc, cinq x moins un c'est un facteur commun. Ensuite (**Eli** écrit (5x – 1)[(x + 3) + 3(5x + 1)]= 0) Il reste x plus trois dans le premier, ok, *juste* (**Eli** continue : (5x – 1)(x + 3 + 15x + 3] =0
12	**Ma**	*Non*
13	**En**	*Pourquoi non* ?
14	**Ma**	*Tu sais à quoi j'ai pensé* ?
15	**En**	*A quoi tu as pensé* ?
16	**Ma**	*Qu'on va faire* trois plus un, je l'ai écrit plus quatre
17	**En**	Ça c'est quoi ? (il montre 3(5x + 1)) C'est trois fois
18	**Eli**	Cinq
19	**En**	Cinq x, *et*, trois fois un
20	**Na**	[trois fois un
21	**En**	Ok, ça c'est une multiplication (il trace les flèches de distribution) (**Eli** continue : (5x – 1)[16x + 6] =0) Donc, on a trouvé maintenant que ce produit est égal à zéro (**Eli** continue : (5x – 1)[ ) Ne regarde pas tes copines, regarde au tableau
22	**Na**	M
23	**En**	Sans question (40 sec de silence) Donc, on a trouvé quoi, M ? On a trouvé une parenthèse, fois une deuxième
24	**Eli**	Parenthèse
25	**En**	Qui est égal à zéro, ok. Quand est ce que un produit de deux parenthèses, *ou*, de deux nombres, est égal à zéro ? (pas de réponse) Ce n'est pas un produit qui est égal à zéro ? Quand est ce que un produit de deux nombres, égal à zéro ?
26	**Eli**	Quand il est multiplié
27	**En**	Quand quoi ? *Personne ne va te souffler, personne n'osera le faire* *Donne moi* deux nombres *dont le* produit est zéro. (pas de réponse) Deux nombres, le produit, égal à zéro (pas de réponse) Par exemple, quatre et cinq, n'est pas ? *Est ce qu'il donne un* produit zéro ?
28	**Eli**	Non
29	**En**	*Quels nombres donnent un* produit zéro ?
30	**Eli**	Zéro plus zéro
31	**En**	*On parle de* produit Tu sais que veut dire produit ?
32	**Eli**	Oui
33	**En**	C'est quoi ?
34	**Eli**	Fois
35	**En**	Ça veut dire, plus ? Lorsqu'on dit, M, c'est un produit qui est égal à zéro, c-à-d, un de ces (il montre (5x – 1)(16x + 6]) doit être égal à zéro. Le premier égal zéro, ou, le deuxième est égal à zéro (il écrit : 5x – 1 = 0 ou 16x + 6 = 0) Et maintenant, je résous chaque équation seule. *Vas –y* (**Eli** écrit 5x = 1 16x = -6 $x = \frac{1}{5}$ $x = -\frac{6}{16}$ $x = -\frac{3}{8}$) Donc, seize x égal moins six, x égal moins six sur seize, x égal moins trois sur huit. Merci
36	**Rit**	M, **Me** *a fait a mis le* deux *et elle a la réponse juste* (elle a factorisé par deux, seize x plus six, avant de résoudre 16x + 6 = 0)
37	**En**	Oui c'est juste (il regarde le travail de **Me**)

B - Transcriptions des séances de l'enseignante EnFL

Nous allons exposer dans ce qui suit toutes les séances d'enseignement de **EnFL** qui ont été transcrites.

Première séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	Aujourd'hui, on va commencer, uuuneeuh, nouvelle notion, qui est très facile, que vous allez vous-même dégager la majorité des propriétés. Elle est très importante, pour cette année et pour les années à suivre Donc, vous allez fermer les livres et les cahiers maintenant, après à la fin vous allez prendre notes. Donc le chapitre, c'est le chapitre onze, Qui s'intitule les identités remarquables, équations produits (elle écrit en même temps que ses dictions) Bien on va détailler, on va voir c'est quoi une identité remarquable et comment l'utiliser ? Bien avant on va se rappeler de quelque chose, qui a été déjà vu dans les années précédentes. Par exemple, **Mi,** si tu prends A égal, deux moins trois, facteur, trois x plus deux (elle écrit en même temps que ses dictions : A = (2x – 3)(3x + 2)). Ça, c'est le produit de deux facteurs, et **Mi** va le développer **Mi** tu viens au tableau, s'il te plait ? (**Mi** passe au tableau), donc
2	**Mi**	Euh, deux x fois trois x, c'est
3	**En**	Deux x fois trois x, c'est
4	**Mi**	Six x (elle écrit en même temps qu'elle parle A = 6x)
5	**En**	C'est six x, **Mi ?**
6	**To**	x deux
7	**Mi**	Euh, six x deux (elle écrit 2 en exposant pour x)
8	**En**	C'est six x deux (d'un ton fort), oui !!
9	**Mi**	Euh, deux x, euh fois deux, c'est quatre x
10	**En**	Plus ou moins ?
11	**Mi**	Euh, plus
12	**En**	Plus quatre x (**Mi** écrit + 4x)
13	**Mi**	Moins trois fois trois x, c'est moins six x deux, moins six x
14	**En**	Trois fois trois, c'est combien **Mi** ?
15	**Mi**	Euh neuf (à voix basse)
16	**Els**	Neuf
17	**En**	Chuchchch, c'est
18	**Mi**	Neuf, neuf x
19	**En**	C'est moins neuf x
20	**En**	Après
22	**Mi**	Moins trois, fois, plus deux, c'est moins six
23	**En**	Moins six (nous lisons A = $6x^2 + 4x – 9x – 6$) Donc, elle a développé, qu'est ce que tu vas faire maintenant, **Mi** ?
24	**Jo**	Réduire
25	**Mi**	Euh, réduire
26	**En**	Chuchch, tu vas réduire, donc
27	**Mi**	Euh, six x deux, plus quatre x moins neuf x, c'est moins cinq x (elle écrit en même temps)
28	**En**	Moins cinq x
29	**Mi**	Moins six (nous lisons A = $6x^2 – 5x – 6$)
30	**En**	Moins six, voilà Ici, (elle montre le travail de **Mi**), elle a développé, et réduit le, le produit de deux facteurs, qui est deux moins trois, facteur de, trois x plus deux. Elle a obtenu, six x deux, moins cinq x, moins sixMaintenant, si je veux avoir par exemple, au lieu de deux moins trois, merci **Mi** (elle renvoie **Mi** à sa place), facteur de, trois x plus deux, je veux développer un produit de deux facteurs qui est de la forme, deux x moins trois, facteur de, deux moins trois (elle écrit en même temps B = (2x – 3)(2x – 3)) Donc, qu'est ce que vous remarquez, en ce qui concerne mon pro (brouhaha) Chuch, levez la main pour répondre. Donc, qu'est ce qui, qu'est ce que vous remarquez en ce qui concerne mon produit de deux facteurs ? **Chr**

31	**Chr**	Deux facteurs communs (à basse voix)
32	**En**	Comment ?
33	**Chr**	Deux facteurs communs
34	**En**	Deux facteurs communs, non, on ne dit pas ça
35	**Na**	Même facteur
36	**En**	**Da**
37	**Da**	Euh, les nombres sont les mêmes
38	**En**	Les facteurs sont les mêmes, ce sont deux facteurs identiques *Ok* !! **Da**, lorsque moi je prends a fois a (elle écrit à côté de l'expression a × a), d'après ce qu'on a appris dans les puissances
39	**El**	Deux a
40	**Els**	a deux
41	**En**	C'est (elle regarde **Da**)
42	**Da**	a deux
43	**En**	a deux, très bien, c'est a au carré (elle écrit = a^2) Donc, au lieu de dire deux moins trois, facteur de, deux x moins trois, **Da**
44	**Da**	Deux x moins trois à la puissance deux
45	**En**	Très bien, c'est deux moins trois à la puissance deux (elle écrit $B = (2x - 3)^2$) Donc, ce produit, qui est le même, deux x moins trois, facteur de, deux x moins trois, que j'ai écris deux x moins trois au carré, ça c'est une première forme d'une identité remarquable Donc, le deux x moins trois, c-à-d, la somme de deux, ou bien la différence de deux monômes, qui est élevée à la puissance deux, est une identité remarquable Une autre forme d'identité, au lieu d'avoir ici (elle montre $(2x - 3)^2$), le moins, on peut avoir
46	**Els**	Plus
47	**En**	Le plus, très bien. Donc, aussi, il y a une autre forme, disons, deux x plus trois, le tout, au carré (elle écrit $C = (2x + 3)^2$). Et aussi, ça, c'est une identité remarquable, et encore, il y a une troisième identité, qu'on va voir Donc, ceux sont, c'est le but de notre travail. Comment travailler avec un produit ou bien un facteur élevé à la puissance deux ? On va développer, on va factoriser, on va résoudre Vous êtes prêts ?
48	**Els**	Oui
49	**En**	Donc, les trois identités, qu'on va voir cette année, effectivement il y a sept identités, cette année, vous allez étudier trois, et l'année prochaine en brevet, vous allez étudier les quatre qui restent. Donc profitez pour bien comprendre Au lieu d'avoir, deux xxx et trois, je veux nommer mon deux x, a (elle entoure 2x et écrit en dessous a), et le trois, je veux le nommer b (elle entoure 3 et écrit en dessous b) Donc, ça va devenir **Be**
50	**Be**	a moins b (trop de bruit)
51	**En**	a moins b (elle attend une réponse)
52	**Els**	Au carré
53	**En**	Au carré, **Be**, tu répètes
54	**Be**	a moins b au carré
55	**En**	a moins b au carré. Donc, la première identité, c'est a moins b au carré (elle écrit dans le coin du tableau $(a - b)^2$) (I) **To** qui est la deuxième identité ?
56	**To**	a plus b au carré
57	**En**	a plus b au carré (elle écrit en dessous de (I), $(a + b)^2$)
58	**To**	Je peux dire la troisième ?
59	**En**	Tu la connais ?
60	**To**	Oui
61	**En**	Laquelle ?
62	**To**	a moins b facteur de a plus b
63	**En**	Très bien, d'où tu as su ça ?
64	**To**	L'année dernière (rappelons qu'il est nouveau dans cette école et il refait sa classe)
65	**En**	Bien. Donc le a moins b au carré, le a plus b au carré, la troisième identité, c'est a moins b, facteur de, a plus b (elle écrit en dessous de (I), $(a - b)(a + b)$). A noter que le a et le b, ce

		sont des monômes, c-à-d, comme deux x, comme quatre x deux, comme cinq x trois (elle écrit 2x, 4 x^2, $5x^3$). Ce sont des, le a et le b, qui, qui peuvent être ainsi Bien, je veux prendre a moins b au carré (elle partage le tableau par un long tiret et écrit $(a – b)^2$ =), égal, **Mar**, tu viens s'il te plait au tableau
66	**Mar**	C'est a deux plus b deux (il donne la réponse avant d'arriver au tableau)
67	**En**	Si tu vas écrire le a moins b au carré, comme, euh, là, comme le B (elle montre B = (2x – 3)(2x – 3)) Donc, toi tu as commencé à dire, c'est a au carré, plus b au carré, on va découvrir que ce n'est pas ça. Donc, je te demande de décomposer le a moins b au carré, comme on a fait pour B, comment tu peux l'écrire ?
68	**Mar**	a fois a
69	**En**	Avant, avant, avant de déve. Donc a moins b au carré, ou bien le deux x moins trois au carré, on l'a écrit
70	**Mar**	Ah !! deux x moins trois, facteur, deux x moins trois.
71	**En**	Deux x moins trois, facteur, deux x moins trois. Le a moins b au carré
72	**Mar**	a moins b facteur de a moins b
73	**En**	Donc, tu vas écrire et développer (il écrit à la suite du signe (=), (a – b)(a – b))
74	**En**	Oui. Et comment on a appris à développer ?
75	**Mar**	Euh
76	**En**	Ce produit ?
77	**Mar**	Ça fois ça, plus ça fois ça (il trace les flèches de distribution en l'air)
78	**En**	Donc, ça fois ça, il n'y a pas ça fois ça, tu vas développer à haute fois
79	**Mar**	a deux
80	**En**	a deux
81	**Mar**	Moins ab
82	**En**	Moins ab
83	**Mar**	Euh, moins ab
84	**En**	Moins ab
85	**Mar**	Plus b deux (il a écrit = $a^2 – ab – ab + b^2$)
86	**En**	Plus b deux. Donc, il a dit que c'est a fois a, c'est a au carré, a fois moins b, c'est moins ab, moins b fois a, c'est moins ba, c'est tout à fait la même chose que
87	**Ro**	Moins ab
88	**En**	Moins ab, très bien **Ro**. Et moins b fois moins b, c'est, plus, b, au carré
89	**Da**	C'est a deux, plus b deux, moins ab
90	**En**	**Da** a dit, c'est a deux, plus b deux, moins ab, on va voir si c'est juste. J'ai moins ab, moins ab, c'est moins deux ab, plus b deux (**Ma** écrivait pendant la discussion = $a^2 – 2ab + b^2$) Donc, avant, avant de développer, **Ma** a dit que c'était a deux, plus b deux. Puis **Da** a proposé que c'est, a deux moins ab plus b deux. Mais, on vient de découvrir après avoir développé, étape par étape que, c'est a deux, moins deux fois a fois b, plus b au carré. Donc, j'ai une différence élevée au carré, c'est le premier nombre qui, le premier nombre élevé au carré, moins deux fois le premier fois le deuxième, plus le deuxième élevé au carré (elle montre du doigt a et b) Oui **Da** (il avait levé le doigt)
91	**Da**	Je n'ai pas compris la dernière (il parle de ($a^2 – 2ab + b^2$)
92	**En**	Tu n'as pas compris la dernière. Donc, on a fait ces deux étapes (elle montre le travail), pour développer le a moins b au carré. On a dit que c'est le carré du premier nombre, moins, j'ai un moins entre les deux, deux fois le premier, fois le b, le deuxième, plus b au carré, c-à-d, le second nombre au carré. Donc a et b ne sont pas seulement des nombres, ce sont des monômes, qui contiennent parfois des x et des y Bien, donc, oui (**Mi** demande la parole)
93	**Mi**	On peut écrire ab deux ?
94	**En**	On peut écrire ab deux ? Non, car, quand tu dis ab deux comme ça (elle écrit sous 2ab ; ab^2)
95	**To**	ab fois b
96	**En**	C'est le b qui est élevé au carré, seulement. Même si c'est le b qui est élevé au carré, moi, je n'élève plus au carré ici (elle montre 2ab), je multiplie le produit par deux. Ça va ? Donc, la première identité qui est a moins b au carré, on a trouvé qu'elle est de la forme, a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit dans (I) à la suite de $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$). Cette forme là, elle est une forme, qu'est ce que j'ai fait pour passer de là (elle

		montre $(a-b)^2$) jusque là ?(elle montre $a^2 - 2ab + b^2$)
97	**Els**	Développée
98	**En**	Ca, on a
99	**Ca**	Développée
100	**En**	Développé. Donc, ça (elle montre $a^2 - 2ab + b^2$) c'est la forme développée (elle souligne $a^2 - 2ab + b^2$ et écrit en dessous : Développée) Alors, cette forme (elle montre $(a-b)^2$), **Ca**, elle est la forme
101	**Els**	Développée
102	**En**	Elle est la forme
103	**Be**	Réduite
104	**En**	Réduite **An ?**
105	**An**	Factorisée
106	**En**	Factorisée (elle souligne $(a-b)^2$ et écrit en dessous : Factorisée) Maintenant, **Ro**, il va passer au tableau, faire une application de ce qu'on vient de voir sur l'exemple, deux x moins trois au carré. Donc, n'aie pas peur, c'est très facile (elle s'adresse à **Ro** qui est perturbé). Donc tu vas développer deux x moins trois au carré (elle écrit $(2x-3)^2$). Qui est deux x, si tu vas établir, si tu vas identifier, que représente deux ?
107	**Ro**	Deux fois
108	**En**	Le deux x, c'est, si tu vas faire une identification
109	**Ro**	a
110	**En**	a, et qui est le b ?
11	**Ro**	a moins b
112	**En**	Le b
113	**Ro**	trois
114	**En**	Très bien, donc, le a, c'est
115	**Ro**	a
116	**En**	C'est (elle met son doigt sur 2x)
117	**Ro**	Deux x
118	**En**	Et le b, c'est
119	**Ro**	Trois
120	**En**	Trois. Et quand tu as développé a moins b au carré, qu'est ce qu'on a obtenu ?
121	**Ro**	a deux, moins deux ab, plus b deux
122	**En**	Donc, si je veux développer le deux x moins trois au carré, qu'est ce qu'on va faire ?
123	**Ro**	Deux x (il écrit $2x^2$)
124	**En**	Deux x, qu'est ce qui manque ? (pas de réponse de **Ro**) Qu'est ce qui manque **Da** ?
125	**Da**	Parenthèse
126	**Els**	Parenthèse
127	**En**	La parenthèse pour qui ?
128	**To**	Pour le deux x
129	**En**	Chuchchc
130	**Ro**	Pour deux x
131	**En**	Pour deux x. Donc
132	**Ro**	Parenthèse, deux x exposant deux (il efface $2x^2$ et écrit $(2x^2)$)
133	**En**	Qui est élevé à la puissance deux ?
134	**Els**	Deux x
135	**En**	Chuchch (**Ro** corrige, il efface et écrit de nouveau $(2x)^2$) C'est deux x à la puissance deux, très bien. Moins
136	**Ro**	Trois
137	**En**	Chuch, qu'est ce que, qu'est ce que je vais mettre ?
138	**Da**	Moins six x
139	**En**	Chuch, laissez le. **Ro**
140	**Ro**	Deux (il écrit – 2)
141	**En**	Donc deux
142	**Ro**	Facteur de deux x
143	**En**	Facteur de deux x, très bien.
144	**Ro**	Fois trois (il a écrit $2(2x \times 3)$)

145	**En**	Fois trois, très bien. Deux fois a (elle montre 2x), fois b (elle montre 3)
146	**El**	Il y a moins trois
147	**En**	Il n'y a pas de moins, je mets le moins au début. Après
148	**Ro**	Plus (il trace le signe (+))
149	**En**	Plus
150	**Ro**	Trois exposant deux (il a écrit en tout $(2x – 3)^2 = (2x)^2 – 2(2x \times 3) + 3^2$)
151	**En**	Trois exposant deux, voilà. J'ai appliqué ce développement (elle montre le développement de $(a – b)^2$), d'une seule étape, je l'ai développée Oui, continue, égal
152	**Ro**	Deux x deux (il écrit $= 2x^2$)
153	**En**	Non, qu'est ce que tu as fait ? C'est deux exposant deux, d'après les puissances, je dois élever les termes
154	**Ro**	Quatre x deux
155	**En**	Quatre x deux, oui
156	**Ro**	Moins, deux fois deux x
157	**Da**	Quatre x
158	**Ro**	Quatre x
159	**En**	Tu as raté ce trois (elle montre $\times$ 3). Le trois là, c'est pour qui ?
160	**Ro**	Fois moins six (il a écrit $4x^2 – 4x – 6x$)
161	**En**	Fois moins six. Comment, tu as un fois ici. Si tu vas commencer par les parenthèses, pourquoi fois moins six ? Le fois et le moins ne s'écrivent jamais comme ça. Je répète (elle efface 4x – 6x) Deux fois trois ?
162	**Ro**	Six
163	**En**	*Oui*, le six fois
164	**To**	Deux
165	**Ro**	Six *et* deux, douze
166	**En**	Douze quoi ?
167	**Ro**	x
168	**En**	Moins douze x, très bien
169	**Ro**	Plus trois exposant deux
170	**En**	Que vaut trois exposant deux ?
171	**El**	Six
172	**En**	Qui a dit que c'est six ?
173	**Els**	Non
174	**En**	Levez la main, ne répondez plus tous ensemble **An**, c'est
175	**An**	Neuf
176	**En**	C'est neuf Donc, le développement de deux x, moins trois, au carré, c'est, le deux x qui est élevé au carré, moins, deux fois deux x fois trois, le premier nombre, fois, le deuxième, plus le second au carré *Ok*, le terme qui est là (elle montre $2(2x \times 3)$), c'est deux fois a fois b. C'est le produit du premier nombre, fois le second, fois, deux Donc, le nombre qui est entre le carré de a et le carré de b, je l'appelle, le double produit (en rouge, elle entoure 2ab dans (I), et écrit en dessus le double produit). C'est clair, ça va ? Très bien **Ro**, merci à ta place
177	**Ma**	M^{elle}, pourquoi on, c'est plus facile de faire deux x moins trois, fois, deux x moins trois
178	**En**	C'est plus facile de faire, deux x moins trois, fois deux x moins trois, d'accord. Mais, le travail avec les identités remarquables, c'est pour nous raccourcir, pour nous faciliter la tâche. Directement, on a le droit de passer de a moins b au carré, à la réponse finale Donc, ceux qui trouvent parfois, une difficulté à appliquer ce calcul directement (elle montre (I)), pour passer de a moins b au carré, à a deux, moins deux ab, plus b deux. Ils ont le droit de faire au brouillon seulement, non pas au propre, ces deux étapes (elle montre le développement de $(a – b)^2$ par distribution et le souligne), d'accord *Mais*, avec les identités remarquables, vous allez voir, que c'est beaucoup plus facile d'appliquer directement l'étape, a moins b au carré, égal, a deux, moins deux ab, plus b deux

		Donc, j'ai un moins entre les deux (elle montre le moins dans $(a – b)^2$), donc j'ai un moins devant le double produit (elle montre 2ab) On va voir, maintenant, ce qui va se passer avec le double produit. On va voir maintenant, ce qui va se passer avec a plus b au carré **An**, tu veux passer. *Vas-y*, passe au tableau. Donc, tu vas effacer les deux premières colonnes. Donc, on vient de voir, que a moins b au carré, c'était quoi **May** ?
179	**May**	a deux
180	**En**	a deux
181	**May**	Moins deux ab
182	**En**	Moins deux ab
183	**May**	Plus b deux
184	**En**	Plus b deux, voilà (elle a écrit en haut du tableau tout en dictant $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$) Maintenant, **An**, il va me calculer seul, le a plus b au carré (elle a écrit $(a + b)^2$, *vas-y*, comme on a fait pour a moins b, tu as la liberté de travailler comme tu veux. (**An** écrit (2x -) Non, avant de travailler avec deux x moins trois, on veut, deux x plus trois, on veut a et b
185	**An**	a deux plus b deux
186	**En**	*Non* ! pourquoi ? a deux, plus, b deux, pourquoi ? On va développer, comme on a fait, pour a moins b, au carré C'est a deux, plus, deux ab, plus, b deux (elle lit les écrits de **An** : $a^2 + 2ab + b^2$) Pourquoi directement tu as abouti à cette réponse ? Comment tu as réfléchi ?
187	**An**	C'est a plus b
188	**En**	Oui, c'est a plus b
189	**An**	On a fait a deux, plus deux ab, plus b deux
190	**En**	Donc, ce que tu as dit, car il y a un plus entre les deux, tu a dit un plus pour le double produit ? Et quand il y a un (elle attend une réponse de **An**)
191	**An**	Un nombre négatif
192	**En**	Un moins
193	**An**	Il y a moins deux ab
194	**En**	Voilà. Donc, il a fait une excellente synthèse, **An**, il a dit que, quand il y a entre les deux termes, il y a un plus, le double produit sera, oui **An**
195	**An**	Positif
196	**En**	Sera positif. Avant pour a moins b, il y avait entre les termes un moins, alors, entre, le double le produit a été
197	**An**	Négatif
198	**En**	Négatif. Très bien, bravo Qui n'a pas compris ? Donc, tout ce qui a été dit jusqu'à maintenant, qui trouve une difficulté à le, à le comprendre ?
199	**Mar**	*Ça, on l'a vu*
200	**En**	Veux tu reprendre en français, je n'ai rien compris
201	**Mar**	Là, cette équation
202	**En**	On l'a vu au début de l'année, et je vous ai dit, qu'on va le voir
203	**Mar**	Plus tard
204	**En**	Voilà, au cours de l'année. Donc, tu l'as vu, est ce que c'est difficile ?
205	**Mar**	Non
206	**En**	Non, il est très facile. Donc, cette forme là (elle souligne $a^2 + 2ab + b^2$), elle est une forme
207	**Da**	Réduite
208	**Be**	Développée
209	**En**	Forme développée, et celle là (elle souligne $(a + b)^2$), forme
210	**Els**	Factorisée
211	**En**	Forme factorisée. Maintenant, quand on va voir les trois identités, on va voir, comment factoriser une identité. Maintenant, on est entrain de les développer. Ça va ? Donc, **An**, puisque tu as très bien fait cela, tu vas faire une application à deux x plus trois au carré (elle écrit $(2x + 3)^2$) Que représentent deux x ?
212	**An**	a
213	**En**	C'est le a, très bien
214	**Els**	[a

215	**An**	Et le trois, c'est le b
216	**En**	Et le trois, c'est le b, très bien. Développe Donc c'est deux x (**An** écrit $(2x)^2$), très bien, au carré, après
217	**An**	Euh, après, plus deux ab (il écrit 2)
218	**En**	Plus. Où est le plus ?
219	**An**	Ici (il trace le signe (+) entre $(2x)^2$ et 2)
220	**En**	Plus deux, fois, qui est a ?
221	**An**	Deux x
222	**En**	Deux x
223	**An**	Fois trois (il a écrit $2(2x \times 3)$)
224	**En**	Fois trois, très bien
225	**An**	Plus trois au carré (il écrit 3^2)
226	**En**	Plus trois au carré, bravo. Donc, égal, maintenant, je dois (elle attend une réponse de **An**)
227	**To**	Réduire
228	**En**	Je dois enlever
229	**An**	Quatre x, plus
230	**En**	Quatre x, comment ça ? Tu as, le deux élevé au carré, c'est quatre (il corrige et écrit $4x^2$), oui, plus
231	**An**	Plus douze x
232	**En**	Plus douze x
233	**An**	Plus neuf (il a écrit en même temps qu'il parlait $= 4x^2 + 12x + 9$)
234	**En**	Plus neuf, voilà. C'est clair pour tout le monde ?
235	**Els**	Oui
236	**Be**	C'est le même que (il montre $(2x – 3)^2$), mais il y a plus
237	**En**	C'est le même exemple, pourquoi c'était plus, **Be** ?
238	**Be**	Là bas, c'était moins
239	**En**	Là bas, c'était moins, et pourquoi ici on a plus deux x ?
240	**Be**	a plus b
241	**En**	Car, on a, a plus b, donc, a plus b au carré, le double produit est (elle tend la tête pour entendre une réponse collective)
242	**Els**	Positif
243	**En**	Positif. Quand on a, a moins b au carré
244	**Da**	[négatif
245	**En**	Le double produit est
246	**Els**	Négatif
247	**En**	Le double produit est négatif. Ça va ? Très bien **An** Bien, la troisièmmme identité remarquable, c'est **To** qui va passer Bien, la troisièmmme identité remarquable, c'est **To** qui va passer, c'est le a moins b, facteur de, a plus b (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(a – b)(a + b)$) Regardez un peu, là les deux, dans les deux facteurs, c'est moins (elle montre $(a – b)(a – b)$), ce sont deux facteurs identiques, dont les termes sont séparés par moins. Là, (elle montre $(a + b)(a + b)$), ce sont deux facteurs identiques, dont les termes sont séparés par (elle attend une réponse collective)
248	**Els**	Plus
249	**En**	Plus. Là, (elle montre $(a – b)(a + b)$), j'ai un moins et un plus Donc tu vas développer, **To** (elle lit les écrits de **To**), a deux, plus ab
250	**To**	Moins ab, moins ba
251	**En**	Moins ba
252	**To**	Moins b deux (il a écrit $= a^2 + ab – ba – b^2$)
253	**En**	Moins b deux Il a dit que c'est a deux, plus ab, moins ba, moins fois moins, moins fois plus, c'est moins b deux (elle explique la réponse en mimant les flèches de distribution) Après comment tu continues ?
254	**To**	a deux (il écrit a2)
255	**En**	a deux, ce n'est pas un deux comme il faut ça !
256	**Da**	M[elle] est ce qu'il y a deux doubles produits ?
257	**En**	Est-ce qu'il y a un deux, pour dire double produit là ? (elle montre ab – ab). Il a dégagé

		une bonne chose, une bonne remarque, mais elle est un peu fausse Il a dit, est ce qu'il y a deux doubles produits ici ?
258	**Els**	Non
259	**En**	Il n'y a pas un double produit, il n'y a pas un deux avant le produit, pour dire que c'est un double
260	**To**	Ici il y a (il montre 2ab dans $a^2 + 2ab + b^2$)
261	**En**	Là, il y a un deux, on a dit que c'est un double Bien a deux
262	**To**	Plus zéro (il barre –ab + ba)
263	**En**	Tu oublies les égales (elle trace le signe (=) au début de chaque ligne) Oui, moins ab, plus ab, il les a supprimés, qu'est ce qu'il va te rester ?
264	**To**	a deux, moins b deux (il a écrit $a^2 – b^2$)
265	**En**	a deux moins b deux **Da**, pour répondre à ta question. Levez la main
266	**Da**	Il y a deux, il y a deux, euh
267	**En**	Où est le double produit ici ? Chuch
268	**Da**	Ah !! Moi, moi
269	**En**	Oui Da
270	**Da**	a deux moins b deux, égal, moins deux
271	**En**	Moins
272	**El**	Moins deux ab
273	**Da**	Moins deux b deux
274	**En**	Moins deux b deux, pourquoi ? le
275	**Be**	ab
276	**En**	Levez la main pour répondre (d'un ton fort) Donc, toi tu m'as demandé, est ce qu'il y a deux doubles produits ici ? (elle montre ab – ba) Moi je te demande, dans la réponse finale, où est le double produit ?
277	**El**	Fois deux
278	**El**	a deux
279	**En**	Levez la main mon dieu, je vais commencer à punir (d'un ton fort)
280	**Da**	Il n'y a pas
281	**En**	Il n'y a pas, Bravo
282	**Be**	M^{elle}
283	**En**	**Be**, oui
284	**Be**	On peuuut
285	**En**	*Continue*, dis le moi
286	**Be**	Factoriser ?
287	**En**	Oui, on va voir comment factoriser ?
288	**El**	a moins b
289	**En**	Donc, là, on a factorisé, on a développé. Le a moins b, facteur de a plus b, on a dit que c'est a deux, moins b deux (elle écrit $(a – b)(a + b) = a^2 – b^2$) (L) Qui est, **Be**, la forme développée là ?
290	**Be**	a deux, moins deux ab
291	**En**	Regarde, là (elle montre (L)), je te les ai écrits
292	**Be**	a deux, euh, a deux, moins b deux
293	**En**	a deux, moins b deux (elle souligne $a^2 – b^2$ dans (L)) Qui on a développé pour avoir a deux, moins b deux ?
294	**Be**	a moins b, facteur de, a plus b
295	**En**	a moins b, facteur de, a plus b. Donc, qui est la forme développée ?
296	**Els**	a deux, moins, b deux
297	**En**	Et la forme factorisée ?
298	**Els**	a moins b, facteur de, a plus b (**En** souligne (a – b)(a + b))
299	**En**	Donc, on va faire maintenant des exemples pour bien approfondir **Ca** (demande la parole)
300	**Ca**	M^{elle} dans quatre x deux, plus douze x, plus neuf, il n'y a pas un double produit, car il n'y a pas deux, (elle parle de $4x^2 + 12x + 9$)
301	**En**	Si !! Le douze, le douuuuzeuh, tu peux l'écrire, deux fois six x (elle écrit $12x = 2 \times 6x$).

		Donc, le produit, deux x fois trois, c'était six x
302	**Ca**	On peut pas, on peut pas dire que douze x, est un double produit
303	**En**	Pourquoi pas
304	**Ca**	Ah !
305	**En**	C'est un, c'est un double produit, mais tu ne vas pas la garder deux fois six x, n'est ce pas ? Bien je la multiplie Oui **Ge** (il demande la parole)
306	**Ge**	On peut pas faire a moins b, le tout au carré
307	**En**	a moins b, le tout au carré. Le fait de dire a deux moins b deux, c'est a moins b, le tout au carré (elle écrit $a^2 – b^2 = (a – b)^2$) (L1) tu veux ça ? Mais on vient de voir qui est a moins b le tout au carré ?
308	**Da**	a deux, moins deux ab
309	**En**	Donc, il y a un double produit qui manque ici (elle montre (L1)), tu ne peux pas l'appliquer. Ça va ? Donc, il a proposé **Ge** de dire que le a deux, moins, b deux, c'est le a moins b, le tout au carré. Mais, on vient de voir maintenant, que le a moins b le tout au carré, c'est a deux, moins deux ab, plus b deux, hein, je ne peux pas factoriser et mettre l'exposant dehors ici (elle montre les exposant 2 dans (L1)), je n'ai pas le droit, et de même pour a deux plus b deux. Faites attention (d'un ton fort), cette erreur vous allez tous la commettre, le a deux plus b deux, n'a jamais était égal à, a plus b au carré (elle écrit $a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$). Qu'est ce qui manque ?
310	**An**	Le double produit
311	**En**	Le double produit, très bien **An**
312	**Da**	Mais Madame
313	**En**	Oui
314	**Da**	Ici, a deux moins b deux, si on prend, si on va faire comme il a dit **Ge**, a moins b, a deux, le moins sera plus, ça veut dire on a changé
315	**En**	Très bien. Il a trouvé une bonne remarque, **Da**. Il a dit que le a au carré, moins b au carré, quand je veux faire, a moins b au carré, le signe de b au carré ça sera quoi ?
316	**Els**	Plus
317	**En**	Plus, très bien. Tandis que, lorsque j'ai, a moins b, facteur de, euh, de, a plus b, le signe de b au carré sera
318	**Da**	Moins
319	**En**	Moins **Yo**, tu vas passer au tableau maintenant. On va faire une application numérique à cette identité (elle montre (a + b)(a – b)) Donc, tu vas effacer la dernière colonne Oui **An** (il demande la parole)
320	**An**	M[elle], on peut, on peut les mettre, si on avait deux exposant deux, moins trois exposant deux, on peut les mettre
321	**En**	Est-ce que deux exposant deux, voilà, avant, on va répondre, à la question de **An**, il a dit, si on a deux au carré, moins trois au carré, il propose que, c'est aussi égal, à, deux moins trois au carré (elle écrit $2^2 – 3^2 = (2 – 3)^2$) (brouhaha) chuchchch, silence Quand on a, quand on a
322	**An**	Deux variables
323	**En**	Deux variables, on ne change pas, on va, on va vérifier si c'est juste, n'est ce pas ? Tu as deux au carré, c'est combien ?
324	**An**	Quatre
325	**En**	Quatre, moins
326 7	**An**	Neuf
327	**En**	Neuf, c'est égal
328	**Be**	Moins cinq
329	**En**	Et tu as ici, deux moins trois
330	**Be**	Deux moins trois, égal à moins un
331	**En**	Moins un. Moins un au carré, c'est égal à combien ?
332	**Els**	Moins un

333	**Els**	Plus un
334	**En**	Plus un. Est-ce que moins cinq, est égal, à plus un ? (elle a écrit : $2^2 - 3^2 = (2 - 3)^2$ $4 - 9 \quad (-1)^2$ $-5 \quad \neq \quad 1$
335	**Els**	Non
336	**En**	Donc, que ça soit avec des variables, ou bien sans variables, toujours, je dois développer de la même manière Ça va ? Vous avez compris ? Tu es convaincu (elle s'adresse à **An**)
337	**An**	Oui
338	**En**	Oui. Bien, **Yo**, tu reeffaces s'il te plait *ok*, on va faire une application à a moins b, facteur de, a plus b. Quel exemple tu veux prendre ? (elle s'adresse à **Yo**, et dicte pendant qu'il écrit (2x + 3)) Deux x plus trois, facteur de qui ?
339	**Yo**	Euh, deux x, moins, trois (il a écrit (2x + 3)(2x – 3))
340	**En**	Très bien
341	**Be**	a plus b, a moins b
342	**En**	Egal, on a dit que c'est égal à
343	**Yo**	a deux, moins, b deux
344	**En**	Qui est le a ici ?
345	**Yo**	Le deux x
346	**En**	Et le b ?
347	**Da**	Trois
348	**Yo**	Trois
349	**En**	Trois. Donc, c'est deux x (**Yo** écrit $= (2x)^2$ Très bien. On n'oublie pas les parenthèses, le carré, c'est pour tout le a, donc, c'est pour tout le deux x. (**Yo** continue son écriture $- (3)^2$) Oui, ici pour le trois, on n'a pas besoin, égal (**Yo** écrit $= 4x^2 - 3^2$) Donc, c'est quatre x deux, moins
350	**Be**	Neuf
351	**En**	Neuf (**Yo** efface le 3^2 et écrit à sa place 9) Voilà, ça va ? Oui **Da** (il a la main levée) Tu restes s'il te plait, tu effaces le tableau (elle s'adresse à **Yo**)
352	**Da**	Il y a moins trois et plus trois
343	**En**	Moins trois et plus trois, oui
354	**Da**	Pourquoi on a mis moins trois au carré ? il y a plus trois
355	**En**	Tu as un plus fois moins
356	**Yo**	Moins
357	**En**	Oui **Ro** (il demande la parole)
358	**Ro**	Pourquoi on n'a pas mis trois, exposant deux entre parenthèses ?
359	**En**	Pourquoi on n'a pas mis trois, exposant deux entre parenthèses ? Le nombre, tu n'as pas besoin de le mettre entre parenthèses, ça ne change pas. Mais, si tu oublies de mettre les parenthèses pour deux x, là (elle écrit $(2x)^2$), c'est tout le deux x, qui est au carré. Tandis que, deux x, comme ça (elle écrit $2x^2$), c'est seulement le
360	**Els**	x
361	**En**	x. Le trois là, il est seul (elle montre 3^2) Bien, encore, efface tout le tableau (elle s'adresse à **Yo** qui est toujours au tableau) Donc, ce sont les trois identités remarquables, à voir cette année, qui sont **Mi**, lesquelles ?
362	**Mi**	a moins b
363	**En**	a moins b (elle la regarde de façon à lui dire seulement)
364	**Mi**	Au carré
365	**En**	Au carré
366	**Mi**	a plus b au carré
367	**En**	a plus b au carré
368	**To**	a moins b, facteur de
369	**En**	Laisse la
370	**Mi**	a moins b, facteur de, a plus b

371	**En**	Très bien, oui. Donc, les trois identités sont a plus b au carré, a moins b au carré, et a plus b, facteur de, a moins b (elle a écrit en même temps qu'elle dictait, l'un en dessous de l'autre $(a + b)^2$, $(a – b)^2$, $(a + b)(a – b)$) **Ma**, c'est quoi le développement de a plus b au carré ?
372	**Ma**	a deux, plus ab
373	**Be**	Deux ab
374	**En**	a deux plus
375	**Ma**	Deux, deux ab
376	**En**	Deux a, b, plus
377	**Ma**	b deux
378	**En**	b deux (elle a écrit $= a^2 + 2ab + b^2$ à la suite de $(a + b)^2$) euheuh, **MiA**, quel est le développement de a moins b au carré ?
379	**MiA**	Deux entre parenthèses
380	**En**	*Non*, on travaille avec a et b, maintenant
381	**MiA**	a deux
382	**En**	a deux
383	**MiA**	Moins b deux
384	**En**	moins
385	**Els**	Deux ab
386	**MiA**	Deux ab
387	**En**	Moins deux ab
388	**MiA**	Moins
389	**To**	Plus
390	**En**	Plus, c'est la même chose que a plus b au carré, mais, pour le double produit, seulement je mets le moins (elle a écrit $= a^2 – 2ab + b^2$ à la suite de $(a – b)^2$) **An**, quel est le développement de a plus b, facteur de, a moins b ?
391	**An**	C'est, euh
392	**Els**	a deux
393	**An**	a deux
394	**En**	a deux
395	**An**	Moins b deux
396	**En**	a deux moins b deux (elle a écrit $= a^2 – b^2$ à la suite de $(a + b)(a – b)$)
397	**Da**	Il n'y a pas double produit ici
398	**En**	Bien Bien, maintenant, je vais vous donner quelques polynômes, quelques expressions, et vous avez vous-mêmes, à les factoriser
399	**Be**	On prend les cahiers
400	**En**	Non, non, ce sont des applications. Si on prend par exemple quatre x deux
401	**Be**	On écrit
402	**En**	Non, non, n'écrivait rien. (Elle continue à écrire sans dicter : $A = 4x^2 + 8x + 4$) Si je vais faire une identification, ça c'est un (pas de réponse) C'est un développement, c'est un polynôme, c'est une expression que j'ai à factoriser ici, de la forme d'une identité remarquable Je vous demande de me chercher le a et le b (des doigts se lèvent) Oui, **Ha**
403	**Ha**	Quatre x deux, c'est le a
404	**En**	Quatre x deux, c'est le a ?
405	**Be**	Non, a deux
406	**En**	C'est le, **Ha**, laissez le, il sait, le quatre x deux c'est
407	**Ha**	a deux
408	**En**	a au carré, alors, le a, c'est quoi ?
409	**Ha**	Quatre x
410	**En**	Non
411	**Els**	Deux x, deux x
412	**En**	Qui est le nombre que j'élève au carré, qui me donne quatre ?
413	**Ha**	Deux x
414	**En**	Donc, c'est deux x (elle écrit $A = 2x$)

		Et qui est l'autre carré ?
415	**Ha**	Quatre
416	**Be**	Deux
417	**En**	Huit x plus quatre, est ce que huit x est un carré ?
418	**Els**	Non, non, non
419	**En**	Plus
420	**To**	Plus deux au carré
421	**Be**	Deux
422	**En**	Je ne l'écoute pas, **Ha**
423	**Ha**	Deux exposant trois
424	**En**	Deux exposant trois, est ce que c'est un carré, le deux exposant trois ? Qui je regarde ? J'ai regardé le quatre x deux, j'ai dit, qu'il est le carré de, deux x. Qui est, où il y a un autre carré ici ?
425	**Ha**	Quatre
426	**En**	Le quatre. C'est le carré de quoi ?
427	**Ha**	Deux
428	**To**	Deux
429	**En**	De deux, et entre les deux, qu'est ce que je mets ? (elle écrit 2, à la suite de deux en laissant un espace entre eux ; A = 2x 2)
430	**Els**	Un plus
431	**En**	Pourquoi ?
432	**Da**	Le double produit, c'est
433	**En**	Chuchch, qui est le double produit **Ha** ?
434	**Els**	Huit x
435	**En**	Je ne l'écoute pas, **Ha**
436	**Ha**	Huit x
437	**En**	Huit x, est le double produit. Quel est le signe de huit x ?
438	**To**	Positif
439	**En**	Positif, alors, entre les deux, je mets un
440	**Ha**	Plus
441	**En**	Plus (elle trace le signe (+) ; A = 2x + 2) Et faites attention à l'erreurrrr, que, les élèèèves, commettenteuh, ils perdent beaucoup de points à cause de ça. Ils disent que le quatre x deux, plus, huit x, plus quatre, c'est le carré de deux x plus deux, mais, ils écrivent, le deux x, plus, deux, comme ça (elle montre A = 2x + 2) Il y a quelque chose, très importante (d'un ton fort), qui manque
442	**DaH**	Des parenthèses à la puissance deux
443	**En**	Très bien, **DaH**, ce sont les parenthèses au carré (elle trace les parenthèses et écrit l'exposant 2 ; $A = (2x + 2)^2$) Si non, si non, le deux x plus deux, ne serait plus égal à quatre x deux, plus huit x, plus quatre. Donc, ils factorisent juste, ils disent que ce, que cette expression est le carré de deux x plus deux, mais, ils ne mettent plus au carré. C'est clair, **Ka**, ça va ? (elle semble perdue)
444	**Ka**	Oui
445	**En**	Bien
446	**An**	M^{elle}
447	**En**	Oui
448	**An**	Où est ce qu'il est passé le huit x ?
449	**En**	Hein, hein, c'est une très bonne question, où est ce qu'il a (brouhaha) Chuch, levez la main **An** a dit, où est ce que le huit x a disparu ? Chuchch (brouhaha)
450	**Mar**	Dans le deux
451	**En**	Non (brouhaha) Levez la main, **Ma**
452	**Ma**	Deux x plus deux, si on fait deux facteur deux x plus deux, on obtient huit x
453	**En**	On fait, deux, facteur, deux x
454	**Ma**	Quatre x plus quatre, c'est huit x
455	**En**	Jamais, non

456	**Ma**	Si on met dehors deux
457	**En**	Chuchch, vous faites du bruit, oui **Ma**
458	**Ma**	Comme la première méthode, si on va calculer, on doit mettre dehors deux
459	**En**	On doit, c'est deux, fois a, fois b. C'est le double produit. Donc, oui, **Ka** (qui insiste à prendre la parole)
460	**Ka**	On fait, deux fois deux x, fois deux
461	**En**	Quand on fait, deux fois deux x, fois deux, il va réapparaître, d'accord. Mais maintenant, où est ce qu'il se cache, mon huit x ?
462	**To**	Huit x, c'est
463	**En**	Chuchchtt,
464	**To**	Huit x, c'est le deux ab
465	**En**	Je ne t'ai pas permis, **To** **Ra**
466	**Ra**	Dans le a plus b
467	**En**	Dans le a plus b, mais où aussi ?
468	**To**	Dans le signe plus
469	**En**	Chuchch, il ne se cache pas dans le signe
470	**To**	Dans le x
471	**En**	Dans les
472	**Be**	Dans les deux parenthèses
473	**En**	Dans les parenthèses, quand je redéveloppe, il est au carré, quand je redéveloppe, mon double produit, va apparaître. Quand j'ai développé a plus b au carré, le double produit, il a été là (elle montre 2ab dans le développement de $(a + b)^2$). Mais quand je passe, de a deux, plus deux ab, plus b deux, à a plus b au carré, le double produit, il est quelque part (elle trace une flèche de 2ab vers $(a + b)^2$) Hein, il n'apparaît pas entre les parenthèses, il apparaît seulement dans le
474	**To**	Développement
475	**En**	Développement, ça va ? Donc, il a posé une très bonne question, le double produit, il ne disparaît pas, il est toujours, mais, il est caché quelque part dans l'exposant. Il réapparaît quand on va
476	**Els**	Développer
477	**En**	Développer. Et quand on factorise
478	**Els**	Il n'apparaît pas
479	**En**	Il se cache. C'est clair ?
480	**An**	Si on développe, on aura, quatre, x, deux, plus quatre ?
481	**En**	Si on développe, on aura, quatre x deux
482	**An**	Plus quatre
483	**En**	Plus quatre ? Fais attention (elle a écrit $A = (2x + 2)^2$ $= 4x^2 + \quad + 4$) Et où est le double produit ?
484	**Da**	Deux fois
485	**En**	Arrête de crier **Da** (d'un ton très fort), tu as exagéré, oui (elle s'adresse à **An**)
486	**An**	Plus huit x
487	**En**	Voilà. Quand tu as développé, tu as dit, c'est a au carré, plus, deux ab, plus b au carré.
488	**An**	S'ils nous donnent, deux x plus deux, au carré, et ils nous disent, euh, euh, développer
489	**En**	S'ils nous donnent seulement deux x plus deux au carré, et ils nous disent développer, le deux x plus deux au carré, ça ressemble à
490	**An**	a plus
491	**En**	A, a plus b au carré, donc j'applique ce développement (elle montre le développement de $(a + b)^2$). Je vais dire, alors, si je veux reeedévelopper, pour vérifier qu'on a très bien travaillé, on dit, le développement, c'est a plus b au carré, alors, c'est égal à
492	**Ka**	a deux
493	**En**	a deux, donc, c'est deux x au carré (elle écrit en même temps)
494	**Da**	Deux, deux
495	**En**	Plus, deux ab, donc, c'est deux, fois deux x
496	**Els**	[fois deux x
497	**En**	Fois deux, qui est le b au carré ?
498	**To**	Deux au carré

499	**En**	Deux au carré. Alors c'est quatre x deux, plus, deux fois deux fois deux ?
500	**Els**	Huit
501	**En**	Huit x, plus (elle a écrit = $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2$ $= 4x^2 + 8x + 4$) Est ce que c'est la même que celle du départ ?
502	**Els**	Oui
503	**En**	Je vais vous donner une autre B égal, neuf x deux, moins huit x, plus quatre. Je vous demande de factoriser ce produit, ce
504	**Da**	C'est x
505	**En**	Levez la main. Toujours, quand il s'agit de factoriser, je regarde les carrés, comme on a fait dans l'exemple précédent. Ici (elle montre l'expression A), on a regardé les carrés, on a dit, quatre x deux est le carré de deux x, quatre est le carré de deux, et puis, on a vérifié le double produit Maintenant, essayez de refaire le même travail avec ce polynôme **Ra** (il a levé la main)
506	**Ra**	Trois x, euh, plus deux
507	**En**	Trois x, d'où tu as apporté le trois x ?
508	**Ra**	De, euh
509	**Els**	Neuf x deux
510	**En**	De (3 sec, pas de réponse de **Ra**) Tu as apporté le trois x d'où ?
511	**Ra**	De neuf x deux
512	**En**	De neuf x deux. Trois x
513	**Ra**	Moins deux
514	**En**	Hein ?
515	**Ra**	Moins deux
516	**En**	Pourquoi tu as mis moins, **Ra** ?
517	**Da**	Car le double
518	**Ra**	[Car le double produit est, est
519	**En**	Car
520	**Ra**	Car le double produit est négatif
521	**En**	Car le double produit est négatif, d'accord
522	**Da**	Moins deux
523	**Ra**	[Moins deux
524	**En**	D'où tu as apporté le deux?
525	**Ra**	Euh
526	**Els**	Quatre
527	**Ra**	Quatre
528	**En**	Le quatre. Et après, qu'est ce que tu vas mettre ?
529	**Ra**	Euh, facteur au carré
530	**En**	C'est le tout
531	**Els**	Au carré
532	**En**	A la puissance deux (elle a écrit B = $(3x - 2)^2$)
533	**Be**	C'est pas juste (d'un ton fort)
534	**En**	Très bien, **Be** remarque une excellente chose
535	**Be**	C'est pas huit x, c'est six x
536	**En**	Regardez un peu (brouhaha). Regardez un peu Il a dit, le neuf x deux, c'est le carré de trois x, et le quatre, c'est le carré de deux. Il a très bien fait, il a regardé les carrés Pour vérifier que j'ai bien factorisé, je dois voir le (elle demande une réponse collective en penchant sa tête en avant vers le groupe classe)
537	**Els**	Double produit
538	**En**	Le double produit. Le double produit, là, c'est qui ?
539	**Els**	Huit x
540	**En**	C'est deux, fois
541	**Els**	Trois
542	**En**	Trois x, fois
543	**Els**	Deux

544	**En**	Deux (elle a écrit 2 × 3x × 2). Deux fois trois x ?
545	**Els**	Six x
546	**En**	Six x fois deux ?
547	**Els**	Douze x
548	**En**	Douze x. est ce que douze x, c'est la même chose que huit x ?
549	**Els**	Non, non
550	**En**	Donc, du début, est ce que c'était une identité remarquable ?
551	**Els**	Non
552	**En**	Non. Donc, faites attention, beaucoup de fois, on vous fait des pièges On vous donne des polynômes pareils à factoriser, le double produit doit correspondre au produit des termes que vous avez mis dans les parenthèses
553	**El**	On écrit quoi ?
554	**Ma**	On écrit impossible ?
555	**En**	Ce n'est pas impo
556	**An**	Qu'est ce qu'on écrit ?
556	**En**	Ce n'est pas impossible, on ne peut pas factoriser
557	**El**	On peut mettre x (il veut dire une croix pour désigner que c'est impossible)
558	**En**	Nononon, on ne peut pas factoriser C'est clair ? Ça va ?
559	**Els**	Oui
560	**En**	Qui a des questions ? (pas de réponse) Bien **Ma**, tu passes s'il te plait au tableau Je vais vous demander de factoriser A égal, quatre x deux, moins neuf, plus, deux x, moins trois, facteur de trois x plus cinq (elle écrit en même temps qu'elle dicte $A = 4x^2 - 9 + (2x - 3)(3x + 5)$ Donc, on voit, on sait très bien comment on met en facteur, vous l'avez vu l'année dernière, on va voir comment l'appliquer maintenant
561	**Ma**	Je veux premièrement résoudre ça
562	**En**	Tu vas résoudre, il ne s'agit pas de résoudre, ici
563	**Ma**	Développer
564	**En**	On ne veut pas de développer. Notre but est de factoriser
565	**Ma**	[factoriser
566	**En**	Qui me gêne là **Ma** ?
567	**Ma**	Les parenthèses
568	**En**	Non, dans la factorisation ?
569	**Els**	Quatre x deux
570	**En**	Chuchuchu
571	**Ma**	Quatre x deux moins neuf
572	**En**	Quatre x deux moins neuf Est-ce que le quatre x deux moins neuf te rappelle quelque chose ? Tu viens de voir maintenant ? (La classe est trop bruyante) Chuchuchu, tu peux regardez ici (elle montre à **Ma** les trois formules qui sont écrites dans le coin gauche du tableau)
573	**Ma**	a plus b à la puissance deux
574	**En**	a plus b, non
575	**To**	Non, non
576	**El**	a moins b
577	**En**	Qu'est ce qui manque ici ? (elle montre $4x^2 - 9$)
578	**To**	Moi, a deux moins b deux
579	**Be**	Puissance
580	**En**	Il n'y a pas de double produit, alors c'est a deux moins b deux
581	**Els**	[a deux moins b deux
582	**En**	Qui est a deux **Ma** ?
583	**Ma**	a deux, c'est quatre x deux
584	**En**	Quatre x deux. Alors, c'est le carré de qui ?

585	**To**	Deux x
586	**En**	Chuchuchuttttttteuh
587	**Ma**	C'est le carré de deux x
588	**En**	C'est le carré de deux x Et qui est le neuf ? Le neuf c'est le carré de
589	**Ma**	Trois
590	**En**	De trois Donc, c'est deux x moins trois (**Ma** écrit $(2x – 3)^2$) Non ! Non !! Le deux x moins trois au carré, ça sera a moins b au carré Tu peux regarder ici, tu n'as pas encore appris les identités
591	**Ma**	La puissance deux (elle désigne de son doigt $(a – b)^2$)
592	**To**	Non !!!
593	**En**	Deux x moins trois à la puissance deux, tu vas avoir un double produit. Là, tu n'as pas un double produit (elle lui montre $4x^2 – 9$) Donc, viens, regarde (elle lui montre $a^2 – b^2$), c'est deux x moins trois, une fois tu mets un plus
594	**Ma**	Une fois un moins
595	**En**	Donc, c'est deux x moins trois, facteur
596	**Ma**	Deux x plus trois
597	**Els**	[deux x plus trois
598	**En**	Donc, deux plus, plus deux x, moins trois, facteur de, trois x plus cinq (elle dicte les écritures de **Ma :** A = (2x – 3)(2x + 3) + (2x – 3)(3x + 5)) Maintenant, si je veux factoriser cette expression, euh, qu'est ce qui tu cherches ? Ou bien, qu'est ce que tu remarques ?
599	**Ma**	Qu'on a deux produits
600	**En**	Qu'on a deux, deux x moins trois Alors qu'est ce que je fais ?
601	**El**	On simplifie
602	**En**	Non
603	**To**	Factoriser
604	**En**	Je veux factoriser par deux x moins trois (elle écrit = (2x – 3)) Et après ?
605	**Els**	Crochets, crochets
606	**En**	**Yo**
607	**Yo**	On met des crochets
608	**En**	J'ouvre des crochets (Elle trace [après (2x – 3)) Regardez un peu. J'ai mis le deux x moins trois, dehors, je l'ai chassé, alors je le barre légèrement (elle barre les deux binômes (2x – 3) dans l'expression A). Du premier produit, qu'est ce qui va me rester ?
609	**To**	Deux x
610	**Ma**	[Deux x plus trois
611	**En**	Deux x plus trois
612	**To**	Plus trois x, plus cinq
613	**En**	Plus
614	**Ma**	Trois x plus cinq
615	**Els**	[Trois x plus cinq
616	**En**	Trois x, plus cinq (elle a écrit = (2x – 3)[(2x + 3) + (3x + 5)]
617	**Da**	On enlève les parenthèses
618	**En**	Et maintenant, qu'est ce qu'on fait **Ma** ?
619	**Ma**	On enlève les parenthèses
620	**En**	*Vas y* Egal deux x moins trois
621	**To**	Crochet
622	**En**	(**Ma** écrit = (2x – 3)[2x + 3 + 3x + 5] Donc, elle a dit, c'est deux x moins trois, facteur de, deux x plus trois, plus, trois x plus cinq. Elle a enlevé les parenthèses Donc, c'est deux x moins trois, facteur
623	**To**	Cinq x plus huit

624	**En**	Tu la laisses ?
625	**Ma**	Cinq
626	**En**	C'est deux x plus trois x, c'est, cinq x. Trois plus cinq, c'est
627	**Ma**	Huit (elle a écrit (2x – 3)(5x + 8))
628	**En**	Est-ce qu'on peut encore factoriser ?
629	**Ma**	Non
630	**En**	Non, voilà. Merci Donc, *maintenant,* quand on va factoriser, on va aussi utiliser les identités remarquables. Donc, quand vous n'avez pas de double produit, c'est probablement, ce n'est pas toujours le cas, a deux, moins b deux
631	**Els**	[b deux
632	**En**	Par exemple, faites attention, faites attention !!! C'est une très, c'est une erreur très commune, que les élèves toujours disent, que a deux, plus, b deux est une identité remarquable. Ce n'est pas une identité, on ne peut jamais, la factoriser a deux, moins, b deux est une identité remarquable Le a, moins b, au carré, faites attention, au double produit, que si vous mettez, quand vous factorisez, vous allez vérifier (elle le dit d'un ton fort), que le double produit, que vous allez obtenir, il est identique à celui que vous avez dans, l'expression initiale C'est clair ? (3 sec pas de réponses) Bien, qui a des questions ? (3 sec d'attente) Bien, vous allez, sur votre cahier, écrire d'abord le titre, vous allez écrire (elle écrit, en dessus de 2ab dans la formule de $(a + b)^2$, double produit) **La cloche a sonné** Bien pour demain, vous allez faire, page cent soixante, numéro deux, trois, cinq, six et sept (elle écrit au tableau p.160 n° 2, 3, 5, 6, 7)

Deuxième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**An**	Cinq x, plus deux
2	**En**	Cinq x plus deux au carré (**An** écrit $(5x + 2)^2$)
3	**An**	C'est comme a plus, plus b, euh, au carré. C'est, c'est
4	**En**	Qui est le a ici ? (**An** écrit = $(5x)^2$) Trèès bien, bravo. Le a, c'est cinq x, alors a au carré, c'est tout le cinq x qui est élevé au carré, pour cela je mets des parenthèses (**An** continue le développement, il écrit $(5x)^2 + 2 \times (5x + 2)$) Fais attention, produit ça (elle montre le (+) entre 5x et 2). Deux, fois cinq x, fois deux (**An** corrige $2 \times (5x \times 2)$)
5	**An**	Plus, deux au carré (il a écrit $(5x)^2 + 2 \times (5x \times 2) + 2^2$)
6	**En**	Plus deux au carré très bien. Egale
7	**An**	Egale à, vingt cinq x au carré, plus vingt x, plus quatre (il a écrit $25x^2 + 20x + 4$)
8	**En**	Très bien, bravo Quelqu'un ne comprend pas ce développement, on fait tout à fait une application à la propriété.
9	**Mar**	M^{elle} pourquoi on a fait étape par étape ?
10	**En**	C'est plus rapide comme ça, au brouillon tu as le droit, mais au propre tu dois faire comme ça Oui (**Dav** demande la parole)
11	**Dav**	Toujours le double produit sera au milieu de, deee ?
12	**En**	Euheuh. **Dav** me propose et vous allez lui répondre, est ce que le double produit doit être toujours entre les deux carrés ?
13	**Els**	Oui
14	**Els**	non
15	**To**	Non, non (d'un ton très fort)
16	**En**	Levez la main pour répondre. Oui, **To**
17	**To**	Non
18	**En**	Pourquoi pas ?
19	**To**	Ils peuvent être avant, mais les signes doivent être

20	**En**	Donc, est ce que je peux dire
21	**To**	Si on a moins, on met, moins vingt x, plus vingt cinq x deux, plus quatre
22	**En**	Très bien, car l'addition est
23	**Be**	Ne change pas
24	**En**	Comment **Be** ? Donc, il a dit **To**, je peux mettre le vingt x au début, plus vingt cinq x deux, plus quatre. Si c'était, moins vingt x, j'aurai dit, moins vingt x, plus vingt cinq x deux, plus quatre. C'est la même chose, pourquoiii ? [Brouhaha] Levez la main
25	**Be**	C'est une addition
26	**En**	C'est une addition et une soustraction, et l'addition, je sais qu'elle est, en classe de sixièmmme, qu'est ce que vous avez appris ?
27	**Els**	euheuh
28	**En**	Com, commu, ta
29	**Mar**	Communative
30	**Be**	Commutative
31	**En**	Commutatiiiveuh. Le fait de dire, deux plus trois, ou bien trois plus deux, c'est la même chooose, la même réponse. Je peux permuter les termes, sans changer la valeur de la réponse
32	**Ro**	M^{elle}
33	**En**	Oui, **Ro**
34	**Ro**	*Pourquoi, on*
35	**En**	Parle en français
36	**Ro**	Pourquoi, pourquoi deux fois entre parenthèses cinq x, fois deux, pourquoi, euh
37	**En**	On a mis les parenthèses
38	**Ro**	Non
39	**En**	Deux fois cinq, c'est dix, fois deux
40	**Ro**	Pourquoi on ne fait pas, deux fois cinq x, dix x, fois quatre
41	**En**	Pourquoi fois quatre ? Regarde, quand tu fais toi. Regardez, il a posé une bonne question. Il me dit, pourquoi ici, deux fois cinq x, fois deux (elle montre $2 \times (5x \times 2)$). On a fait, deux fois cinq, et on ne fait plus de nouveau, deux fois deux
42	**An**	Car on a déjà multiplié
43	**En**	Voilà. **Ro**, quand tu fais deux fois trois fois quatre. Tu dis, c'est deux fois trois, c'est six. Est-ce que tu fais encore, deux fois quatre ? Ou bien tu fais, six fois quatre ? Six fois quatre (elle écrit $2 \times 3 \times 4$ et explique en traçant les flèches de distribution) C'est tout à fait la même chose, mais avec des x. Tu as compris ?
44	**An**	Mais toujours c'est la même réponse si on a
45	**En**	Si on a quoi **An** ?
46	**An**	Si on a fait deux fois quatre fois trois
47	**En**	C'est la même chose, on peut les, on peut euh, on peut les permuter, on peut les déplacer. Mais, je multiplie le facteur une seule fois, non pas deux. Car il y a partout des multiplications

Troisième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	..//.. La dernière (**Mar** écrit $(5n + 6)(5n - 6)$)
2	**Mar**	Pas de double produit
3	**En**	Pas de double produit, oui. Vingt cinq, d'accord (**Man** écrit $= 25\ x^2 - 36$) **Yo** (elle l'invite au tableau) Oui **An** (il demande la parole)
4	**An**	Comment, comment on sait si ce n'est pas une identité remarquable ?
5	**En**	En vérifiant le double produit. Donc, dans ces deux, bien sûr, il n'y a pas de double produit (elle parle des deux expressions à développer de l'exercice 7) Si tu avais, par exemple, x deux, plus neuf x, plus neuf (elle écrit $x^2 + 9x + 9$), hein. Tu as l'air que c'est un, euuhh, que c'est une identité remarquable. Tu dis ça ressemble à, a au carré, plus deux ab, plus b au carré (elle écrit sous l'expression $a^2 + 2ab + b^2$)

6	**Man**	Ça on l'écrit
7	**En**	Nononon. Ça, c'est au brouillon à part. Donc, c'est égal, le a au carré, c'est x
8	**Man**	[x
9	**En**	Au carré, son carré, c'est, xeuh **Mao**, tu suis ? Plus, qui est l'autre carré ?
10	**Els**	Neuf
11	**En**	C'est le carré de trois. Après, je dis c'est a plus b au carré (elle écrit = $(x + 3)^2$). Je fais une vérification du double produit qui est le deux ab. Donc, c'est égal a, deux, fois a, qui est x, fois b, qui est
12	**An**	Plus trois
13	**En**	Trois, donc deux fois trois, c'est six x (elle écrit 2ab = 2.x.3 = 6x) Est-ce que six x, est la même chose que, neuf x ?
14	**Els**	Non
15	**En**	Donc, ça le neuf x (elle montre 9x dans l'expression qu'elle a proposée) n'est pas un double produit, donc, x deux, plus neuf x, plus neuf, n'est pas une identité remarquable Oui **Ge** (il demande la parole)
16	**Ge**	Au propre on fait deux ab égal à deux x fois trois
17	**Be**	La vérification
18	**En**	La vérification, la vérification, vous la faites au brouillon, seulement
19	**An**	Quand elle n'est pas une identité remarquable, on dit, euh
20	**En**	Vous dites, ce n'est pas une identité remarquable
21	**An**	Et on la résout pas ?
22	**En**	Non, mais ne dites pas c'est impossible, **Chr** (il ne suit pas) car, l'année prochaine, vous allez apprendre comment factoriser une telle expression Oui, **Mao** (il demande la parole)
23	**Mao**	On met une racine carrée, M$^{\text{elle}}$
24	**En**	On va voir

Min 36 sec 27

1	**En**	Grand d, majuscule *Vas-y* (il écrit D – $3(x – 1)^2 – 4(2x + 1)^2$) Moins quatre facteur deux x plus un au carré Oui, qu'est ce que tu as de remarquable ?
2	**Da**	x moins un au carré
3	**En**	Voilà
4	**Da**	Si on enlève le deux dehors
5	**En**	Nonon, tu vas enlever le deux dehors, pourquoi ?
6	**To**	Non !!
7	**En**	Laissez-le Donc, par quoi tu penses commencer ?
8	**Da**	Euh, par, euh, les parenthèses ?
9	**En**	Par les parenthèses. Donc, qui tu vas laisser de côté pour le moment ?
10	**Da**	Trois et quatre
11	**En**	Très bien, allez-y Donc, c'est trois, je le laisse. Et qui je développe ?
12	**Da**	x moins un au carré
13	**En**	Et combien
14	**Da**	x au carré
15	**En**	Voilà, très bien
16	**Da**	Moins deux, fois x, fois, un
17	**En**	Oui
18	**Da**	Moins un (il a écrit = $3(x^2 – 2 \times x \times 1 – 1)$ (E)
19	**En**	Pourquoi moins un ? C'est a deux, moins deux ab (elle attend une réponse de **Da**)
20	**Da**	Plus un (il corrige le -1 en +1)
21	**En**	Plus b deux, d'accord. Non pas un
22	**Da**	Un au carré (il ajoute la puissance 2 à + 1) moins quatre

23	**En**	D'accord
24	**Da**	Facteur de, deux x deux (il écrit à la suite de (E), $-4(2x^2$)
25	**En**	Heihein, faites attention.
26	**Els**	Non, non
27	**En**	Laissez-le. Qui est le a ?
28	**To**	Moi, moi
29	**En**	Lui il va la corriger. Ici, fais attention, tu as deux plus un au carré. Qui est ton a ?
30	**Da**	Deux x.
31	**En**	Alors le a au carré que sera-t-il ? a au carré, c'est (elle écrit $a^2 =$), tu as dis que le a c'était (pas de réponse) Mais le a ici, c'était quoi ?
32	**Da**	Deux x
33	**En**	Deux x. alors le deux x au carré (elle a écrit $a^2 = 2x^2$). Il y a quelque chose qui manque
34	**Els**	Moi, moi
35	**Da**	Entre parenthèses
36	**En**	Très bien, bravo (elle a écrit $a^2 = (2x)^2$)
37	**To**	Quatre x deux
38	**En**	Bravo. Donc, vous avez le droit de l'écrire directement quatre x au carré. Ok, *maintenant*, ceux qui travaillent étape par étape, ce qui est le pluuus préférable, vous mettez entre parenthèses. Oui, To (il demande la parole)
39	**To**	Si on met directement la réponse, on aura des points ?
40	**En**	La réponse finale ?
41	**To**	Non. A la place des parenthèses (il lui montre de sa place $(2x)^2$)
42	**En**	Là, quatre x deux.
43	**To**	Oui tu as le droit
44	**Da**	Plus
45	**En**	Oui Oui, **Ro**
46	**Ro**	On ne peut pas écrire directement x moins un, exposant deux, on peut écrire x deux, plus un ?
47	**En**	Est-ce que x moins un exposant deux, c'est, x plus un ?
48	**Ro**	Non, x carré, plus un
49	**En**	Ah ! Faites attention à cette question. Il me demande, est ce que x moins un au carré, c'est x au carré, plus un ?
50	**Els**	Oui
51	**Els**	Non
52	**En**	Comment oui ? Le x moins un au carré, c'est a moins b
53	**DaH**	Au carré
54	**En**	Tu as le a au carré, plus le b au carré, et qu'est ce qui manque ?
55	**Da**	Le double produit
56	**Els**	Le double produit
57	**En**	Le double produit, très bien **Da.** Avant, si tu avais, x moins un, facteur de x plus un
58	**Da**	*Celle là, on la fait comme ça*
59	**En**	C'est a moins b facteur de a plus b, c'est a deux, moins b deux (elle écrit en même temps qu'elle dicte la formule $(x – 1)(x + 1) = x^2 – 1$)
60	**Ro**	*On confond* a moins b
61	**En**	Vous faisiez faux (**Da** continue le développement de $(2x + 1)^2$, il écrit $4[(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2]$ Oui, **Yo**
62	**Yo**	M[elle], on ne peut pas faire premièrement, euh, euh, trois fois x, euh, puis on continue ?
63	**En**	Il me demaaaaande une trèès bonnnne question. Il me pose une très bonne question. Est-ce que je peux dire, c'est trois x, moins, trois, le tout au carré ? (elle écrit $(3x – 3)^2$) [Brouhaha] Levez la main pour répondre. Qui dit oui ? Deux disent oui. Qui dit non ? (5 doigts se lèvent) Et les autres, ni oui, ni non ? [Brouhaha] Sans crier, sans crier
64	**Be**	Quelle est la question ?

65	**En**	Est-ce que le trois facteur de x moins un au carré, peut s'écrire, trois moins trois au carré ? (elle écrit $3(x-1)^2 = (3x-3)^2$)
66	**Els**	Non, non
67	**Els**	Si, si
68	**En**	(des doigts se lèvent) Oui, **Dah**
69	**Dah**	On change le double produit
70	**En**	Le double produit va changer, d'accord. Et autre ? **Chr**
71	**Chr**	a moins b au carré, c'est, a au carré, moins deuuux
72	**En**	Moins deux x, fois, un **An**
73	**An**	Si on la calcule, on n'aura pas la même réponse
74	**En**	D'accord, pourquoi on n'aura pas la même réponse ? (d'un ton fort)
75	**An**	Trois x au carré sera neuf x deux
76	**En**	Très bien, **An**. Lorsque moi je fais trois x moins trois au carré, le trois x sera élevé au carré, donc, ça va devenir, neuf (elle écrit 9 sous 3x dans $(3x-3)^2$). Tandis que là (elle montre $3(x-1)^2$), il est gardé trois. Excellent. Moi je vais garder cela pour une question payée à poser après (elle donne des points en bonus) [Brouhaha] Levez la main pour parler. Oui, **Mi**
77	**Mi**	Si on a trois x moins trois au carré, sans les parenthèses, seulement le carré, va être sur le trois ?
78	**En**	Trois x, moins trois au carré (elle écrit $3x-3^2$)
79	**Mi**	Oui. Elle peut être seulement sur le trois ?
80	**En**	Pour le trois seulement, oui
81	**Yo**	M$^{\text{elle}}$
82	**En**	Oui, **Yo**
83	**Yo**	Je veux avoir les points
84	**En**	Je n'ai pas encore posé la question. Quand je la pose, si vous répondez juste, vous aurez les points. (Pendant tout ce temps, **Da** a travaillé seul au tableau $D = 3(x-1)^2 - 4(2x+1)^2$ $= 3(x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 4[(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2)$ $= 3(x^2 - 2x + 1 - 4(4x^2 + 4x + 1)$ $= 3x^2 - 6x + 3 - 16x^2 - 16x - 4$) Donc, c'est trois x deux, moins six x, plus trois
85	**Da**	Moins douze
86	**En**	*Non*, quatre fois quatre
87	**Ha**	Seize
88	**En**	Moins seize
89	**Da**	Moins seize x (il a écrit $= 3x^2 - 6x + 3 - 16x^2 - 16x - 4$
90	**En**	Fais un peu vite. Par qui je commence ?
91	**Da**	Trois x deux, moins, seize
92	**En**	Oui, c'est combien ?
93	**Da**	Moins, euh, treize
94	**En**	Moins treize x deux
95	**Da**	Moins six x, moins seize x, moins diiix
96	**En**	Fais attention
97	**Da**	Heuh, moins, vingt, vingt quatre ?
98	**Yo**	Vingt deux
99	**En**	Moins vingt deux x.
100	**Da**	Plus trois, moins, quatre, moins un (il a écrit $= -13x^2 - 22x - 1$)
101	**En**	D'accord, merci

Quatrième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

Passage à un travail sur la factorisation

Nous lisons dans le livre à la page 161 (nous avons reproduit l'écriture comme elle est représentée) « **<u>Factoriser</u>**
….en reconnaissant un facteur commun
Dans les exercices **15** à **18**, factoriser chaque expression algébrique proposée»

Min 20 Exercice 15

1	**En**	Allez-y, suivant, le numéro quinze C'est **Na** (il passe au tableau) Donc, **Na**, tu nous fais le quinze, tu nous lis la consigne
2	**Na**	(Il écrit : <u>p161 n^o 15</u>, puis lit la consigne à haute voix) « Dans les exercices quinze à dix huit, factoriser chaque expression algébrique proposée »
3	**En**	Factoriser les expressions, commence
4	**Na**	x deux plus trois x (il écrit en même temps $x^2 + 3x$)
5	**En**	Oui
6	**Na**	Egal, x facteur de, x plus trois (il écrit à la suite = $x(x + 3)$)
7	**En**	Très bien Là, le facteur qui est dans les deux termes, qui se répète, c'est le (elle adresse la parole à **Na**)
8	**Na**	x
9	**En**	x, alors je le chasse dehors Bien, b)
10	**Na**	(il écrit b) $5x^2 + 10x = x(\quad)$ x
11	**En**	Tu as dit par x, et qui encore ? Autre que x **Na** ?
12	**El**	Madame, c'est le c)
13	**En**	Laissez le Le x, d'accord
14	**Na**	[cinq, cinq
15	**En**	Le cinq, très bien. Donc, c'est cinq x C'est le c) (**Na** a fait l'expression c) à la place de b))
16	**Na**	(il corrige c) à la place de b)) cinq (il ajoute cinq devant le x déjà écrit en facteur)
17	**En**	Oui
18	**Na**	Plus deux (il écrit $5x(x + 2)$)
19	**En**	Plus deux. Fais le b) maintenant (il écrit $y^2 – 4y = (y\quad)$ Qui se répète là ?
20	**Na**	y
21	**En**	Donc y, et pourquoi les parenthèses ? (**Na** efface la parenthèse avant y et la trace après)
22	**Na**	y plus quatre
23	**En**	y
24	**Els**	[moins
25	**Na**	Moins quatre (il écrit $y(y – 4)$)
26	**En**	Très bien, tu effaces la deuxième colonne **Ra** tu viens continuer ? Euh, d)
27	**Ra**	Vingt et un z moins sept z deux (il écrit $21z – 7z^2$)
28	**En**	Par qui tu factorises ?
29	**El**	Sept
30	**Ra**	Par sept
31	**En**	Sept et qui encore ?
32	**Ra**	Euh, vingt et un, euh, trois
33	**En**	Donc, le vingt et un et le sept tu les a factorisé par
34	**Da**	Deux
35	**En**	Laissez le (d'une voix autoritaire)
36	**Ra**	Par sept
37	**En**	Par sept, et qui encore, tu
38	**Ra**	z, par sept z

39	**En**	Sept z
40	**Ra**	Facteur de trois moins z (il écrit = 7z (3 – z))
41	**En**	Moins z, très bien (Un bruit s'entend) Chuchuchcheuh, je ne veux pas de bruit e), (**Ra** écrit e) $3x^2 + 9x = 3x (x + 3)$) Bien, par qui tu factorises? Par trois x, très bien f), **Ma** tu te prépares ? (**Ra** écrit f) $14t + 35t^2$) Le quatorze et le
42	**Ra**	[trente cinq
43	**En**	Par
44	**Ra**	Par sept
45	**En**	Par sept, très bien (**Ra** écrit 7(et s'arrête)
46	**To**	Par sept t (**Ra** écrit 7t(2 + 5t))
47	**En**	D'accord, merci, **Ma Ma** numéro seize (**Ma** passe au tableau accompagnée de son livre duquel elle copie au tableau la première expression du numéro 16 sans parler Elle écrit A= (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4)) **Ma** tu as ici, aussi à
48	**Da**	[factoriser
49	**En**	A, factoriser, très bien Qui est ici le facteur qui se répète ?
50	**Ma**	x plus quatre
51	**En**	x plus quatre, donc, je chasse le x plus quatre (elle barre légèrement (x + 4)) Qu'est ce qui va me rester ?
52	**Ma**	Euh
53	**En**	Oui, quand je chasse le x plus quatre, je le barre légèrement, du premier produit. il va me rester
54	**Ma**	Euh, x moins deux (elle écrit A = (x + 4)(x – 2))
55	**En**	x moins deux
56	**Ma**	Plus trois (elle écrit A =(x + 4)(x – 2) + 3)
57	**En**	Et comment tu écris le x moins deux ?
58	**Be**	Il faut des parenthèses
59	**En**	x moins deux plus trois, alors, qu'est ce que je dois ajouter là **Ma** ? (elle montre la partie entre (x + 4) et (x – 2))
60	**Be**	Parenthèses
61	**Da**	Crochets
62	**Ma**	Crochets
63	**En**	Des crochets, mets tes crochets (**Ma** trace les crochets en rouge ainsi A = [(x + 4) (x – 2) + 3]) Où tu mets les crochets (d'un ton fort) (**Ma** la regarde ne sachant quoi faire, alors l'**En** efface le premier crochet et le trace ainsi A = (x + 4) [(x – 2) + 3]) Oui, d'accord
64	**Da**	On peut mettre
65	**En**	Chuchucchutttt
66	**Ma**	Euh, plus euh, plus x plus un (elle écrit A = (x + 4)(x + 1))
67	**En**	Donc, c'est x plus quatre, facteur de x plus un B égal (**Ma** recopie la deuxième expression B = (x + 1)(x + 3) – 5(x + 3)) **An** tu suis ? Bien, qui
68	**Ma**	[le facteur commun, x plus trois
69	**En**	Le facteur commun, x plus trois
70	**Ma**	Euh, x plus un, moins cinq (elle écrit = (x + 3)[(x + 1) – 5]
71	**En**	Chuchu, **Ca**, tu suis ? Tiens toi comme il faut.
72	**Ma**	x plus trois, x moins quatre
73	**En**	Donc, c'est x plus trois, facteur de x moins quatre Très bien **Ri**, c'est ton tour

		(**Ri** passe au tableau) Tu continues le numéro seize. Tu effaces la première colonne Faites attention ceux qui nous dépassent, il faut vérifier
74	**Els**	oui, oui
75	**En**	Que votre travail est juste (**Ri** écrit C = $(x + 7)^2 + 3(x + 7)$)
76	**Ri**	x plus sept facteur commun
77	**En**	x plus sept facteur commun **An** tu suis ? ((**Ri** travaille en silence et ses écrits sont $C = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$ $= (x + 7)[(x + 7) + 3]$ $= (x + 7)(x + 10)$) Très bien. D
78	**Ha**	Pourquoi en A, on a barré ?
79	**En**	Pourquoi en A, on a barré et ça (elle montre C) on n'a pas barré ? Ça, lorsqu'on a factorisé par x plus quatre, pour faire attention de ne plus le remettre entre les crochets, on le barre légèrement Donc, il nous reste pour le crochet, x moins deux, plus trois (elle explique sur A qui est toujours au tableau). Légèrement et non pas vous le barrer pour ne plus comprendre (Pendant ce temps **Ri** travaille seule au tableau : $D = (x + 5)^2 – (x + 5)$ $= (x + 5)[(x + 5) – 1]$
80	**Ri**	Moins un
81	**En**	Très bien, pourquoi moins un ?
82	**Ri**	Car il n'y a plus de facteur autre que un
83	**En**	Car il n'y a plus de facteur autre que le un Faites attention à l'erreur que vous me commettez toujours (pendant ce temps **Ri** finit son travail par = $(x + 5)(x + 4)$) Merci très bien Regardez tous, faites attention
84	**Da**	[dans le D, si on n'a pas le moins un c'est faux ?
85	**En**	Bien sûr c'est faux. Regardez un peu, lorsque, lorsque vous avez factorisé par x plus cinq, on barre légèrement le x plus cinq (elle barre $(x + 5)$ dans $A = (x + 5)^2 – (x + 5)$) Donc, là (elle montre $(x + 5)^2$) j'en ai deux, j'ai mis un dehors, il va me rester x plus cinq. Là (elle montre $(x + 5)$) le x plus cinq, je l'ai barré, car il est deve, je l'ai chassé dehors, à sa place, il ne me reste pas rien, faites attention, ni zéro, il n'y a pas de rien en math, le x plus cinq, c'est comme si je l'avais une seule fois. Donc, lorsque je l'ai chassé dehors, à sa place, il va me rester un Ce n'est pas zéro, faites attention !!!! Oui **Mi** (il lève son doigt pour parler)
86	**Mic**	Pourquoi, pour le x plus sept, il n'y a pas un dans les parenthèses ? (il parle de $C = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$)
87	**En**	Ah !! Regardez là, il me pose une question. Là, à la place de x plus sept, quand on l'a chassé, pourquoi on n'a pas mis un ? Mais, j'ai le trois fois x plus sept, donc, il me reste trois Tu as compris ? Tandis que là, je n'ai rien, je l'ai, je l'ai une seule fois le x plus cinq (elle montre D), donc, c'est x plus cinq fois un. Là (elle montre C), j'ai trois fois x plus sept, tu chasses le x plus sept, à sa place, il te reste trois. Là, tu chasses le x plus cinq, à sa place, il te reste un Donc, si tu avais là (elle montre $(x + 5)$ de D) deux, il te reste (elle attend la réponse de **Mic**)
88	**Mic**	Deux
89	**En**	Deux. Tu n'as rien, c'est comme si tu as un, un. D'accord Oui **An** (qui demande la parole)
90	**An**	Pourquoi on n'a pas continuer x plus cinq, x plus quatre ? (il parle de $D = (x + 5)(x + 4)$)
91	**En**	Pourquoi on ne peut pas continuer x plus cinq, x plus quatre ? Comment tu penses continuer ? [Brouhaha] Chuchuchcut. La question c'était quoi ?

93	**An**	Factoriser les
94	**En**	[factoriser. Et toi, x deux plus quatre x plus etc, qu'est ce que tu fais ?
95	**Els**	Développement
96	**En**	Développer, voilà *Allez-y*, suivante Oui **Ra** ((qui demande la parole)
97	**Ra**	Je n'ai pas compris le D
98	**En**	Le D. Donc, je répète le D pour ceux qui n'ont pas compris Donc, là, j'ai x plus cinq au carré, c'est comme si tu as x plus cinq, facteur de, x plus cinq (elle écrit par dessus le $(x + 5)^2$, (x + 5)(x + 5)). Donc, je l'ai deux fois, moins x plus cinq. Le terme qui se répète, c'est le, x plus cinq. Je le chasse, je le mets dehors, et je le barre une fois de chaque produit (elle barre la puissance 2, un (x + 5) de (x + 5)(x + 5) et le (x + 5) après le signe (–)). Là, tu l'avais deux fois, tu l'as barré une fois, il va te rester dans les crochets, x plus cinq. Je continue, moins, là, le x plus cinq, il a été chassé, ok, à sa place, il ne me reste pas rien, le x plus cinq seul, c'est comme si tu as x plus cinq fois, un (elle écrit à côté de (x + 5), × 1) Donc, quand tu le chasses, à sa place, il va rester le un. Hein
99	**To**	Demoiselle, on fait quoi après le vingt cinq ?
100	**En**	Vingt sept, vingt huit (**Mi** au tableau, elle travaille en silence E = (x + 2)(x + 3) + (x + 2)(4x – 1) = (x + 2)[(x + 3) + (4x – 1)]) chuchut, là bas, vous ne travaillez pas, les deux, derrière. **Ch** et **Ca**
101	**Be**	x moins deux
102	**Da**	*Oui, c'est faux,* moins deux
103	**En**	Tu as x moins deux, prenez juste la donnée, c'est x moins deux Et le facteur qui sera commun dehors, c'est quoi ?
104	**Mi**	x moins deux
105	**En**	Donc tu effaces (**Mi** efface les (+) devant 2 et trace un (–)) Faites attention. A l'examen, celui qui prend une donnée fausse et il travaille juste selon cette donnée, il aura un zéro (elle parle d'un ton autoritaire) (**Mi** continue son travail = (x + 2)(x + 3 + 4x – 1) = (x + 2)(5x + 4))
106	**To**	Plus deux
107	**En**	Fais attention **Mi**, tu as plus trois, moins un, trois moins un ?
108	**Mi**	Deux (elle efface 4 et le remplace par 2 : = (x + 2)(5x + 2)) Elle passe en silence à la deuxième expression F = (2x + 1)(3x + 4) – (x + 7)(2x + 1) = (2x + 1)[(3x + 4) – (x + 7)] = (2x + 1)(3x + 4 – x – 7) = (2x + 1)(+2x – 3)) Très bien, bravo **Mi** *Allez y* **Ca**, c'est ton tour. **Ca** fait la troisième du numéro dix sept et la première du numéro dix huit (**Ca** passe au tableau) G (**Ca** travaille en silence, elle écrit G = (5x – 3)(2x – 5) –x(5x – 3) = (5x – 3)[(2x – 5) –x] = (5x – 3)(x – 5)) Oui, **Ra**
109	**Ra**	Quel numéro après le vingt deux ?
110	**En**	Après le vingt deux, vingt quatre, vingt cinq Très bien, H Donc ici, elle a directement donné la réponse (elle examine le travail de **Ca** pour G) C'est deux x moins cinq moins x, deux x moins x, c'est x. Moins cinq (elle passe dans les rangs pour examiner les cahiers pendant que **Ca** travaille en silence au tableau, elle écrit H = $(5x + 2)^2$ + (5x + 2)(x – 1) = (5x + 2)[(5x + 2) + (x – 1)] = (5x + 2)(6x + 1)) Oui, **Yo**
111	**Yo**	Je peux vous poser une question (il lui demande de s'approcher de lui)

112	**En**	Oui, tu peux me poser une question
113	**Yo**	x deux moins six x plus neuf (il travaille devant lui avec son camarade le numéro 20), c'est trois x
114	**En**	[non
115	**Yo**	Faux
116	**En**	Réfléchis, je ne veux pas t'aider (La classe est trop bruyante) Chuchuchu (Elle retourne au tableau et examine le travaille de **Ca**) Très bien, bravo. Suivant, **Ab**, numéro dix huit, passe le continuer Oui, **To**
117	**To**	Dans le numéro vingt deux, on
118	**En**	[dans le numéro vingt deux, Ah !!! Je ne veux pas vous aider, c'est à vous de savoir
119	**To**	Madame. On veut s'assurer c'est tout
120	**En**	Tu veux t'assurer. Montre moi **Be** (il travaille seul)
121	**Be**	Je vais la continuer (il s'agit de la factorisation de $(x – 2)^2 – 9$)
122	**En**	Montre-la moi entière
123	**Be**	C'est bon, c'est bon, on ajoute et on
124	**En**	[non
125	**Be**	Demoiselle, *une seconde, une seconde* (l'**En** voulait retourner au tableau, il lui montre son cahier (x + 2 + 3)(x +2 – 3))
126	**En**	Bravo, très bien, ne la dis à personne
127	**To**	*Du* 22, *laquelle* ?
128	**En**	*Elles sont toutes pareilles*, premièr. **Be** l'a su. Allez-y les autres, grattez vous la matière grise
129	**Ab**	J'efface
130	**En**	Oui, efface (la classe est trop bruyante) Chuchuchuttt, derrière **Ma**, chuchuchu, hé, hé vous faites du bruit, chut (**Ab** écrit I = $(7x + 2)^2 – 3x(7x + 2)$ = 7x + 2 [7x + 2 – 3x)
131	**To**	Oui, *une va être* plus, *une va être* moins (il parle toujours de l'exercice 22 et montre son cahier à l'**En**)
132	**En**	Chuchuchuttt. Oui, c'est juste, comme ça c'est juste, très bien (on lit $(x – 2)^2 – 9$ = [(x + 2) + 3)][(x +2) – 3]) (elle corrige le n° 22 pour **Be**) Donc, là, on va voir **Ab,** ce qu'il est en train de faire (elle retourne au tableau) D'abord, **Ab**, (il a écrit = 7x + 2[7x + 2 -3x)) il y a, les pa, ren, thè, ses qui te manquent, tu as moins trois x, comme ça. (elle trace les parenthèses et le crochet de fermeture qui manquent dans le travail d'**Ab** = (7x + 2)[(7x + 2) – 3x]) Egal (**Ab** continue = (7x + 2)(4x + 2)) Bien, regardez tous ici. Posez les crayons et suivez. On revient au numéro dix huit I On revient au dix huit I, posez tous les crayons et suivez On a sept x plus deux, facteur de quatre x plus deux. Mais, on est censé, factoriser. Est-ce que je peux encore factoriser ? **Ab,** personne ne répond maintenant (elle parle d'un ton ferme) est ce qu'il y a lieu encore à une factorisation ?
133	**Be**	*Oui, oui, il y a* deux
134	**En**	chuchuchcuttt
135	**Ab**	*Il y a* deux
136	**En**	Quel deux ? Ce deux et ce deux, tu vas les factoriser ? (elle lui montre les 2 de chaque facteur (7x + 2)(4x + 2))
137	**Ab**	Non
138	**En**	Non
139	**Ab**	x, x
140	**En**	Ce x, et ce x (elle montre les x de chaque facteur (7x + 2)(4x + 2)) On a le droit ?
141	**Ab**	Non
142	**En**	Non Donc, là, je n'ai plus le droit, il y a le sept x plus deux facteur de quatre x plus deux, il a essayé de factoriser pas x, ça ne marche pas, par ce deux et ce deux
143	**Be**	Non

144	**En**	J'ai envie de voir d'autres doigts (quelques élèves lèvent le doigt pour donner une réponse) **Ch**
145	**Ch**	x plus deux
146	**En**	x plus deux. Il n'y a pas de x plus deux **Ra**
147	**Be**	[Deux, facteur de deux plus
148	**Ra**	[Deux, facteur de euh, sept x plus deux, euh, facteur de, deux x plus un
149	**En**	Très bien. Donc, quel facteur tu as factorisé encore ?
150	**Els**	Deux
151	**En**	On a factorisé par deux. Mais, qui ?
152	**Els**	(inaudible)
153	**En**	Je suis entrain de m'adresser à **Ra**, qui tu as
154	**Ra**	[quatre x plus deux
155	**En**	Voilà, le quatre x plus deux, je peux le factoriser par deux. Mais on sait, on sait très bien, que lorsqu'on factorise par un nombre, ce nombre doit être mis où ?
156	**To**	Au début
157	**En**	Au début du, du produit Le sept x plus deux, est ce que je l'ai factorisé ?
158	**Els**	Non !!
159	**En**	Non, donc, il reste intact. **Ma**, tu te tiens comme il faut Et le quatre x plus deux, va devenir, oui **Ca** Chuchuchcutt, attendez, deux x
160	**Ca**	Deux
161	**Ab**	Deux x plus un (il écrit = 2(7x + 2)(2x + 1))
162	**En**	Voilà, bien J (**Ab** écrit J = 5x(x + 1) – (x + 1)^2 (x + 1)[5x – x + 1]
163	**Ma**	Mademoiselle, le M, *il n'y a pas une faute* (il parle de (x – 2)^2 – 9)
164	**Be**	Non, non, *elle n'est pas fausse*
165	**Ma**	*Si elle est fausse, tu ne peux pas la* factoriser
166	**En**	Moi, je ne sais pas, je suis encore au numéro dix huit (20 sec) Chuchuchuttttt. *Allez y* les autres, ceux qui sont au numéro 22, grattez vous un peu la tête (la classe est trop bruyante, des voix s'entendent sur la factorisation du numéro 22) Chuchuchuttttt. (16 sec plus tard, elle s'approche de **Ab**) Fais attention, ici, tu as un moins, tu as cinq x, moins x plus un (elle trace les parenthèses pour x + 1 : (x + 1)[5x – (x + 1)]) Egal, où sont les (=) **Ab** ? (elle les trace aussi)
167	**To**	Mademoiselle, on fait
168	**En**	[Chuchuchuttttt. Qu'est ce qu'on peut faire ?
169	**To**	On peut changer le signe dans les parenthèses ?
170	**En**	Je ne sais pas, je suis encore au numéro dix huit (Elle examine le travail de **Ab** qui a écrit en dernière ligne = (x + 1)[4x – 1]) Très bien Bien, suivant. **Da** et **Be** (**Da** passe au tableau sans son livre) Où est ton livre ? (brouhaha) *Ok*, regardez, si vous allez travaillez avec ce bruit, vraiment, je vais punir. En silence (avec un ton ferme) **Da** efface le numéro dix huit, le G et le H (Elle retourne à l'écriture de **Ab**, qui est en tout : J = 5x(x + 1) – (x + 1)^2 **=** (x + 1)[5x – (x + 1)] (L2) = (x + 1)(4x – 1) (L3)) Là (elle montre (L2)) **Ab**, il a sauté une étape. Il fallait écrire, cinq x, moins x, moins un (elle écrit entre les deux lignes (L2) et (L3), 5x – x – 1) J'enlève les parenthèses, sans changer, en changeant les signes
171	**Da**	Numéro dix neuf
172	**En**	Numéro dix neuf Quelle est la consigne du numéro dix neuf **Da** ?
173	**Da**	(Il lit la consigne)

		« Dans les exercices dix neuf à vingt deux, factoriser chaque expression algébrique proposée ».
174	**En**	D’accord (**Da** écrit n° 19) A = $x^2 + 4x + 4$ = et il s’arrête) x deux, plus quatre x, plus quatre
175	**Da**	C’est x
176	**En**	Hem, ça ressemble à quoi ?
177	**Da**	Ça ressemble à
178	**En**	chuchuchu
179	**Da**	A, a deux plus b deux
180	**En**	a deux plus b deux ? Et le quatre a, et leeeeeee, où est le a deux ? Où est le b deux ? Montre les moi. C’est a deux, plus
181	**Da**	b deux
182	**En**	Deux ab, plus
183	**Da**	b deux
184	**En**	b deux. Et ça, c’est quoi ça ? (elle montre 4x)
185	**Be**	Euh, double produit
186	**En**	Double produit Quelle est la factorisation de a deux, plus deux ab, plus b deux ?
187	**Da**	x, euh, x, x plus deux au carré
188	**En**	C’est x plus deux, chuchuchu,
189	**Be**	Le tout au carré
190	**En**	Le tout au carré (**Da** écrit $(x + 2)^2$) Mais, j’ai insisté sur une chose, moi, quand j’ai expliqué cette factorisation. Qui se rappelle ?
191	**Be**	Moi
192	**En**	Levez la main pour répondre. Quand vous êtes
193	**Be**	[On doit vérifier le double produit
194	**En**	[de, factoriser en identité remarquable, **Ra**
195	**Ra**	On va vérifier le double produit
196	**En**	On va vérifier le double produit au brouillon
197	**Da**	Deux, fois x, c’est deux x, fois deux, c’est quatre x
198	**En**	C’est juste
199	**Da**	[c’est juste
200	**En**	Très bien, **Da** Bien, B égal (**Da** écrit B = $x^2 – 64$)
201	**Da**	x deux, moins, soixante quatre (il écrit B = $x^2 – 64$)
202	**En**	x deux, moins soixante quatre, c’est quoi ça ?
203	**Da**	Ça ressemble à a
204	**Ra**	a deux moins b deux
205	**En**	Chuchuchu
206	**Da**	a deux
207	**En**	a deux
208	**Da**	Moins deux ab
209	**En**	Où est le deux ab, là ?
210	**Da**	Ça ressemble à a deux
211	**En**	a deux
212	**Da**	Moins, b deux
213	**En**	a deux, moins b deux. Quelle est la factorisation de a deux, moins b deux ?
214	**Da**	x moins huit
215	**En**	x moins huit
216	**Da**	Le tout au carré (il écrit $(x – 8)^2$)
217	**En**	x moins huit le tout au carré. Regardez, est ce que c’est juste ?

218	**Be**	Non
219	**Da**	x deux, moins, huit fois huit, soixante quatre
220	**En**	Est-ce que c'est a moins b au carré ? a moins b au carré, c'est a deux, moins b deux ? (elle écrit $(a – b)^2 = a^2 – b^2$)
221	**Els**	a moins b, facteur de a plus b
222	**En**	Chuchuchu. Quelle est la factorisation de a deux, moins b deux, **Da**
223	**Da**	x
224	**En**	Dis moi. Tu as a deux moins b deux ? (elle écrit $a^2 – b^2 =$) Comment tu la factorises ?
225	**Da**	a
226	**En**	*Oui*
227	**Da**	Moins b
228	**En**	*Oui*
229	**Da**	Moins
230	**En**	a moins b (elle écrit $(a – b)$)
231	**Els**	Facteur de a plus b
232	**Da**	Le tout au carré
233	**En**	Le tout au carré. Il vaut mieux revoir ton cours à la maison. **Ra** comment on la factorise ?
234	**Els**	a moins b facteur de a plus b
235	**En**	a moins b facteur de a plus b (elle a écrit en tout $a^2 – b^2 = (a – b)(a +b)$) **La cloche a sonné** Qui est le a ?
236	**Els**	x moins huit facteur de x plus huit
237	**En**	x moins huiiit, facteur deee, x plus huit (Elle écrit après $x^2 – 64 = (x – 8)(x + 8)$) Prenez la préparation pour lundi ? (Elle note au tableau p 160 n° 19-20-21-22-23-24-25) Numéro dix neuf, vous le continuez

Cinquième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	Mettez les préparations devant vous Euuuh ! Qui était le dernier au tableau ? (elle entend quelqu'un dire c'est le tour de **Ra**) C'est le tour de **Ra**, allez-y On avait commencé le numéro dix neuf. On a fait les deux premières, A et B. **To**, tu te tais s'il te plait ? (**Ra** écrit : N° 19) $C = y^2 – 2y + 1$ $= (y – 1)^2$) Très bien **Ra**, y deux, moins deux y, plus un, chuchuchut, c'est y moins un au carré D (elle fait signe à **Ra** de passer à l'expression suivante D, il écrit : $D = y^2 – 81$ $= (y – 9)(y + 9)$
2	**Bec**	M[elle], est ce que vous pouvez répétez ?
3	**En**	Oui, je vais répéter. **Be**, tu n'avais pas compris comment faire ? Merci **Ra** Suivez un peu Donc, j'avais, y deux, moins deux y, plus un. Donc, j'ai à factoriser, il y a du bruit. J'ai à factoriser, donc, je remarque, plutôt, j'essaye de factoriser par y, je ne peux pas, car le un ne contient pas de y. J'essaye de factoriser par un nombre, je ne peux pas, car j'ai là, un y deux et un (elle montre y^2 et 1 de l'expression C), tandis que là, j'ai moins deux y (elle montre -2y toujours dans C). Donc, je ne peux pas suivant les méthodes traditionnelles Mais je remarque très bien, que le y deux, moins deux y, plus un, ressemble à a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit $a^2 – 2ab + b^2$ par dessus l'expression $y^2 – 2y + 1$ écrite par **Ra**) et la factorisation de, a deux, moins deux ab, plus b deux, c'est égale à, a moins b, au carré (elle continue à écrire en dictant $= (a – b)^2$) Je cherche les carrés, les carrés ici, sont (elle penche la tête en avant pour pousser les élèves à répondre)
4	**Els**	y deux
5	**En**	y deux et ?
6	**Els**	Un

7	**En**	Un. Le y deux, c'est le carré de y, et le un, c'est le carré de
8	**Els**	[un
9	**En**	[un. Pour savoir, si entre les deux, il y a un plus, ou un moins, je regarde le signe du double produit, c'est moins, donc, entre les deux, j'ai un moins, et je n'oublie pas de mettre les parenthèses et d'élever au carré
10	**Mar**	Si ce, si ce n'était pas une identité remarquable, on ne peut rien faire
11	**En**	On ne peut rien faire, si j'avais là, y deux moins trois y (elle écrit 3y dans l'expression C par-dessus 2y) plus un, je dis, ce n'est pas une identité remarquable Bien, le y deux moins quatre vingt et un, ça ressemble à a au carré, moins, b au carré, sa factorisation c'est a moins b, facteur de a plus b (elle écrit par-dessus l'expression D $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$). Le y deux c'est le carré de y, et le quatre vingt et un, c'est le carré de neuf Ça va ?
12	**Els**	Oui
13	**En**	Bien Le numéro vingt, **An,** tu l'as fait ?
14	**An**	Oui
15	**En**	Passe (elle invite **An** au tableau et il lit la consigne qui est la même pour les exercices 19 à 22)
16	**An**	« Dans les exercices 19 à 22, factoriser chaque expression algébrique proposée »
17	**En**	D'accord
18	**An**	x deux moins six x plus neuf, euh (il écrit : N° 20) $E = x^2 - 6x + 9$)
19	**En**	Qu'est ce que tu cherches ?
20	**An**	Comme a moins b au carré
21	**En**	a moins b au carré. Qui est le a ?
22	**An**	Le a, c'est x
23	**En**	Et le b ?
24	**Ha**	Neuf
25	**En**	Chuttttt Qui est l'autre carré ?
26	**An**	Neuf
27	**En**	Neuf, est le carré de quoi ? (pas de réponse de **An**) De qui ?
28	**An**	(5 sec de silence) Neuf c'est, c'est comme b au carré
29	**En**	Voilà, et qui est le, le, le nombre élevé au carré ?
30	**An**	Trois au carré
31	**En**	Trois au carré. Donc, que sera x deux, moins six x, plus neuf ?
32	**An**	Euh, euh (3 sec de silence) x moins trois
33	**En**	Oui
34	**An**	Euh, x moins trois au carré (il écrit sous E, $= (x - 3)^2$)
35	**En**	Voilà. x moins trois, le tout au carré F (**An** écrit $F = 4x^2 - 25$)
36	**An**	a plus b et a moins b
37	**En**	Oui, a plus b facteur de a moins b. Qui est le a ?
38	**An**	Le a, c'est euh, x
39	**En**	*Ok*, qui est le a au carré ?
40	**An**	(5 sec de silence) C'est quatre
41	**En**	Quatre (et elle penche sa tête en avant pour le pousser à aller plus loin)
42	**An**	x
43	**En**	Quatre x deux. Qui est le terme élevé au carré qui te donne, quatre x deux ?
44	**An**	Euhh, deux
45	**En**	Deux, oui
46	**To**	x
47	**An**	Deux, euh, deux x au carré

48	**En**	Deux x et le vingt cinq ?
49	**An**	Le vingt cinq, c'est le b
50	**En**	Oui
51	**An**	Cinq au carré
52	**En**	Voilà, donc, chch
53	**An**	Deux x ((il écrit : = $(2x^2)$)
54	**En**	Deux x le tout au carré, donc tu ne mets pas un carré ici (elle efface la puissance et l'écrit après la parenthèse)
55	**An**	Moins
56	**En**	Oui
57	**An**	Euh, cinq, cinq au carré (il a écrit = $(2x^2) – 5^2$)
58	**En**	Cinq au carré, donc, égal
59	**An**	Euh (6 sec de silence) Deux au carré
60	**En**	Deux x (d'un ton fort)
61	**An**	Deux x
62	**En**	C'est a au carré, moins, b au carré. Sa factorisation, c'est ?
63	**An**	a plus b et a moins b
64	**En**	a plus b, d'acc, d'accord. Donc (pas de réponse) a plus b, écris a plus b (**An** écrit a et l'**En** l'arrête) a, à la place de a, qu'est ce que tu dois écrire ?
65	**An**	Deux x
66	**En**	Donc deux x, plus b, c-à-d,
67	**An**	Euh, cinq (il a écrit = (2x + 5))
68	**En**	Plus cinq, facteur
69	**Da**	Deux x moins cinq
70	**En**	Laissez le (d'un ton fort) a plus b, facteur ?
80	**An**	Euh, a moins b (il écrit (2x – 5) à la suite de (2x + 5))
81	**En**	*Vas-y* **Ma**, G (**Ma** écrit G = z^2 + 12z + 36 = z + 12 z) z plus douze z, qu'est ce que tu es entrain de faire ?
82	**Ma**	Deeee (elle trace les parenthèses autour de z + 12z et la puissance deux : $(z + 12z)^2$)
83	**En**	z plus douze au carré. Est-ce que le douze au carré doit être égal à trente six ? Qui te regarde en factorisant ? (**Ma** efface 12 et met à sa place 6) Bien, et tu vas me vérifier ici le double produit
84	**Ma**	Euh, z au carré, euh, six, six, euh, six fois z, c'est z
85	**En**	hein
86	**Ma**	Euh, six fois z, c'est six z, fois deux, c'est douze z
87	**En**	D'accord
88	**Ma**	Et six au carré, c'est trente six
89	**En**	D'accord, H
90	**Ro**	(**Ma écrit H = -**16 + n^2) Mademoiselle
91	**En**	Oui, **Ro**
92	**Ro**	On peut dans h écrire directement la réponse ?
93	**En**	Oui Donc, moins seize, plus, n deux, je peux l'écrire ?
94	**Ma**	Euh, moins quatre
95	**En**	Avant de dire moins quatre
96	**Ma**	n
97	**En**	Donc, pour faciliter la tâche, selon toi, ça ressemble à qui ?
98	**Ma**	Moins a, deux
99	**En**	Moins a deux
100	**Ma**	Plus b deux
101	**En**	b deux. Mais, nous, quelle identité on a appris ?

102	**Ma**	a deux, moins, b deux
103	**En**	Donc, pour avoir la forme a deux, moins b deux, comment tu peux l'écrire ?
104	**Ma**	Euh
105	**Dah**	Moi (il lève le doigt)
106	**En**	Toi tu as, moins a deux, plus b deux. Pour avoir a deux, moins, pour avoir le moins ici (elle montre le + dans H), comment tu peux l'écrire ?
107	**Dah**	n deux moins seize
108	**En**	n deux moins seize ? (**Ma** écrit = $n^2 - 16$) Donc, c'est égal à combien, n deux moins seize ?
109	**Ma**	n moins quatre à
110	**En**	n moins quatre
111	**Ma**	A la puissance deux (elle a écrit = $(n - 4)^2$)
112	**En**	Fais attention (d'un ton fort) a au carré, moins b au carré, c'est n moins quatre
113	**To**	n plus quatre
114	**En**	Facteur de n plus quatre (elle efface l'exposant 2 et écrit $(n - 4)$ à la suite de $(n + 4)$) Bien, **Ci**
115	**Be**	(**Ci** passe au tableau et écrit N° 21) $I = 4x^2 + 20x + 25$) On fait quoi après le vingt sept
116	**En**	Après quel exercice **Be** ?
117	**Be**	Vingt sept
118	**En**	Vingt huit Numéro vingt et un, oui
119	**Ci**	C'est deux x
120	**En**	Deux x
121	**Ci**	Plus, plus cinq au carré (elle écrit = $(2x + 5)^2$)
122	**En**	Très bien (d'un ton fort) Deux x, plus, cinq, au carré (**Ma** écrit $J = x^2 - \frac{25}{9})^2$
123	**Ma**	C'est x, moins, cinq sur trois (elle écrit $(x - \frac{5}{3}))$
124	**En**	x moins cinq sur trois, d'accord
125	**Ma**	Après ?
126	**En**	C'est toi qui va me dire, chuchuttt Donc, x deux, moins, vingt cinq sur neuf, elle a dit que le vingt cinq sur neuf, c'est le carré de cinq sur trois, c'est x moins cinq sur trois, mais, c'est quelle identité ?
127	**Da**	a deux, moins b deux
128	**Ma**	a deux moins b deux
129	**En**	a deux moins b deux, sa factorisation c'est aaa
130	**Ma**	a moiiiiins, b
131	**En**	Oui
132	**Ma**	Au carré
133	**En**	Facteur
134	**Ma**	Facteur de beh, a plus b
135	**En**	Oui, facteur de a plus b
136	**Ma**	Au carré
137	**En**	Pourquoi le carré ? les carrés seront dans la, dans le développement Quand tu as factorisé a au carré, moins b au carré, c'est a moins b, facteur de (elle attend une réponse de **Ma**) aaa
138	**Ma**	a plus b (elle écrit $(x + \frac{5}{3})$ à la suite de $(x - \frac{5}{3}))$
139	**En**	a plus b. Bien

		Mar (elle appelle **Mar** pour passer au tableau et finir le n° 21) K (**Mar** écrit K = $9x^2 - 24x + 16$ = $(3x - 4)^2$) Trois x, moins, quatre au carré. Tu vas vérifier le double produit. C'est un brouillon et tu ne mets pas d'égalité (**Mar** a écrit sous K, =), il n'y a pas d'égalité ici (elle efface le signe =)
140	**Mar**	a, euh, quatre fois trois, douze, deux fois douze, vingt quatre
141	**En**	D'accord L (**Mar** écrit L = $y^2 - \frac{36}{49}$ = $y + \frac{36}{49}$) Fais attention. Qu'est ce que tu es entrain d'appliquer ?
142	**Mar**	a deux, moins, b deux (il efface $y + \frac{36}{49}$)
143	**En**	a deux, moins, b deux, donc trente six sur quarante neuf, c'est le carré de
144	**Mar**	Six sur sept (il écrit $y + \frac{6}{7}$)
145	**En**	Six sur sept, oui. (**Ma** continue son écriture et on lit **= (**$y + \frac{6}{7}$)($y - \frac{6}{7}$)) Bien, merci Avant, avant **Mi** (c'est son tour pour passer au tableau), **Be** va passer un peu, nous expliquer comment il a fait l'exercice vingt deux
146	**To**	Moi j'ai fait (Rappelons que les élèves travaillent devant eux pendant la correction au tableau des exercices qui seront corrigés plus tard)
147	**An**	*Moi j'ai fait*
148	**Els**	Moi, moi j'ai fait (brouhahah)
149	**En**	C'est très bien. Je veux que **Be** l'explique un peu (il a été le premier a trouvé la réponse correcte) Oui (**Ha** demande la parole)
150	**Ha**	Ça ne fait rien si je mets y moins avant
151	**En**	[oui tu peux mettre le moins avant le plus
152	**Be**	J'efface le tableau
153	**En**	Oui
154	**En**	Ecrivez à côté du numéro vingt très important, non pas seulement important, il est très important cet exercice (elle passe dans les rangs pour voir si les élèves ont fait leur devoir du jour) Bien, **Be** (il a écrit M = $(x + 3)^2 - 9$) le x, plus, trois au carré, moins neuf, comment tu as fait ?
155	**Be**	J'ai considéré que x plus trois c'est a (il trace un arc de cercle en dessus de (x + 3) et écrit a)
156	**En**	Voilà, très bien
157	**Be**	Et moins neuf, est b au carré (il écrit b^2 en dessus de 9)
158	**En**	Donc, que sera le b ?
159	**Be**	Euh, trois
160	**En**	Trois Donc, le x plus trois au carré, moins, neuf, c'est une identité remaquaaaaable, Be, de la forme
161	**Be**	a deux, moins, b deux
162	**En**	a deux, moins, b deux,. Et comment tu la factorises ?
163	**Be**	Euuuh, a deux, moins, b deux, a, a moins b, facteur de a plus b
164	**En**	Montre moi (**Be** écrit = [ ) Voilà, là, je veux mettre le a, qui est le x plus trois entre parenthèses, alors, je vais avoir recours aussi au crochet (**Be** continue son écriture : = [(x + 3) – 3][(x + 3) + 3]) (E) Voilà, donc là, le xxxx, plus trois au carré, moins neuf, le neuf c'est le trois au carré. Ça ressemble à la forme a au carré, moins b au carré

		Mais là, le a, ce n'est pas seulement, x, ce n'est pas seulement, euh, un seul terme, c'est le x plus trois Alors, la factorisation qui est, aaa, moins b, facteur de a plus b (elle écrit grand dans (E), sur les deux (x + 3), a, et sur les deux 3, b) Donc, rien n'empêche qu'on vous donne, par exemple dans une récitation, factoriser, x plus trois au carré, moins deux x moins cinq au carré (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(x + 3)^2 – (2x – 5)^2$) Donc, on ne commence pas à pleurer, car on n'a pas su. Je sais très bien, que ça ressemble à a au carré, moins b au carré (elle écrit par-dessus (x + 3), a, et par-dessus (2x – 5), b), avec le a, c'est, x plus trois, **Ca**, et le b, c'est deux x moins cinq Alors, la factorisation sera, a moins b, x plus trois moins, deux x moins cinq, je mets des crochets, car, j'ai eu besoin à l'intérieur, des parenthèses, facteur de, x plus trois, plus deux x moins cinq (elle écrit en même temps = [(x + 3) – (2x – 5)][(x + 3) + (2x – 5)])
165	**Els**	[x plus trois moins deux x moins cinq, facteur de, x plus trois, plus, deux x moins cinq
166	**En**	Voilà, et je continue ainsi de suite. Mais, n'ayez pas peur, si le a, était une expression, et le b au carré, le b encore, le b au carré, c'est deux x moins cinq, trois x moins deux, une expression au carré Continue (elle adresse la parole à **Be**)
167	**An**	Mademoiselle, est ce que sept a une racine carrée ?
168	**En**	Non
169	**To**	Comment ?
170	**En**	Il a une racine carrée, mais qui n'est pas un entier
171	**To**	Oui
172	**En**	Tout nombre a une racine carrée (**Be** travaille seul au tableau, il écrit : = (x + 3 – 3)(x + 3 + 3) = x(x + 6)) Très bien, bravo. **Mi**, tu peux passer continuer ? Quelqu'un n'a pas compris ? Bien, N (elle continue sa tournée pour voir les préparations) Oui, **Mi**, on t'attend (**Mi** a écrit $N = (4x + 1)^2 – 25$)
173	**An**	Je n'ai pas compris pourquoi le $(x + 3)^2 – 9$ n'est pas comme a moins b au carré ?
174	**En**	Où est le double produit ?
175	**An**	Ouieh
176	**En**	Oui, quatre x plus un, moins, vingt cinq, c'est le carré de, de
177	**Mi**	Cinq
178	**En**	De cinq. *Vas y*, fait un peu vite. Quatre x, plus, un (**Mi** écrit : = [(4x + 1) – 5][(4x + 1) + 5] = (4x + 1 + 5)(4x + 1 + 5)) Fais attention **Mi**, dans le premier terme, c'est quatre x, plus uuun
179	**Mi**	Plus, moins cinq (elle efface le signe (-) dans le premier terme, pour tracer un signe (+))
180	**En**	Moins cinq, d'accord. Quatre x, plus un moins cinq
181	**Mi**	Moins quatre
182	**En**	Moins quatre
183	**Mi**	Quatre x plus six (elle a écrit en tout : $N = (4x + 1)^2 – 25$ = [(4x + 1) – 5][(4x + 1) + 5] = (4x + 1 - 5)(4x + 1 + 5) = (4x – 4)(4x + 6))
184	**En**	Egal, posez tous les crayons et suivez Par quoi tu veux encore factoriser ? (**Mi** la regarde étonnée)
185	**Mi**	Quatre
186	**En**	Quatre xxxxxx
187	**Mi**	Quatre x, euh, quatre x moins six
188	**En**	Quatre xxx
189	**Mi**	Moins quatre
190	**En**	Moins quatre. Par combien ?

191	**Mi**	Par deux ?
192	**En**	Par deux, et quoi encore ? Plus que deux
193	**Mi**	Par quatre
194	**En**	Où tu mets ton quatre ? (**Mi** écrit 4[) Donc, quatre, tu peux mettre des parenthèses (**Mi** efface le crochet et ouvre une parenthèse et s'arrête)
195	**Els**	M[elle]
196	**En**	Laissez-la. Donc, le quatre x, moins, quatre, qu'est ce qu'il va devenir ?
197	**Mi**	Deux x
198	**En**	Mais, tu as factorisé par quatre (d'un ton fort)
199	**To**	x moins un
200	**En**	x moins un (**Mi** écrit 4(x – 1), et s'arrête) *Ok*, le quatre x plus six, est ce que tu peux encore le factoriser ?
201	**Els**	Par deux
202	**En**	Le quatre et le six
203	**Mi**	Par deux
204	**En**	Par deux. Où tu mets le deux ?
205	**Mi**	Encore dehors
206	**En**	Encore dehors. Où dehors ? (**Mi** écrit 2 après 4(x – 1)) Où on a appris à mettre le nombre par lequel on factorise ?
207	**To**	Au début
208	**En**	**Mar**, où on le met ?
209	**Mar**	Après l'égalité
210	**En**	*C-à-d*, au début du
211	**El**	L'égalité
212	**En**	Du, du
213	**To**	Egalité
214	**En**	Du produit. Voilà, et si tu as un quatre et tu as encore factorisé par deux, qu'est ce qu'il va devenir ?
215	**Mi**	Six
216	**En**	Non. Pas six.
217	**Els**	Huit
218	**En**	Il va devenir huit. Car, j'ai quatre fois deux, c'est huit Tu effaces le quatre et tu mets un huit, tu effaces le deux (**Mi** fait les changements demandés) et le quatre x plus six, va devenir ?
219	**Mi**	Deux x
220	**En**	Deux x
221	**Mi**	Plus trois (elle a écrit = 8(x – 1)(2x + 3)) (E1)
222	**En**	Deux x, plus trois. Bien C'est clair d'où on a apporté le huit ? Je vais répéter. Oui, **Mar**
223	**Mar**	Pourquoi, on ne met pas le deux entre les deux (il veut avoir comme réponse 4(x – 1) 2 (2x + 3))
224	**En**	Oui, mais, le problème, j'insiste que vous le mettiez au début du produit, si vous avez factorisé par moins deux, est ce que vous allez garder la multiplication ?
225	**To**	Non
226	**En**	Donc, il n'y aura plus de multiplication. Donc, il vaut mieux mettre le terme, le nombre par lequel vous factorisez au début Si vous aviez disons, moins deux x, moins trois, par combien vous allez factoriser ?
227	**Els**	Par moins
228	**En**	Par moins (elle écrit –(2x + 3)), et si j'avais avant, quatre x moins quatre, est ce que j'ai toujours une multiplication ? (elle écrit (4x – 4) – (2x + 3))
229	**To**	Au début
230	**En**	Au début du produit (elle efface le (-) entre les deux binômes et le place devant le premier binôme) Donc, là, je répète. Efface là bas et commence (elle demande à Mi d'effacer une partie du tableau qui ne contenait pas la factorisation de N, pour commencer la factorisation de O)

		Le quatre x moins quatre, facteur de, quatre x plus six, je factorise le quatre x moins quatre par quatre, je mets un quatre là (elle met 4 sous le 8 de (E1)), il va me rester, x moins un. *Maintenant*, le quatre x plus six, encore, je veux le factoriser par deux. Je suis habituée à mettre le nombre au début du produit, j'ai un quatre et je factorise encore par deux (elle écrit $\times$ 2, à la suite du 4). C'est comme si j'ai factorisé, **Ha**, en tout et pour tout, par
231	**Ha**	Huit
232	**En**	Mais, là, le quatre x plus six, je ne le divise pas par huit, je le divise par, deux. Je le factorise par deux, c'est deux x plus trois (**Da** lève le doigt) Oui
233	**Da**	Si on a dans une récitation comme cela (il montre (E1) et il nous dit développer, Comment on sait que deux xeuh, on va faire la multiplication par deux et x moins un par quatre?
234	**En**	Est-ce que jamais on vous demande de passer de là, jusque là, quand tu développes ? (elle montre la réponse finale et la donnée) (Pendant tout ce temps, **Mi** travaillait seul au tableau et en silence, elle a écrit : O = $x^2 – (x – 1)^2$ = [(x + 1) – x][(x + 1) + x] Est ce que c'est juste ce que fait **Mi** ? (pas de réponse) **Mi** qui est le a ?
235	**Els**	Moi, moi, M[elle]
236	**El**	x
237	**Mi**	x
238	**En**	x, donc, aaa moins b, toi tu as fait b moins a, efface (**Mi** efface la deuxième ligne)
239	**Mi**	Ici moins (elle lui montre le (-) de (x – 1))
240	**En**	Oui, mais qui est ton a ? Qui est ton a ?
241	**Mi**	x
242	**En**	x. C'est a, x, moins b, moins, x moins un (elle écrit = [x – (x – 1)]) (*) Toi, tu as permuté les a, tu as confondu entre les a et b (**Mi** continue l'écriture (*) : = [x – (x – 1)][x – (x + 1)]) (**)
243	**Mar**	M[elle], si à la place de 25, dans N, il y a 5
245	**En**	Oui, qu'est ce qu'on fait ?
246	**Ma**	Oui, on ne peut pas factoriser ?
247	**En**	Si on peut, mais pas maintenant Pourquoi tu as mis dans les deux moins ? (elle s'adresse à **Mi**) **Mi**, qui est le b ?
248	**Mi**	x
249	**En**	Le b ? Le a c'est x, le b ?
250	**Mi**	Le b, un
251	**En**	*Quoi* ? Le b est un ?
252	**Mi**	Un exposant deux
253	**En**	*Quoi* ? Un exposant deux ? Donc, c'est a au carré, moins, b au carré. Donc, c'est a moins b, facteur de, a plus, qui est le b ?
254	**Mi**	Euh, x moins un
255	**En**	x moiiins un (**Mi** efface le (-) dans le second crochet pour tracer à sa place un (+), elle écrit : = [x – x – 1][x + x – 1]et **En** continue sa tournée pour voir les préparations) Fais attention **Mi**, tu as un moins ici avant les parenthèses. quand tu enlèves les parenthèses, tu changes le signe ? (**Mi** corrige le (-) dans le premier crochet entre x et un : [x – x + 1][x + x – 1])
256	**Mi**	x moins x
257	**En**	Oui
258	**Mi**	Rien
259	**En**	Rien, c'est zéro x, il te reste ?
260	**Mi**	Un
261	**En**	Un, facteur de
262	**Mi**	x exposant deux
263	**En**	x plus x, c'est combien ?

264	**Mi**	x deux
265	**En**	x deux ?
266	**To**	deux
267	**Mi**	Deux x
268	**En**	Deux x (**Mi** écrit = 1[2x – 1]) *Allez-y* **Ge** passe faire le P
269	**Dav**	M^{elle}
270	**En**	Oui
271	**Dav**	On écrit le un devant
272	**En**	Non, efface le **Ge** (il efface le 1 devant le crochet dans la réponse finale de O, elle continue sa tournée, pendant que **Ge** travaille au tableau en silence, il écrit : $P = (3x + 1)^2 – 4x^2$ = [3x + 1) – 2x][(3x + 1) Il s'arrête et regarde le tableau, il recherche dans le travail de ses camarades qui est toujours au tableau pour voir comment il doit faire)
273	**Mar**	M^{elle}
274	**En**	Oui
275	**Mar**	Entre parenthèses, ça doit être plus
276	**En**	Comment ? Je n'ai pas compris **Ma**
277	**Mar**	x moins un, doit être x plus un, ici dans O (il parle de [x – (x – 1)][x + (x + 1])
278	**En**	Elle avait commis cette erreur, mais, on a dit, c'est a moins b, facteur de a plus b. Qui est le a ?
279	**Mar**	C'est x
280	**En**	Hein ?
281	**To**	Trois
282	**Els**	x
283	**En**	Et le b ?
284	**Els**	x moins un
285	**En**	Donc, est ce que le b va changer à l'intérieur des parenthèses ?
286	**Els**	Non (Pendant ce temps **Ge** continue son travail, toujours en silence il a écrit : = [(3x + 1 – 2x][(3x + 1] + 2x] = (x + 1)(5x + 1))
287	**Da**	M^{me}, *qu'est ce qu'on fait après le* 21 ?
288	**En**	Qu'est ce qu'on fait ? Tu es entrain de corriger chez toi ?
289	**Da**	Oui
290	**En**	D'accord (elle s'adresse à **Ge** et approuve sa réponse) Tu vas effacer et commencer le numéro, euh, vingt cinq On va se rappeler un peu, il va nous rappeler un peu de quoi il s'agit dans le numéro vingt quatre **Ca**, oui (**Ca** demande la parole)
291	**Ca**	Dans P, moins quatre x deux, pourquoi c'est deux x, le carré est seulement pour x
292	**En**	Je n'ai pas compris
293	**Ca**	Dans l'équation P, moins quatre x au carré, le carré c'est seulement pour x
294	**En**	Voilà, d'accord. Elle a dit là, **Ca**, que le carré, il est seulement pour x (elle montre $4x^2$ dans P). Mais, est ce que je peux créer un carré au niveau de quatre ? Le quatre, tu ne peux pas l'écrire deux au carré ? (elle écrit 2^2 et en dessous 4)
295	**Ca**	Oui
296	**En**	Donc, le quatre x deux, tu ne peux pas l'écrire deux x le tout au carré (elle ajoute x^2 après le 4 et écrit $4x^2 = (2x)^2$)
297	**Ca**	Si, mais, on ne l'a pas écrit deux x le tout au carré
298	**En**	Directement, il l'a appliqué, il a mis deux x là (elle montre [(3x + 1 – 2x][(3x + 1] + 2x]). Il a supposé, si tu veux, tu peux écrire cette étape, trois x plus un au carré, moins, deux x au carré (elle écrit en même temps qu'elle parle : $(3x + 1)^2 – (2x)^2$) Donc, regardez un peu, faites attention à l'équation produit. Attend une seconde **Ge** (il a déjà écrit : <u>P 161 N^o 24</u> a) (x – 4)(x + 1) = 0) J'ai un produit, x moins quatre, facteur de, x plus un, égal à zéro. Si le x plus quatre égal

		à zéro, que sera tout le produit ?
299	**Els**	Zéro
300	**En**	Zéro. Si le x plus un, égal, à zéro, et le x moins quatre, différent de zéro, que sera la valeur ?
301	**Be**	Zéro
302	**En**	Zéro. Donc, si j'ai un produit a b c d zéro z, égal à zéro (elle écrit abcd…..0…z = 0), donc, il me suffit uuun seul facteur parmi tous les facteurs que j'ai, pour qu'il soit égal à zéro. Pour cela on dit, tu vas me citer la phrase **Ge**
303	**Ge**	Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit, qu'un seul facteur soit nul
304	**En**	Donc, j'ai un produit de deux facteurs ou de mille facteurs, de combien j'ai besoin de, dee facteurs nuls ?
305	**Els**	Un
306	**En**	D'un seul facteur nul. Donc, en faisant la solution qu'est ce que je dois mettre entre les deux ?
307	**To**	Ou
308	**Ge**	Euh, ou
309	**En**	Ou, très bien ?
310	**Ge**	J'efface
311	**En**	Oui efface ça, oui Combien de solution je suis censée avoir ? (**Ge** continue la résolution en silence il écrit **:** x – 4 = 0 ou x + 1 = 0 x = 4 x = -1 S = {4 ; -1}
312	**Be**	Deux
313	**En**	Deux solutions
314	**Yo**	M[elle]
315	**En**	Oui, **Yo**
316	**Yo**	Moins un et plus un, s'annulent, euh, moins x et plus x (il parle de O)
317	**En**	Moins x, moins x, zéro x. Il va te rester ?
318	**Yo**	Euuh, deux x, deux x moins un
319	**En**	x plus x
320	**To**	Deux x
321	**En**	Ah !! Regarde, tu as confondu, ça, c'est un facteur seul (elle montre (x – x + 1) de O = (x – x + 1)(x + x – 1)). Je calcule, x moins x, c'est zéro x, fois un, fois, x plus deux, moins un. Donc, la valeur de ce facteur, c'est un (elle montre (x – x + 1)), la valeur de l'autre facteur, c'est deux x moins un (elle montre (x +x - 1), puis elle retourne au travail de **Ge**) Très bien, regardez un peu x moins quatre, **Ra**, est égal à zéro, ou, x plus, c'est l'uuun de ces facteurs, non pas les deux à la fois, d'accord. Bien Si vous ne mettez pas le ou, que votre calcul, tout, soit juste sans le ou, vous n'aurez aucune note. Tu comprends **An** (il ne suivait pas)
322	**An**	Oui
323	**En**	Donc, c'est le x moins quatre qui est égal à zéro, ouuu (elle souligne le ou deux fois), le x plus un qui est égal à zéro. Je résous ordinairement, x égal à quatre, ou, x égal à moins un. Et j'ai obtenu deuuux solutions, je les mets entre
324	**Ge**	Accolades
325	**En**	Accolades
326	**Be**	M[elle], après le vingt neuf ?
327	**En**	Trente. Chuchutt Bien, petit b (**An** passe au tableau puisque c'est son tour et il écrit b) **(**x + 5)(2 – x) = 0 Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit, qu'un seul facteur soit nul x + 5 = 0 ou 2 – x = 0 x = -5 - x = -2 x = 2 S = {-5 ; 2 }) Bien, c, fais c et d (**An** écrit c) $(7 – x)^2 = 0$)
328	**Mar**	M[elle]

329	**En**	Oui, **Mar**
330	**Mar**	Ici, on l'écrit deux fois ?
331	**En**	Comment **Mar**
332	**Mar**	Le c, on l'écrit deux fois ?
333	**En**	Ah ! on va voir comment on va faire dans c C'est le sept moins x au carré, égal, à zéro
334	**An**	C'est sept, moins, x, fois, sept, moins, x (il écrit (7 – x)(7 – x) = 0)
335	**En**	D'accord. *Ça veut dire*, quand il est entrain de me dire **An**, que c'est égal à, sept moins x, facteur de sept moins x, égal à zéro. Donc, **An**, est ce que j'ai un produit de facteurs ?
336	**An**	Du même facteur
337	**En**	Voilà, le produit du même facteur, mais j'ai un
338	**Els**	Facteur
339	**En**	Un
340	**An**	Produit
341	**Els**	Produit
342	**En**	Un produit, très bien **An**. Donc, on doit dire
343	**An**	Pour qu'un produit (il écrit pour qu'un ….)
344	**En**	Oui. Posez tous les crayons et suivez Là, combien de facteurs est ce que j'ai **An**
345	**An**	Deux
346	**En**	Deux facteurs
347	**An**	Ils sont communs
348	**En**	Mais, ils, ils sont, on ne dit pas commun, ils sont les mêmes, ils sont
349	**And**	[identiques
350	**En**	Très bien **An**, ce sont deux facteurs ideeentiques. Bien, qui est le, donc tu résous ordinairement, c'est sept moins x, égal à zéro (en même temps **An** a écrit **:** 7 – x = 0 *Maintenant*, si je veux répéter que l'autre facteur est égal à zéro, je dois reprendre le même travail. Pour cela, je le fais une seule fois Donc, moins x, égal, à sept (**An** écrit -x = -7) x égal à
351	**An**	A sept (il écrit x = 7)
352	**En**	x, égal à sept
353	**An**	C'est sept au carré (il a écrit S =)
354	**En**	Non ! Combien de solutions j'ai obtenues ?
355	**Els**	Une seule
356	**En**	Effectivement, elles sont deux solutions, mais elles sont deux solutions
357	**An**	Identiques
358	**Els**	Identiques
359	**En**	Identiques, alors, je l'écris une seule fois, S égal sept (**An** écrit S = {7}) *Maintenant*, le sept, je l'appelle, so, lu, tion doubleuh Ecris, sept est appelé, oui **Ab** (il lève le doigt)
360	**Ab**	Où est allé l'exposant deux
361	**En**	Hein
362	**Ab**	Où est l'exposant deux ?
363	**En**	L'exposant deux, où est ce qu'il est ? Ou racine double (elle retourne à **An** qui écrit solution double ou racine double à la suite de S = {7}) L'exposant deux, quand tu as sept x, moins deux, au carré, c'est tout à fait **Ab**, si tu avais sept moins x, facteur de, sept moins x (elle écrit en dessus de $(7 – x)^2$, (7 – x)(7 – x)) Donc, tu as le facteur qui se répète deux fois. Mais, nous, on ne va pas répéter le travail deux fois, on va le faire une fois, car on va répéter le même travail. N'est ce pas ? Donc, c'est sept moins x qui est égal à zéro, je ne vais pas écrire encore, ou, sept moins x, égal, à zéro (elle écrit à la suite de (7 – x) = 0, ou (7 – x) = 0), c'est le même, heuh. Donc, j'ai obtenu une solution sept. Mais, sept, on l'appelle une solution double, ou bien, une, raacinnne, racine, c-à-d, aussi une solution double Si j'avais là, faites attention un peu, à la place du carré, j'avais sept moins x au cube, comment serait appelé la solution ?
364	**Els**	Triple
365	**En**	La solution serait triple. Vous avez compris, car je l'utilise, je l'utilise une seule fois,

		mais effectivement, je l'ai, je l'ai
366	**Da**	Trois fois
367	**En**	Trois fois
368	**Ab**	*On nous donne comme ça ?*
369	**En**	*Nonon, seulement* pour votre culture Le sept vous l'écrivez comme ça (elle montre $S = \{7\}$), la racine double ou la solution double, c'est pour vous, vous ne l'écrivez pas à l'examen. Oui, **Ha**
370	**Ha**	*Si le* x *est tout seul, sans rien avec, c'est* x plus un ?
371	**En**	Quand le x est seul, est ce que c'est x plus un ?
372	**Els**	Non
373	**En**	Ou bien, x, pluuusss
374	**To**	Zéro
375	**Ab**	Si on a sept moins x, facteur, sept moins x, on peut supprimer moins x et moins x
376	**En**	Depuis quand tu supprimes à l'intérieur des facteurs ? (d'un ton très fort) d (**An** écrit d) $x(x + 3) = 0$) Pourquoi tu ne prends pas note **Mi** ? (**An** travaille seul au tableau, il écrit pour qu'un … $x = 0$ ou $x + 3 = 0$ $x = -3$ $S = \{0 ; -3\}$) Bien (elle vérifie le travail de **An**), merci **Mic**, vingt cinq
377	**Mic**	(Il efface la moitié du tableau puis écrit en dictant : a) $(2x – 1)(x + 2) = 0$) a, deux x moins un, facteur de, x plus deux, égal à zéro Deux moins un (il écrit en dessous $2x – 1$)
378	**En**	Avant (d'un ton fort)
379	**Mic**	Ah !! Pour qu'un produit (il écrit entre les deux lignes pour qu'un produit…) Deux x moins un, égal à zéro, deux x, égal un, x égal un demi, ou, x plus deux égal zéro, x égal à moins deux. S égal, un demi, moins deux (il a écrit tout en parlant $(2x – 1)(x + 2) = 0$ Pour qu'un produit… $2x – 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$ $2x = 1$ $x = -2$ $x = \frac{1}{2}$ $S = \{\frac{1}{2} ; -2\}$
380	**En**	D'accord
381	**Mic**	B, x plus un, facteur de trois x moins deux x (il a écrit : b) $(x + 1)(3x – 2x)$)
382	**En**	Facteur de
383	**Mic**	Trois x moins deux x
384	**En**	De trois moins deux, fais attention, **Mic** (**Mic** efface le x après 3 et continue son écriture)
385	**Mic**	x plus un égal zéro
386	**En**	**Anw**, met toi seul derrière
387	**Mic**	Ou trois moins deux x, égal, à zéro x égal à moins un, moins deux x, égal à, moins trois, x égal à, euh, trois demi. S égal, moins un et trois demi (il a écrit en tout : b) $(x + 1)(3 – 2x) = 0$ $x + 1 = 0$ ou $3 – 2x = 0$ $x = -1$ $-2x = -3$ $x = \frac{3}{2}$ $S = \{-1 ; \frac{3}{2}\}$
388	**En**	**To**, efface, le c) (**To** passe au tableau, efface la partie désignée par **En**, et écrit c) $(4x + 3)^2 = 0$ 4x +) Avant ? (**To** ajoute entre les deux lignes, pour qu'un …, et continue à travailler seul

		$4x + 3 = 0$ $4x = -3$ $x = -\frac{3}{4}$ Et comment on l'appelle le trois quart **To** ?
389	**To**	Euh, moins zéro virgule cinq
390	**En**	Comment on l'appelle, je n'ai pas dit
391	**Els**	Solution
392	**To**	[C'est une solution double
393	**En**	C'est une, solution, double. S égal (**To** écrit $S = \{-\frac{3}{4}\}$) d (**To** écrit en silence : d) $x(2x - 5) = 0$ Pour qu'un …. $x = 0$ ou $2x - 5 = 0$ $2x = 5$ $x = \frac{5}{2}$ $S = \{0 ; \frac{5}{2}\}$ Bien, **Man** Numéro vingt sept. Oui **Rac** (il a le doigt levé)
394	**Rac**	Qu'est ce qu'on fait après le trente et un ?
395	**En**	Trente deux
396	**Man**	(Il lit la consigne à haute voix) « E égal, deux x moins trois, facteur de, x moins cinq, moins, quatre, facteur de, deux x moins trois Développer et réduire E » (Il écrit $E = (2x - 3)(x - 5) - 4(2x - 3)$)
397	**En**	Bien. Développe, premièrement
398	**Man**	On peut mettre deux moins trois, exposant deux ?
399	**En**	Où ? Pourquoi tu veux mettre deux x moins trois entre parenthèses exposant deux ? Quelle est la question là ?
400	**Man**	Développer
401	**En**	Développer, ce n'est pas factoriser
402	**Man**	Deux fois x, deux x deux
403	**En**	Deux x deux
404	**Man**	Moins dix x
405	**En**	Moins dix x, moins trois x plus quinze (elle lit les écrits de **Man**), moins
406	**Man**	Huit x
407	**En**	Oui
408	**Man**	Plus douze
409	**En**	Très bien. Plus douze, je fais attention que le quatre a un signe négatif. Moins quatre, fois, moins trois, c'est plus douze
10	**Man**	Deux x deux, moins dix x, moins trois x, moins treize, moins huit, moins vingt et un x
411	**En**	Moins vingt et un x, plus, plus douze plus quinze, c'est combien ?
12	**Man**	Plus vingt sept (Il a écrit en tout $E = (2x - 3)(x - 5) - 4(2x - 3)$ $= 2x^2 - 10x - 3x + 15 - 8x + 12$ $= 2x^2 - 21x + 27$) Après ?
413	**Man**	« Factoriser E » (il lit la consigne de la deuxième question du n° 27)
414	**En**	Factoriser E. Oui, par qui tu vas factoriser ? Regarder un peu, posez tous les crayons et suivez
415	**Man**	C'est a moins b, exposant deux
416	**En**	Est-ce que vingt sept est un carré ? Posez tous les crayons et suivez. Quand vous avez dans un même exercice, une fois de développer, une de factoriser, si on a fait le développement avant, comme dans ce cas,

		s'il s'agit de la factorisation, je ne regarde plus la dernière forme (elle montre la réponse du développement), je reprends la forme initiale qui est donnée par l'exercice. Donc, **And** (il ne suivait pas) si je veux factoriser E, je ne regarde pas, deux x deux, moins vingt et un x, plus vingt sept. Je reprends la forme de E, qui est donnée par l'exercice, d'accord Dans tous les cas, **Man** a proposé de factoriser, comme, a deux, moins deux ab, plus b deux. Où sont les carrés ?
417	**Man**	a
418	**En**	Vingt sept n'est pas au carré, et qui encore n'est pas au carré ?
419	**To**	Vingt et un
420	**En**	Autre que vingt et un ?
421	**Be**	Deux x deux **La cloche a sonné**
422	**En**	Deux x deux. Donc, ceci est à faire pour demain. Tu écris (elle parle à **Man** pour écrire au tableau le devoir) numéro vingt sept, vingt huit, vingt neuf, trente, trente et un, trente deux
423	**Els**	Oufff

Sixième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	(**Ro** passe au tableau et écrit $G = (2x - 3)^2 - 16$) Numéro vingt neuf, important. Ecris à côté du numéro vingt neuf, important Bien, lis la consigne. Chutt, silence
2	**Ro**	Première question, euh, factoriser G
3	**En**	Factoriser G. Bien, comment tu vas factoriser G **Ro** ? Posez tous les crayons et suivez
4	**Ro**	Donc, on va développer, puis factoriser
5	**En**	**Ro** propose, de développer, puis de factoriser, est ce qu'on peut ?
6	**To**	Non
7	**En**	Vous levez la main sans bruit On a fait un exercice pareil **Ro**, tu te rappelles dans cette série. Est-ce que tu te rappelles comment on a fait dans le numéro vingt quatre, vingt deux ? Chutt, laissez le, c'est lui qui va savoir
8	**To**	M^me^ si on écrit
9	**En**	Chuchuch (elle attend 10sec pas de réponse de **Ro**) Bien, qui va aider un peu **Ro**, non pas lui donner la réponse finale ?
10	**Els**	Moi, moi
11	**En**	Toujours les mêmes doigts. J'ai envie quelqu'un de cette rangée (elle désigne la rangée de droite où les élèves sont inactifs) Chuttt, **An**
12	**An**	Euh, c'est, facteur commun c'est deux x moins trois
13	**To**	M^elle^, M^elle^
14	**En**	Le facteur commun, c'est deux x moins trois ? Est-ce que là (elle montre -16) tu as un deux x moins trois ? (la classe est trop bruyante) Chuttttt. Oui, **Ro** Aloooors (elle tape sur son bureau pour calmer la classe) **Ro**
15	**Ro**	On peut écrire seize, euh, factorisée de deux x moins trois
16	**En**	Seize, facteur de deux x moins trois ? Mais, entre le deux x moins trois et le seize, qu'est ce que tu as ?
17	**Ro**	Moins
18	**En**	Un moins. Je ne peux pas Chuttt, **Anw** [Brouhaha] Si vous allez crier, je puni
19	**Anw**	On fait deux x moins trois à la puissance deux, moins quatre à la puissance
20	**En**	Voilà ! Très bien
21	**Be**	a deux moins b deux
22	**En**	Le seize, **Ro,** je peux l'écrire quatre à la puissance deux Donc, tu écris, G égale, deux x moins trois (**Ro** écrit $G = (2x - 3)^2 - 4^2$), et quatre au carré. Et, c'est quelle forme **Ro** ? (4 sec d'attente)

		Quelle forme d'identité remarquable ?
23	**Dav**	a deux moins b deux
24	**Ro**	Elle est négative
25	**En**	Elle est négative, non
26	**El**	a moins b
27	**En**	Je ne l'écoute pas, il est à côté de moi, vous criez (elle parle maintenant sur un ton fort) Je peux vous voir, levez le doigt, en silence Quelle identité remarquable ? (elle s'adresse à **Ro**)
28	**Ro**	a moins b exposant deux
29	**En**	a moins b exposant deux, et le quatre ?
30	**Ro**	Moins a exposant deux
31	**En**	Est-ce que le a qui est là, est le même que le a qui est là (elle montre le 2x et le 4)
32	**Ro**	Non, non, c'est comme, comme a exposant, deux
33	**En**	Oui
34	**Ro**	a moins b exposant deux, a plus
35	**En**	a moins b exposant deux, a plus b exposant deux. Non (des doigts se lèvent et on entend des a deux) **Dav**
36	**Dav**	C'est a deux, moins, b deux
37	**En**	C'est a au carré, moins, b au carré. **Dav** qui est le a ?
38	**Dav**	Euh, deux x moins trois
39	**En**	Et qui est le b ?
40	**Dav**	Quatre au carré
41	**Els**	Quatre, quatre
42	**Dav**	Quatre
43	**En**	Le b, c'est quatre. Et quelle est la factorisation de a au carré, moins, b au carré
44	**Dav**	Deux x moins trois, c'est le a, moins quatre
45	**En**	Seulement ?
46	**Be**	Non
47	**Dav**	Fac, facteur produit, deux, fois deux x moins trois, fois quatre
48	**En**	Non, il n'y a pas de double produit dans a au carré, moins b au carré (**Ro** au tableau toujours lève son doigt) Tu as su, **Ro**, quelle est la factorisation de a deux, moins, b deux ?
49	**Ro**	a moins b ex
50	**En**	a moins b
51	**Ro**	Exposant, exposant deux
52	**En**	Expos, a moins b, facteuurrrr, de a plus b Qui est le a ?
53	**Ro**	Deux x moins trois
54	**En**	Et qui est le b ?
55	**Ro**	Quatre
56	**En**	Allez-y, montre moi, comment tu vas faire Donc, là, ça ressemble, pour ceux qui n'ont pas compris, faites attention. Ça ressemble à a au carré, moins, b au carré. Sa factorisation, c'est, a moins b, facteur de, a plus b (Pendant ce temps, **Ro** a écrit : = ((2x – 3) – 4 ((2x – 3) + 4) **Ro**, puisque tu as des parenthèses, il vaut mieux de mettre ici (elle lui montre la première parenthèse ouverte)
57	**Ro**	Crochets
58	**En**	Des crochets (**Ro** efface les parenthèses pour tracer des crochets : [(2x – 3) – 4][(2x – 3) + 4]) Voilà, ça, c'est la factorisation, c'est, a moins b, facteur de, a plus b. Continue
59	**Ro**	C'est deux x, moins trois, moins quatre
60	**En**	Deux x, moins trois, moins quatre
61	**Ro**	Produit de
62	**En**	facteuuur
63	**Ro**	Ah ! Facteur de, deux x, moins trois, plus quatre (il a écrit en même temps qu'il dictait [2x – 3 – 4][2x – 3 + 4])
64	**En**	Oui, bien, c'est combien ?

65	**Ro**	Euh, deux x moins sept, euh, deux x plus un (il a écrit [2x – 7][2x + 1])
66	**En**	Très bien. Deuxièment
67	**Ro**	Développer et réduire G
68	**En**	Développer et réduire G. Faites attention ici. Viens Ro là. Combien de formes de G tu as ? Pour G ? (5 sec d'attente)
69	**Ro**	Quatre (à basse voix)
70	**En**	Combien de formes ? (Ro la regarde les yeux ouverts ne sachant quoi dire) *Ça veut dire* de combien de manières tu peux la lire ?
71	**Dav**	Moi
72	**En**	Dav
73	**Dav**	De deux manières
74	**En**	Deux formes. Qui est la première forme ?
75	**Dav**	Deux x moins trois au carré, moins, quatre au carré, et
76	**En**	[moins seize, et la deuxième forme ?
77	**Dav**	La deuxième, c'est moins, deux, x moins sept, facteur de deux plus un
78	**En**	C'est deux x moins sept, facteur de deux plus un. Pour développer, quelle forme je choisis **Ro** ?
79	**Ro**	La deuxième ?
80	**En**	La deuxième. Est-ce que je peux choisir la première ?
81	**Ro**	Non, car, oui
82	**En**	On peut choisir n'importe laquelle des deux (sur un ton ferme) Laquelle tu veux toi ?
83	**Ro**	La première
84	**En**	Comme tu veux. Donc, regardez un peu Pour, pour développer, je peux prendre, soit cette forme (elle montre l'expression de l'énoncé), soit celle là (elle montre la réponse de la factorisation) **Ro**, il a choisit, la première qui est donnée par l'exercice Oui, **Dav** (il demande la parole)
85	**Dav**	La deuxième, c'est plus mieux en fait
86	**En**	La deuxième forme, de la développée
87	**Dav**	Ici, il y a la forme développée (il parle de l'énoncée)
88	**En**	Dans la deuxième, c'est une forme développée **Dav**
89	**Dav**	Factorisée
90	**Mar**	La première
91	**En**	Toi, tu préfères la première **Mar**
92	**Mar**	Oui, si il y a une faute
93	**En**	Bravo, très bien (d'un ton fort) Moi, je préfère de reprendre la forme initiale, car si quelqu'un a commet une erreur dans la factorisation, au moins, il fera un développement juste (Pendant ce temps, **Ro** travaille au tableau en silence, il a écrit $(2x – 3)^2 – 16 \quad 4x^2 – 12x + 3^2)$ (E) Très bien. Quatre x deux, moins douze x, et après, il y a quelque chose qui manque ?
94	**Ro**	Moins seize (il trace des crochets pour (E), puis écrit – 16)
95	**En**	Tu n'as pas besoin des crochets là (elle lui souffle de mettre le signe (=) entre la donnée et le développement) Où est l'égalité ? Tu peux effacer les crochets (**Ro** efface les crochets)
96	**Ha**	Pourquoi quatre x deux ?
97	**En**	Pourquoi quatre x deux ? Ça, c'est le deux x qui est élevé au carré. Le deux x qui est élevé au carré ça te donne quatre x (elle écrit $(2x)^2 = 4x^2$) (**Ro** continue à travailler $= 4x^2 – 12x + 9 – 16$ $= 4x^2 – 12x$) Oui, très bien
98	**Ro**	Seize, moins, neuf, c'est cinq
99	**En**	Fais attention. Seize, moins, neuf ? Ce n'est pas cinq. Seize moins onze, c'est cinq. Seize moins neuf, c'est
100	**Ro**	Sept
101	**En**	Sept, voilà Dernière question

102	**Ro**	(Il lit la consigne) Calculer G pour x égal zéro, puis pour x égal moins un demi
103	**En**	D'accord. Tu effaces Troisièmement, pour x égal à zéro, on a à calculer G (Elle dicte à **Ro** ce qu'il doit écrire) Pour x égale zéro, G égale. Je remplace le x par zéro, où ? Regardez un peu, où je vais mettre le, le zéro ? ici (elle montre la donnée), là (elle montre la réponse factorisée), ou là (elle montre la réponse développée) [Brouhaha] Levez la main
104	**Ha**	La première
105	**En**	Pourquoi dans la première **Ha** ?
106	**To**	Dans la deuxième
107	**Be**	Dans la deuxième
108	**En**	*Assez*. Je n'ai pas compris **Ha**
109	**Ha**	On veut deux facteurs
110	**En**	Est-ce que dans la première il y a deux facteurs ? [brouhaha] **Dav**, pourquoi ?
111	**Dav**	On a deux
112	**En**	Dans la deuxième, on a produit de deux facteurs. Et si je remplace x par zéro ici ? (elle montre la réponse du développement)
113	**To**	C'est moins sept
14	**En**	C'est directement, moins sept. Donc, je remplace. Que je remplace dans la première forme, ou dans la forme factorisée, ou bien dans la forme développée, ça revient au même. Mais la plus facile, c'est de remplacer dans la forme développée
115	**Mar**	*Moi, je l'ai fait dans* deux x moins trois exposant deux moins seize
116	**Ant**	*Moi aussi*
117	**En**	Vous pouvez. Combien tu as obtenu ?
118	**Mar**	Moins sept
119	**En**	Très bien (**Ro** écrit :$G = 4x^2 – 12x – 7$) Donc, je remplace x par zéro, égale à quatre fois combien ?
120	**Ro**	Zéro au carré
121	**En**	Tu écris quatre fois zéro au carré. Je remplace le x par zéro
122	**Ro**	Moins douze fois zéro, moins sept (il a écrit = $= 4 \times 0^2 – 12 \times 0 – 7$) Quatre fois zéro au carré, c'est zéro, moins zéro, moins sept (il écrit en même temps qu'il parle $= 0 – 0 – 7$)
123	**En**	Et c'est combien ?
124	**Ro**	Sept
125	**En**	Ce n'est pas James Bond, c'est égal à
126	**Els**	Moins sept
127	**Ro**	Moins sept (il écrit = - 7)
128	**En**	Très bien. La deuxième question. Pour x égal moins un demi
129	**To**	Egal à zéro
30	**En**	**Ge** tu écris les punitions pour demain, pour celui qui va parler. C'est la préparation de tous les exercices du chapitre pour jeudi. Bavardez encore. (**Ro** écrit de nouveau $G = 4x^2 – 12x – 7$) Bien égal
131	**Ro**	On remplace x par un demi
132	**En**	On remplace x par un demi. C'est quatre fois
133	**Ro**	Quatre fois un demi au carré (il écrit $4(\frac{1}{2})^2$)
134	**En**	Très bien. Je mets un demi entre parenthèses
135	**Ro**	Moins douze, fois un demi
136	**En**	Voilà
137	**Ro**	Moins sept (il a écrit $= 4 \times (\frac{1}{2})^2 – 12 \times (\frac{1}{2}) – 7$)
138	**Mar**	M[me], c'est moins un demi
139	**En**	C'est moins un sur deux ? Donc, moins un demi (**Ro** ajoute des (-) devant les un demi)

140	**Ro**	Quatre fois, moins un demi, c’est moins quatre sur deux
141	**En**	D’abord, écris le quatre, fois, moins un sur quatre ? Le moins un demi au carré, le moins élevé au carré, à une puissance pair, c’est, plus (**Ro** écrit $4 \times \frac{1}{4}$)
142	**Ro**	Moins
143	**Dav**	Plus
144	**Ro**	Plus, douze sur deux
145	**En**	Oui, douze sur deux
146	**To**	Six
147	**En**	Oui, **Mar** (il a levé le doigt)
148	**Mar**	On peut immédiatement mettre la réponse ?
149	**En**	Tu fais un calcul détaillé
150	**Ro**	Moins sept (il a écrit $= 4 \times \frac{1}{4} + \frac{12}{2} - 7$ $= \frac{4}{4} + 6 - 7$)
151	**En**	Que vaut quatre sur quatre ? Un, voilà (**Ro** écrit $= 1 + 6 - 7$ $= 0$) Zéro, très bien. Quatrième question Résoudre G égal à zéro. Quand on résout une forme égale à zéro ?
152	**Ro**	La première
153	**En**	On prend quelle, euh, la première forme ? Ou bien, on prend la forme
154	**Els**	Factorisée
155	**En**	Factorisée. Quelle était la forme factorisée ?
156	**Ro**	Quatre x deux, moins
157	**En**	Ça, c’est la forme factorisée **Ro** ?
158	**Els**	Deux x moins sept, facteur de, deux x plus un
159	**En**	**Ra**, tu nous la donnes
160	**Ra**	Deux x moins sept, facteur de, deux x plus un
161	**En**	Deux x moins sept, facteur de, deux x plus un, égal à (**Ro** écrit en même temps qu’elle dicte $= (2x - 7)(2x + 1) = 0$) (E 1) Et qu’est ce que tu dis ? Tu n’as pas besoin de l’égalité là (**Ro** a écrit en seconde ligne =) et celle qui est avant, *Efface la* (elle fait signe à l’= qui est devant (E1)) (**Ro** écrit pour qu’un … (2x – 7)) Tu n’as pas besoin des parenthèses (il les effaces et continue à travailler $2x - 7 = 0$ ou $2x + 1 = 0$ $2x = 7$ $2x = -1$ $x = \frac{7}{2}$ $x = \frac{1}{2}$ C’est moins un demi (il ajoute le signe (-) devant $\frac{1}{2}$) $S = \{ \frac{7}{2} ; -\frac{1}{2} \}$ Bien

Septième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	(Elle fait signe à **Dav** pour passer au tableau) On était au numéro
2	**To**	Trente
3	**En**	Dans le numéro trente
4	**Ro**	Trente et un
5	**En**	Alors, c'est le numéro trente et un, **Dav** (il écrit N^{o} 31) Donc, tu vas relire la question, pour nous rappeler de quoi il s'agissait
6	**Dav**	..//.. (il lit la consigne à haute voix)
7	**En**	Donc, après les avoir transformées en équations produits, c-à-d **Dav**, après les avoir (elle regarde **Dav** pour qu'il répond)
8	**Dav**	Développées
9	**En**	Non
10	**Els**	Développées
11	**Els**	Factorisées
12	**En**	Chuch, levez la main pour répondre
13	**Dav**	Transformées en équations-produits
14	**En**	Ça veut dire quoi transformées en équations-produits ?
15	**To**	La forme factorisée
16	**En**	**And** (il a levé le doigt) Après les avoir
17	**And**	Factorisée
18	**En**	Factorisée. Donc, là, je vais chercher un facteuuur (**Dav** écrit la donnée : a) (x – 3)(2 – x) + x – 3 = 0)
19	**Els**	Commun
20	**En**	Commun. Qui est le facteur commun que tu regardes ?
21	**Dav**	x moins trois
22	**En**	C'est le x moins trois. Donc, je chasse le x moins trois Oui **Mar** (il a levé le doigt)
23	**Mar**	J'ai pas compris, x moins trois n'est pas entre parenthèses
24	**En**	Tu n'as pas. Et si tu le mets entre parenthèses, est ce qu'il y a quelque chose qui va changer ? Donc, **Mar** me dit, me propose, le x moins trois, n'est pas entre parenthèses. Donc, parfois, quand j'ai un facteur qui n'est pas entre parenthèses, moi, je vais chan, créer les parenthèses en faisant les changements nécessaires. Donc, là, si je les impose (elle trace les parenthèses pour x – 3 dans la donnée), est ce qu'il y a quelque chose qui va changer ?
25	**Dav**	Il y a plus
26	**En**	Il y a avant un plus, très bien **Dav** (il a écrit (x – 3)[(2 – x) + 1] = 0) Il a remarqué, qu'à la place de x moins trois que j'ai chassé dehors, il va me rester un, plus un. Et faites attention (elle parle sur un ton fort), ce n'est ni zéro, ni rien. C'est, plus un (**Dav** écrit (x – 3)[3 – x] = 0)
27	**Ro**	On peut écrire là où on met les parenthèses ?
28	**En**	Tu peux écrire l'étape où on met les parenthèses, **Ro,** oui Oui, **To**
29	**To**	Et si on avait moins x moins trois ?
30	**En**	On va voir, on va passer par des exemples où il n'y a pas de parenthèses, on va les mettre et on va faire des changements. (**Dav** continue à travailler : pour que ..) Oui, voilà, trois points de suspension, oui euh
31	**Chr**	Si on avait, moins x, moins trois, c'est
32	**En**	Si tu avais moins x, moins trois, et là, tu avais x moins trois facteur, égal à zéro (elle montre la donnée) Donc, **Ge**, quelle est ton facteur commun, là ? (Pas de réponse) Donc, tu vas essayer la première chose, de mettre
33	**Ge**	Moins trois
34	**En**	Des (elle attend une réponse de **Ge**, qui ne répond pas)

35	**Dav**	Parenthèses
36	**En**	Parenthèses. Faites attention, **Ge** a posé une très bonne question. Si j'avais, x moins trois, facteur de deux moins x, moins x moins trois, égal à zéro (elle écrit (x – 3)(2 – x) – x – 3 = 0) Comment je vais travailler ? Donc, premièrement, je dois mettre des
37	**Dav**	Parenthèses
38	**En**	Donc, ça va faire, x moins trois, facteur de deux moins x
39	**Be**	Moins, parenthèses de x moins trois
40	**Els**	Plus trois
41	**En**	Oui, **Ra**
42	**Ra**	Plus
43	**En**	Plus trois (elle écrit en même temps (x – 3)(2 – x) – 1(x + 3) = 0, (E) signalons qu'elle a tracé les parenthèses avant d'écrire x + 3) Donc, est ce que j'ai un facteur commun ?
44	**Dav**	Non
45	**En**	Non. Donc, une telle question ne sera pas posée
46	**Ge**	Pourquoi plus
47	**En**	Pourquoi là j'ai un plus ? (Elle montre le (x + 3))
48	**Be**	Par ce moins fois plus, moins
49	**En**	Oui, euh, **Chr**
50	**Chr**	Moins, fois, moins, c'est plus
51	**En**	Moins, fois, moins, c'est plus, d'accord. Et toi **Be** (qui avait le doigt levé)
52	**Be**	Moins par, euh, moins un, par plus trois, égal à moins trois
53	**En**	Moins par plus, c'est moins, d'accord Et comme, s'il y a, regardez, quand je développe par moins un, je change les signes, n'est ce pas ? Et quand je factorise (elle hausse sa voix) par moins un, aussi, je change les signes. Donc, là, j'ai factorisé par moins un (elle montre (E)), et j'ai ouvert les parenthèses, n'est ce pas ? donc, aussi à l'intérieur des parenthèses tu dois changer le signe. Tu as compris (elle s'adresse à **Ge**)
54	**An**	On a fait une factorisation pour moins x moins trois
55	**En**	On a fait une factorisation pour moins x moins trois, par combien ?
56	**To**	Moins un
57	**En**	Par moins un. Ça va ?
58	**An**	Ça va nous faire plus x
59	**Mar**	Non, moins x
60	**En**	Plus x, plus trois. Entre les parenthèses, quel est le signe de x ?
61	**Mar**	Moins
62	**En**	Le moins, il est en dehors des parenthèses, d'accord. Tu as moins, x plus trois (elle écrit à côté –(x + 3)). Dans les parenthèses, quel est le signe de x ?
63	**Chr**	Plus
64	**Ge**	Moins
65	**En**	Moins ? Dans les parenthèses, quel est le signe de x ?
66	**Els**	Plus
67	**Els**	Moins
68	**En**	Plus, tu as compris (elle s'adresse à **Ge** qui semble perdu) Toi, quand tu as fait, moins, facteur de x plus trois (elle montre –(x + 3)), d'accord, je vais établir une différence, moins x plus trois (elle écrit (-x + 3) en dessous de -(-x + 3)) Dans les parenthèses ici (elle montre (-x + 3)) quel est le signe de x ?
69	**Ge**	Moins
70	**En**	En haut (elle montre -(x + 3)), quel est le signe de x ?
71	**Els**	Plus
72	**En**	Plus. *Maintenant*, quand tu vas enlever les parenthèses, là ça va te donner, moins x moins trois (- (x + 3) $\rightarrow$ -x – 3), sans parenthèses, que sera le signe de x ?
73	**Els**	Moins
74	**En**	(**Ge** perturbé) Qu'est ce qu'il y a avant le x ici ?
75	**Ge**	Moins

76	**En**	Et là, si tu enlèves les parenthèses, tu vas avoir plus x, moins trois $(-(-x+3) \rightarrow +x-3)$. Sans les parenthèses, quel est le signe de x ?
77	**Els**	Plus
78	**En**	Voilà, tu as compris ? (**Ge** mime oui par sa tête) Bien (**Dav** a résolu l'équation entre temps $(x-3)(2-x+1)=0$ $(x-3)(3-x)=0$ $x-3=0$ ou $3-x=0$ $x=3$ $-x=-3$ $x=3$ $S=\{3\}$ Comment on appelle, **Dav**, le trois ? **Dav**, répond (il n'a pas compris la question) Le trois que j'ai obtenu ici (elle lui montre S)
79	**Dav**	Solution
80	**En**	C'est une solution, mais **Mi,** c'est une solution
81	**Mi**	Double
82	**En**	Double. *Ok, seulement une* question. Celui qui veut répondre, lève sa main. Le x moins trois, et le trois moins x, comment sont-ils ? (elle écrit $x-3$ $3-x$) (E1)
83	**To**	Opposés
84	**Ro**	Opposés
85	**Ha**	Nombres communs
86	**En**	Je vais commencer à punir. **Anw**
87	**Anw**	Commun
88	**En**	Commun. Est-ce qu'il y a un commun là (elle montre (E1)) **Mar** (il a levé le doigt)
89	**Ma**	Signes opposés
90	**En**	Ils sont deux facteurs opposés **Ha**, tu te prépares**.** Oui **Ro**
91	**Ro**	Pourquoi on a mis un seul trois ? (il parle de S)
92	**En**	Le trois, car tu as deux solutions identiques, tu la mets une seule fois. Tu ne l'écris pas deux fois. C'est une solution, comment ?
93	**Ro**	Commune
94	**En**	Non. Comment on l'a appelé le trois ?
95	**Da**	Double
96	**En**	C'est une solution double, ou bien, racine double (entre ce temps **Dav** a écrit la donnée b) $(x-5)(\underline{2+x})+(x-5)(2x+1)=0$) Oui, là, par combien tu factorises ?
97	**Dav**	Par x moins cinq
98	**En**	Par x moins cinq. Allez-y **Ha**, tu passes pour le c) Chuchut, Oui, **Ma**
99	**Ma**	Dans la donnée, c'est x plus deux, et **Dav** a écrit deux plus x
100	**En**	Ici, ça ne va pas changer grand chose. Mais, dans la donnée, c'est x plus deux, et non pas deux plus x (elle corrige à **Dav,** entre ce temps, **Ha** a écrit c) $(x+2)^2 = x(x+2)$) Mais, c'est un plus, ça ne va pas changer. Tu continues. *C'est fini*, continue (**Dav** continue son travail et **Ha** a écrit en deuxième ligne : $(x+2)^2 + x(x+2) = 0$) Dans le c), faites attention à **Ha**, celui qui veut dire l'errrrreur, qu'il lève sa main, si non, il sera puni. Il a commis, **Ha**, une erreur quelque part ici, **Da**
101	**Da**	Moins
102	**En**	Non, **Ri**
103	**Ri**	On doit mettre moins, moins x
104	**En**	C'est moins x, **Ha**, facteur de x plus deux
105	**Mar**	M[elle], dans les parenthèses, on ne change pas le signe ?
106	**En**	Dans les parenthèses, non on ne change pas le signe. On change le signe. Il a posé une bonne question **Mar** Il me dit, entre les parenthèses, est ce que le signe va changer ?

107	**Be**	Non
108	**Els**	Non
109	**En**	Non, car, quand je transporte le produit, c'est le signe du produit qui va changer. Je n'entre pas à l'intérieur de chaque parenthèse.
110	**Mar**	Si je n'ai pas x, je mets, moins facteur de x plus deux ?
111	**En**	Très bien, bravo. Qu'est ce que c'est ça, tu fais peur, **Ma** (sur un ton fort), très bien. Il a demandé aussi, il a posé. Si j'avais x plus deux au carré, égal, x plus deux (elle écrit en même temps qu'elle parle $(x + 2)^2 = x + 2$) *Faites bien attention*. Si je veux factoriser, je vais transporter d'abord, ce x plus deux là. Il a proposé de l'écrire x plus deux au carré, moins, x plus deux, égal à, zéro (elle écrit $(x + 2)^2 – (x + 2) = 0$)
112	**Mar**	Oui
113	**En**	Donc, à l'intérieur des parenthèses, je ne change pas le signe Fais attention **Ha** (il travaille en silence ainsi que **Dav**. **Ha** a écrit : $((x + 2)^2 = x (x + 2)$ $x + 2)^2 – x(x + 2) = 0$ $(x + 2)[(x + 2) – x] = 0$ $(x + 2)(2x + 2) = 0$ (Des rires se font entendre) Ne rigoler pas, c'est l'erreur la plus commune que les élèves commettent à l'examen. Fais attention, **Ha**, tu as, x moins x
114	**Ha**	x deux
115	**En**	Comment ça? Comment ? Mets à la place de x, deux. Deux, moins, deux
116	**Ha**	Moins x deux
117	**En**	Moins x deux, non
118	**Ha**	Non, deux moins deux, *rien*
119	**En**	Ce n'est pas *rien.* (elle parle sur un ton lyrique)
120	**Ha**	Un
121	**En**	Ce n'est pas un
122	**Ha**	Zéro
123	**En**	C'est zéro. Donc, x moins x
124	**Ha**	Zéro
125	**En**	Donc, là, qu'est ce qu'il fou ce moins là ?
126	**To**	M[elle], il a fait b avant a
127	**En**	Je vais lui corriger, je n'ai pas encore continué. Là, encore, est ce que la factorisation est terminée, **Dav** ? (il a écrit $(x – 5)(2 + x) + (x – 5)(2x + 1) = 0$ $(x – 5)[(2 + x) + (2x + 1)] = 0$ $(x – 5)[2 + x + 2x + 1] = 0$ $(x – 5)[3x + 3] = 0$ Pour qu'un …. $x – 5 = 0$ ou $3x + 3 = 0$ $x = 5$ $3x = -3$ $x = -\frac{3}{3}$ $x = -1$ $S = \{5 ; -1\}$
128	**Els**	Non
129	**El**	Oui
130	**En**	Laisser Dav qui va savoir. (**Ha** continue son travail) **Ha**, c'est faux, efface ici (elle lui demande d'effacer à partir de la quatrième ligne) Je n'ai pas terminée la factorisation, x moins cinq, facteur de, trois x plus trois
131	**To**	x
132	**Be**	Trois
133	**En**	**Ca**
134	**Ca**	Trois, trois, facteur de x plus un
135	**En**	Donc, le trois x, plus, trois, encore, je peux le factoriser par trois, et le trois, je le mets
136	**Els**	Au début
137	**En**	Au début du produit. Donc, encore écrivez, trois facteur de, x moins cinq, facteur de x

		plus un, égal à zéro (elle écrit 3(x – 5)(x + 1) = 0) Combien de facteurs j'ai ici ?
138	**El**	Deux
139	**Ri**	Trois
140	**En**	Trois facteurs. Qui est le premier ?
141	**Ri**	Trois
142	**En**	Trois
143	**Els**	[Trois
144	**En**	Le deuxième
145	**Els**	x moins cinq
146	**En**	x moins cinq, et le troisième
147	**Ri**	x plus un
148	**En**	Ok. En disant pour qu'un produit de facteurs, est ce que je prends le trois en considération ?
149	**Els**	Non
150	**En**	Pourquoi, **Dav** ?
151	**Be**	Car
152	**En**	**Dav**
153	**Dav**	Il n'a pas x
154	**En**	[Brouhaha] Il n'a pas x, il est connu, **An**
155	**An**	Il ne peut pas être égal à zéro
156	**En**	Le trois ne peut pas être égal à zéro. Et **Ha** (il n'a pas effacé et il a continué de résoudre (x + 2)(2x + 2) = 0 (*) pour qu'un … x + 2 = 0 ou 2x + 2 = 0 x = -2 2x = -2 x = et là **En** l'arrête) Il ne veut pas comprendre ici, que x moins x, combien ça vaut
157	**Ha**	Zéro
158	**En**	Alors, pourquoi tu écris encore deux x ici (elle lui parle sur un ton très fort), efface ça (elle lui demande d'effacer à partir de (*))
159	**Ro**	M^{elle}, pourquoi on n'a pas mis un, ici à la place de x plus deux (il montre x(x + 2))
160	**En**	Un à la place de x plus deux, ici (elle lui montre $(x + 2)^2$)
161	**Mi**	Non, là
162	**En**	*Ici, ok*. Un à la place de x plus deux Ok, regardez. Là, le x plus deux, combien de fois tu l'as dans x plus deux au carré ?
163	**Da**	Deux fois
164	**En**	Tu as chassé une, dehors, Combien il va te rester pour l'intérieur ? Une seule. *C-à-d*, comme si tu avais, x plus deux, facteur de, x plus deux, moins x, facteur de x, plus deux (elle écrit (x + 2)(x + 2) – x(x + 2). Tu barres ton facteur commun une seule fois (elle barre (x + 2) dans les deux termes de l'expression), du premier produit, combien de fois il va te rester ?
165	**Mi**	*Seulement une. Mais ce n'est pas ça, c'est l'autre*
166	**En**	Laquelle
167	**Mi**	M^{elle} x plus deux, exposant
168	**En**	Exposant deux
169	**Mi**	Est égal, x facteur de x, plus, deux
170	**En**	Oui
171	**Mi**	A la place de x plus deux, pourquoi on n'a pas mis un ?
172	**Ha**	*Parce que*, c'est pas
173	**En**	C'est x fois un. C'est x, fois un (elle écrit x × 1), tu ne mets pas le x fois un, tu le mets x Bien combien de solutions ici j'ai ? (elle montre 2(x + 2) = 0)
174	**Ha**	Une seule
175	**Els**	Une seule
176	**En**	Donc, x plus, deux, égal à zéro. x égal, S égal moins deux (elle écrit x + 2 = 0 x = -2 S = {-2}) Est-ce que je prends deux égal zéro ?

177	**Be**	Non Que vaut y moins y, **Ha**?
178	**Ha**	Zéro
179	**En**	Va à ta place. **Car** (elle fait signe à **Car** pour passer au tableau) Oui **Ro** (il a demandé la parole)
180	**Ro**	On va corriger trois x plus trois
181	**En**	Vous pouvez, vous allez obtenir la même réponse. Donc, suivant, notre factorisation
182	**To**	Même réponse
183	**En**	x plus un égal à zéro, x égal
184	**Ro**	Moins un
185	**En**	Moins un, c'est la même solution
186	**Ro**	Si on a laissé
87	**En**	Comme ça (elle montre (x – 5)[3x + 3]), ça va Moi, je préfère que vous factorisez jusqu'au bout. Ça, à la rigueur, je l'accepte Oui, **Mar**
188	**Mar**	M^{elle}, trois facteur de x moins cinq (il mime de main le reste du produit), si ce n'est pas égal à zéro. Comment je développe ?
189	**En**	Tu commences à développer, x moins cinq, facteur de, x plus un, entre parenthèses. Et le résultat, tu le fac, tu le développes, par trois Donc, le numéro trente deux Tu relies la consigne (elle s'adresse à **Car** qui est déjà au tableau et qui lis la consigne à haute voix, elle est la même que celle du n^{o} 31) *Vas-y* (**Car** écrit a) (x + 5)^2 + (x + 5)(x + 1) = 0) Là, **Car**, ton facteur commun, c'est
190	**Car**	x plus cinq (elle écrit = x + 5[)
191	**En**	Et le x plus cinq, comment tu dois l'écrire ? (**Car** la regarde) Entre parenthèses (**Car**, trace les parenthèses) Donc, du premier produit, il va te rester
192	**Car**	x plus cinq
193	**En**	Ecris x plus cinq. Du deux, entre les deux, qu'est ce qu'il y a ? Tu as barré là x plus cinq, et là, x plus cinq (elle barre l'exposant 2 de (x + 5)^2 et puis (x + 5) du second terme de l'expression)
194	**Car**	Plus
195	**En**	Plus
196	**Car**	x plus un (elle a écrit = (x + 5)[(x + 5)+ (x + 1)] = 0)
197	**En**	x plus un, oui
198	**Car**	x plus, cinq, j'enlève les parenthèses
199	**En**	Tu enlèves les parenthèses (**Car** écrit = (x + 5)[x + 5+ x + 1] = 0)
200	**Car**	Euh, x plus x, deux x
201	**En**	Deux x
202	**Car**	Plus, euh, six (elle écrit (x + 5)[2x + 6] = 0)
203	**En**	Oui, et quoi encore ? c'est juste, d'accord. Est-ce que là, ma factorisation est finie ? Tu peux encore factoriser quelque part ?
204	**Car**	Non
205	**En**	Si. Où, on peut encore factoriser ? **May**
206	**May**	Par deux ?
207	**En**	Par deux, oui
208	**May**	Deux, fois, x plus cinq, par, x plus trois
209	**En**	Très bien. Le deux x plus six, le deux et le six, tu peux encore les factoriser par deux, et où on met le deux ?
210	**Els**	Au début
211	**En**	Au début du produit C'est donc, deux, facteur
212	**Car**	De x plus cinq
213	**En**	Le x plus cinq reste intact, et le deux x plus six, qu'est ce qu'il devient ?
214	**Els**	x
215	**En**	Chuch, x, x (elle attend une réponse de **Car**)
216	**Car**	x plus trois (elle a écrit 2(x + 5)(x + 3) = 0)
217	**En**	x plus trois. Qu'est ce qu'on fait maintenant ?

218	**Car**	Euh, pour qu'un produit (elle écrit : pour qu'un produit…)
219	**En**	Voilà
220	**An**	M^{elle}, pourquoi, on n'a pas remplacé x plus cinq par un dans le crochet ?
221	**En**	Aussi, c'est la même question que **Mi** Là, le x plus cinq, tu l'as au carré, deux fois, tu mets une dehors, et tu gardes une pour les crochets
222	**To**	M^{me}, si on n'a pas x plus cinq au carré
223	**En**	*Une seconde*. Tu mets un. Si tu avais x plus cinq seulement, tu mets, x plus cinq dehors, à la place de x plus cinq, tu mets un (**Car** a écrit 2 = 0) Est-ce que le deux, **Car**, peut être égal à zéro ?
224	**Car**	Non
225	**En**	Non, donc quel facteur je prends ?
226	**Car**	x plus cinq
227	**En**	x plus cinq (**Car** écrit x + 5 = 0 x = -5) (**)
228	**Mai**	*Pourquoi on va faire cette* étape ? (il parle de 2(x + 5)(x + 3)= 0)
229	**En**	Euhhh, dans la résolution, **Mai**, tu n'as pas besoin de la dernière étape. Mais, tu auras besoin, de cette étape, quand il s'agit de factoriser une grande expression. *On vous donne*, x plus cinq, deux x plus six, plus, euh, x plus trois facteur, c'est à toi de savoir que tu as à factoriser le deux x plus six. (Pendant ce temps **Car** a fini de résoudre elle a écrit à côté de (**) ou x + 3 = 0 x = -3 S = {-5 ; -3}) Bien, fais le b)
230	**Mic**	On peut ne pas prendre le deux
231	**Mir**	On obtient la même réponse
232	**En**	Oui, on peut. Mais personnellement, c'est mieux pour vous, de faire une factorisation complète
233	**Car**	(Elle écrit la donnée (x + 4)(x – 2) = (x + 4)(1 – 2x)) x plus quatre
234	**En**	Avant, est ce que tu as égal à zéro ? Hein (**Car** regarde le tableau ne sachant quoi faire) Alors, qu'est ce que tu dois faire ? (11 sec, pas de réponse de **Car**) Qu'est ce qu'on doit faire ici? **An**
235	**An**	Enlever les parenthèses
236	**En**	Non, on n'enlève pas les parenthèses, **Ab**
237	**Ab**	Euh, euh, on met moins x plus quatre, facteur, un moins deux, égal zéro
238	**En**	Voilà. Donc, là, je veux transporter ce produit de ce côté de l'égalité (elle trace une flèche du terme qui est après le signe (=), vers celui qui est avant le signe (=)), et qu'est ce que je mets ?
239	**Da**	Egal zéro
240	**En**	Moins, égal à zéro (elle trace le signe (-) et = 0 ainsi – = 0) Donc, son signe, avant le produit, je n'avais pas de signes, c'est comme si j'avais un (elle demande une réponse de l'ensemble classe)
241	**Els**	Plus
242	**En**	Un plus. Quand, je vais le transporter, je change le signe de touuut le produit. Mais, faites attention, le x plus quatre, va rester x plus quatre, je ne lui change pas le signe, et le un moins deux x aussi. Je change le signe de tout le produit. Ça va ? Montre moi, qu'est ce que tu vas faire (elle s'adresse à **Car** qui écrit -) Donc, *avant*, le x plus quatre, facteur de x moins deux, il va rester (**Car** efface le signe (-) et écrit (x + 4)(x – 2) – (x + 4)(1 – 2x) = 0 = 0) *Allez*, **Chr** prépare toi pour le c) (Elle s'approche de **An** qui travaille devant lui et discute avec lui : puis les deux tiers du reste, ok, on a dit nous, soit x la somme. **An** répond : « la somme initiale. *On y enlève* trois sur cinq »)
243	**To**	M^{elle} *pourquoi elle a mis deux fois* égal à zéro ?
244	**En**	Moi, j'avais mis la première, tu effaces la deuxième, **Car**, égal à zéro (elle retourne à

		An, « il dépense les trois cinquième de x » [inaudible] tout le groupe qui travaille avec **An** parle à la fois. « Si tu as dit, il a dépensé la moitié de la somme, qu'est ce tu aurai mis ? » **An** « somme sur deux » **En** « un demi x, donc trois cinquième» **Car** entre x moins deux, facteur de, un moins deux x, qu'est ce que tu dois mettre ? (**Car** a écrit (x + 4)[(x – 2)(1 – 2x)])
245	**Car**	Moins
246	**En**	Où est le moins ? Et ce produit, il égal à
247	**Car**	Zéro
248	**En**	Oui (Elle retourne à **An**, « il dépense les deux tiers du reste, le reste, *C'était*, x la somme initiale, moins ce qu'il a dépensé. Puis il va lui rester trente neuf mille » **An** « égal à x » **En** « toutes ces sommes, c'est la somme initiale » (**Car** a écrit ((x + 4)[(x – 2) –1 – 2x] = 0) Fais attention, là, j'ai un moins avant les parenthèses, quand j'enlève les parenthèses, je dois mettre un
249	**Be**	Plus
250	**En**	Plusss. Je change le signe (**Car** corrige ((x + 4)[(x – 2) –1 + 2x] = 0 et **En** barre les parenthèses pour (x - 2)) *Vas-y*, x plus deux x
251	**Car**	Trois x
252	**En**	Trois x. *Vas-y*, **Chr**. Moins deux, moins un
253	**Car**	Moins trois (elle écrit (x + 4)[3x – 3] = 0)
254	**En**	Moins trois. Et par combien je peux encore factoriser ?
255	**Car**	Par trois
256	**En**	Par trois. Où tu mets le trois ? (**Car** écrit 3(x + 4)[x – 1] = 0 pour qu'un… x + 4 = 0 ou x – 1 = 0 x = -4 x = 1 S = {-4 ; 1}) Eh, derrière (elle s'adresse à **An** et son groupe qui discutent leur exercice) Le c) **Chr** (**Chr** écrit c) $(x + 10)^2 = 100$ $(x + 10)^2 – 100 = 0$) Bien, **Chr**, il est en train de déplacer tout le monde d'un même côté pour avoir égal à zéro (**Chr** continue à travailler en silence $(x + 10)^2 – (10)^2 = 0$) Sans parenthèses le dix (**Chr** efface les parenthèses dans $(10)^2$) Là, le cent, il peut directement l'écrire dix au carré. Donc, je ne développe pas, je suis en train de factoriser
257	**Be**	On fait quoi après (il travaille seul devant lui et il est en avance par rapport à la classe)
258	**En**	Quarante huit, **Be**, et c'est ton tour maintenant, pour le trente deux
259	**El**	Trente trois
260	**En**	Pour le trenteuh, trente trois Pourquoi tu es en train de faire comme ça **Chr** (**Chr** a écrit (x + 10 – 10)(x + 10 + 10) = 0, et il ne répond pas à **En**) C'est a moins b, facteur de a plus b (elle écrit a, par-dessus x = 10, et b par-dessous 10, dans les deux parenthèses) (**Chr** continue sa résolution toujours en silence, il écrit x (x + 20) = 0 x =) Avant, est ce qu'on peut factoriser là ?
261	**Chr**	Non
262	**En**	Non, alors, qu'est ce qu'on dit ?
263	**Chr**	Pour qu'un produit (il écrit pour qu'un …. x = 0 ou x + 20 = 0 x = -20)

		S = {0 ; 20}

Huitième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	(**Mr** est au tableau) Bien tu lis la consigne à haute voix (**Mr** le fait) Ils vous ont dit, en utilisant les identités remarquables, à peine, *c-à-d*, il risque de vous donner la réponse. Bien le a) et le b) du quarante huit, ils ont été fait dans le numéro dix. Ce sont les mêmes expressions, et malgré cela, **Mr,** tu vas les faire. *Vas-y* Comme ça, on verra bien si tu as étudié hier (**Mr** écrit $15x - (x + 7)^2 =$) Tu mets une étoile avant chacune (**Mr** ajoute * devant 15x, et sur la seconde ligne) Pourquoi à chaque fois tu mets une étoile ? Egal, en haut, égal, et commence à travailler
2	**Mr**	x plus sept
3	**En**	Le quinze x reste tel qu'il est, moins, le x plus sept, à quoi ça ressemble ?
4	**Mr**	A, euh, x deux, plus, euh
5	**Els**	Moi, moi
6	**En**	Ça ressemble à quelle identité ? [Brouhaha] Chutt
7	**Mr**	a, a plus b, euh, (3 sec de silence), au carré
8	**En**	Tu es sûre ? {la classe est bruyante) Chuttt
9	**Mr**	Oui
10	**En**	Oui. Et quelle est le développement de a plus b au carré ?
11	**To**	a deux (à basse voix)
12	**Mr**	a deux, plus, b deux
13	**En**	a deux, plus, b deux **An** (le responsable de la liste des élèves punis), pour demain, **Mr** va écrire cent cinquante fois, les trois identités remarquables. Au moins, il faut les retenir. Vas à ta place
14	**Els**	Moi, moi
15	**En**	**Mi** (passe au tableau) C'est quoi le développement de a plus b au carré ?
16	**Mi**	Euh, x deux
17	**En**	Oui
18	**Mi**	Plus deux x
19	**En**	Plus deux x seulement (4 sec d'attente) Plus deux, fois aaa
20	**Mi**	Plus deux, fois a, euh, plus deux x, fois sept, plus sept au carré (**Mi** a écrit $x^2 + 2x \times 7 + 7^2$)) (E)
21	**En**	Voilà, égal (**Mi** écrit avant (E) $15x - (x + 7)^2 = 15x -$) Est-ce que t'as vu, tu as jamais vu ça **Mr**, devant toi, une telle identité ?
22	**Mi**	Oui M[me]
23	**En**	Oui M[me], pourquoi tu ne la sais pas ? Ou tu n'as pas le temps ? (sur un ton très fort) (**Mi** écrit $= 15x - x^2 - 2x \times 7 + 49$)
24	**En**	Fais attention, il y a le moins aussi là, le moins il est aussi pour sept au carré (**Mi** corrige + 49 en – 49), voilà, égal
25	**Mi**	Moins x deux
26	**Mic**	M[elle], on ne peut pas mettre quatorze
27	**En**	Directement, si, **Mar** (il ne suit pas) (**Mi** écrit $= - x^2 - 13x$) Pourquoi moins quatorze, x. Qu'est ce que tu as fait ? Tu as deux x fois sept, que vaut deux x fois sept ?
28	**Mi**	Euh, quatorze x
29	**En**	Ecris là quatorze, en haut (**Mi** écrit 14x en dessous de $2x \times 7$) Et que vaut quinze x, moins, quatorze x ?
30	**Mi**	Euh x
31	**En**	x
32	**Mi**	Moins quarante neuf **Mi** écrit $= - x^2 + x - 49$)
33	**En**	Moins quarante neuf

		Deuxième (**Mi** écrit * $x(x-1)-(x-2)^2 = x(x-1)-(x^2\quad)$
34	**Ha**	Moins x deux, *on l'écrit,* plus x deux (il parle de l'expression précédente)
35	**En**	Qu'est ce que tu veux faire avec moins x deux ?
36	**Ha**	Rien
37	**An**	Ce n'est pas mieux de résoudre, *en premier*, la parenthèse, et après on fait le signe
38	**En**	De calculer ce qu'il y a dans les parenthèses. Mais, est ce que tu peux réduire x deux, plus quatorze x, plus quarante neuf ?
39	**Els**	Non, non
40	**En**	Est-ce que tu peux les additionner ? Oui **Ro** (il demande la parole) Là aussi tu peux développer **Mi** (elle lui montre $x(x-1)$ dans sa réponse) (**Mi** efface et écrit $= x^2 - x - (x^2 - 2x \times 2 + 2^2)$)
41	**Ro**	Toujours dans la réponse finale, toujours on dit en premier x deux ?
42	**En**	Oui. Faites attention à ça, **An** et **Mic**, **To**, euh, **Ro**, il pose une question qui est importante pour après. Que toujours, quand vous donnez une réponse finale d'une expression, il faut commencer par la plus haute puissance, par le plus haut exposant. Donc, x deux (**Mi** travaille sel au tableau, $= x^2 - x - (x^2 - 4x + 4)$ $= x^2 - x - x^2 - 4x + 4$ $= -5x + 4$) Bien. La troisième
43	**An**	Il y a une faute
44	**En**	(Elle revoie le travail de **Mi**) Fais attention là, tu as le moins, moins avant les parenthèses. et là aussi, (elle trace un (+) devant 4x à la place de (-) et (-) devant le 4 à la place de (+)) Donc là, c'est moins x deux, donc tu vas corriger la réponse (**Mi**t écrit $= 3x - 4$) (**Mi** écrit * $(x + 2)(2 - x) + (x + 1)^2$) Bon, **Mi**, la première à quoi est ce qu'elle ressemble ? x plus deux, facteur de, deux moins x
45	**Mi**	a moins b
46	**En**	a moins b
47	**Mi**	Au carré
48	**En**	Non
49	**Dav**	a plus b, facteur de, a moins b
50	**Mi**	a moins b, facteur de, a plus b
51	**En**	Qui est le a, là ?
52	**Mi**	x plus deux
53	**En**	Non ! (sur un ton ferme) Comment ça doit être x plus deux ? Toi tu as dit, c'est a moins b, facteur de a plus b (elle écrit $(a - b)(a + b)$ par-dessus $(x + 2)(2 - x)$) Le a, tu me dis, c'est x plus deux. Le a, c'est uuun terme
54	**Mi**	Euh, deux, deux moins x
55	**En**	Non !
56	**To**	M[elle], euh, on peut mettre x plus deux, facteur de, moins x plus deux
57	**En**	D'accord, ou bien ? pour avoir le a, et le a (elle montre les a de la formule $(a - b)(a + b)$), le même terme, ou bien, euh, la forme de a plus b, facteur, de a moins b. Là, j'ai le x plus deux, là j'ai le x plus deux, là, j'ai deux, moiins, xeuh. {brouhaha] C'est un tout petit changement, sans avoir, sans changer des signes
58	**Dav**	Je mets un moins devant
59	**En**	Levez la main pour répondre (quelque doigts se lèvent). Toujours les mêmes. Là, je n'ai pas de forme a plus b, a moins b (elle montre $(x + 2)(2 - x)$). J'ai a plus b, b, b moins a. Comment est ce que je peux la changer, *comme ça,* gentiment, pour avoir la forme d'une identité remarquable ? **Chr**
60	**Chr**	On renverse deux moins x
61	**En**	Non
62	**Els**	M[elle], M[elle]
63	**En**	Sans crier **Ab**
64	**Nad**	On fait deux plus x, deux moins x
65	**En**	Voilà, très bien. Deux plus x, facteur de, deux moins x (elle écrit $(2 + x)(2 - x)$) (E1) Si j'écris, x plus deux, ou bien deux plus x, je ne change pas la valeur de la réponse. Donc, voilà, j'ai la forme, a plus b, facteur de a moins b

		Et qui est mon a **Mi** ? (Elle écrit à la suite de (E1) + $(x + 1)^2$)
66	**Mi**	Euh, deux plus
67	**En**	Mais, je t'ai diiit (sur un ton ferme), a plus b, facteur de, a moins b (elle montre (E1)). Et qui est le a ? Allez-y, quelle est la factorisation de a plus b, a moins b ? (elle s'adresse à l'ensemble classe)
68	**Be**	a carré, moins b carré
69	**Mi**	Euh, deux fois
70	**Dav**	Deux au carré
71	**Mi**	Deux, euh, deux, facteur
72	**En**	Oufff !!!
73	**Chr**	Moi, M^{elle}
74	**En**	Je te félicite M^{elle} **Chr**
75	**Chr**	Deux au carré, moins x au carré
76	**En**	C'est deux au carré, moins x au carré (**Mi** écrit $= 2^2 – x^2$)
77	**Dav**	*Maintenant*, on fait a plus b au carré (**Mi** écrit $= 2^2 – x^2 + x^2 + 2x \times 1 + 1^2$ $= 4 – x^2 + x^2 + 2x$ (E2) $= 2x + 4$)
78	**Ge**	M^{elle}, si on fait un développement
79	**En**	Ordinaire, on doit avoir la même réponse
80	**Dav**	On peut ne pas faire
81	**En**	Tu peux passer de cette étape (elle montre la donnée), à celle là (elle montre $2^2 – x^2 + x^2 + 2x \times 1 + 1^2$), sans faire celle-ci (elle montre $(2 + x)(2 – x)$ (E1)) Moi, j'ai, j'ai cette étape (E1), pour que vous la compreniez. Mais, vous pouvez dire directement que c'est a plus b, a moins b, en faisant attention, que le a, c'est deux, et non pas x. Donc, et le un, c'est pour les poules ? (Elle parle du 1 que **Mi** a oublié dans (E2) et qu'elle ajoute et puis corrige la réponse finale $2x + 5$) donc, c'est deux x plus cinq A ta place, suivante **Car**, numéro quarante neuf. Efface la deuxième colonne **Dav** a une punition, n'est ce pas ? (**Car** écrit * $(x + 3)^2 + (x – 5)^2$)
82	**Dav**	Non M^{elle}, s'il vous plait
83	**Car**	C'est a plus b au carré, plus, a moins b au carré
84	**En**	D'accord (**Car** travaille en silence au tableau, elle a écrit : $(x + 3)^2 + (x – 5)^2 = x^2 + 6x + 9 + (x^2 – 10x + 25)$ $= x^2 + 6x + 9 + x^2 – 10x + 25$ $= 2x^2 – 4x + 34$) Ok, fait la deuxième en dessous (**Car** écrit : $(x – 1)^2 – (x – 2)^2$)
85	**Car**	a moins b au carré, moins, a moins b au carré
86	**En**	Heum (**Car** travaille en silence au tableau, elle a écrit : $(x – 1)^2 – (x – 2)^2= x^2 – 2x + 1 – (x^2 – 4x + 4)$ $= x^2 – 2x + 1 – x^2 + 4x – 4)$ $= 2x – 3$) La troisième (**Car** écrit : $3(4x + 1)^2 – 4(3x + 1)^2 = 12x$) Fais attention. Là, faites attention tous. On a trois facteur de quatre x plus un au carré, par laquelle **Mar** on commence ?
87	**Mar**	Je développe la puissance d'abord
88	**En**	Donc, je commence à développer le quatre x plus un au carré, et à la fin, je développe par trois. Donc, c'est trois, facteur et je développe le quatre x plus un au carré (**Car** travaille en silence au tableau, elle a écrit : $3(4x + 1)^2 – 4(3x + 1)^2 = 3(16x^2 + 8x + 1) – 4(9x^2 + 6x + 1)$ $= 48x^2 + 24x + 3 – 36x^2 – 24x – 4$ $= 12x^2 – 1$) Très bien.

		Dav, tu fais maintenant le numéro cinquante (**Dav** écrit : $(x + y)^2 – (x - y)^2 = [x^2\ \ )$ Tu mets une étoile avant chaque expression. (**Dav** ajoute * au début) Pourquoi les crochets ? (**Dav** efface le crochet et trace une parenthèse, il écrit : $(x + y)^2 – (x – y)^2 = (x^2 + 2 \times x \times y + y^2) – (x^2 - 2 \times x \times -y + y^2)$ Pourquoi fois moins y ? Deux, fois, a, fois, b. Deux, fois x, fois y Egal, sans les parenthèses. Deus fois x, fois y, c'est deux xy, plus y deux, plus tu as un moins devant les parenthèses (il a écrit -2xy ; $= x^2 + 2xy + y^2 – x^2 + 2xy – y^2$)
89	**Dav**	x deux, moins x deux (il barre les x^2), y deux, moins y deux (il barre les y^2), il reste quatre xy (il écrit = 4xy)
90	**En**	Oui
91	**An**	C'est a plus b au carré, moins, a moins b au carré
92	**En**	Oui, oui
93	**An**	Ce n'est pas a deux moins b deux
94	**En**	Si, mais la question, c'est développer Bien, la deuxième du numéro cinquante, elle est très importante. Faites attention tous à la deuxième du numéro cinquante **La cloche a sonné** Bien demain, on la fait, elle est très importante Bien pour demain, vous faites, écris la préparation : p 164 n° 51, 57, 58, 59, 65

Neuvième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

1	**En**	On va travailler un peu vite, *parce que* les autres classes, dans les autres classes, on vous a dépassé (**Ab** passe tout seul au tableau, puisque, c'est son tour) Bien, **Ab**, numéro cinquante, la deuxième. Tu mets une étoile avant chacune (**Ab** écrit * $(x + y)^2 + (x – y)^2 – 2(x + y)(x – y)$) Bien, posez tous les crayons et suivez, posez tousss les crayons, et suivez. Donc, tu vas nous rappeler **Ab** de la consigne de l'exercice, qu'est ce qu'on doit faire, dans le numéro cinquante ? (**Ab** lit la consigne à haute voix) En utilisant les identités remarquables, la question est là, de, développer. Donc, vous allez tous poser les crayons. Développe (elle s'adresse à **Ab**). *Vas-y* travaille (**Ab** a écrit = $(x^2 + 2 \times x \times y) +\ \ )$
2	**Chr**	M[elle], il a oublié b deux
3	**En**	Attention, **Ab**, c'est a deux, plus deux ab
4	**Ri**	Plus b deux
5	**Ab**	Plus b deux (il ajoute + y^2 puis il ferme la parenthèse)
6	**En**	Euh, bien, suivez tous **Ab** Plus x deux, moins deux y, plus y deux, moins deux facteur, fais attention. Voilà, x deux, moins y deux (**Ab** a écrit = $(x^2 + 2 \times x \times y + y^2) + (x^2 – 2 \times x \times y + y^2) – 2(x^2 – y^2))$ (E) J'ai dit poser les crayons. (**Ab** travaille en silence : $= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 – 2xy + y^2 – 2x^2 + 2y^2$)
7	**Ab**	x deux, plus x deux, deux x deux, moins x deux, égal à zéro (il barre tous les x^2)
8	**En**	Oui, d'accord. Après
9	**Ab**	Deux xy, plus deux xy, moins deux xy (il barre les 2xy)
10	**En**	Voilà
11	**Ab**	Plus y deux, plus deux y deux, plus y deux
12	**En**	Il y a encore
13	**Ab**	Plus quatre y deux (il écrit = $4y^2$)
14	**En**	Donc, c'est égal à, plus quatre y deux. Bien, merci Question payée et gaaaarrr à celui qui répond sans lever sa main : Ça, si on nous demande de développer, c'est ce qu'on a fait. Si on nous demande de factoriser (elle écrit Factoriser) Comment on va procéder pour factoriser une telle écriture ? **Ab** (qui est toujours au tableau)
15	**Ab**	On a, x plus y et x moins y, entre parenthèses
16	**En**	Tu veux répéter en haussant ta voix

17	**Ab**	x plus y et x moins y, entre crochets, et x moins y moins deux
18	**En**	Non, **Mir**
19	**Mir**	On prend un facteur commun, x plus y
20	**En**	Est-ce que x plus y, Mir, est un facteur commun, partout ? Tu as là x plus y (elle lui montre $(x - y)^2$). **Dav**
21	**Dav**	On prend de la deuxième étape (il parle de (E))
22	**En**	Non.
23	**And**	On développe puis on factorise
24	**En**	Oui **And**, on développe, puis, on a développé, on a trouvé quatre y deux. Comment est ce qu'on peut encore factoriser ? **Mar**
25	**Mar**	x plus y, facteur de, x moins y
26	**En**	Non, x plus y
27	**Mar**	J'ouvre le crochet et je continue
28	**En**	Tu continues, quoi ? tu n'as pas dit comme ça, au début. Comment tu vas continuer dans le crochet [brouhaha] Laissez le
29	**Mar**	Je mets x plus y
30	**En**	Oui
31	**Mar**	x moins y, et moins deux
32	**En**	Non
33	**Mic**	M^{elle}, M^{elle}
34	**En**	Euh, **Mic**
35	**Mic**	Euh, j'ouvre le crochet, x plus y, facteur de x moins y, et je le ferme, après, je l'ouvre une deuxième fois, x + y, facteur de, x moins y, moins deux, facteur
36	**En**	Non (on entend des discussions de partout) **Yo**
37	**Yo**	Euh, *premièrement*, euh, premièrement, x plus y, *deuxièment*, en dehors de la crochet, x moins
38	**En**	En dehors du
39	**Yo**	Du parenthèse
40	**En**	Oui
41	**Yo**	Moins, euh, j'ouvre la parenthèse, x plus y
42	**En**	Oui
43	**Yo**	Euh, x plus y, j'ouvre le crochet, x plus y, plus, moins deux
44	**En**	Non, non
45	**Yo**	Moins deux, x moins y
46	**En**	Réfléchissez très bien et regardez de quoi il s'agit et contemplez bien cette expression, puis donnez des réponses (10 sec d'attente)
47	**An**	M^{elle}
48	**En**	**An**
49	**An**	Si on met, si on met moins deux, en dehors, et on met x plus y, plus, x moins y, et on ouvre les crochets, on met moins x, et on met x plus y, plus, x moins y, et, et, x moins y, x plus y [brouhaha], **Dav**
50	**Dav**	M^{elle}, on a, x plus y, et, x moins y, facteur, euh, euh, x moins y est opposé de x plus y
51	**En**	x moins y est l'opposé de x plus y
52	**Be**	Non, non, moins x, moins y
53	**Dav**	Moins x, moins y, on peut, on peut mettre
54	**En**	Où tu as moins x moins y, là ?
55	**Dav**	x plus y, on peut développer, plus, facteur, x moins y, on aura, x moins y, on ouvre le crochet de y, moins
56	**Mar**	M^{elle}, M^{elle}
57	**En**	Gardez vos places (d'un ton fort, les élèves essaye de s'approcher du tableau, pour prendre la parole) **Ri**
58	**Ri**	Euh, euh, x plus y, facteur de, x moins y, on fait une identité remarquable, a deux
59	**En**	On fait une identité remarquable. Où as-tu a deux, moins b deux, là ?
60	**Ri**	x deux, moins y deux
61	**En**	Là, d'accord. Mais moi, je ne vous demande pas de développer, je vous demande, une

		telle écriture (elle montre la donnée), cette écriture, sans regarder ce qui suit (elle parle du développement qui est toujours au tableau), je vous demande de la factoriser. **Mai**
62	**Mai**	C'est sous la forme de a deux, plus b deux, moins a, euh, a, a deux, plus b deux, ça fait, a plus b, facteur, a moins b
63	**En**	a deux, plus b deux, c'est a plus b, facteur de a moins b [brouhaha], chuchuchu, levez la main
64	**Mai**	a deux, plus b deux
65	**En**	Continuez la lecture a deux, plus b deux, **An**
66	**An**	a deux, plus, b deux, c'est a deux, plus deux ab, plus b deux
67	**En**	Là, tu as a deux, plus deux ab, plus b deux ? (On entend des « moi » de partout). Où tu as le moins deux ab ?
68	**An**	Moins deux et (il montre le troisième terme de l'expression donnée)
69	**En**	Voilà, donc, qui est le a ?
70	**An**	Le a, c'est x plus y
71	**En**	Qui est le b ?
72	**An**	x moins y
73	**En**	Très bien, bravo. Donc, comme vous remarquez, *tu n'auras rien* (**Mai** demande s'il aura le bonus). Comme vous remarquez, le x, **An**, passe la faire, le xeuh, si on la lit à haute voix, c'est x plus y, au carré, plus, x moins y, au carré, moins, deuux, faacteuur de, x plus y, facteur de, x moins y. Donc, si j'écris moi, a deux, plus b deux, plus deux ab, ou, bien a deux, moins deux ab, plus b deux (elle écrit $a^2 + b^2 – 2ab$ et en dessous, $a^2– 2ab+ b^2$) Est-ce que je vais changer la réponse finale ?
74	**An**	Non
75	**En**	Non, donc, c'est comme si, comme si je suis en train de supposer que a égale à x plus y (elle écrit un grand a = x + y), et le b est égal à x, moins y (elle écrit un grand b = x – y), alors je vais avoir, a au carré, plus, b au carré, et moins deux a, b (elle écrit dans la donnée a^2 par-dessus $(x + y)^2$), (b^2 par-dessus $(x – y)^2$ et -2ab par-dessus 2(x + y)(x – y)).Voilà, quelle est sa factorisation, **An** ?
76	**An**	Sa factorisation, c'est, euh
77	**En**	Comment tu factorises, a deux, plus deux ab, moins deux ab, plus b deux ?
78	**An**	C'est a moins b, plus
79	**En**	[brouhaha] Laissez le, laissez le
80	**An**	C'est x + y, moins deux, a plus y, fois x moins y
81	**En**	Et comment tu la factorises ? (6 sec, pas de réponse d'**An)** C'est la forme développée, comment tu la factorises ? En identité remarquable
82	**An**	Ah ! C'est a moins b, le tout au carré
83	**En**	Voilà, c'est a, moins b, le tout au carré (elle écrit en même temps qu'elle dicte $(a – b)^2$), d'accord. Donc, là à la place de a, qu'est ce que je dois mettre ?
84	**Els**	x plus y
85	**En**	Voilà. C'est x plus y, (elle écrit (x + y) en dessous du a de $(a – b)^2$), moins, à la place de b, qu'est ce que je mets ?
86	**Els**	x moins y
87	**En**	x moins y (elle écrit (x – y) en dessous du b de $(a – b)^2$), et le tout doit être au carré, alors je dois avoir recours à des
88	**An**	Crochets
89	**En**	N'est ce pas **Ca** ? (elle ne suivait pas)
90	**An**	On met des crochets
91	**En**	Je dois avoir recours à des crochets, et je mets au carré, voilà (elle trace les crochets et la puissance deux à la fin $[(x + y) – (x – y)]^2$) Donc, cette expression ressemble, à a au carré, plus b au carré, moins deux ab, je la factorise en tant que, a moins b, au carré. Mais le a, là (elle montre (x + y)), ce n'est pas un monôme, c'est x plus y, et le b, c'est, x moins y. J'enlève les parenthèses dans le crochet, je vais avoir, x plus y, moins x, plus y, le tout exposant deux (elle écrit = $[x + y – x + y]^2$). C'est égal, x moins x
92	**Els**	Zéro
93	**En**	Zéro x, plus y, plus y, c'est
94	**Els**	Deux y

95	**En**	Deux y, le tout
96	**Els**	Au carré
97	**En**	Au carré (elle écrit = $(2y)^2$). Egal à combien ?
98	**Els**	Quatre y deux
99	**En**	Quatre y deux. Qu'est ce que vous avez remarqué ?
100	**Mic**	C'est la même réponse
101	**En**	*Oui*. Qui n'a pas compris ? (**Ro** lève son doigt ?) Je répète
102	**An**	M^{elle}, j'aurai un plus
103	**En**	Oui, mais c'est pour le mois prochain. Donc, **Ro**, on a, si on la refait là (elle cherche un coin vide au tableau pour refaire la factorisation) Tu as, x plus y, au carré, plus, x moins y au carré, moins deux, facteur de, x plus y, facteur de, x moins y (elle écrit de nouveau la donnée : $(x + y)^2 + (x – y)^2 – 2(x + y)(x – y)$) Ok, je veux transporter ce produit, et je veux le mettre entre les deux D'accord. Ça va devenir, x plus y, au carré, moins deux, facteur de, x plus y, facteur de, x moins y, plus, x moins y, au carré (elle écrit en même temps qu'elle parle = $(x + y)^2 – 2(x + y)(x – y) + (x – y)^2$) Ça ressemble à, aaa, au carré, si je mets à la place de x plus y, a, et à la place de, x moins y, b, donc, c'est a au carré, moins deux ab, plus, b au carré (elle écrit les lettres au fur et à mesure qu'elle parle) Donc, c'est, a, moins b, au carré (elle écrit $(a – b)^2$) A la place de a, qu'est ce que je mets ?
104	**Els**	x plus y
105	**En**	x plus y, à la place de b ?
106	**Els**	x moins y
107	**En**	x moins y, et entre les deux, j'ai un
108	**Els**	Moins
109	**En**	Moins, car le double produit, là, il est négatif. Je réduis dans les, entre les crochets, les x, vont se supprimer, il va me rester, plus y, plus y, c'est plus deux y, le tout au carré, c'est quatre y deux (elle explique sur les écritures de la première explication) Et quand j'ai développé, j'ai obtenu la même réponse *Maintenant*, il se peut que dans un exercice pareil, on vous donne une telle écriture qui ressemble **Mi** à une identité remarquable, on vous demande, une fois de développer, une autre fois de, factoriser. Il se peut que vous n'ayez pas dans les deux, quatre y deux. Vous ayez par exemple, un produit de deux facteurs, là (elle montre la factorisation) qui est différent de quatre y deux. Vous obtenez un produit de deux facteurs, des parenthèses. Mais, si vous développez là, et vous développez là, vous obtenez la même réponse C'est clair ?
110	**Ro**	M^{elle}, comment on a obtenu a moins b au carré ?
111	**En**	La forme globale, moi, quand je te dis, x deux, moins deux x, plus un (elle écrit $x^2 – 2x + 1$) C'est a au carré, moins deux ab, plus b au carré. Tu me dis, c'est x moins un au carré (elle écrit = $(x – 1)^2$) C'est a moins b au carré Mais là, au lieu d'avoir xeuh, j'ai x plus y, au lieu d'avoir un, j'ai x moins y. C'est clair ?
112	**Yo**	Non
113	**En**	Qui a dit non
114	**Yo**	Moi
115	**En**	Où tu n'as pas compris ?
116	**Yo**	Tout (avec un rire)
117	**En**	Tout. Bien, je répète encore, faites attention tous Tu as compris le développement, bien sûr. La factorisation, tu sais comment factoriser x deux moins deux plus un ? (elle écrit de nouveau $x^2 – 2x + 1$)
118	**Yo**	Oui
119	**En**	D'accord. Au lieu de x deux, moins, deux x, plus un, à la place de x, je veux mettre x plus y (elle efface x et écrit (x + y)), et à la place de un, je vais mettre, x moins y, au carré (elle efface 1 et écrit $(x – y)^2$), et là (elle montre 2x), au lieu d'avoir x fois un (elle trace le signe ($\times$) après x, puis écrit 1 : $2x \times 1$), je vais avoir x plus y, et à la place de un, qu'est ce que je dois avoir ?

120	**El**	x moins y
121	**En**	x moins y (elle a écrit en tout sous $x^2 - 2x + 1$: $(x + y)^2 - 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$) *Quoi* ?(**Yo** semble perturber), *ok* Quand tu avais x deux, moins deux x, plus un, tu l'as factorisé en tant que, x moins un au carré (elle réécrit les deux expressions). Mais là, à la place de x, qu'est ce que tu as ?
122	**Yo**	x plus y
123	**En**	Donc, ça va devenir, x plus y, et à la place de un, qu'est ce que tu as ?
124	**Els**	x moins y
125	**En**	Moins, x moins y, et le tout au carré (elle écrit sous $(x - 1)^2$, $[(x + y)^2 - (x - y)^2]$) Tu as compris
126	**Yo**	Oui
127	**En**	Qui n'a pas compris ?
128	**Be**	M^elle^, on copie la factorisation
129	**En**	Oui, vous allez prendre notes et c'est très important ça (elle écrit devant Factoriser, Important)
130	**Mar**	M^elle^, si on avait x deux, plus b deux, moins deux ab, c'est toujours égal à, a moins b au carré
131	**En**	Oui, bien sûr, bien sûr Bien prenez notes et mettez les préparations

Min 29 sec 44 correction de l'exercice 57

« Dans les exercices 57 et 58, résoudre les équations proposées après les avoir transformées en équations-produits. Voir l'exercice résolu de la page 159

57 a) $\mathbf{3x + 1 - 2x (3x + 1) = 0}$
b) $\mathbf{(x + 4)^2 = (x + 4)(x + 1)}$
c) $\mathbf{49x^2 - (x - 1)^2 = 0}$
d) $\mathbf{x^2 + 14x + 49 = 0}$

58 a) $\mathbf{(1 - x)(2x + 5) = (1 - x)(x + 3))}$ »

1	**En**	Numéro cinquante sept (**Ant** passe au tableau, c'est son tour, il lit la consigne à haute voix et écrit $3x + 1 - 2x (3x + 1) = 0$ $(3x + 1)\qquad)$ **Mar** et **To** ça suffit (ils discutaient ensemble) Qui est ton facteur commun là ? (elle s'adresse à **Ant** qui efface (3x + 1)) Pourquoi tu effaces ? Donc, il veut factoriser par trois x plus un
2	**Ant**	Moins deux (il écrit $(3x + 1)(-2x + 1)$)
3	**En**	Faites attention. D'où tu as apporté le plus un ?
4	**Ant**	Euh, trois x, trois x plus
5	**En**	Comment ? (il efface le 1) Efface le moins deux x aussi (il efface toute la seconde parenthèse) Il a factorisé par trois x plus un. Il a barré le premier trois x plus un, et le deuxième, il les a mis dehors. A la place de ce trois x plus un (elle montre le premier 3x + 1), qu'est ce qui te reste ? (elle barre 3x + 1)
6	**Ant**	Un (on entend des un de partout)
7	**En**	Pourquoi un ? (pas de réponse de **Ant**) Il ne savait pas d'où il la cherchait ?
8	**Ant**	Si je fais trois x plus un, fois, un
9	**En.**	Voilà. Donc, là, quand tu as chassé le trois x plus un dehors, à sa place, qu'est ce qu'il va te rester ?
10	**Ant**	Un
11	**En**	Un. Et le deuxième ?
12	**Ant**	Moins deux
13	**En**	Moins deux x. (**Ant** écrit $(3x + 1)(1 - 2x) = 0$ Pour qu'un …. $3x + 1 = 0$ ou $1 - 2x = 0$

		$3x = -1$ $-2x = -1$ $x = -\frac{1}{3}$ $x = \frac{1}{2}$ $S = \{-\frac{1}{3} ; \frac{1}{2}\}$
14	**An**	M^elle^, je n'ai pas compris
15	**En**	Suppose que là, tu as des parenthèses. (Elle trace des parenthèses pour 3x + 1) Par qui tu factorises ?
16	**An**	Trois x plus un
17	**En**	Trois x plus un, tu l'as mis dehors. Tu as chassé les trois x plus un, de là (elle montre le premier trois x plus un), qu'est ce qui te reste ?
18	**An**	Rien
19	**En**	Non, est ce que tu écris rien à l'intérieur ? C'est trois x plus un fois un (elle trace des parenthèses pour 3x + 1 et écrit 1 devant : 1(3x + 1)) Comme si tu avais un, un dehors. Mutiliplie une fois, tandis que là (elle montre le deuxième (3x + 1), il est multiplié par deux x. Et **Ma**, tu passes faire le c et le d (elle partage le tableau en deux) (**Ant** passe à la deuxième expression, il écrit : b) (x + 4) = (x +4)(x + 1)) Attention, c'est x plus quatre
20	**To**	Au carré (**Ant** ajoute la puissance 2 au premier (x + 4)) et **Mai** en parallèle écrit c) $49x^2 - (x - 1)^2 = 0$)
21	**En**	Au carré
22	**Ant**	On peut factoriser (il a écrit $(x + 4)^2 - (x +4)(x + 1) = 0$)
23	**En**	Par
24	**Ant**	x plus quatre
25	**En**	Voilà. Et là (elle s'approche de **Mai** qui a écrit $(7x)^2 - (x - 1)^2 = 0$) Très bien, et c'est qui ? C'est quoi ?
26	**Mai**	Euh, c'est a moins b
27	**En**	C'est a moins b (elle attend le reste de **Mai)**
28	**Mai**	a deux, moins, b deux
29	**En**	a deux, moins, b deux. Comment tu la factorises ?
30	**Mai**	Sept x, euh, entre crochet, x moins un
31	**To**	M^elle^ [brouhaha]
32	**En**	Attendez, attendez une seconde (elle passe chez **Ant** qui a écrit : (x + 4)[(-1) Là le x plus quatre, combien de fois tu l'as ?
33	**Ant**	Deux fois
34	**En**	Deux fois. Tu as mis une dehors, à l'intérieur ? (il regarde le tableau ne sachant quoi faire ?) (elle retourne chez **Mai)** Et là, vous avez, sept x au carré, moins, x moins un au carré. Ça ressemble à
35	**Mai**	a deux, moins b deux
36	**En**	a deux, moins b deux
37	**To**	*Il a faux*
38	**En**	(Retourne chez **Ant** qui a écrit : (x + 4)[(1 – (x + 1)) Pourquoi tu as un, un ? tu as chassé le x plus quatre, *tu l'as* deux fois, tu as mis une dehors, dans le crochet, il va te rester, une autre Donc, il ne te reste pas un, qu'est ce qu'il te reste ?
39	**Ant**	*Rien*
40	**En**	Non
41	**Ant**	Seulement x plus un
42	**En**	Le x plus quatre au carré, c'est comme si tu as, x plus quatre
43	**Dav**	Facteur de x plus quatre
44	**En**	Facteur de x plus quatre (elle écrit en dessous de $(x + 4)^2$: (x + 4)(x + 4)) Tu as barré x plus quatre (elle barre un (x + 4)), qu'est ce qui te reste ?
45	**Els**	x plus quatre
46	**Ant**	x plus quatre

47	**En**	x plus quatre (elle va du côté de **Mai** qui a écrit : [(7x – (x – 1)]-[ ) Pourquoi moins ? C'est a moins b (**Mai** la regarde) Efface**.** Regardez tous celle de **Mai**, le d, le c. Quarante neuf x deux, moins, x moins un au carré, c'est sept x, le tout au carré, moins, x moins un le tout au carré (elle lit ce que **Mai** a écrit) C'est a au carré, moins b au carré, mais, **Mai**, Comment tu factorises a au carré, moins b au carré ? Tu as commencé, c'est a moins b (elle montre [(7x – (x – 1)] et regarde **Mai** pour parler)
48	**Mai**	Facteur de
49	**En**	Facteur de
50	**Mai**	a
51	**En**	a, d'accord
52	**Mai**	Plus b
53	**En**	Et pourquoi les parenthèses pour sept x ? (**Mai** efface les parenthèses pour 7x, et continue son écriture, elle a écrit [(7x – (x – 1)] [(7x + (x + 1)] = 0) Oui, qu'est ce que tu as **Ant**?
54	**And**	Il y a un moins (il parle de [(7x – (x + 1)])
55	**To**	M[elle], moins x plus quatre, facteur de x plus quatre, le b ?
56	**En**	Là ? x plus quatre, crochet, facteur, x plus quatre moins, x plus un, (Elle lit ce que **And** a écrit : (x + 4)[(x + 4) – (x + 1) = 0) et tu fermes les crochet J'ai, le x plus quatre au carré, il est multiplié par lui même, donc, je mets, un x plus quatre, dehors, à l'intérieur des crochets, il va me rester un autre x plus quatre, égal à zéro (**Ant** a écrit : (x + 4)[(x + 4) – (x + 1)] = 0 (x + 4)[x + 4 – x – 1] = 0 (x + 4)(3) = 0) Et qui est, qui s'annule dans ce cas ?
57	**Ant**	Trois
58	**En**	Le trois peut s'annuler ? Trois est égal à zéro ?
59	**Ant**	Non
60	**En**	Alors, qui ?
61	**Ant**	x plus quatre
62	**En**	Voilà, x plus quatre, égal à zéro
63	**Be**	M[elle]
64	**En**	Attendez une seconde. Là égal à zéro ((x + 4)(3) = 0)
65	**Be**	M[elle]
66	**En**	*Une seconde*, attend, je n'ai pas corrigé, attend ? Fais attention **Mai**, tu as sept x, plus, qui est le b ? (elle montre = [(7x – (x – 1)] [(7x + (x + 1)] = 0)
67	**El**	x moins un
68	**En**	Et corrige, et fais attention, tu as un moins devant les parenthèses (elle a écrit = [(7x – x – 1] [(7x + x + 1] = 0, elle corrige les signes faux et on lit : = [(7x – (x – 1)] [(7x + (x – 1)] = 0 = [7x – x + 1)] [7x + x – 1] = 0) (elle retourne chez **Ant**) Là, il y a un seul facteur qui s'annule seulement, ce n'est pas nécessaire (elle efface pourqu'un…et on lit à **Ant** : pour qu'un …. x + 4 = 0 x = -4 S = {-4})
69	**Mar**	Est-ce qu'on peut les considérer comme deux facteurs ?
70	**En**	C'est deux facteurs. Tu as le trois qui est un facteur, mais qui ne s'annule pas
71	**An**	On peut mettre le trois
72	**En**	Oui, **An**
73	**An**	On peut mettre le trois
74	**En**	Oui, au début. Donc, celle là (elle montre (x + 4)(3) = 0), je peux l'écrire, trois, facteur de, x plus quatre, égal à zéro (elle écrit 3(x + 4) = 0) Merci (**Ant** retourne à sa place, et **En** lit les écrits de **Mai**)

		Pourquoi égal, pourquoi tu as des égalités au début partout ? (elle efface tous les signes (=) qui est étaient au début de chaque ligne des écrits de **Mai** : [7x – x +1][7x + x – 1] = 0 [6x + 1][8x – 1] = 0 pour qu'un… 6x + 1 = 0 ou 8x – 1 = 0 6x = -1 8x = 1) Donc, écrit ici, x égal un sur six
75	**Mai**	Non, moins un sur six
76	**En**	Pourquoi moins un sur six ?
77	**Mai**	Parce que
78	**En**	Ah ! D'accord, oui, oui. (**Mai** écrit : $x = -\frac{1}{6}$ $x = \frac{1}{8}$ $S = \{\frac{1}{6}\ ;\ \frac{1}{8}\}$ *Vas-y* **Ci**, prépare toi Merci, tu peux reprendre ta place, *Vas-y* **Ci,** le numéro cinquante huit
79	**Ci**	Il y a encore le d
80	**En**	Ah !! le d Donc, efface toi la dernière colonne (elle s'adresse à **Ci**, et **Mai** fait le d) (**Mai** écrit d) $x^2 + 14x + 49 = 0$ et **Ci** (1 – x)(2x + 5) = (1 – x)(x + 3)) Ça ressemble à quoi ? (elle s'adresse à **Mai**)
81	**Mai**	Euh, a au carré, plus le produit, le double produit
82	**En**	Hein, donc, c'est x
83	**Mai**	Euh, plus sept
84	**En**	Combien de facteurs j'ai là ? (4sec, pas de réponse) J'ai (elle regarde **Mai** pour qu'elle répond)
85	**Mai**	J'ai deux facteurs
86	**En**	Deux facteurs, et comment sont ces deux facteurs ?
87	**Mai**	Sont les mêmes
88	**En**	Sont les mêmes, sont identiques (**Mai** écrit $(x + 7)^2 = 0$ Pour qu'un …) Tu mets avant, avant et non pas après (elle efface Pour qu'un …, et l'écrit avant $(x + 7)^2 = 0$) **Mai** écrit x = -7 S = {-7}) Comment on appelle le moins sept ? On l'appelle une
89	**Mai**	Une solution
90	**En**	Solution
91	**An**	Racine
92	**En**	*Vas-y* **Ci** **To**, ça suffit **Ci**, qu'est ce que tu fais (elle regarde la donnée et ne répond pas) Qu'est ce que je fais **Ha** (il a levé son doigt)
93	**Ha**	*On déplace*
94	**En**	En français
95	**Ha**	Le deuxième, on déplace le deuxième facteur avant le premier
96	**En**	Le deuxième produit, on le déplace avant l'égalité, en changeant
97	**Dav**	Le signe
98	**En**	Le signe. Donc, tu vas avoir, un moins x
99	**Dav**	Deux plus cinq, moins
100	**En**	Facteur, deux x
101	**Ci**	Moins cinq
102	**En**	Plus cinq, il reste. Mais là, je veux transporter, le un moins x, facteur de, x plus trois, d'un seul côté, il va rejoindre le premier produit, qu'est ce qu'il avait comme signe ?
103	**Els**	Plus
104	**En**	Qu'est ce qu'il devient ?

105	**Els**	Moins
106	**En**	Moins, et il reste, un moins x, facteur de, x plus trois (elle écrit : (1 – x)(2x + 5) – (1 – x)(x + 3) = 0) Par qui tu factorises **Ci** ?
107	**Ci**	Un moins x
108	**En**	Allez-y (**Ci** écrit : (1 – x)( ) Quand, tu as mis ton facteur commun, qu'est ce tu ouvres après lee ?
109	**Ci**	Crochets
110	**En**	Des crochets (elle ouvre le crochet après (1 – x)) Du premier produit, qu'est ce qui va te rester ? Tu barres les un moins x (**Ci** barre les (1 – x) dans (1 – x)(2x + 5) – (1 – x)(x + 3) = 0)
111	**Ci**	Sept x
112	**En**	Comment sept x, est ce que tu peux additionner deux x et cinq ? Donc, qu'est ce qui te reste ?
113	**Ci**	Trois (elle est trop perturbée)
114	**En**	Il reste (d'un ton ferme) tel qu'il est. Deux x plus cinq, moins, et là bas, x plus trois (**Ci** écrit (1 – x)[(2x + 5) – (x + 3) = 0) (1)
115	**Ro**	M^{elle}, on peut écrire encore x moins sept ? (il parle du travail de **Ant**)
116	**En**	Il y a deux facteurs identiques.
117	**Ro**	Il y a, euh, x
118	**En**	C'est comme si tu avais, x plus sept
119	**To**	Au carré
120	**En**	Euh, **Ri** et **And**, pour demain tous les exercices du chapitre Facteur de x plus sept, tu l'as deux fois. C'est, deux facteurs identiques
121	**Ro**	On n'écrit pas, moins sept et moins sept (il parle de S)
122	**En**	Non, non, une seule fois, *seulement*. Mais tu l'appelles, une racine double (elle écrit à côté de S, racine double)
123	**Mar**	On écrit, racine double
124	**En**	Non, non (elle retourne au travail de **Ci**) Tu fermes les crochets (**Ci** ajoute le crochet de fermeture dans (1)), *vas-y*, enlève les parenthèses, les crochets (**Ci** écrit sous (1) : (1 – x)(2x + 5 – x – 3) = 0) Oui, c'est un moins x, oui
125	**Ci**	Un, euh, on simplifie
126	**En**	Oui, tu simplifies qui ?
127	**Ci**	x
128	**En**	x, mais quelle est, combien de x là, tu as ?
129	**Ci**	Deux x
130	**En**	Deux x, moins x
131	**Ci**	Un, euh, un x
132	**En**	x. Plus cinq, moins trois
133	**Ci**	Euh, c'est moins, moins deux
134	**En**	Cinq moins trois ?
135	**Ci**	Deux
136	**En**	Deux
137	**Ci**	Moins deux
138	**En**	Pourquoi moins deux ? Qui est le plus grand ?
139	**Ci**	x deux
140	**En**	Hein
141	**Ci**	x deux
142	**En**	Pourquoi x deux ? Tu as plus cinq, moins trois, ce deux là, quelle est son signe ?
143	**Ci**	Plus
144	**En**	Plus (**Ci** écrit : (1 – x)(x + 2) = 0 (1) Quand, tu arrives là, qu'est ce que tu fais, un produit de deux facteurs qui est nul ?
145	**Ci**	Pour qu'un produit de facteurs (elle écrit pour qu'un produit… sous (1 –x)(x + 2) = 0 (1 – x) = 0)
146	**En**	*Vas-y*, **Mao**, passe, tu effaces les deux colonnes et tu commences là. Tu fais c et d, **Mao**. Donc, un moins x, sans parenthèses (**Ci** effaces les parenthèses pour (1 – x) et continue à

		écrire ou $x + 2 = 0$) Donc, un moins x, égal à zéro, ou
147	**Ci**	x plus deux, égal à zéro
148	**En**	x plus deux, égal à zéro. Là, le un moins x, te donne, moins x égal
149	**Ci**	Moins un **La cloche a sonné**
150	**En**	Ou x égal moins deux, là x égal un (**En** écrit $-x = -1$ $x = -2$ $x = 1$) S (elle écrit S = {1 ; -2} Pour demain, vous faites page cent soixante sept, numéro b un, b deux, b quatre et b cinq (elle écrit p. 167 B1, B2, B4, B5)

Onzième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

Min 27 sec 50 Correction p 167, B2

1) Retrouvez, parmi les expressions suivantes, celles qui sont égales.
$4a^2 – 16a + 16$ **$16(a + 1)(a – 1)$**
$(2a – 4)^2$ **$4(a – 2)^2$**
$(4a – 8)(a – 2)$ **$16a^2 - 16$**

1	**En**	*Vas-y*, **Mic** (il passe au tableau) Efface B1. Lis la donnée, numéro B2, sont des exercices importants (**Mic** lit, à haute voix, la consigne du 1, mais **En** l'arrête à la lecture de la deuxième expression). Qu'est ce que tu es censé faire avec ces expressions ?
2	**Mic**	Euh, les factoriser
3	**En**	Les factoriser, très bien. Donc (elle lui fait signe pour écrire), b deux Donc, c'est quatre a deux, **To**, tu arrêtes s'il te plait. Moins seize a, plus seize (**Mi** écrit, B2) 1) $4a^2 – 16a + 16$) Donc, **Mic** a proposé de factoriser chacune de ces expressions
4	**Mic**	Egal à, quatre, facteur
5	**En**	Voilà
6	**Mic**	a deux, moins, quatre (il écrit $= 4(a^2 – 4)$)
7	**En**	Ouff !!! *Non, c'est trop* a deux, moins quatreuh, a (**Mic** efface le crochet de fermeture), continue (**Mic** écrit à la suite de 4) Oui, continue
8	**Mic**	Quatre (il a écrit $4(a^2 – 4a + 4$) (1)
9	**En**	Egal, Tu fermes le parenthèse (**Mic** trace la parenthèse de fermeture)
10	**Mic**	Egal
11	**En**	Le quatre. Il reste. Le a deux, moins quatre a, plus quatre, à quoi, il ressemble ?
12	**Mic**	Euh, à, a deux, moins, b deux
13	**En**	a deux, moins (elle le regarde pour qu'il réponde)
14	**Mic**	a deux, moins, plus trente deux
15	**En**	Le a deux, moins quatre a, plus quatre, il ressemble à
16	**Mic**	[à a au, a moins b
17	**En**	[au carré, moins
18	**Mic**	b au carré
19	**En**	Deux ab, plus
20	**Ro**	b deux (**En** écrit par-dessus (1) : $a^2 – 2ab+ b^2$)
21	**Mic**	*Ça veut dire*, a au carré
22	**En**	Donc, a
23	**Mic**	a moins b le tout au carré.
24	**En**	Hein, voilà (**Mic** a écrit $= 4(a – b)^2$ $= 4(x$) Bien, ça, c'est la factorisation de la première expression. La deuxième, qui est le b ?
25	**Mic**	Le b, c'est quatre
26	**En**	Le b au carré, c'est quatre, le b, c'est
27	**Mic**	Deux

28	**En**	Ecris deux à la place de b (**Mic** écrit = $4(a-2)^2$)
29	**Chr**	Moi j'ai fait, deux a moins quatre, au carré
30	**En**	Oui, mais tu as encore à factoriser par deux Deux moins quatre, le tout, au carré (elle passe à la deuxième expression). Ici par qui tu vas factoriser ?
31	**Mic**	Par deux
32	**En**	Mais le deux, il sort (**Mic** écrit * $(2a-4)^2 = [2(a-2)]^2$) Deux, facteur de, a moins deux, au carré, et si j'enlève le crochet ?
33	**Mic**	Deux
34	**En**	Enlève le crochet
35	**Mic**	Quatre (il écrit $4(a-2)^2$)
36	**En**	Voilà
37	**Mic**	Quatre a moins huit (il écrit : $(4a-8)(a-2)$)
38	**En**	**Ma**, tu passes effacer le reste, s'il te plait Tu mets une étoile devant le quatre a moins huit (**Mic** trace *)
39	**Mic**	Deux a, moins, quatre (il a écrit en dessous de la donnée $2(a-4)$)
40	**En**	Par qui tu factorises quatre a moins huit ?
41	**Mic**	Par deux
42	**En**	Seulement
43	**Mic**	Par quatre, par quatre
44	**En**	Par quatre
45	**Mic**	Quatre
46	**En**	chuchutt
47	**Mic**	a moins deux, a moins deux (il a écrit : $4(a-2)(a-2)$)
48	**En**	Oui, égal, où sont les égalités ? (**Mic** trace les deux signes (=) qui manquaient). Donc, c'est égal à, quatre, facteur
49	**Mic**	Facteur de, a moins deux (il écrit = $4(a-2)^2$)
50	**En**	Voilà.
51	**Mic**	Seize, a plus un, a moins un (il écrit : $16(a+1)(a-1)$)
52	**En**	Comment tu vas la factoriser ?
53	**Mic**	Euh
54	**En**	Suivez au tableau vous les deux (**Ab** et **Da** bavardait ensemble0 Il pense comment il veut factoriser, seize facteur de, a plus un, facteur de, a moins un, **Ab**, tu peux l'aider ?
55	**Ab**	Moi ?
56	**En**	Oui
57	**Ab**	Seize, a deux, moins, un, c'est a plus b, facteur de a moins b
58	**En**	Seize a deux, moins un. Mais, est ce que a deux, moins un est la forme factorisée ? (On entend des « moi » de partout) **Ra**
59	**Ra**	C'est quatre au carré, facteur de a deux, moins un deux
60	**En**	Mais, est ce que a deux moins un, est la forme factorisée ? **Dav**
61	**Dav**	Seize facteur de a deux, moins un
62	**En**	Est-ce que a deux moins un est fac [brouhaha]
63	**Dav**	Quatre au carré
64	**En**	Est-ce que a, moins un, exposant deux, c'est a deux, moins un
65	**To**	Non, c'est a deux, a deux
66	**Mar**	a deux, moins, un exposant deux
67	**Yo**	Quatre au carré facteur
68	**En**	(elle attend 16 sec) **An**
69	**An**	Elle est factorisée
70	**En**	Très bien (d'un ton fort) Mais, elle est factorisée. Pourquoi vous, vous grattez la tête, elle est factorisée [brouhaha]
71	**Be**	Moi je l'ai dit
72	**En**	Je ne t'ai pas écouté
73	**Chr**	M^{elle}, le seize, c'est quatre au carré

74	**En**	Seize, c'est quatre au carré, mais, il est mis en facteur dehors. Ça ne sert à rien de le décomposer Le quatre a moins deux **Mic**, comment tu le factorises ? (elle passe à l'expression suivante)
75	**Mic**	a moins deux au carré (il écrit * $4(a – 2)^2$)
76	**En**	**Chr**, (il bavardait), tu peux factoriser le quatre facteur de a moins deux au carré (d'un ton fort)
77	**Chr**	Non [brouhaha]
78	**Be**	Elle est factorisée
79	**En**	Elle est factorisée, et tiens toi comme il faut, éloigne-toi du mur (elle parle à **Chr**) **Ha** aussi Les autres, l'autre la troisième, la Par combien [brouhaha] Chuchutttt, je ne l'écoute pas. Oui **To**
80	**To**	Deux facteur de a moins deux, facteur de, deux facteur de a moins deux entre crochets, facteur de, deux facteur de a plus deux
81	**Yo**	*C'est la même chose*
82	**En**	Ce n'est pas la même chose
83	**To**	*C'est faux ce que j'ai dit*
84	**En**	Une fois moins, une fois plus
85	**To**	Oui
86	**En**	Tu ne peux pas, ça ne sera plus a moins deux au carré Bien, seize a deux moins seize (elle passe à l'expression suivante et **Mic** écrit * $16a^2 – 16$)
87	**Mic**	C'est quatre a au carré
88	**Be**	Pas de double produit
89	**En**	Avant de
90	**Be**	Pas de double produit
91	**En**	Là, tu peux commencer à factoriser ?
92	**Mic**	Oui
93	**En**	Par combien ?
94	**Mar**	Par seize
95	**Mic**	Seize (il écrit = $16(a^2 – 1)$)
96	**En**	Voilà. Et le seize, facteur de a deux, moins un, est ce que tu peux encore, ouh !!!
97	**Mic**	C'est seize
98	**En**	Oui
99	**Mic**	a moins un, le tout au carré
100	**En**	a moins un, le tout au carré
101	**Mic**	*C'est fini*, on ne peut pas factoriser
102	**En**	Si on peut factoriser A quoi ressemble a deux moins un ?
103	**Mic**	Ah ! A, a deux moins b deux (**En** écrit $a^2 – b^2$)
104	**En**	Et comment tu la factorises ? (7sec pas de réponse) *Vas-y*, a deux moins b deux, comment tu la factorises ?
105	**Mic**	a moins b
106	**En**	[a moins b, facteur de
107	**Mic**	[a plus b
108	**En**	[a plus b (elle a écrit en même temps = $(a – b)(a + b)$)
109	**Mic**	*Ça veut dire*, a moins un
110	**En**	Oui
111	**Mic**	Facteur de, a plus un (il a écrit = $16(a – 1)(a + 1)$)
112	**En**	Voilà Maintenant, on doit relier, euh, les, euh, les identités, euh, ou bien les expressions égales. Lesquelles sont égales ?
113	**Mic**	Euh, quatre a deux moins seize
114	**En**	Voilà
115	**Mic**	Egal à deux a moins quatre
116	**En**	Donc, on va les relier, celle là, avec celle-ci (elle trace des flèches pour relier les expressions égales)

		Et qui encore ?
117	**Mic**	Et quatre a moins huit
118	**En**	Voilà, et qui encore
119	**Mic**	Seize a deux, moins, seize
120	**En**	Non, il y a encore une troisième
121	**Mic**	Ah ! Ok. Seize a deux, moins seize
122	**En**	Voilà, et ces deux étoiles ensemble (elle trace toutes le flèches pour relier les expressions égales)

Suite de l'exercice B2

2) **On considère les expressions suivantes :**
A = 3x(x – 1) + 2(x – 12) **B = (x – 3)(3x + 8)**
a) Prouver que A = B
b) Pour quelles valeurs de x l'expression A est –elle nulle
c) Pour quelles valeurs de x l'expression B est-elle égale à -24

Min 42 sec 5 Correction de la question b)

1	**En**	*Allez-y*, deuxièment
2	**Mic**	b
3	**En**	b
4	**Mic**	Pour quelle valeurs de x, l'expression A est-elle nulle ? (Il lit la consigne)
5	**En**	Bien, A est égal à zéro. Posez tous les crayons et suivez.
6	**Dav**	*Ça veut dire*, B est égal à zéro
7	**En**	Bravo. Donc, tu relis la question à haute voix
8	**Mic**	Pour quelle valeurs de x, l'expression A est-elle nulle ?
9	**En**	Pour quelle valeurs de x, l'expression A est-elle nulle ? Donc, A, égal, à, zéro. Et quand c'est égal à zéro
10	**Dav**	A égal B
11	**En**	Quelle forme on prend ?
12	**Mic**	Euh, factorisée
13	**En**	La forme factorisée. Est-ce que tu sais factoriser A ?
14	**Chr**	*Il faut la transformer en une* identité remarquable
15	**En**	Chutt.
16	**Mic**	Euh, je peux transformer en identité
17	**En**	Nononon !! Ne lui dites pas. Ne l'écoute pas Est-ce que tu peux factoriser le A ? (pas de réponse) Non, mais tu sais très bien, que le A, il est égal à qui ?
18	**Els**	à B
19	**Mic**	àaaaa B
20	**En**	Donc, on va écrire, A est égal à B (**Mic** écrit A = B = 0) Voilà, au lieu de prendre A égal à zéro, qui on peut prendre ?
21	**Els**	B égal à zéro
22	**En**	Donc, voilà, B égal à zéro, puis on prend la forme, le produit de deux facteurs. N'est ce pas **Mir** ? Tiens toi bien **Da**, espacez-vous du mur Est égal (**Mic** a écrit (x – 3)(3x + 8)) (1)
23	**Mic**	A zéro (il continue son écriture : = 0)
24	**En**	Voilà
25	**Mic**	Pour qu'un (il écrit en dessous de (1) pour qu'un …) Euh, x moins trois, égal zéro, x égal trois. Ou, trois x, plus huit, égal zéro, trois x, égal moins huit, x égal, moins huit, sur trois (il a écrit en même temps qu'il parlait : x – 3 = 0 ou 3x – 8 = 0 x = 3 3x = -8 $x = -\frac{8}{3}$)
26	**En**	Solution

27	**Mic**	S égal, euh, à trois, moins huit sur trois (il écrit S = {3 ; -$\frac{8}{3}$ })

Min 48 sec 7 Correction p 167, B8

1) Factoriser les expressions suivantes

a) $x^2 - 25$

b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

c) $12x^2 - 24x + 12$

d) $(x - 2)(x + 4) - (x - 2)$

1	**En**	Consigne (**Yo** est au tableau, il lit la consigne à haute voix)
2	**Yo**	x deux, moins vingt cinq (il écrit $x^2 - 25$)
3	**En**	C'est, comment tu la factorises ?
4	**Yo**	C'est, euh (il écrit = $(x - 5)^2$)
5	**En**	Où est ton double produit alors ?
6	**El**	C'est x
7	**En**	C'est x moins cinq
8	**Be**	Facteur de x plus cinq
9	**En**	Facteur de
10	**Dav**	x plus cinq
11	**En**	Toujours la même erreur. Toujours, vous êtes entrain de commettre la même erreur. Je vous ai dit, quand il y a, la différence de deux carrés, et il n'y a pas un double produit, c'est nécessairement, a au carré, moins b au carré, c'est a moins b, facteur de, a plus b Oui, **Ha** (il demande la parole)
12	**Ha**	Pourquoi ce n'est x moins cinq au carré ?
13	**En**	Il l'a dit maintenant, et je lui ai répondu. Qu'est ce que je lui ai dit ? (pas de réponse) Tu n'écoutais pas. Alors, tu te débrouilles x deux, moins deux tiers x, plus un sur neuf, ça ressemble à qui ? (**Yo** écrit **:** $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$)
14	**Yo**	Euh, à x
15	**En**	Bien, **Ra** et **Da** aussi sont concernés (elle les a punis)
16	**Yo**	x
17	**En**	Oui
18	**Yo**	Moins
19	**En**	Oui
20	**Yo**	Un sur trois
21	**En**	Très bien, bravo, bravo (d'un ton fort)
22	**Yo**	Au carré (il écrit = $(x - \frac{1}{3})^2$)
23	**En**	Bravo, très bien Ça ressemble à a deux, moins deux ab, plus b deux
24	**Yo**	c (il écrit : c) $12x^2 - 24x + 12 =$)
25	**En**	Je commence comment ?
26	**Yo**	Douze, facteur
27	**En**	Bien, je mets le douze dehors
28	**Yo**	Facteur de x
29	**En**	x deux (**Yo** écrit 12(x - 1)), x deux On a factorisé au début par douze, car le douze n'est pas un carré. J'ai douze, vingt quatre et douze, j'ai mis le douze dehors, de douze x deux, qu'est ce qui me reste ?
30	**Yo**	Euh, x deux (il écrit $12(x^2$)
31	**En**	De moins vingt quatre x, il reste
32	**Yo**	Vingt quatre, euh
33	**En**	Vingt quatre, divisé par
34	**Yo**	Deux

35	**En**	Deux x
36	**Yo**	Plus (il a effacé le 1 pour écrire à la suite de x^2 : = $12(x^2 – 2x + 1)$)
37	**En**	Plus un, égal. Maintenant, le x deux, moins deux x plus un [**Yo** écrit = 12( ] Le douze, il reste dehors, et le x deux, moins deux x plus un, n'est autre que ?
38	**Yo**	Euh, x plus, euh, x moins un
39	**En**	x moins un (**Yo** écrit = $12(x – 1)^2$) Voilà, d (**Yo** écrit : (x – 2)(x – 4) – (x – 2))
40	**Yo**	On factorise (il écrit : = (x – 2)[(x – 4) – 1] = (x – 2)[x + 4 – 1] = (x – 4)(x – 5))
41	**En**	Deuxièment
42	**Mar**	M[elle], c'est x plus quatre, et non pas moins quatre
43	**En**	Il a recopié faux dès le début. C'est x moins deux, facteur de, x plus quatre, donc, ça ne sera plus moins cinq, ça devient, plus trois (elle corrige tous les signes (-), en (+), ainsi que la réponse +3 à la place de -5)

Douzième séance d'enseignement
Enseignant : EnFL

p 167, B8 (suite)

2) Utiliser les résultats de la première question afin de résoudre chacune des équations suivantes

a) $(x – 5)(x + 8) – (4x^2 – 25) = 0$

b) $(x - \frac{1}{3})(x + 1) = x^2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$

c) $12x^2 – 24x + 12 = (x – 1)(x + 8)$

d) $x^2 – 4 = (x – 2)(x + 4) – (x – 2)$

Min 0

1	**En**	**Yo**, au tableau Numéro B huit. On a fait tout le premièrement
2	**Ca**	Oui
3	**En**	Donc, page cent soixante sept, le B huit est un exercice important Chuttt
4	**Yo**	(Il lit la consigne à haute voix)
5	**En**	Ecrivez à côté de B huit, important (**Yo** voulait écrire Important) Moi, j'écris le mot (elle écrit à côté de B8 Important) Oui (**Yo** écrit $(x – 5)(x + 8) – (x^2 – 25) = 0$)
6	**Yo**	x deux (il écrit = x^2)
7	**En**	Qu'est ce que tu es en train de faire ? Pour résoudre Yo, tu développes ?
8	**Yo**	(Il efface x^2) Non
9	**En**	Non, on doit
10	**Yo**	Factoriser
11	**En**	On doit factoriser, voilà Donc, c'est x moins cinq, facteur de x plus huit, et à la place de x deux moins vingt cinq ?
12	**Yo**	Euh, x moins cinq exposant deux
13	**En**	Non
14	**Chr**	x moins
15	**En**	Laissez le (6 sec d'attente)
16	**yo**	M[elle], si on met x ici (il montre x^2), et 5 ici (il montre 25), ça fait au carré
17	**En**	Non, c'est a au carré, moins, b au carré, ce n'est pas a moins b, le tout au carré. **Ant**
18	**Ant**	Euh, x, moins, euh x, x, x moins cinq au carré le tout
19	**Mar**	x moins cinq au cube
20	**Da**	x deux, moins cinq, au carré
21	**En**	C'est x deux moins cinq au carré, d'accord. Mais, comment je la factorise ?

		Ro [brouhaha] Je ne l'écoute pas
22	**Ro**	x deux moins cinq, facteur de, x deux plus cinq
23	**En**	Pourquoi x deux moins cinq ? [brouhaha] C'est **Ro**
24	**To**	x moins cinq, facteur de, x plus cinq
25	**Ro**	x moins cinq, facteur de, x plus cinq
26	**En**	x moins cinq, facteur de, x plus cinq (elle blâme **Yo** en arabe de ne pas savoir factoriser) (**Yo** écrit : $(x – 5)(x + 8) – (x – 5)(x + 5) = 0$) Donc, quel est leeuh
27	**Yo**	x moins cinq
28	**En**	Voilà, le facteur commun, c'est x moins cinq (**Yo** écrit : $(x – 5)[(x + 8) – (x + 5)] = 0$ $(x – 5)(x + 8 – x – 5) = 0$ $(x – 5)(3) = 0$) Donc, qui est le facteur qui s'annule ?
29	**Yo**	x moins cinq
30	**En**	x moins cinq, tu continues en haut
31	**Yo**	Euh, pour qu'un
32	**En**	Est-ce que là, on l'écrit ? Qui est, combien de facteurs s'annulent ici ?
33	**Els**	Un
34	**En**	Un seul, donc, directement, on dit que c'est, le x moins cinq, qui est égal à zéro. Car le trois ne peut pas être égal à zéro
35	**Yo**	x égal à cinq (il a écrit $x – 5 = 0$ $x = 5$)
36	**En**	S (**Yo** écrit $S = \{5\}$)
37	**An**	On peut ne pas écrire la règle (il parle de : pour qu'un…)
38	**En**	Si tu as un seul facteur qui s'annule, oui, mais, plus qu'un facteur, non b. Sépare par un tiret vertical (**Yo** écrit : $(x - \frac{1}{3})(x + 1) = x^2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$ $(x - \frac{1}{3})(x + 1) - x \rightarrow$) *Non*, attends un peu. Le x deux, moins deux tiers x, plus un sur neuf, on l'avait factorisé dans la premièrement, combien on a trouvé ? [brouhaha] **Ri**
39	**Ri**	x moins un sur trois, au carré
40	**En**	Donc, là, **Yo**, avant de transporter ce membre à l'autre côté de l'égalité, tu dois tenter de factoriser, ici. Le x deux, plus deux tiers x plus un sur neuf, à quoi ça ressemble ?
41	**Yo**	Euh, a
42	**Els**	a moins b
43	**En**	C'est a deux
44	**Yo**	a deux, euh
45	**En**	Moins
46	**Yo**	Moins b
47	**En**	Deux ab
48	**Els**	Plus b deux
49	**Yo**	Plus b deux
50	**En**	Oui, comment tu la factorises ?
51	**Yo**	Euh, x moins, euh, un sur trois
52	**En**	Voilà, c'est x moins un sur trois au carré
53	**Yo**	[au carré (il écrit : $(x - \frac{1}{3})(x + 1) = (x - \frac{1}{3})^2$)
54	**An**	On peut, euh, transformer le
55	**En**	Directement, non, étape par étape, c'est mieux (**Yo** écrit $(x - \frac{1}{3})(x + 1) - (x - \frac{1}{3}) = 0$ **)**
56	**Mar**	Il a oublié le deux

57	**En**	Le carré, x moins un tiers au carré (**Yo** ajoute l'exposant 2) *Vas-y* **Mar**, tu passes faire c et d Sépare par une colonne et continue là (**Yo** travaille en silence : $(x - \frac{1}{3})(x + 1) - (x - \frac{1}{3})^2 = 0$ $(x - \frac{1}{3})[(x + 1) - (x - \frac{1}{3})] = 0$ $(x - \frac{1}{3})(x + 1 - x + \frac{1}{3}) = 0$ $(x - \frac{1}{3})(\frac{3 + 1}{3}) = 0$ $(x - \frac{1}{3})(\frac{4}{3}) = 0$ Pour qu'un.. $x - \frac{1}{3} = 0$ $x = \frac{1}{3}$ $S = \{\frac{1}{3}\}$ (**Mar** travaille en parallèle avec **Yo**, il écrit : c) $12x^2 – 24x + 12 = (x – 1)(x + 8)$ Fais attention Mar, douze x deux moins vingt quatre x plus douze, on a commencé à la factoriser par
58	**Mar**	Douze
59	**En**	Oui
60	**An**	M[elle], pourquoi il a dit pour qu'un
61	**En**	Ici, il peut ne pas le dire. Ici, il peut ne pas le dire, car il y a un seul facteur qui s'annule, le quatre tiers ne peut pas être égal à zéro. Donc, pour ce cas, on peut ne pas l'écrire, et c'est mieux de ne pas l'écrire (**Yo** efface pour qu'un...)
62	**Dav**	Ses facteurs, c e s ou s e s
63	**En**	Où tu as, Ses facteurs ?
64	**Dav**	Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit que ses facteurs
65	**En**	Ses, les facteurs du produit, donc c'est un pronom possessif
66	**Dav**	s, e, s
67	**En**	Oui Donc, douze facteur, le x deux, moins deux x, plus un, c'est quoi ? (10 sec pas de réponse) C'est quoi x deux moins deux x plus un ? **Ant**
68	**Ant**	a deux, moins deux ab, plus b deux
69	**En**	Et comment tu la factorises ?
70	**Ant**	a moins b au carré
71	**En**	Voilà, qui est son a ?
72	**Ant**	x
73	**En**	Et le b ?
74	**Ant**	Un
75	**En**	Donc, c'est douze facteur de
76	**Ant**	x moins un
77	**En**	[x moins un au carré Donc, il vaut mieux qu'après les vacances, vous les sachez trèèès bien.
78	**To**	Bien sûr, bien sûr
79	**En**	(**Mar** écrit **:** $12(x – 1)^2 = (x – 1)(x + 8)$ $12(x – 1)^2 – (x – 1)(x + 8)$) (2) Egal à combien (**Mar** ajoute à la suite de (2) = 0 $(x – 1)[12 – (x – 8)] = 0)$ Fais attention **Mar**, tu as x moins un au carré, tu as mis là (elle montre le terme en

		facteur) le x moins un, il y a une chose qui manque là (elle montre le 12 dans le crochet) (**Mar** efface, corrige et continue son travail en silence (x – 1)[12(x – 1) – (x + 8)] = 0 (x – 1)[12x – 12 – x – 8] = 0 (x – 1)(11x – 20) = 0 x – 1= 0 ou 11x – 20 = 0) (3) Il y a un quelque chose de très important qui manque (**Mar** ajoute pour qu'un… avant (3)), voilà. (**Mar** continue sa résolution : x = 1 11x = 20 $x = \frac{20}{11}$ $S = \{ \frac{20}{11} \}$ Bien **Be**, tu te prépares pour le B11 (**Mar** écrit d) $x^2 – 4 = (x – 2)(x + 4) – (x – 2)$) Le x deux moins quatre
80	**Mar**	C'est x moins deux au carré
81	**En**	Non, tu as dit, c'est
82	**Mar**	x moins deux entre parenthèses au carré
83	**En**	C'est x moins deux au carré ?
84	**Ca**	a deux, moins b deux
85	**En**	C'est a deux, moins, b deux, **Ca**. Et comment je la factorise ?
86	**Els**	a moins b, entre parenthèses, a plus b
87	**En**	Voilà, c'est a plus b, facteur de, a moins b. je n'ai pas là de double produit. Faites attention. Oui **Ant** (**Mar** écrit : (x + 2)(x + 8)
88	**Ant**	Il a faux
89	**En**	x plus
90	**To**	Plus deux, plus deux
91	**En**	Pourquoi x, Qui est le a ? (**Mar** corrige et écrit -2 à la place de +8) Voilà, c'est deux Bien, égal. Quand on a facto, faites attention, euh, **Ca**, dans premièrement, on a factorisé, x moins deux, facteur de x plus quatre, moins, x moins deux, combien on a trouvé ? (**Ca** ne sait pas quoi répondre) Vois dans ton cahier (**Ca** ne sait pas quoi rechercher)
92	**To**	C'est quoi la question ?
93	**En**	La question, la première question, dans le livre c'était (d'un ton très fort)
94	**Ca**	Factoriser
95	**En**	Voilà, on a factorisé, on a, on nous avait demandé de factoriser x moins deux, facteur de x plus quatre, moins, x moins deux, on a trouvé que c'est égal à
96	**Ca**	x moins deux, facteur de, x plus trois
97	**En**	Voilà, x moins deux, facteur de, x plus trois, ce n'est pas nécessaire de répéter le même travail, car c'est déjà fait (**Mar** écrit : (x – 2)(x + 2) – (x – 2)(x + 3) = 0) (x – 2)[(x + 2) – (x + 3)] = 0 (x – 2)[x + 2 – x – 3] = 0 (x – 2)-1 = 0) *Allez –y*, **Be** Regarder un peu, le moins un, je ne le garde pas comme ça dans l'air. Je dois l'écrire entre parenthèses (elle trace les parenthèses pour -1). Si non, je n'aurai plus de multiplication (**Mar** écrit (-1)(x – 2) = 0) Là, ce n'est pas nécessaire (**Mar** efface les parenthèses de -1) Et même, ce n'est pas nécessaire de mettre là, le un (elle barre le 1 devant (x – 2) et on lit –(x – 2) = 0) Regarder tous ici. Je ne suis pas obligée de mettre le un, car moins un, facteur de x moins deux, c'est la même chose que moins, parenthèses, x moins deux (**Mar** écrit

		$x - 2 = 0$ $x = 2$ $S = \{2\}$) Oui, **Ge**
98	**Ge**	Moi, j'ai fait comme ça (il a transposé le second terme avant de le factoriser, il a écrit $x^2 - 4 - (x - 2)(x + 4) - (x - 2)$)
99	**En**	Oui, c'est la même chose
100	**Ge**	Je n'ai pas la même réponse
101	**En**	**Be** Non, quand tu transportes le moins x moins deux, ici, il va devenir plus Efface le B, oui (elle s'adresse à **Be**)
102	**An**	Pourquoi, x deux, moins quatre, ce n'est pas x moins deux au carré ?
103	**En**	Où est ton double produit ? Quand tu vas mettre x moins deux, le tout au carré, c'est a moins b au carré. Où est le double produit ? Oui, **Mi**
104	**Mi**	Le trois (elle n'a pas compris l'expression c))
105	**En**	Regarde le trois, bien. Si je revoie premièrement, on nous a demandé de factoriser, x moins deux, facteur de, x plus quatre, moins, x moins deux. On a factorisé par, x moins deux. On a obtenu ce produit (elle montre $(x - 2)(x + 3)$). Donc, puisque, c'est la suite de l'exercice, on n'est pas obligé de répéter le même travail. Si tu revoie premièrement
106	**Yo**	Premièrement d)
107	**Mi**	Hen, hen

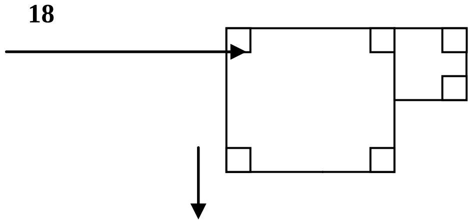
Min 39 sec 9 Correction de l'exercice B 16

1) Montrer que :

$$a^2 + b^2 = \frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}$$

2) Application :

Calculer l'aire de la figure ci-contre (les longueurs indiqués sont données en centimètres) **18**



1	**En**	B seize (**Na** est au tableau, il écrit : $\underbrace{a^2 + b^2}_{\mathrm{I}} = \underbrace{\frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}}_{\mathrm{II}}$) Ecris le a comme il faut
2	**Yo**	M[elle], le seize important
3	**En**	Si vous voulez, mais pas aussi que les autres Bien, on a à démontrer, tu vas lire la consigne, **Na**, à haute voix
4	**Na**	Montrer que, a deux plus b deux, est égal à, a plus b deux, plus, a moins b deux, sur deux
5	**En**	Voilà, comment tu commences ?
6	**Na**	Même dénominateur
7	**En**	Non. J'ai à démontrer que ça (elle montre I)), égal à ça (elle montre II)
8	**Na**	a deux, plus, b deux
9	**Anw**	M[elle]
10	**Na**	On met après la parenthèse ?
11	**En**	On met après la parenthèse qui ? Tu veux les mettre là ? (elle lui montre I)
12	**Na**	Oui
13	**Anw**	M[elle], on factorise a deux, plus b deux
14	**En**	Je t'ai vu (d'un ton très fort). **Ab**
15	**Ab**	Euh, on met deux, facteur a sur deux, plus, b sur deux

16	**En**	a au carré, plus, b au carré, sur deux, oui
17	**Ab**	Egal, a plus b au carré, plus, a moins b au carré
18	**En**	J'ai à démontrer que ça (elle montre I), que cette partie, est égale à, celle là (elle montre II). Donc, tout simplement, pourquoi vous, vous, euh, vous tournez. Vous levez la main pour répondre. **Anw**
19	**Anw**	On factorise a deux, plus b deux
20	**Yo**	a au carré, plus deux ab
21	**En**	On calcule
22	**Anw**	a plus b, facteur de, a moins b
23	**En**	Qui ?
24	**Anw**	a plus b, entre parenthèses, a moins b
25	**En**	Ça ? (elle montre I)
26	**Anw**	Oui
27	**En**	Est-ce que a au carré, plus b au carré, c'est a plus b, facteur de, a moins b ? **Ant** tu suis ?
28	**Anw**	M^{elle}, l'autre facteur (il montre le II)
29	**En**	a plus b au carré, plus, oui, qu'est ce qu'on fait ?
30	**Anw**	Est égal, a deux, plus, plus deux ab, plus b deux [brouhaha]
31	**En**	Non, non
32	**To**	a plus b, facteur de a moins b
33	**En**	Pourquoi, vous tourneeeeez, vous tenez l'oreille à l'envers. C'est très facile [Brouhaha] Ne criez pas (d'un ton ferme) **Ab**
34	**Ab**	a plus b au carré, plus, a moins b au carré, égal, a au carré, moins b au carré
35	**Be**	*Comment ça* ?
36	**En**	a au carré, moins, b au carré
37	**To**	*Non, ça ne va pas*
38	**En**	Il y a un plus entre les deux, il n'y a pas de moins. **Ri**
39	**Ri**	a deux, plus deux ab, plus b deux, plus, a deux, moins deux ab, plus b deux, on fait le calcul, *on aura*, deux a deux
40	**En**	Voilà, donc [brouhaha] Voilà, donc, regarder un peu. Quand vous avez à montrer, à démontrer une égalité, regarder un peu. Quand vous avez à démontrer une égalité, vous prenez ou bien, il y a plusieurs choix. Ou bien, vous prenez le premier membre, vous faites le calcul, vous démontrer qu'il est égal au second. Ou bien, vous prenez le deuxième membre, vous faites un calcul, et vous démontrer qu'il est égal au premier, qui est le cas ici Encore, vous pouvez prendre le premier membre, le calculer, prendre le deuxième membre, le calculer, et puis comparer les deux réponses Mais là, ce qui est le plus évident, c'est de prendre a plus b au carré, plus, a moins b au carré, le développer, faire un calcul propre et démontrer que cette équa, cette euh, cette expression, est égale à, a au carré, plus b, au carré. C'est clair ? Donc commence (elle s'adresse à **Na**) Oui, **Mic**
41	**Be**	On fait le même dénominateur, puis on continue
42	**En**	Quand je fais le même dénominateur, je suis en train de supposer qu'ils sont égaux. Mais moi, je ne sais pas cela. Je vais démontrer qu'ils sont égaux
43	**Dav**	On démontre l'égal
44	**En**	Démontrer que, c-à-d, c'est une égalité avec un point d'interrogation (elle trace ? en dessus du signe (=)) **Mic**
45	**Mic**	a deux plus b deux, égal, a deux plus b deux, plus a deux plus b deux, sur deux, est égal, deux a deux, plus deux b deux
46	**Els**	*C'est quoi ça ?*
47	**En**	Qui t'a appris cette méthode ? [Brouhaha] Bien, donc on va prendre a plus b au carré, plus, a moins b au carré, sur deux, égal (elle écrit II = , et elle trace le tiret de faction sur 2). Développe (elle s'adresse à **Na**) [brouhaha] Chuchuch, laisser le. **Mar**, tiens toi bien
48	**Ge**	M^{elle}
49	**En**	Oui, **Ge**
50	**Ge**	Deux a deux, plus, deux b deux, sur deux, égal

51	**En**	a plus b au carré, a au carré, plus, b au carré ?
52	**Na**	a deux
53	**En**	a au carré, plus
54	**Na**	b au carré
55	**En**	Deux ab, tu as oublié les identités ? Plus
56	**Na**	b
57	**En**	b au carré, ça c'est a plus b au carré
58	**Na**	Plus
59	**En**	Plus, a moins b au carré ?
60	**Na**	a deux
61	**En**	a deux
62	**Na**	Moins deux ab
63	**En**	Moins deux ab
64	**Na**	Moins
65	**En**	Plus b au carré (**Na** a écrit = $\frac{a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2}{2}$) Egal
66	**Na**	Deux ab (il barre +2ab et -2ab), a deux
67	**En**	a deux, plus a deux, c'est combien ?
68	**Na**	Deux a deux
69	**And**	*Pourquoi le second membre* ?
70	**En**	J'ai pris ce, cette expression (elle montre II), je suis en train de la calculer, pour démontrer qu'elle est égale à a plus b au carré, **And** Donc, deux a deux, plus
71	**Na**	Euh, deux b deux
72	**En**	Deux b deux, sur deux (**Na** a écrit = $\frac{2a^2 + 2b^2}{2}$) Bien, égal, qu'est ce que je peux faire avec deux a deux, plus, deux b deux ?
73	**Mar**	Deve, euh, factoriser
74	**En**	Je peux, factoriser, par
75	**Na**	Deux (il écrit = $\frac{2(a^2 + b^2)}{2}$)
76	**En**	Deux. Donc, c'est deux facteur, de a deux, plus b deux. Qu'est ce que je peux faire ici ?
77	**To**	Réduire, euh [brouhaha]
78	**En**	Chutt, laissez le, mais il est au tableau (d'un ton fort)
79	**To**	Simplifier
80	**Na**	Deux et deux (il barre les 2)
81	**En**	Oui, c'est égal (**Na** écrit = $a^2 + b^2$) Donc, voilà, quand on a à simplifier, on a développé, on a réduit, c'est deux a deux, plus deux b deux. Je peux encore la factoriser par deux. C'est deux, facteur de a deux, plus b deux, sur deux, je simplifie en haut et en bas par deux, je vais obtenir, a deux, plus, b deux Donc, j'ai démontré que, a plus b au carré, plus, a moins b au carré, sur deux, **Ri**, est égal à a au carré, plus, b au carré On va appliquer ce qu'on a trouvé, dans la deuxième question. Tu effaces la première colonne et tu fais un croquis *Vas-y*, deuxièment, tu lis la consigne, trace la figure, un croquis (**Na** trace le dessin à main levée)
82	**Yo**	M[elle], je n'ai pas compris ça
83	**En**	Là ? On a développé, a plus b au carré, c'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré, seul. Plus, a moins b au carré, c'est a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit $a^2 + 2ab + b^2 + a^2 – 2ab + b^2$)
84	**Ab**	Et a deux b deux ?
85	**En**	On l'a gardé, on n'a pas touché à ça (elle montre I) Qu'est ce que vous avez (elle s'adresse à **Be**, **An**, **To** qui se disputaient) **La cloche a sonné**

		Bien, pour demain, page cent soixante six, R huit et R neuf (elle écrit p 166, R 8, R 9)

C - Transcriptions des séances de l'enseignante EnF1

Nous allons exposer dans ce qui suit toutes les séances d'enseignement de **EnF1** qui ont été transcrites.

Première séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF1

Min 29 sec 30 Développement de l'expression 13 (la dernière) de la colonne « Développement »
13) -5(2x – 1)(3x + 4)

1	**En**	Bon alors, le dernier. Moins cinq, que multiplie deux x moins un, que multiplie trois x plus quatre, c-à-d, moins cinq facteur de deux x moins un, facteur deuh, trois x plus quatre (elle écrit en même temps qu'elle dicte -5(2x – 1)(3x + 4)). Si je vous enlève le moins cinq est ce que vous tombez sur quelque chose de connue ?
2	**Els**	Oui
3	**En**	Oui. Donc, qu'est ce qu'on peut faire déjà, dans un premier temps ? Développer le produit qui est là (elle montre (2x – 1)(3x + 4)), et s'occuper de moins cinq après. Est-ce que d'après vous cette technique est une bonne technique ?
4	**Els**	Oui
5	**En**	Oui
6	**Els**	Non
7	**En**	Non
8	**Els**	Non, non
9	**En**	Alors, si vous avez ça (elle écrit 2 × 3 × 5), si vous avez ce produit là à faire, deux, fois, trois, fois cinq. Comment vous pouvez faire ce produit ?
10	**Chr**	On multiplie tout, enfin
11	**En**	Alors, dans ta tête, comment tu fais ?
12	**El**	Deux fois trois
13	**En**	Alors, deux fois trois, qui nous fait
14	**Els**	Six
15	**En**	Six, et ensuite, on fait, six fois ciiinq, ce qui faiiiit trente (elle a écrit 2 × 3 × 5 = 6 × 5 = 30) **Chr** dit, moi je fais, trois fois cinq, ce qui fait quinze, et hop, je fais quinze fois deux, ce qui fait trente (elle a écrit 3 × 5 × 2 = 15 × 2 = 30) Et que dit M[me] **…**? Elle, elle va faire, deux fois cinq, dix, il ne faut pas oublier les groupements intéressants, et dix, fois trois, trente (elle a écrit 2 × 5 × 3 = 10 × 2 = 30) Avons-nous utilisé le même cheminement ?
16	**Els**	Non
17	**En**	Non, est ce qu'on a tous rendez vous à la même réponse ?
18	**Els**	Oui
19	**En**	Oui. Quelle est l'erreur à ne pas faire ? Eh bien, se dire, deux fois trois, ça fait six, je fais deux fois cinq, ça fait dix, et six fois dix, ça fait soixante (elle a écrit 2 × 5 = 10, 2 × 3 = 6 et 10 × 6 = 60) ça évidement c'est, l'erreur Alors, avec les nombres, quand vous avez un, euh, une suite de nombres, de multiplication comme ça (elle montre 2 × 3 × 5), qui n'est composée que, de, nombres. Il est évident que vous ne ferez pas l'erreur. Mais, quand, vous commencez à avoir des sommes algébriques, il se peut qu'à un moment ou l'autre, vous fassiez justement des erreurs. Alors, le moins cinq, pas possible de l'éviter. Ou bien, je le multiplie par l'intérieur de la première parenthèse, et dans ce cas là, je multiplierai mon nouveau résultat par trois x plus quatre. Ou bien je dis, eh ben, moi, le moins cinq, je vais le multiplier par trois x plus quatre, et dans ce cas là, après on multiplie par deux x moins un, ou bien on effectue d'abord ce produit là, (elle montre (2x – 1)(3x + 4)), et puis on multiplie le résultat final par, moins cinq. La seule chose qui soit fausse, c'est faire, moins cinq que multiplie deux x moins un, et puis encore, moins cinq que multiplie trois x plus quatre. Vous n'auriez pas multiplié par moins cinq, vous auriez multiplié par plus vingt cinq. Et c'est pas du tout du tout du tout la même chose
20	**An**	Nécessairement on va avoir trente, de toute façon, c'est des facteurs
21	**En**	C'est des facteurs, c'est exactement ça. Le raisonnement mathématique qui est derrière,

		c'est exactement ça. Une multiplication, il n'y a que des multiplications à faire dans n'importe quel sens. Alors si on développe ce produit là (elle montre (2x – 1)(3x + 4)), on n'oublie pas de recopier moins cinq (elle écrit -5( ). Deux x que multiplie trois x
22	**Pi**	M^me^
23	**En**	Oui
24	**Ma**	On peut pas faire moins cinq fois deux moins un, comme deux fois cinq ?
25	**En**	Oui, si tu veux, si tu veux, et puis après multiplier par dix. Ça n'a pas d'importance du tout ça. Tout dépend des tables de multiplication que tu maîtrises le mieux
26	**Ax**	C'est pas possible de faire moins cinq avec deux x, et puis moins cinq fois un, ça fait cinq et
27	**En**	[je pense que c'est exactement, exactement la question que m'a posé **Ma**, et je lui ai dit si tu trouves que c'est plus facile, on fait comme ça, d'accord. Bon on va faire comme ça. Allez (elle efface -5 ( ), si vous voulez faire comme ça. Disons
28	**An**	Mais
29	**En**	C'est pas grave, à la fin on va avoir la même chose. Donc, moins cinq que multiplie deux x, ça fait moins dix x, moins cinq que multiplie deux x, ça fait plus cinq, facteur de, trois x plus quatre (elle écrit (-10x + 5)(3x + 4)) Allez, on développe, chuchch, on développe. Moins dix x que multiplie trois x, ça fait trente x carré, ensuite moins dix x que multiplie plus quatre, ça devrait faire moins quarante x, plus cinq que multiplie trois x, ça fait quinze x, et puis plus cinq que multiplie plus quatre ça fait plus vingt (elle a écrit en même temps qu'elle faisait les calculs = $-30x^2 - 40x + 15x + 20$). Le petit désavantage, mais là, c'est purement subjectif, hein, de faire dans cet ordre là, c'est que vous manier des nombres plus grand, mais bon. Vous êtes des élèves courageux. On a donc, moins trente x carré, moins quarante et plus quinze, ça devrait faire moins vingt cinq, et puis plus vingt (elle écrit = $-30x^2 - 25x + 20$) Hop, zou, fini, fini, pour cette partie là de cours Vous mettez paragraphe grand deux (les élèves ont déjà pris leur cahier de cours). Allez, grand deux, les fameuses identités ou égalités remarquables On a fait grand un, développer un produit, grand deux, les identités ou égalités remarquables. Identités ou égalités, pourquoi est ce que je préfère le terme égalité ? Eh bien, parce queueh, quand je vous dis égalités, vous entendez bien égal, avec quelque chose avant le signe égal, quelque chose après le signe égal. Et quand je vous dis, identités, euheuh, vous avez plus de mal à assimiler identités à égalités. D'un point de vue pratique, d'un point de vue pratique, les identités ou égalités remarquables, sont au nombre de, trois. Et ce ne sont, jamais que, des petits produits, un peu particulier. Ce ne sont que des produits, trois produits particuliers. Je vais écrire et vous pour l'instant vous n'écrivez, rien J'écris, mais vous rien (elle écrit l'un en dessous de l'autre $(a + b)^2 =$, $(a – b)^2=$, $(a + b)(a – b) =$) Bon, nous complèteront par la suite ce qui est de l'autre
30	**El**	On copie
31	**En**	Nonon, j'ai dit, j'ai, j'écris et vous rien. En premier temps vous n'écrivez rien. Par la suite on écrira des choses de l'autre côté du signe égal. Pour l'instant, si on oublie le signe égal, on a écrit trois expressions. Comment pourriez vous m'expliquer avec des mots ce qu'est cette première expression ?

Troisième séance d'enseignement
Enseignant : EnF1

1	**E n**	Bon, on commence par le corrigé des exercices pour aujourd'hui (la correction est à l'oral, elle choisit **Ax** pour corriger la première expression de l'exercice 6) Alors, **Ax**, x plus un le tout au carré Donc, est ce que tu veux **Ax** nous faire le premier
2	**Ax**	x plus un au carré, c'est x au carré plus deux plus un
3	**En**	C'est parfait, y plus trois au carré, euheuh**, Ch**
4	**Ch**	C'est y carré
5	**En**	Oui
6	**Ch**	Plus deux fois y fois trois
7	**En**	Oui
8	**Ch**	Plus trois carré
9	**En**	Oui, donc, ça fait y carré, plus six y plus neuf

		Pi, tu fais cinq x plus deux au carré
10	**Pi**	Cinq x plus deux au carré égal, cinq x au carré
11	**En**	Le cinq x au carré doit être entre
12	**Pi**	[parenthèses
13	**En**	[parenthèses, oui
14	**Pi**	Plus vingt x, plus quatre
15	**En**	Oui, et le cinq x entre parenthèses au carré, ça fait, vingt, cinqqqq, xxxxxx carré Deuxième ligne (elle passe à la deuxième ligne de l'exercice 6) Alors, deuxième ligne, **Fi**
16	**Fi**	x au carré, moins deux x, plus un
17	**En**	Oui Qu'est ce qui change entre x moins un au carré et x plus un au carré ? C'est le signe du douuuubleeeeeee produit**.** Là, il y a un plus (elle montre $(x + 1)^2$ qu'elle a écrit au tableau) et là il y a un moins (elle montre $(x – 1)^2$ qu'elle a écrit au tableau) **Ju**, euh, le y moins trois
18	**Ju**	lequel
19	**En**	C'est l'avant dernier, y moins trois le tout au carré
20	**Ju**	Euh, y carré, moins six y moins neuf
21	**En**	Non, pas moins neuf, mais plus neuf, plus neuf, moins y au carré c'est plus neuf Na le quatre x moins un le tout au carré
22	**Na**	C'est, euh, seize x deux, moins huit x, plus un
23	**En**	Oui, parfait Alors, après, le huit, qui va faire le huit, t plus cinq au carré ? **As** (il a levé le doigt)
24	**As**	Eh, euh, euh, c'est égal à t au carré
25	**En**	Oui
26	**As**	Plus deux, euh, dix t
27	**En**	Oui
28	**As**	Plus cinq au carré, vingt cinq
29	**En**	C'est parfait Qu'est ce qui change quand on passe de t plus cinq à t moins cinq au carré ?
30	**As**	Ben, le double produit serait moins
31	**En**	Le double produit serait moins Donc, le t plus cinq, c'est t au carré plus dix t plus vingt cinq et le t moins cinq, c'est t au carré moins dix t plus vingt cinq A toi **Da**
32	**Da**	Quoi ?
33	**En**	t plus cinq, facteur de t moins cinq
34	**Da**	Euh, t au carré moins vingt cinq
35	**En**	t au carré moins vingt cinq, parfait Deuuuxième ligne, **Al**, le x plus zéro virgule huit au carré
36	**Al**	x au carré
37	**En**	Oui
38	**Al**	Plus, euh, plus zéro virgule huit fois deux
39	**En**	Fois deux, donc un virgule six x
40	**Al**	Plus zéro virgule huit au carré
41	**En**	Zéro virgule huit au carré, voilà Et ma question c'est : Combien ça fait zéro virgule huit au carré ?
42	**Me**	Zéro virgule soixante quatre
43	**En**	Zéro soixante quatre ou six virgule quatre ?
44	**Ch**	Six virgule quatre
45	**En**	Mais non, zéro virgule soixante quatre (avec un grand sourire) Zéro virgule huit, vous avez un chiffre après la virgule, c'est huit dixième, donc, et si on multiplie huit dixième par huit dixième, ça fait soixante quatre centième. Donc, deux chiffres après la virgule Il a fallu que je pose la question, parce que c'est une erreur ultra classique x moins zéro virgule huit le tout au carré, la seule chose qui change c'est, le, signe, du dou, ble, pro, duit Il nous reste x plus zéro virgule huit facteur de x moins zéro virgule huit, **An**

46	**An**	Lequel ?
47	**En**	Le dernier du numéro huit
48	**An**	Enfin, x plus zéro virgule huit, euh
49	**En**	Facteur
50	**An**	Facteur de x moins zéro virgule huit, est égal à, x au carré, moins deux zéro virgule huit, moins zéro virgule huit
51	**En**	[Non
52	**Me**	C'est x au carré moins zéro virgule soixante quatre
53	**En**	C'est parfait, x au carré moins zéro virgule soixante quatre. C'est la dernière des trois identités remarquables C'est là où le développement final ne contient que deux termes, il n'y a pas de double produit comme celui d'avant Bon, alors, le dernier c'est avec des fractions (elle demande à **Pi** de passer au tableau) Allez, x sur trois moins un cinquième, facteur de x sur trois plus un cinquième (il écrit $(\frac{x}{3}-\frac{1}{5})(\frac{x}{3}+\frac{1}{5})$) Alors, première, deuxième ouuu troisième ?
54	**Pi**	Troisième
55	**En**	La dernière, la troisième. Elle se développe en deux termes. C'est qu'on appelle (elle attend une réponse de)
56	**Pi**	x
57	**En**	La, la, la diffffféreeeence
58	**Pi**	[de deux carrés
59	**En**	[de deux carrés Alors, on va prendre les termes auuu
60	**Pi**	Carré
61	**En**	Carré, allez, écris moi x sur trois au carré, et le un cinquième élevé aussi au carré (**Pi** écrit $\frac{x^2}{3} - \frac{1^2}{5}$ en même temps que **En** parle) il faut mettre x sur trois entreeee parenthèses et le un cinquième entre
62	**Pi**	[parenthèses
63	**En**	[parenthèses (**Pi** corrige $(\frac{x}{3})^2 - (\frac{1}{5})^2$) Donc on va faire les calculs, alors qu'est ce qu'on fait ? Comment on fait le x sur trois au carré ?
64	**Pi**	x carré sur neuf (il écrit en même temps qu'il calcule)
65	**En**	x carré sur neuf moins et le un cinquième au carré, devient
66	**Pi**	Un sur vingt cinq (il a écrit $\frac{x^2}{9} - \frac{1}{25}$)
67	**En**	Un sur vingt cinq Et donc, est ce que vous devez mettre les deux fractions sur le même dénominateur ?
68	**Els**	Non
69	**As**	Madame, d'où vient le neuf ?
70	**En**	C'est quoi x sur trois au carré, c'est x sur trois
71	**As**	[Ah, oui, oui
72	**En**	[que multiplie x sur trois, donc, x fois x, x carré et, trois fois trois, neuf (elle écrit $(\frac{x}{3})^2 = \frac{x}{3} \times \frac{x}{3} = \frac{x^2}{9}$)
73	**El**	On peut pas développer autrement ?
74	**En**	Si, on peut, tout développer (elle trace les flèches de distribution dans l'air) et puis simplifier et t'arrive à ça
75	**As**	On aurait pas pu mettre, x sur trois au carré, moins, euh, x, euh
76	**En**	Tu peux faire, ça qui multiplie ça, puis ça qui multiplie ça, (elle trace les flèches de

		distribution pour distribuer $(\frac{x}{3}-\frac{1}{5})(\frac{x}{3}+\frac{1}{5})$) Après avoir tout développer, les termes en x, ils vont s'en allez, et à la fin, tu auras de toute façon ça (elle montre $\frac{x^2}{9}-\frac{1}{25}$)
77	**As**	Oui, mais ça c'est pas plus facile que de faire directement ?
78	**En**	C'est pas plus facile, je dirai, c'est, si tu développes systématiquement t'es sûr d'avoir bon. A la limite, pour toi, c'est la méthode que je te conseillerai Si t'as l'habitude de ça (elle montre la distribution), t'auras du mal à retrouver qu'elle est l'expression factorisée qui correspond Mais, je préfère que tu développes systématiquement et c'est bon Euh, **Chr** au tableau Alors, x sur trois plus un cinquième le tout au carré (**Chr** écrit $((\frac{x}{3}+\frac{1}{5})^2$) Oui, égal
79	**Chr**	x deux, plus (il écrit le reste du développement en silence, il a écrit $\frac{x^2}{9}+\frac{2x}{15}+\frac{1}{25}$)
80	**En**	Je suis tout à fait d'accord avec ce que t'as écrit, mais comment tu as fait pour avoir deux x sur quinze ?
81	**Chr**	Deux x, lequel là (il montre $\frac{2x}{15}$)
82	**En**	Oui
83	**Chr**	Ben, j'a fait, ça fois ça (il montre $\frac{x}{3}$ et $\frac{1}{5}$)
84	**En**	Oui
85	**Chr**	Ça fait x sur quinze
86	**En**	Oui
87	**Chr**	Et deux fois
88	**En**	Oui, voilà, on multiplie x sur trois par un sur quinze et le tout par deux Si on change le plus, x sur trois plus un cinquième, en moins, quelle est la seule chose qui change ?
89	**Chr**	Euh
90	**En**	C'est quasiment le deux x quinzième, il devient moins, deux x quinzième. Ça donne le résultat du suivant (l'expression qui suit est $(\frac{x}{3}-\frac{1}{5})^2$) Euh, **Ca**, allez, **Ca** tu vas faire a sur deux plus un facteur de a sur deux moins un (**Ca** passe au tableau et écrit en même que l'**En** dicte) a sur deux plus, un, voilà, entre parenthèses, facteur de a sur deux moins, un Chuchcuchu (les élèves sont trop bruyants) Voilà (**Ca** a écrit $(\frac{a}{2}+1)(\frac{a}{2}-1)$) Alors, là**,** vous avez deux possibilités ou vous développez ou, ou vous appliquez la formule des égalités remarquables **As**, qu'est ce qui ne va pas (il discutait avec son voisin)
91	**As**	Ça fait x sur quinze si on enlève les parenthèses (il parle de l'expression précédente)
92	**En**	Ça fait x sur quinze, il a multiplié l'un par l'autre, mais c'est un produit, le douuuble produit, donc le x sur quinze fois deux. Et ça devient deux x sur quinze
93	**As**	Attends, on multiplie par deux, donc en haut et
94	**En**	Ah, non !!! Si tu multiplies par deux en haut et en bas, c'est pas par deux que tu multiplies, c'est par un. Deux, c'est deux sur un (elle écrit $2=\frac{2}{1}$) et le dénominateur, tu le multiplies par un, d'accord
95	**El**	On n'a pas le droit de multiplier deux par un sur trois et puis par

96	**En**	Si tu as complètement droit, il y a pas de souci Bon, allez, **Ca** (elle écrit $\frac{a^2}{4} - 1$) a carré sur quatre, moins, un. Allez, **An**, le suivant, y sur deux plus un Alors, y sur deux plus un, entre parenthèses et au carré, égal (**An** passe au tableau et écrit les dictions de l'**En** $(\frac{y}{2}+1)^2 =$) Alors, pour développer ça (**An** écrit après le signe (=)) On met y sur deux le touuut au carré, allez, plus après, est ce que tu fais d'abord le double produit, ou tu fais le deuxième terme au carré ?
97	**Ca**	Le deuxième terme (il écrit $(\frac{y}{2})^2 + \qquad +1^2$ **)** (l'enseignante a expliqué le développement ainsi)
98	**En**	Le deuxième terme au carré, le deuxième terme est un, au carré
99	**El**	Pourquoi il fait d'abord le un ?
100	**En**	Il peut le faire Et puis, le double produit, alors le produit de y sur deux, fois un, et il ne faut pas oublier le double, donc, il faut le multiplieeeer, par deux, voilà (**An** a écrit $(\frac{y}{2})^2+\frac{y}{2}\times 1\times 2+1^2$)
101	**As**	[Au carré
102	**En**	Non, non, par deux, pas au carré, par deux
103	**As**	Mais c'est la même chose
104	**En**	Nononon, c'est pas la même chose, c'est pas du tout pareil, c'est multiplié par deux
105	**El**	C'est une faute très grave
106	**En**	C'est pas question de grave, c'est pas du tout la même fonction, c'est multiplié par deux Quels sont les nombres, est-ce qu'il y a des nombres dont le double est égale à leur carré ?
107	**Els**	Oui
108	**En**	Et, Et est-ce qu'il y a des nombres dont le double est égale à leur carré ?
109	**Et**	Oui, deux
110	**En**	Deux Donc, on a y deux sur quatre plus, alors là faites attention, si vous avez à multiplier des entiers par des fractions, pour ne pas se tromper, mettez deux sur 1. L'entier mettez le sur un, et comme ça vous n'allez pas multiplier par deux, vous multipliez par un
111	**As**	Deux y sur deux
112	**En**	Et deux y sur deux, ça fait, y
113	**As**	[y
114	**En**	Et on a donc, y carré sur quatre, plus y, et plus un (**As** écrit $\frac{y^2}{4}+y+1$) Et le dernier, z sur deux moins un, la réponse ça va faire, z au carré sur quatre, moins z, et puis plus un (l'enseignante fait cette expression rapidement) Prenez vos cahiiiiers de cours (4 sec après) Cahiers de cours (10 sec plus tard) Alors, à partir d'aujourd'hui, au lieu de développer des produits, c-à-d, au lieu de transformer des produits en somme algébrique, on va factoriser des sommes. C-à-d que, aujourd'hui, on va factoriser une somme algébrique, on va la transformer en un, pro, duit Jusqu'à présent, on est passé d'un produit à une somme, maintenant on va passer d'une somme à un produit
115	**Els**	[d'une somme à un produit
116	**En**	Bon, les développements, le développement on l'a pas commencé à zéro cette année, vous saviez déjà développer des choses, vous saviez développer des produits Ben, les factorisations, c'est pareil, vous connaissez déjà certaines méthodes de factorisation On fait, grand, grand, je sais pas quoi ? (elle annonce le numéro de la partie à écrire sur le cahier de cours) Factoriser, une, somme, algébrique, grand trois, factoriser une somme algébrique (Elle

		écrit au tableau tout en dictant : III Factoriser une somme algébrique) Chuchuchu, alors méthodes (elle écrit Méthodes :) Alors, là, il faut apprendre, il faut apprendre les méthodes qu'il faut utiliser. Non seulement les méthodes, mais l'ordre dans lequel il faut les essayer. Si vous ne respectez pas, je dirai, les différentes étapes, vous pourrez, éventuellement, réussir à factoriser, mais vous ne factoriser pas, forcement le plus possible Et quand on vous demande de factoriser une expression, le mot sous entendu, mais obligatoire, c'est factoriser le plus possible, factoriser au maximum Alors, évidement les méthodes [….] en minime, c'est vrai que vous connaissez. Donc, vous, ce que vous arrivez à mettre en facteur, c'est fois un nombre Je ne vais pas mettre factoriser, je vais mettre, mettre un nombre en facteur, mettre un nombre en facteur (12 sec plus tard) On fera des exercices. Vous avez fait ça, peut être, en classe de cinquième Deuxième chose à tenter, du point de vue mathématique, c'est pas correct ce que je vais écrire, mais c'est le plus parlant, mettre une lettre, et éventuellement une puissance, c-à-d x, x carré, en facteur Alors, ensuite, là ooon, là on attaque les nouveautés Alors, nouveauté, mettre en facteur carément une somme algébrique Une autre nouveauté, retrouver une égalité ou une identité remarquable Et puis, le dernier petit point qui veut tout dire et rien dire, c'est combiner plusieurs méthodes. Ça veut dire que vous avez à mettre en même temps en facteur, un nombre et une lettre par exemple, vous pouvez bien vous retrouvez avec comme facteur commun cinq x au carré, vous avez combinez les méthodes un et, deux (avec son crayon, elle met le doigt sur les deux première méthode écrite au tableau) (elle a écrit en même temps qu'elle parlait à côté de Méthodes : • Mettre un nombre en facteur • Mettre une lettre, une puissance en facteur • Mettre en facteur une somme algébrique • Retrouver une égalité ou une identité remarquable • Combiner plusieurs méthodes)
117	**Je**	C'est quoi ça
118	**En**	Un et deux, vous savez faire
119	**Je**	Eh, ben, combiner c'est quoi ?
120	**En**	Ben, combiner c'est connu, mais, retrouver une identité remarquable ou mettre un nombre et une identité remarquable, on n'a jamais fait là-dessus Alors, on va faire des exemples tout de suite (elle attend 20 sec pour que les élèves finissent de copier les différentes méthodes de factorisation) La partie cours est finie, évidement, évidement tout repose sur les exemples Vous êtes encore en possession de deux petits morceaux de photocopies. Tous les deux commencent par factorisation, donc, vous commencez par coller factorisation niveau un, c-à-d, là où le premier calcul est sept a plus vingt et un (elle lit la première expression de la colonne)
121	**Ax**	C'est une identité
122	**En**	C'est pas du tout une identité remarquable
123	**Pi**	Pourquoi ?
124	**En**	Car il n'y a pas un carré (1 min) Bon, allez, sept a plus vingt et un, est ce que c'est une expression développée ou bien c'est une expression factorisée ?
125	**Els**	Développée
126	**En**	Développée Alors, pour passer de l'expression développée à l'expression factorisée, j'aurai à avoir, j'aurai à avoir un produit. Il faut donc, que je fasse apparaître dans chacun des termes de la somme, le même facteur Alors, sept a, c'est sept fois a, vous bien sûr, vous êtes obliger de détailler toutes les étapes. Et vingt et un, c'est quoi ?
127	**An**	Trois fois sept
128	**En**	C'est trois fois sept (elle a écrit $7 \times a + 3 \times 7$)

		Alors, le facteuuur commun, le facteur commun, c'est sept (elle souligne le sept dans les deux produits ($\underline{7} \times a + 3 \times \underline{7}$), d'accord. Et quand je mets sept en facteur, la somme qui va réintégrer la parenthèse, c'est ce qui reste, et ce qui reste, c'est a plus 3 (elle écrit $7 \times (a + 3)$) Et quand on a fait ça, on a bien mis un nooombre, en facteur, on a mis un nombre en facteur. Est-ce que ce multiplié là (elle montre le signe × qu'elle a tracé entre le 7 et (a + 3)) est obligatoire ?
129	**Els**	Non
130	**En**	[Non (elle efface le signe ×) Ça c'est une factorisation
131	**El**	[C'est difficile
132	**En**	Non ce n'est pas difficile Alors, on est passé d'une somme à un produit, donc on a factorisé Allez, celui d'en dessous, vingt sept x moins trente six (6 sec) Chuchuchu. Vingt sept x moins trente six
133	**Me**	Trente six, c'est six au carré
134	**En**	Allons, trente six, c'est six fois six, seulement est ce que vingt sept c'est six fois quelque chose ?
135	**Els**	Non
136	**En**	Donc, alors, deux possibilités. Chuchuchu. Evidement les deux facteurs communs possibles : vingt sept, c'est trois fois neuf, et trente six, c'est trois fois douze, bon Vingt sept, ça reste toujours, trois fois neuf, et trente six
137	**An**	[Trois fois
138	**En**	[Ça peut être, Ah, non ! Je ne vais pas recopier deux fois la même chose, c'est quatre fois neuf Dans la première tentative (elle parle de $\underline{3} \times 9 \times x - \underline{3} \times 12$), dans la première tentative, le facteur commun c'est trois (elle souligne le trois) Dans la deuxième tentative ($3 \times \underline{9} \times x - 4 \times \underline{9}$), le facteur commun c'est, neuf (elle souligne le neuf et elle a écrit : $27x - 36 =$ $\underline{3} \times 9 \times x - \underline{3} \times 12$ (dans une 1e tentative le facteur commun est 3) $3 \times \underline{9} \times x - 4 \times \underline{9}$ (dans une 2e tentative le facteur commun est 9) Puisqu'il faut factoriser le plus possible, la bonne factorisation c'est neuf Je vous mets la réponse et après on continue avec les chiffres. Donc, la réponse qu'on attend de vous, c'est neuf facteur de, alors, qu'est ce qui reste, trois x moins quatre (elle écrit $9(3x - 4)$ à la suite du signe =). Bon, ça c'est la bonne réponse Maintenant, ceux et celles qui aurait mis trois en facteur, est ce qu'ils ont bon ? Ils ont bon, mais ça ce n'est pas fini Alors, si on met le trois en facteur, on a trois, facteur, de neuf x, moins douze (elle écrit $3(9x - 12)$). Est-ce que ça va jusque là ? La différence entre les deux, c'est, si vous regardez l'intérieur de cette parenthèse là (elle montre $9(3x - 4)$), trois x moins quatre, est ce qu'il reste quelque chose en commun à trois x et à quatre ?
139	**Els**	Non
140	**En**	Non, donc, quand vous arrivez là (elle montre toujours $9(3x - 4)$), là, de toute façon, c'est fini Maintenant, si vous avez commencé par mettre trois en facteur, vous regardez l'intérieur de la parenthèse (elle montre $3(9x - 12)$), neuf x moins douze, est ce qu'il reste quelque chose en commun à neuf x et moins douze ?
141	**Els**	[Trois
142	**Pi**	[Le carré
143	**En**	[Il reste le trois, hein, donc, je prends cette parenthèse là (elle écrit à côté $9x - 12$), dans l'expression, dans la somme algébrique neuf x moins douze, je mets encore le trois en facteur, alors, neuf x, c'est, trois fois trois x et douze, c'est trois fois quatre (elle écrit $3 \times 3x - 3 \times 4$) Est-ce que vous avez compris le passage de là à là ? (elle parle du passage de $9x - 12$ à $3 \times 3x - 3 \times 4$). Neuf c'est, trois, fois, trois, et douze, c'est trois fois quatre Bon, le neuf x moins douze, si je le recopie là (elle montre $3(9x - 12)$), j'ai trois

144	**Pi**	[Oui, mais il y a un trois
145	**En**	[Fois, oui, trois x moins quatre (elle écrit 3(3x – 4) sous (9x – 12)) Là, je ne me suis intéressée qu'à ce morceau là (elle montre (9x – 12)), d'accord
146	**Els**	Oui
147	**Els**	Non
148	**En**	Oui, non !! Et donc maintenant je reprends l'équation du début. L'expression du début c'était, neuf x moins douze multiplié par trois, j'écris ce que j'ai trouvé, multiplié par trois (elle écrit 3 × devant 3(3x – 4)). Et si je refais les calculs, trois fois trois, ça fait combien ?
149	**Els**	Neuf
150	**En**	Ça fait neuf, donc, vous voyez bien, même si vous n'avez pas tout de suite trouvé le plus grand facteur commun possible, eh bien, on peut le retrouver en plusieurs étapes. Si vous n'avez pas pensé à neuf et vous avez pensé à trois, la technique, de toute façon, il faut tenter à chaque fois, on met quelque chose en facteur, on regarde si à l'intérieur du deuxième facteur on a la possibilité de factoriser davantage, et la différence, c'est qu'au lieu de factoriser en une étape, on factorise en deux, et on arrive de toute façon toujours à la réponse
151	**Pi**	Et après il y a le trois, il faut le supprimer
152	**En**	Ah, non, là, il faut pas le supprimer, là
153	**Pi**	[Il faut savoir quand il faut les supprimer et quand il faut
153	**En**	[Pour pouvoir les, pour pouvoir supprimer les trois, il faudra des, des, des dénominateurs, ou bien alors, c'est une question que j'ai pas compris
154	**Pi**	Là, là, on a des, des nombres communs, à droite on a des nombres communs, puisque on a trois et trois (il montre 3 × 9 × x – 3 × 12)
155	**En**	Oui, ils sont tous les deux déjà à l'extérieur de la parenthèse
156	**Pi**	Là aussi il y en a à l'extérieur de la parenthèse
157	**En**	Ecoute, écoute, on discutera tout à l'heure, je ne comprends pas là où ça bloque **Ax** (il demande la parole)
158	**Ax**	Il y a un moins après le x
159	**En**	Oui
160	**Ax**	Pourquoi il n'y a pas moins trois en facteur ?
161	**En**	C'est parce que il y a un moins là dans l'équation de départ
162	**Ax**	Oui, mais ça appartient à trois et non pas à d'autres, le moins
163	**En**	Oui, mais ce que j'ai mis en facteur, c'est le trois Là (elle montre 3 × 9 × x – 3 × 12), le moins trois que multiplie douze, tu peux écrire ça comme ça, qui s'écrit aussi sous la forme, plus trois que multiplie moins douze Là, en facteur, j'ai mis trois, je peux pas mettre, en facteur, trois d'un côté, et moins trois après, d'accord. Donc, j'ai pas mis un signe, je n'ai mis que le nombre positif en facteur, ça va ? Bon, la suite. Essayez, donc, de faire, de faire de trois jusqu'à six (7 sec) Allez de trois jusqu'à six l'**En** recopie au tableau les quatre expressions et propose une cinquième devant laquelle elle trace un point d'interrogation : 3x – 6y = a^2 + 2a = 12a^2 – 14a = 3x – 6x^2 = **? 4a + 4 =)** (1 min plus tard) Allez. Allez, trois x moins six, qu'est ce qu'on met en facteur dehors ?
164	**En**	
165	**Ju**	Trois
166	**En**	Le trois. Là, on a recours à la première méthode, mettre un nombre en facteur Alors c'est trois facteur de, x, moins, deux y
167	**An**	Deux y ?
168	**En**	Ben, oui. Parce que six, c'est, trois, foiiis, deux (elle écrit par-dessus du six 3 × 2)
169	**An**	Mais non, c'est pas trois y ?
170	**En**	Attention !!! Six y, c'est trois plus trois y, hein Six y, c'est trois y plus trois y (elle écrit en dessous de 6y ; 3y + 3y) Donc, si tu veux mettre, si tu veux décomposer comme ça, t'auras, trois facteur de x moins y, moins y. Six y, c'est pas trois, plus trois y Et leeeee a carré plus deux a, est ce que je peux, encore, mettre un nombre en facteur ?

171	**Ch**	(Il a levé le doigt) Eh ben là, c'est la deuxième méthode
172	**En**	a carré plus deux a, nombre ou lettre ?
173	**Ch**	Lettre
174	**En**	Lettre. Alors, le a carré, c'est le a que multiplie quoi ?
175	**Els**	a
176	**En**	a, plus, et deux a, c'est a que multiplie deux (elle écrit en même temps qu'elle parle a ´ a + a × 2)) Donc, c'est a facteur de a plus deux, ça va pour ça ? (elle écrit en même temps qu'elle parle a(a + 2)) Erreur, je dirai plus qu'elle est du niveau d'un élève de quatrième, on voit rarement un élève de troisième faire ça, et les élèves en quatrième, ils mettent (elle écrit en dessous de l'expression a(^{2} + 2)), et donc la petite parenthèse elle ne sert pas, oupeh, le carré ne correspond pas, le problème rien Non, hein, non, on peut pas avoir des exposants partagés à rien Allez, le douze a carré moins quatorze a, est ce que j'ai un nombre en commun ?
177	**Pi**	Quatre
178	**En**	Non pas quatre
179	**Els**	[deux
180	**En**	Deux. Alors là, il y a déjà un nombre. Et puis, a carré, est ce que je peux mettre une lettre en facteur ?
181	**Els**	a
182	**En**	Le a Alors douze, c'est deux foiiiis six, et a carré a fois a, donc ça fait six a moins, quatorze, c'est deux fois sept, et je joins quelque chose ?
183	**Els**	Non
184	**En**	Non, puisque là, c'est a fois un (elle écrit 2a(6a – 7)) Allez, le trois x moins six x carré, qu'est ce qu'on a va mettre en facteur ? Ch
185	**Ch**	Euh, trois x
186	**En**	[trois x, parfait Alors, facteur de quoi ? De un, parce que trois x, c'est trois x que multiplie un Pour pouvoir mettre en facteur, il faut que vous ayez des facteurs communs à tous les termes de la somme, Et quand on entend le mot facteur, eh ben on entend, multiplication et trois x, c'est trois x multiplié par un (elle écrit 3x = 3x × 1) et non pas trois x multiplié par zéro ou trois x multiplié par rien
187	**Pa**	Est-ce qu'on peut mettre seulement x en facteur ?
188	**En**	Alors, tu peux mettre x facteur de, troiiiiiis, moins six x (elle écrit x(3 – 6x)), c'est bon, mais c'est pas fini, parce que dans trois moins six x, on a encore trois, ça fait la moitié du travail Il vaut mieux faire la moitié du travail que de ne rien faire du tout En général, dans des exemples comme ça, euh, quand vous faites la moitié du travail, vous vous trompez pas Et si vous essayez de tout factoriser, là encore, beaucoup d'élèves oublient le un. Donc, trois x, c'est trois x que multiplie un, alors, six, c'est trois fois deux, et x carré, c'est x que multiplie x (elle écrit 3x(1 – 2x)) Bon, et le quatre a plus quatre ? Est-ce que c'est égal huit a ?
189	**Els**	Non
190	**En**	Non Alors, qu'est ce que je mets en facteur là ?
191	**Ax**	Quatre
192	**En**	Quatre, quatre. Alors, on prend le plus grand possible Alors, quatre a, c'est quatre que multiplie a, et plus quoi ? Plus un, parce que quatre, c'est, c'est le même principe que celui-ci, là (elle montre 3x dans l'expression précédente) quatre, c'est quatre fois un Si vous n'êtes pas sûrs de vous, comptez, (après, quand je termine, **Al** voulait prendre la parole), comptez combien vous avez de termes dans votre somme au départ, vous devez retrouvez le même nombre de termes dans la parenthèse Oui, **Al**

193	**Al**	Est-ce qu'on peut mettre deux en facteur ?
194	**En**	C'est bon, mais ça fait la moitié du chemin. Parce que, si tu mets deux facteur de deux a plus deux (elle écrit 4a + 4 = 2(2a + 2)), dans la parenthèse tu as deux et deux (elle souligne 2 ; (2a + 2)) Donc, dans la parenthèse, il faut encore mettre deux en facteur, d'accord Alors, là, c'est deux facteur de a plus un (elle écrit sous (2a + 2) ; 2(a + 1), et elle les relie par une flèche). Et tu remultiplies par le deux du départ (elle écrit = 2 × 2(a + 1)), et tu retrouves bien, quatre facteur de a plus un (elle écrit en dessous 4(a + 1)) Oui (elle donne la parole à **Au** qui a levé le doigt)
195	**Au**	Quand on fait comme ça, on a le droit aussi de mettre des fractions ?
196	**En**	Non, non, on essaye de travailler toujours avec des nombres entiers. On met des fractions, quand on a des, des fractions données au départ. Ça va pour cela Alors maintenant, vous laissez tomber le sept, et on va passer à l'exercice numéro huit de cette liste là
197	**An**	Madame
198	**En**	Oui
199	**An**	Si on fait jusqu'à deux facteur de deux a plus un (2 (2a + 2)), est ce que vous comptez juste ?
200	**En**	On met la moitié des points
201	**An**	Et comment on sait que c'est pas fini ?
202	**En**	Il faut que tu regardes, si, dans la parenthèse, que j'ai ici (elle montre 2(2a + 2)), s'il y a des choses en commun Là, tu refactorises ce qui est en commun
203	**An**	Pourquoi deux fois deux ?
204	**En**	Alors, (elle reexplique le travail qui est toujours au tableau) Deux a plus deux, le deux a, c'est deux, facteur de a plus un, d'accord Seulement, le quatre a plus quatre, c'est deux fois deux a plus deux, donc, le deux qui était là, eh, ben, je le retrouve avec ça (elle montre 2 × 2(a + 1)). Donc, la parenthèse là se factorise et je retrouve deux fois deux, et deux fois deux, ça fait quatre Allez, vous passez, j'aurai bien le temps de l'écrire, vous passez au numéroooo huit Allez le huit
205	**Pi**	On développe
206	**En**	Non
207	**Pi**	Il faut qu'on factorise ?
208	**En**	Ouieh ! Chuchueh Alors cinq facteur de, cinq facteur de, où est ce qu'il est, de x plus un, plus x facteur de x plus un (elle se dicte la donnée et l'écrit en même temps) Ça, c'est, des nouveautés pour votre troisième, hein !! La chance à ne pas faire, à ne pas faire par un élève de troisième, surtout ne développer pas. Si vous développez, vous ne pouvez pas poursuivre, vous n'arriverez jaaamais à factoriser après ça Alors là, chuchuchuch, les signes « multiplier » sont là (elle trace le signe fois ainsi 5 × (x + 1) + x × (x + 1) (E1)), et le facteur commun, le nombre, la chose, la quantité qui apparaît deux fois, c'est, x plus un (elle souligne dans (E1) (x+ 1) en rouge), d'accord C'est x plus un multiplié par cinq, auxquelles j'ajoute x plus un multipliééé par x Donc, le facteur commun là, c'est x plus un. Est-ce que **An** (elle ne suivait pas l'explication) est d'accord ou pas ?
209	**An**	Oui
210	**En**	Bon Quand on écrit cinq fois a plus b fois a (elle écrit 5 × a + b × a (E2)). Ce qui apparaît deux fois, c'est le facteur commun c'est a
211	**Els**	[a
212	**En**	[d'accord, ce qui est écrit deux fois. Là (elle montre (E1)), le signe multiplié entre le cinq et la parenthèse, premier nombre, deuxième nombre, plus, premier nombre, deuxième nombre (elle identifie les termes de (E1) avec ceux de (E2)) Donc, le nombre commun ici, c'est la somme algébrique
213	**Els**	[a
214	**En**	[x plus un

		Attention, on ne peut pas factoriser des bouts de parenthèse Si vous avez, cinq fois quinze, plus, trois fois, dix sept (elle écrit 5 × 15 + 3 × 17), on ne factorise pas le un qui est le bout du nombre On ne peut pas factoriser des morceaux de nombres De la même façon qu'on factorise pas des morceaux de nombres, on ne factorise pas des morceaux de parenthèses C'est tout (elle mime le tout avec ses deux mains en faisant la forme de deux parenthèses) ou rien Donc, le facteur commun, c'est x plus un, et qu'est ce qui nous reste ? Et ben, de mon premier produit, il me reste cinq, et de mon deuxième produit, il me reste
215	**Els**	[x
216	**En**	[x (elle écrit à la suite de (E1) = (x + 1)(5 + x)) Est-ce que ce « multiplier » là, je suis obligée de l'écrire ? (elle montre le signe × dans (E1))
217	**Els**	Non
218	**En**	Non. Donc, la réponse, c'est x plus un facteur de cinq plus x Surtout, surtout, surtout, en troisième ne dé,ve,lopper pas. Il y a, dans quatre vingt dix neuf exercices sur cent, si vous développez vous serez coincés
219	**Ch**	Pourquoi, c'est pas x plus un plus cinq plus x ?
220	**En**	Parce que, si, si, chuchuch, question à **Ch**, si j'avais pas un plus (elle montre le + de (E1) entre les deux termes de l'expression), si j'avais à mul, ti, plier, mon expression, est ce qu'elle fait une somme algébrique ? Elle fait un, elle fait un pro, duit, et est ce qu'on peut factoriser un produit ? Eh ben non !! Eh ben non !!! On ne peut pas factoriser un produit
221	**Ch**	En fait, factoriser c'est mettre euh
222	**En**	C'est transformer une somme, en un, produit. C'est passer du signe somme au signe produit (elle entoure le signe plus de (E1) et trace de lui une flèche jusqu'au signe × qu'elle retrace entre (x + 1) et (5 + x)) L'opération qui sort en dernier, c'est la multiplication
223	**Ch**	Le, le plus
224	**En**	Là, il y a un plus, ce plus qui est là, il vient d'ici (elle montre que le plus de 5 + x vient du plus de 5(x + 1) et x(x + 1)) Oui (elle adresse la parole à **Pi**)
225	**Pi**	Je n'ai rien compris (des fous rires s'entendent)
226	**En**	Chuchuchu, alors !! On recommence Si on a, trois fois a, plus, quatre fois a (elle écrit 3 × a + 4 × a), dans l'expression qui est là, on cherche, le, facteur, c-à-d le nombre de la multiplication, qui est commun à tous les morceaux de ma somme, oui ?
227	**Pi**	Oui
228	**En**	Oui, là, le nombre commun, c'est a Donc, là, le nombre commun, tu le mets en facteur, et dans ta parenthèse, tu recopies ceux qui restent (elle écrit en dessous a(3 + 4)), ça va
229	**Pi**	Oui, j'ai compris
230	**En**	Bon Et bien ici, c'est exactement le même principe, mais la seule chose qui change, c'est ce qui est commun, ce n'est pas un vrai nombre, ce n'est pas quasiment une lettre, ce qui est commun c'est l'intérieur de toute la parenthèse Ce qui est écrit deux fois, c'est x plus un, c'est une somme algébrique Ce que tu retrouves dans tous les termes de ta somme algébrique, c'est, x plus un Donc, cette fois ci, ce qui doit être mis en facteur, c'est x plus un, et quand on l'a mis en facteur, dans la deuuuuxième parenthèse, dans le deuuuuuuxième facteur du produit, on met tout ce qui n'est pas facteur commun Oui **Al** (il a levé le doigt)
231	**Al**	Dans le, dans le premier là, le cinq (il parle de (E1)), si c'est un moins
232	**En**	Alors, si c'est un moins, dans la parenthèse qui est ici (elle montre 5 + x)), au lieu d'avoir plus, tu vas avoir moins. D'accord
233	**Fi**	Si on avait x moins un
234	**En**	Que des x moins un
235	**Al**	Non, x facteur de
236	**En**	[si on avait x moins un, est ce qu'on aurait des termes en commun ? Non

		Est-ce qu'on pourrait factoriser l'expression ? Non Il y a des expressions qu'on ne peut pas factoriser
237	**Al**	On peut le dire
238	**En**	Eh, ben, oui, c'est pas factorisable
239	**Els**	(Brouhaha)
240	**En**	Chuchuchcu
241	**Els**	(Brouhaha)
242	**En**	Alors, je recommence Alors, le nombre qui était en commun, normalement en facteur, ce qui revient à chaque fois, chuchuchu, ce qui revient à chaque fois, c'est, le x plus un. Il est écrit ici, il est écrit là (elle travaille sur (E1)) C'est un facteur de tous les termes de ma somme, c'est un facteur de tous mes petits produits Puisque, c'est un facteur qui prend garde dans tous mes petits produits, c'est le facteur commun
243	**Ax**	Après, après, on peut pas développer ?
244	**En**	Après, tu peux redévelopper, tu peux redévelopper Seulement, attention à ça, si on vous demande de factoriser, on y est **Ch** et **Au**, si on vous demande de factoriser, si vous avez tout factorisé, si vous êtes arrivés là (elle montre (x + 1)(5 + x)), et si vous redéveloppez, alors, vous avez gagné tous les points et vous reperdez ces points (elle s'adresse à **Ax**) Si on te demande de factoriser, ta réponse, elle doit être une réponse factorisée, et si on te demande de développer, ta réponse doit être développée. **La cloche a sonné**

Quatrième séance d'enseignement
Enseignant : EnF1

1	**E**	Allez on est parti Bon, vous reprenez dans votre cahier de cours, maintenant, la colonne, la colonne factorisatiooon, sur laquelle on était en train de travailler (brouhaha) Chutttttttttttteh. (Min 9 sec 43) Ça y est pour tout le monde, allez. Chutttttt Alors, normalement dans votre cahier de cours, on en est à la colonne factorisation, et le premier des calculs, on l'a déjà fait, on l'a fait avant les vacances, est sept a plus vingt et un (elle précise aux élèves la colonne des expressions qu'elle va factoriser. Ce papier est collé sur le cahier de cours) Allez, on termine cette colonne là. Le calcul qui m'intéresse, c'est celui qui porte le numéro dix, le numéro dix, allez ! Chchcch, s'il vous plait !!! Alors, voilà (elle écrit (2a – 5)(4a – 3) – (2a – 5)(3a – 1)) Rappel, rappel des principes de factorisation. Factoriser une somme, c'est transformer cette somme en, un, produit Pour pouvoir factoriser il faut trouver dans chaque terme de la somme, un, facteur, commun. Ici, le facteur commun, ça va être lui-même une somme algébrique Si vous regardez, les expressions entre parenthèses. Avant le signe moins et après le signe moins on retrouve la même, petite somme algébrique. Avant le signe moins et après, on retrouve deux a moins cinq. Ce qui veut dire que cette somme algébrique, deux a moins cinq, que multiplie, quatre a moins trois (elle trace le signe (×) entre les deux parenthèses), moins deux a moins cinq que multiplie trois a moins un (de même elle trace le signe (×) entre les deux parenthèses), et mon facteur commun, c'est, deux a moins cinq (elle souligne (2a – 5)). Facteur, parce que chaque terme de la somme est, lui-même, le résultat d'une multiplication. Donc, chaque nombre, est un facteur. Et donc, le, facteuuur commun, est deuuuux a moins ciiinq, et ce qui va me rester, ça va être quatre a moins trois, moins, trois a moins un (elle écrit en même temps qu'elle dicte. Nous lisons : $\underline{(2a – 5)}$ × (4a – 3) – $\underline{(2a – 5)}$ × (3a – 1) = (2a – 5)[(4a – 3) – (3a – 1)] (E)) Et pourquoi, cette fois ci voit-on apparaître des crochets ?
2	**Ti**	Il y a, il y a
3	**En**	Il y a des fois des parenthèses, donc, il faut mettre un étage de plus, alors vous pouvez mettre des grandes parenthèses, si vous voulez. Mais il faut faire apparaître, le deuxième facteur de mon produit. Donc, entourer mes expressions entre parenthèses, deux

		parenthèses ou deux crochets **La**, est ce que la situation se décante tout doucement ? (**La** parait perdue)
4	**La**	Oui
5	**En**	Alors, quand vous avez fait ça, vous avez effectivement, factorisé. Seulement, est ce que cette expression là (elle montre (E)), est écrite sous la forme la plus simple possible ?
6	**Els**	Non
7	**En**	Non. Donc, on va maintenant, simplifier, l'intérieur du crochet, surtout on ne fait pas les multiplications, on simplifie le deuxième facteur Donc, ça va nous faire (elle écrit en même temps qu'elle parle), deux a moins cinq, ne pas oublier de recopier le facteur commun, facteur de, et là, pour simplifier ce qui est là (elle montre [(4a – 3) – (3a – 1)] (E1)), qu'est ce que je fais comme opération entre mes deux petiteees, sommes algébriques ? une multiplication, une addition, une soustraction ? (4 sec d'attente, pas de réponse) Entre ça et ça (elle montre (4a – 3) et (3a – 1) dans (E1))
8	**Liz**	Eh, ben une soustraction
9	**En**	[une soustraction, hein Euh (on entend des rires) Non, mais c'est tellement simple, il y a toujours des élèves qui à un moment se trompent Alors, j'enlève les parenthèses. Ici, j'aurai quatre a moins trois, parenthèse précédée d'un signe moins, donc, moins trois a, et puis, moins suivi de moins
10	**Ti**	Plus
11	**En**	Plus, donc plus un (elle a écrit en même temps qu'elle parlait (E1) = (2a – 5)[4a – 3 – 3a + 1]) Ce qui vous fait, deux a moins cinq, facteur de, je compte, quatre a moins trois a
12	**Els**	a
13	**En**	Donc a, et puis, moins trois, plus, un
14	**Els**	Moins deux
15	**En**	Moins deux. (elle a écrit = (2a – 5)(a – 2) (E2)) Bon, alors là, on a pratiquement terminé Il faut toujours vérifier que, dans l'expression qu'on trouve ici (elle montre (E2)), on ne peut plus rien mettre en facteur. Dans a moins deux, est ce que je peux encore trouver quelque chose à mettre en facteur ?
16	**Els**	Non
17	**En**	Non. Donc, ici, j'ai fini. Mais il faut toujours s'en assurer avant de passer au calcul suivant
18	**Pi**	On peut développer ?
19	**En**	On ne développe pas. Surtout ne développer pas. Si on vous demande de factoriser, et si vous terminez par une expression développée, vous perdez tous les points que vous avez accumulés, parce que vous ne répondez pas à la consigne de l'exercice. Même si, à la ligne d'avant, vous avez fait une factorisation parfaite, il ne faut pas répondre par, par une expression qui est développée Bon, allez le suivant, le onze
20	**Fi**	Il y a le neuf
21	**En**	Eh, ben, on fait pas le neuf. J'ai décidé qu'on ne faisait pas le neuf Allez le onze Deux, facteur de, trois t, moins un, facteur de, t plus trois, moins, trois, facteur de, t plus un, facteur de quatre t plus un (elle écrit en même temps qu'elle parle 2(3t – 1)(t + 3) – 3(t + 3)(4t + 1) (A)) Bon, maintenant, ça va commencer, hein, votre tour à travailler Alors, là dedans, dans cette somme algébrique là (elle montre (A)), quelle est le facteur commun aux deux termes de la somme algébrique ?
22	**As**	t plus trois
23	**En**	t plus trois. Donc, celui qui va être en facteur c'est, t plus trois (elle écrit sous (A) = (t + 3) [ ). Qu'est ce qui nous reste ? Du premier terme de la somme, il nous reste, deux, facteur de
24	**Els**	[t moins un
25	**En**	[t moins un. Et du deuxième terme, il reste, moins trois, facteur de quatre t plus un. Tout ce qui n'est pas facteur commun, je le mets à l'intérieur des crochets (elle a écrit sous (A) = (t + 3)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)] (A1)) Ça va ?

26	**Ax**	Madame, dans les parenthèses, il y a trois t et quatre t, on ne peut pas mettre trois t en facteur ?
27	**En**	Attend, j'ai pas compris
28	**Ax**	Il y a un trois t
29	**En**	Oui
30	**Ax**	Et puis, il y a un, un quatre t. On peut mettre quatre t, trois t en facteur ?
31	**En**	Eh, ben, non. Puisque si tu avais, euhhh, si tu as, hein !! Si tu as trente cinq moins dix, moins, euhhh, quarante cinq foiiis, foifoifois, je ne sais pas quoi ? Sept (elle écrit dans le coin à gauche de (A), $35 \times 10 - 45 \times 7$), ton facteur commun, tu peux pas dire je vais prendre le trois qui est ici (elle met le doigt sur le 3 de 35), et le quatre qui est là (elle met le doigt sur le 4 de 45), hein. Le, trois t et le, quatre t ce sont des morceaux d'un nombre. Ce sont des morceaux d'un nombre, trois t et quatre t, et on peut pas mettre un morceau de nombre en facteur. C'est tout le nombre, d'accord
32	**Ax**	Oui
33	**En**	Donc, là, tu peux pas dire, j'ai trois t, j'ai quatre t, je vais mettre, trois t en facteur. Non
34	**Ax**	Mais c'est un nombre
35	**En**	Oui, mais après trois t'a pas, un multiplié, t'as plus, ou, moins, et après quatre t, t'as plus, ou, moins
36	**Ax**	Alors, on ne prend qu'un
37	**En**	Voilà, on prend un, fac, teur. C-à-d, un nombre entouré, ou si c'est le premier juste suivi d'un signe multiplié
38	**Ax**	On prend le deux qui est avant
39	**En**	Le deux qui est avant (elle parle à voix très basse) Eh ben, si j'avais, deux ici (elle montre du doigt dans (A) le 2), et quatre là (elle montre du doigt dans (A) le 3), je pourrais mettre deux en facteur, parce que, entre le deux et ce qui suit, j'ai un multiplié. Donc, deux, à lui tout seul, c'est bien un facteur. Tandis que, trois t moins un, trois t, c'est pas un facteur, trois t, c'est un morceau de facteur. Mon facteur, c'est trois t moins un en entier, et là, c'est tout, ou, rien C'est un peu plus clair ?
40	**Ax**	Oui
41	**En**	Bon, allez. Alors, **Pi**, ça coincé où ? (**Pi** avait l'air perturbé)
42	**Pi**	Vous pouvez répéter ?
43	**En**	Oui, [inaudible], mais, le répétons encore une fois qui me, qui m'embête Alors, factoriser, je pars au début avec une somme, ou une différence. J'arrive à la fin avec un, produit. D'accord, je transforme la somme en une multiplication. Pour transformer une somme, en un produit, je dois, trouver, dans la somme, les, les facteurs qui sont identiques. Qu'est ce que c'est qu'un facteur ? C'est un des nombres qui apparaît dans une multiplication. Chaque morceau de la somme, chaque morceau de ma somme, que ça soit ici, ou que ça soit là (elle montre les deux termes de (A)), chaque morceau, c'est lui même le résultat d'une multiplication. ça, ça, c'est le résultat d'une multiplication (elle montre les deux facteurs du premier terme de (A)), ça, c'est le résultat d'une multiplication (elle montre les deux parenthèses du second terme de (A)) Dans chacune de ces multiplications, je dois trouver un nombre, qui est le, même. Ça va
44	**Pi**	Oui
45	**En**	Bon, alors, nombre qui est le même, ici, si je regarde, ce qui est écrit deux fois, c'est t plus trois. Ce nombre qui est le même, je le mets, en, facteur, c-à-d, je vais dire que c'est le premier nombre de ma multiplication finale (elle ajoute le signe ($\times$) entre $(t + 3)$ et le crochet dans (A1)). Je transforme une addition, en une multiplication. Ma multiplication, elle aura deux termes, enfin, termes n'est pas le mooot exact, elle, ce sera une multiplication de deux nombres, l'un par l'autre. Le premier de ces deux nombres, c'est celui, qui apparaît partout Ça va un, peu, mieux (**Pi** fait signe oui de tête) Bon. Alors, celui qui apparaît partout, je le mets devant, et puis le reste, eh bien, tout ce qui reste, tout ce qui n'est pas ce, facteur commun (elle montre $(t + 3)$ dans (A1)), c'est ce qui constitue le deuxième nombre de ma nouvelle multiplication Maintenant, si vous avez écrit ça (elle montre (A1)), vous avez factorisé, et là, quand on arrive à cette étape là (elle montre (A1)), on revient au programme de quatrième, éventuellement fin d'année de cinquième, on va, développer, simplifier l'expression qui est entre crochet

		Attention hein, ce n'est pas parce que vous êtes en train de travailler avec cette expression là que vous pouvez oublier de recopier le début, hein. Votre multiplication, c'est toujours, je multiplie un nombre par l'autre, donc, n'oubliez pas, chaque fois, de recopier les deux
46	**Ch**	Madame, jusque là, c'est bon ou pas ? (elle parle de l'arrêt à (A1))
47	**En**	T'as fait la moitié du chemin. T'as fait le plus dur, alors, autant terminer le plus facile
48	**Ax**	Madame
49	**Chr**	Madame
50	**En**	Oui
51	**Chr**	Au lieu de mettre t plus trois, on va mettre plus trois, c'est aussi un nombre
52	**En**	Alors, attention, attention, le trois qui est ici (elle montre le 3 dans (t + 3)), ce n'est pas ce qu'on appelle, un facteur. Dans une multiplication, quand tu fais une multiplication, si tu faaaais, vingt et un, fois, dix sept, fois, trois cent quinze (elle écrit 21 × 17 × 315), le un qui est ici (elle marque d'un point le 1 dans 21), et le un qui est là (elle marque d'un point le 1 dans 17), et le un qui est là (elle marque d'un point le 1 dans 315), est ce que c'est les mêmes ? Non. Et chaque nombre de ma multiplication, chaque facteur, c'est pas un des chiffres. Chaque facteur, c'est le nombre en entier. Un facteur dans une multiplication, c'est un nombre qui est entouré de deux multipliés, ou bien, simplement de un, par ce qu'il peut être premier ou dernier des nombres, d'accord. Si tu prends le trois qui est là (elle montre le 3 dans (t + 3)), entre le trois et ce qui précède, t'as pas un multiplié, t'as un plus. Donc, le trois à lui tout seul, n'est pas un des nombres de la première multiplication, c'est pas un facteur, c'est un morceau de facteur. D'accord Bon, allons, on développe (elle retourne au développement de (A1) : (t + 3)[2(3t – 1) – 3(4t + 1)])
53	**Ax**	On développe !!!
54	**En**	Ben, on va développer ça (elle montre (A1))
55	**Ax**	Ah, ouieh !!
56	**En**	Alors, ça nous fait, t plus trois, que multiplie, alors, deux fois trois t moins un, ça fait six t, moins deux, et puis ensuite, deuxième parenthèse, je multiplie par moins trois, j'aurai donc, moins douze t, et puis, moins trois que multiplie plus un, moins trois. A cette étape là, que vous mettiez des crochets ou des parenthèses (elle a écrit en même temps qu'elle parlait = (t + 1)[6t – 2 – 12t – 3]), ça n'a strictement aucune importance. **An** je préférais que tu passes devant (**An** bavardait avec l'élève qui est à côté). Donc, ça fait, t plus trois, facteur de, je compte, six t moins douze t, moins six t, et puis, moins deux, moins trois (elle tend la tête en avant vers la classe pour recevoir une réponse)
57	**Els**	Moins cinq (elle a écrit = (t + 3)(-6t – 5))
58	**En**	Moins cinq. Est-ce que, moins six t moins cinq, est ce que je peux factoriser ça davantage ?
59	**Els**	Non
60	**En**	Non
61	**An**	Madame, quand, quand on peut factoriser davantage ?
62	**En**	Par exemple, si j'avaiiis, moins six t moins douze (elle écrit (-6t – 12)), si c'est douze, c'est des multiples de six, donc, je pourrais encore factoriser six, et ça, ce qui transforme un exercice très bien résolu, en un exercice parfait. Alors, il est temps que je vous apprenne à faire parfait, mais si vous arrêtez à moins six t moins douze, c'est déjà, très bien
63	**As**	Et pourquoi là on n'a pas factorisé le a ? (elle parle du a dans (2a – 5)(a – 2), la réponse de l'expression précédente qui est toujours au tableau)
64	**En**	Attention, attention, pour factoriser maintenant, tu ne peux factoriser que des choses qui sont à l'intérieur, d'une, même, parenthèse. Factoriser, c'est transformer, une somme, en un, produit. Or, si tu prends le a qui est ici (elle montre (2a – 5)), et le a qui est là (elle montre (a – 2)), Ils ne sont pas séparés par un signe plus là, ils sont séparés par un signe multiplié (elle trace le signe (×) entre (2a – 5) et (a – 2)), d'accord
65	**As**	Oui
66	**Ch**	Mais Madame
67	**En**	Oui
68	**Ch**	Si on nous demande de factoriser et il n'y a pas de facteur commun
69	**En**	Est-ce que, est ce que tout ce qu'on donne peut être factorisé ?
70	**Ch**	Non
71	**En**	Eh, ben, non (elle sourit)
72	**Ch**	Qu'est ce que je marque ?

73	**En**	Eh, ben, tu marques, c'est impossible
74	**Ch**	voilà
75	**En**	Si je te donne comme expression, trois a, plus cinq (elle écrit 3a + 5), est ce qu'il y a quelque chose de commun entre trois a et cinq ?
76	**El**	Non
77	**En**	Non, donc, ça, c'est impossible. Tout n'est pas factorisable dans la vie, hein (elle sourit). Ça, c'est impossible (elle montre 3a + 5) Bon, allez
78	**Chr**	Madame, il y a
79	**En**	Oui
80	**Chr**	Il y a moins six t moins douze, comment faire après, pour factoriser ?
81	**En**	Chutt Alors, si on a moins six t moins douze (elle écrit –6t – 12), on peut mettre six en facteur
82	**Chr**	Et le t plus trois ?
83	**En**	On s'occupe de moins six t, moins douze. Moins six t, moins douze, c'est six, facteur de, moins t moins deux (elle écrit = 6(-t – 2)). Est-ce que t'es d'accord avec ça ?
84	**Chr**	Bon
85	**En**	Bon, maintenant, si le moins six t moins douze
86	**El**	Pourquoi c'est moins deux ?
87	**En**	Parce que, six qui multiplie, moins deux, ça fait, moins douze
88	**El**	Ah, ouieh !
89	**En**	Alors, si le moins six t moins douze, il est multiplié par t plus trois, si je multiplie d'un côté par t plus trois (elle écrit (t + 3) devant (-6t – 12)), je vais multiplier de l'autre côté par t plus trois (elle écrit (t + 3) après 6 (-t – 2)) (on lit (t + 3)(-6t – 12) = 6 (-t – 2)(t + 3)) Et donc, on n'a pas changé le premier des facteurs, et on a transformé le deuxième en une expression encore plus factorisée (brouhaha)
90	**Ax**	On laisse comme ça ?
91	**En**	On laisse comme ça Alors, chutt Alors, la dernière chose, c'est une question d'écriture et de confusion éventuelle. Ici, je me suis débrouillée, bien sûr, pour que ça soit écrit bien comme il faut Alors, si vous avez commencé par t plus trois ? Si vous avez commencé par t plus trois, en vous disant, je ne vais pas l'oublier, je vais l'écrire en premier, vous vous retrouvez avec, t plus trois, multiplié par six, et multiplié par, t, moins, deux (elle écrit (t + 3) 6 (-t – 2) (A')). Ça, évidement, d'un point de vue, absolu, c'est correct. Seulement, on ne sait jamais, si le six qui est là (elle montre le six dans (A')), c'est multiplié par, ou si c'est une puissance six qui serait mal écrite. Donc, dans ces cas là, pour éviter la confusion, on met pas le six au milieu, on met le six avant. Ça, c'est juste une question d'écriture. Mais que vous écriviez ça (elle écrit ( ) 6 ( ) (F)), ou que vous écriviez ça (elle écrit 6 ( )( ) (F1)), vous avez écrit rigoureusement la, même, chose, par ce qu'on fait que des multiplications, on peut écrire les facteurs, dans n'importe quel ordre
92	**El**	Et si on met le multiplié devant c'est bon ? (elle parle de mettre le signe (×) entre les termes du produit de la forme (F))
93	**En**	Euhhhh, non, si tu mets bien les multipliés, ce n'est pas faux. On n'a pas l'habitude des choses comme ça (elle montre (F)). On préfère mettre les nombres devant (elle montre (F1)). Mais, **Co** t'as le doigt levé
94	**Co**	Mais non
95	**En**	C'est bon Bon, allez, fini pour ça. Euhhh, ça, c'était quel numéro ça ?
96	**El**	C'était le onze
97	**En**	C'était le onze, aller, on va faire le treize
98	**El**	On va pas faire le douze
99	**En**	Oui, oui, on fait le douze et puis le treize Allez, chutt, douze et treize Chutttt (la classe est trop bruyante, elle écrit au tableau (5v – 2) + 4(2v + 1)(5v – 2)) **Ni** (elle bavarde)
100	**Ni**	Oui
101	**En**	Bon, allez, le douze

		Est-ce que au départ j'ai bien une somme ? (Elle entoure le signe (+) avant le 4 dans la donnée en posant la question) Oui, donc, je peux essayer de, fac, to, ri, ser. Pour factoriser, il faut que je trouve un facteuuur, et j'insiste sur le mot facteur, commun. Bon
102	**El**	Cinq v moins deux
103	**En**	Cinq v moins deux. Jusque là aucun souci. Cinq v moins deux (elle souligne les (5v – 2) dans la donnée). Je vais donc mettre cinq v moins deux (elle écrit = (5v – 2)) en facteur. Je répète, cinq v moins deux est, mon, facteuuur, commun. Qu'est ce que c'est qu'un, facteur ? Un facteur, c'est un, des, nombres d'une, mul, ti, pli, ça, tion. Est-ce que j'ai une multiplication ? (pas de réponse) Là ? (elle montre le premier (5v – 2) de la donnée)
104	**Els**	Non
105	**En**	Non, et ben, je vais faire apparaître une. Comment je vais transformer ça ((elle montre le premier (5v – 2) de la donnée) en résultat d'une multiplication ?
106	**El**	Parenthèses
107	**En**	Non
108	**Els**	Entre crochets
109	**En**	Non
110	**Pi**	Parenthèses
111	**En**	Non (d'un ton fort) Quatre par exemple. Quatre, c'est le résultat de la multiplication de quatre par combien ?
112	**Els**	Par un
113	**En**	Par un. Cinq v moins deux, c'est le résultat de la multiplication, de cinq v moins deux paaaar
114	**Ax**	Un
115	**En**	Un (elle écrit 1 × devant (5v – 2)). Et maintenant, mon cinq v moins deux, il apparaît bien, sous la forme d'un fac, teur. Avant le signe plus, et après le signe, j'ai bien des produits (on lit 1 × (5v – 2) + 4 × (2v + 1)(5v – 2)). J'ai bien des résultats de multiplication. Tant qu'on n'a pas ça, on peut pas factoriser. Alors, je recommence. Factoriser, ça veut dire, je démarre avec une somme algébrique. Chaque morceau de ma somme algébrique, doit être lui même le résultat d'une mul, ti, pli, cation. Si, j'ai une multiplication déjà écrite comme c'est le cas ici (elle montre 4(2v + 1)(5v – 2)), j'ai pas de souci. Si, ma multiplication n'apparaît pas vraiment, eh, ben, je mets, multiplié par un
116	**Ax**	Cinq v moins deux, c'est pas mal
117	**En**	Où est ce qu'elle est, si t'écris juste, cinq x moins deux, où est ce qu'elle est ta multiplication ?
118	**Ax**	Un, c'est multiplié avant
119	**Ch**	Ah !
120	**El**	On doit l'écrire ça ?
121	**En**	Multiplié avant ou après, on doit l'écrire. Si tu écris une fois cinq v moins deux, ou cinq v moins deux, fois, un, c'est pareil.
122	**Chr**	On doit l'écrire à chaque fois ?
123	**En**	T'es jamais obligé de l'écrire. Mais, si tu l'écris, c'est sûr, que tu ne trompes pas. Si tu ne l'écris pas, si tu l'écris pas, je suis pas sûre que
124	**Chr**	[A quoi ça sert d'écrire ça ?
125	**En**	Alors, à quoi ça sert d'écrire ça ? (Elle montre 1 × (5v – 2)) Le nombre que vous allez mettre en facteur, c'est, cinq v moins deux, si tu l'écris pas, si tu l'écris pas, cinq v moins deux, tu le mets en facteur, et comment tu commences ici ton crochet ? (elle écrit sous la donnée = (5v – 2)[ )
126	**Chr**	Eh, ben quatre
127	**Els**	[quatre
128	**Chr**	[entre parenthèses
129	**En**	……………[quatre entre parenthèses, deux v plus un. (elle écrit en même temps qu'elle parle = (5v – 2)[4(2v + 1)]). Et puis maintenant ?
130	**Ni**	C'est faux ça ?
131	**En**	Eh ben, oui, c'est faux
132	**Els**	Hein, c'est faux !!!
133	**En**	Parce que, quel est le signe, entre cinq v moins deux, et le crochet ?
134	**El**	Multiplié

135	**En**	Multiplié. Quel est le signe entre quatre et deux v, plus, un ?
136	**Els**	Fois
137	**Els**	Multiplié
138	**En**	Et donc, qu'est ce que je retrouve ? Eh, ben, je retrouve, simplement, ça, quatre, multiplié par deux v plus un, multiplié par cinq v plus deux. Et, j'ai complètement perdu, le premier terme de ma somme
139	**Pi**	Donc, ça c'est faux (il parle de (5v – 2)[4(2v + 1)])
140	**En**	Ça, c'est faux (elle efface les crochets dans (5v – 2)[4(2v + 1) et trace des signes (×) ainsi (5v – 2) × 4 × (2v + 1)). Et c'est pour ça, je préfère que vous m'écriviez, que vous alourdissiez l'énoncé avec un, cinq v, moins deux, que multiplie, un. Parce que, si non, si non, vous dites que, par exemple, vous dites, quatre, plus, je vais pas mettre quatre, je vais mettre sept,, plus, euh, sept fois quatre, et bien, c'est pareil que, sept fois quatre (elle a écrit 7 + 7 × 4 = 7 × 4). Vous me dites, je mets sept en facteur, dans ma parenthèse, j'ai quatre et donc, vous me dites que vingt huit, c'est pareil que trente cinq, ce qui est quand même, un peu gênant. (**No** lève son doigt) Bon, j'efface, j'efface ça, No, je peux effacer ça, ou, c'est une question là-dessus ?
141	**No**	En fait, c'est une question, que cinq v moins deux
142	**En**	Oui
143	**No**	Quand on le met en facteur
144	**En**	Oui
145	**No**	On le laisse tomber, puisque le deuxième on sait que c'est un, ou il faut le reprendre ?
146	**En**	Attends, on n'a pas fini, on n'a rien fait encore.
147	**No**	C'est une question pour les autres systèmes
148	**En**	Alors, le cinq v moins deux, celui qui est en facteur, s'il n'a pas d'exposant, s'il n'a pas d'exposant, quand il est en facteur, tu ne le retrouves plus dans le crochet.
149	**No**	Bon, d'accord
150	**En**	Tu l'as mis en facteur. Quand il y a un exposant, c'est pas pareil, c'est le dernier exemple. Bon
151	**El**	J'ai pas compris, j'ai pas compris
152	**Ax**	On n'a pas compris
153	**En**	Pourquoi ? (d'un ton fort) Mais j'ai, j'ai rien fait encore, je vous ai dit la
154	**Ax**	[en fait c'est la deuxième ligne (il parle de (5v – 2)[4(2v + 1)])
155	**En**	Je vous ai dit le piège à éviter. Je fais la deuxième ligne, après on voit si t'as pas compris. **As**
156	**As**	Pourquoi, euh, on fait ça comme ça et on fait pas comme euh (il parle aussi de (5v – 2)[4(2v + 1)])
157	**En**	Mais non, ça c'est faux (elle s'énerve)
158	**As**	Mais c'est ça, c'est ça, pourquoi avant, euh, on n'a pas fait ça ?
159	**En**	Parce que là (elle montre l'expression précédente), il n'y avait pas de piège. Là, le t plus trois (elle montre l'expression précédente), il n'était pas tout seul, il était avec des autres morceaux, tandis que là, le cinq v moins deux ici, il est tout seul, si je l'enlève, qu'est ce qui me reste ? Est-ce qu'il me reste rien ou, il me reste quelque chose ? et la réponse, c'est, il me reste quelque chose Chutt (trop de bruit et l'enseignante semble fatiguer)
160	**As**	Alors, c'est comment la bonne technique ?
161	**En**	Vous m'avez pas, encore, laissé la faire la bonne technique (elle rit) Bon, alors, est ce que maintenant, vous êtes convaincus de l'utilité de mon multiplié par un ?
162	**Els**	Oui
163	**En**	Alors, je vais mettre cinq v moins deux, en facteur
164	**As**	[facteur
165	**En**	Et comme, j'ai déjà des parenthèses, je vais rajouter le euuh, un étage de plus. Alors, si j'ai pris, cinq v moins deux, multiplié par quelque chose, en facteur, du premier terme, de ma somme, il me reste, un (elle a écrit = (5v – 2)[1)
166	**El**	Alors, là, ça, j'ai pas compris (brouhaha)
168	**Pi**	On peut pas factoriser, il y a pas multiplié
169	**En**	Voilà, on ne peut pas factoriser, si on n'a pas dans chacun des morceaux, on n'a pas de signe, mul, ti, plié

170	**As**	Mais madame
171	**En**	Ici, si j'écris, cinq v moins deux, tout seul, je n'ai pas, signe multiplié. J'en ai pas, j'en veux un, j'en rajoute un. Et le nombre qui ne change rien à une multiplication, c'est un, donc là, il me reste un
172	**As**	Madame, dans le dix
173	**En**	Dans le ?
174	**As**	Dans le dix, on n'a pas eu besoin du signe de multiplication (il parle de l'expression précédente qui est toujours au tableau et il parle de l'expression 11 et non pas 10)
175	**En**	Mais non, parce que, Chutt, elles, elles étaient vraiment écrites les multiplications
176	**El**	Non
177	**En**	Je l'ai effacé ? Ici, là, entre deux et le trois t moins un (elle montre 2(3t – 1)(t + 3) de l'expression 11), on a, un multiplié, entre trois moins un et t plus trois, on a un multiplié, (elle place les signes (×) : 2 × (3t – 1) × (t + 3)). Donc, là, les signes multiplier, même s'ils sont pas écrits visiblement sur le papier, ils figurent
178	**As**	Donc, s'il n'y a pas de multiplié devant, je mets un, un
179	**En**	Vous mettez un, un. Et là, je suis sûûûûre, que vous n'allez pas vous trompez Alors, un plus, le deuxième, la deuxième partie est plus facile, chutt, on a mis le, cinq, moins deux en facteur, donc, qu'est ce qu'il me reste ? Il me reste, quatre, facteur de, deux v plus un (elle a écrit (5v – 2)[1 + 4(2v + 1)]) Et maintenant, on développe l'intérieur du crochet
180	**Ax**	Madame
181	**En**	Oui
182	**Ax**	Il parait que le quatre vient avant
183	**Chr**	Non, il y a le un
184	**En**	Non, il y a un, plus. Attention, le un il compte
185	**Chr**	C'est le un qui, qui, qui va faire que
186	**En**	Oui
187	**Chr**	Juste par ce qu'il y a un
188	**En**	Juste par ce qu'il y a le un, et le plus. Pas un multiplié, un, plus Chutt, **Pi**
189	**Pi**	Entre le quatre et le cinq v moins deux ?
190	**En**	Non, entre le quatre et le deux v moins deux, quel est le signe d'opération ?
191	**Pi**	Oui, mais, à côté
192	**En**	Où ?
193	**Pi**	A côté, il y a cinq v moins deux, c'est plus, et non pas fois
194	**En**	Alors, le plus qui est ici (elle montre le signe (+) avant le 4 dans la donnée), c'est celui là qui te gêne, il est là (elle entoure le signe (+) avant le 4 dans (5v – 2)[1 + 4(2v + 1)] (L))
195	**Pi**	Oui
196	**En**	Le plus qui est là (elle montre la donnée), il est là (elle montre le (+) entouré). (**Pi** parait toujours perdu) J'ai transformé, chuttt (trop de bruit), si tu dois expliquer cette ligne là (elle montre la donnée). Cette ligne là est une somme, d'accord. Si tu dois expliquer ce qu'est cette ligne là (elle montre (L)), cette ligne là, est un produit, d'accord. J'ai donc, transformé ma somme, en un, produit. Si on a sept x, plus, huit x, qu'est ce que vous me dites ? (pas de réponse) Ça fait
197	**Els**	Quinze x
198	**En**	Quinze x (elle a écrit 7x + 8x = 15x) Comment est ce que vous avez fait pour passer de sept x et huit x à quinze x ? Vous avez mis le x en facteur, et dans la parenthèse, le x multiplié par, il est arrivé ici (elle écrit x ( )), et dans la parenthèse, qu'est ce qu'il vous reste ? Le sept, le plus et le huit (elle écrit en même temps qu'elle parle x(7 + 8)). J'ai transformé ma somme, en un, produit. Mais, le signe de chaque terme de ma somme, se retrouve dans la parenthèse. Oui (**Ch** a le doigt levé)
199	**Ch**	Le un est une multiplication pour le facteur
200	**En**	Oui
201	**Ch**	Mais, là, il n'y a pas une multiplication dans le deuxième facteur sans
202	**En**	Ici (elle montre la donnée), ici ils ne sont pas écrits, mais ils sont là, les multipliés
203	**Ch**	Oui, mais il y a une multiplication, comme celui là par exemple

204	**En**	Attend, lequel ?
205	**Ch**	Ça, le deuxième, le cinq v moins deux
206	**En**	Oui
207	**Ch**	Il y avait une multiplication
208	**En**	Oui. Eh ben oui, il y a une multiplication, donc, cinq v moins deux, multiplié par là, et tout le reste, il y est (elle montre (L))
209	**Ch**	Oui, mais, pourquoi un, il en est deux en fait (il parle des signes (´) dans 1 ´ (5x – 2) + 4 ´ (2v + 1)(5v – 2), il veut mettre un signe (´) entre (2v + 1) et (5v – 2))
210	**En**	Il faut qu'on ait une multiplication partout. Entre chaque plus et moins, tu dois avoir des multiplications. Chaque terme de la somme est lui même un, produit **Ha**
211	**Ha**	Est-ce qu'on est obligé de faire là la réponse ? (il parle de l'étape de réduction des termes semblables)
212	**En**	Mon but est de transformer une somme, en un, produit. Une des raisons, une des raisons, pour laquelle on fait ça, ça va être dans le chapitre d'après, pour apprendre à résoudre certaines équations, que vous ne seriez pas, pour l'instant, capable de résoudre au brevet
213	**Ha**	Il faut pas s'arrêter là, il faut, il faut faire le, faire le, leuh
214	**En**	Le calcul. Ce qu'il faut faire
215	**Ax**	Et c'était quoi ça ? (Il parle de (5v – 2) 4 (2v + 1))
216	**En**	(La classe est très bruyante), Chuchch C'était pour vous dire que ça c'était faux. Il fallait surtout pas faire ça Alors, **Ni**
217	**Ni**	Ben, j'ai pas compris qu'est ce que vous faites là
218	**En**	On te demande de factoriser. C-à-d, quand on demande de transformer une expression comme ça (elle montre la donnée), avec des plus et des plus et des moins, en une expression, où le signe, chuchch, le signe dominant, c'est un signe mul, ti, plié, alors, pour l'instant, dans ce chapitre là, de toute façon, pour l'instant, vous aurez des exercices qui vont être développés, et là, tu fais les calculs, et d'autres exercices qui vont être factorisés. Là, pour l'instant, tu réfléchis pas, si on te demande de factoriser, tu dois répondre un machin comme ça, c'est pas fini là (elle montre (L)), hein, mais tu dois répondre une expression, comme ça Chuchchchch, on peut finir celui là (elle parle de (L))
219	**El**	Oui, on peut finir
220	**En**	Alors, chuchchch, ça nous fait, s'il vous plait (brouhaha) Ça nous fait, cinq v, moins deux, facteur de, alors, je développe, l'autre
221	**Ni**	Un
222	**En**	Un, plus, quatre fois deux v, huit v, plus, quatre fois un, quatre (elle a écrit (5v – 2)(1 + 8v + 4) en même qu'elle faisait les calculs). Ce qui me fait à la fin, cinq v, moins deux, facteur de, alors, j'ai le choix, ou bien, j'écris, huit v plus cinq (elle écrit (5v – 2)(8v + 5) (L1)), ou bien j'écris, cinq, plus, huit v. Surtout, surtout (elle baisse son ton pour le second surtout, puis reprend normalement), si l'énoncé de l'exercice c'est factoriser, quand vous avez répondu ça (elle montre (L1)), vous n'allez pas plus loin Alors, maintenant, ma question, ma question
223	**Ax**	On a fait un plus quatre
224	**En**	Mais oui, ça fait plus cinq
225	**Ax**	Ah, oui, oui
226	**En**	Bon, alors, ma question, j'ai un cinq ici (elle montre le 5 dans (5v – 2)), j'ai un cinq là (d'un ton plus fort et elle montre le 5 dans (8v + 5)), j'ai un cinq ici, j'ai un cinq là, est ce que je peux mettre cinq en facteur ?
227	**Els**	Non
228	**Ha**	Oui
229	**Els**	Non !!
230	**En**	Alors, **Ex**
231	**Ex**	Pour qu'on puisse factoriser, il faut que les cinq soient ensemble
232	**En**	Donc, pour pouvoir factoriser, il faut qu'ils soient dans la même parenthèse Si j'avais, chuchchch, si j'avais, cinq v plus cinq (elle écrit (5v + 5)), je pourrais factoriser davantage. Mais le cinq v qui est ici, et le cinq qui est là (elle parle toujours du 5 dans (5v – 2) et (8v + 5)), ne sont pas dans la même parenthèse, je ne peux donc pas factoriser. Ils ne sont pas séparés tous les deux par des signes plus ou moins, ils sont séparés par un signe

		multiplié
233	**Pi**	S’il n’y avait pas des parenthèses, c’était bon ?
234	**En**	Ben, s’il n’y avait pas des parenthèses, on aurait bien factorisé le tout
235	**Ha**	On aurait pu factoriser s’ils étaient dans la même parenthèse, mais le cinq v moins deux, ils ne sont pas dans la même parenthèse que cinq v moins deux
236	**En**	Chuchchch, attend, j’ai pas compris
237	**Ha**	Les cinq v moins deux, ils ne sont pas dans la même parenthèse, vous avez quand même factorisé
238	**En**	Mais, parce que, le cinq v moins deux, à lui tout seul, c’est un nombre. Cinq v moins deux, entouré par des parenthèses, c’est un nombre. Donc, ils ne peuvent être dans la même parenthèse que, c’est un seul nombre, celui là (elle montre (5v – 2))
239	**Ha**	Oui, mais, huit v, plus cinq, c’est
240	**En**	Oui, mais là, tu peux plus factoriser, parce que là (elle montre (5v – 2)(8v + 5)) tu as fini, tu as fini, tu as bien, tu as bien transformé une addition en une multiplication J’espère pour vous deux que vous aurez une bonne note au contrôle (elle s’adresse à deux filles qui bavardaient ensemble) Tu as bien transformé une addition en unnneuh, multiplication. Donc, là, t’as fini, d’accord
241	**Ha**	Oui
242	**En**	J’espère. Allez, je voudrais, quand même, Ohlala (elle regarde sa montre, il lui reste 5 min) finir le dernier J’avais prévu de faire la moitié de la colonne d’après, hein Alors, x plus trois, au carré
243	**Ha**	Là, le carré, ça va être dur
244	**En**	Ah, non, c’est pas plus compliqué que le reste (elle a écrit $(x + 3)^2 – (x + 3)(x + 1)$). Alors, chuchch, on y est. Est ce que j’ai bien, est ce que j’ai bien une somme algébrique ?
245	**Els**	Oui
246	**En**	Oui. Est ce que chaque morceau, chaque terme, de la somme est lui même le résultat d’une multiplication ?
247	**Els**	Oui
248	**En**	Oui. Est-ce que dans chacune de ces multiplications, j’ai le même nombre ?
249	**Els**	Oui
250	**En**	Oui. Et ce même nombre c’est, x plus trois. Donc, mon facteur commun, c’est x plus trois (elle écrit (= (x + 3)[(H))
251	**Ha**	Parenthèses x plus trois, on peut pas mettre le ?
252	**En**	J’ai pas fini, hein, est ce que je peux mettre au carré ?
253	**Els**	Non
254	**En**	Non. Parce que si je le mets au carré, ça veut dire, que je le retrouve
255	**Ni**	Deux fois
256	**En**	Deux fois. Ici, il est bien deux fois (elle montre $(x + 3)^2$), mais est ce que là, il est deux fois ? (Elle montre (x + 3)(x + 1))
257	**Els**	Non
258	**En**	Non. Donc, on peut pas mettre un facteur au carré
259	**Ha**	Et on met seulement x plus trois
260	**En**	Voilà, parfait. Alors, maintenant, qu’est ce que c’est que x plus trois au carré ?
261	**Els**	x plus trois, fois, x plus trois
262	**En**	C’est x plus trois
263	**Els**	Par x plus trois
264	**En**	Que multiplie x plus trois (elle écrit sous $(x + 3)^2$), (x + 3)(x + 3))
265	**Je**	Ah, on va marquer x plus trois
266	**En**	Voilà (des rires s’entendent). Chuchch, celui qui est ici, c’est mon facteur commun (elle montre (H)). Il y avait, x plus trois multiplié par x plus trois, j’en ai mis un, en facteur, donc, dans le crochet, il me reste l’autre (elle écrit (x + 3) à la suite de [, dans (H)). Ça va jusque là ?
267	**Els**	Oui (d’un ton fort)
268	**En**	Moins, le x plus trois, c’est mon facteur commun, et il me reste x plus un (elle a écrit (x + 3)[(x + 3) – (x + 1)])
269	**Ch**	Mais, pourquoi moins ?
270	**En**	Pourquoi moins ? Parce que j’avais un moins au milieu, donc, je recopie le moins Bon, et maintenant, il me reste, à simplifier l’intérieur du crochet. J’aurai donc, x plus

		trois, facteur de, et j'enlève les parenthèses. x plus trois, moins x, moins un (elle a écrit = (x + 3)[x + 3 – x – 1]). Ce qui va nous donner, x plus trois, facteur de, alors, x moins x ?
271	**Ax**	Un
272	**En**	Non, zéro, zéro, il y a plus de x, hein, et puis, plus trois moins un ?
273	**Pi**	Deux
273	**En**	Deux. Alors, est ce que je vais écrire ça ? (Elle a écrit (x + 3)(2))
274	**Ni**	Non (elle trace une croix après (x + 3)(2), pour dire que ce n'est pas comme ça qu'il faut écrire)
275	**En**	Qu'est ce que je vais écrire ?
276	**Ni**	Ben, deux
277	**En**	Deux, facteur de x plus trois (elle écrit 2(x + 3))
278	**Ax**	On a le droit de faire ça ?
279	**En**	Bien sûr, x plus trois multiplie deux, c'est deux, facteur de x plus trois. Quand on a, une somme algébrique, à multiplier par un nombre, on laisse pas le nombre après, on met toujours le nombre devant. Alors, je vais rajouter une petite chose avant de répondre aux éventuelles questions (des élèves demandent la parole en levant la main). Celui ci
280	**Je**	J'ai pas compris où sont partis le trois, le un et les x
281	**En**	x moins x, ça fait zéro
282	**Je**	Oui
283	**En**	Plus trois moins un, ça fait, deux, et quand on a un nombre et une parenthèse, on met le nombre d'abord Alors, ma question (elle efface le tableau), c'est, si, si, au lieu d'avoir x plus trois au carré, si j'avais eu, ne changer rien vous, hein, si j'avais x plus trois puissance cinq ? (elle écrit $(x + 3)^5$)
284	**Je**	On aurait marqué
285	**En**	Qu'est ce que j'allais marquer ici ? x plus trois puissance quoi ?
286	**Je**	Trois
287	**En**	Eh, non !! Pas trois
288	**An**	Quatre, quatre
289	**En**	Quatre, hein (elle écrit = $(x + 3)[(x + 3)^4$). Parce que, un plus, quatre, ça fait cinq (elle montre du doigt les exposants). Là, il est écrit cinq fois, je le prends une fois pour le mettre en facteur, donc, dans la parenthèse, il reste quatre Est ce qu'il y a une question sur celui là ?
290	**Pi**	Non
291	**En**	Ça va pour celui là ? Oui (**An** demande la parole)
292	**An**	Quand il y a une puissance, euh, c'est multiplié
293	**En**	Oui, une puissance, c'est l'expression multipliée par elle même, un certain nombre de fois
294	**Ha**	Si on n'a pas mis x plus trois dans la deuxième partie là. Si on n'a pas mis x plus trois avec x plus trois, on peut pas mettre x plus trois en facteur (il parle de (x + 3)(x + 3) qui ont remplacé $(x + 3)^2$)
295	**En**	Attention, alors, facteur commun, chutt, ça veut dire qu'il doit apparaître dans tous les termes de la somme. Mais, il peut pas apparaître cinq fois d'un côté et une de l'autre. C'est le même nombre de fois partout. Donc, ici, il apparaît une fois (elle montre (x + 3)(x + 1)), donc là, je ne peux le prendre comme facteur commun, qu'une seule fois. C'est pas deux, pour le prix, d'un
296	**Ha**	Si on avait là x plus trois au carré ($(x + 3)^2(x + 1)$)
297	**En**	Alors, on aurait mis, x plus trois, au carré, d'accord, en facteur. Si tu peux, s'il était trois fois partout, tu mets, x plus trois au cube. Ça va pour celui qui est là (elle montre le travail de l'expression 13) **La cloche a sonné** Bon, allez, vous collez la dernière colonne, ça sera fait au moins. Chuchch, la dernière colonne. La dernière colonne, vous la collez, et puis à mardi

Cinquième séance d'enseignement, période 1
Enseignant : EnF1

1	**En**	On va commencer par la correction du travail que je vous ai donné pour au, jour, d'hui

		(la classe est trop bruyante) Chuchchchch, alors, je vous avez donné le quinze, le seize, et le dixxx neuf. On est parti (la correction se fait oralement par tour de rôle) **An**, le premier, le quinze
2	**An**	x au carré plus trois x, c'est égal à, x, facteur de x plus trois
3	**En**	C'est parfait. **Fi**, le b), on est le quinze
4	**Fi**	y deux moins quatre y, y facteur de y moins quatre
5	**En**	Alors, y facteur de y moins quatre, c'est parfait **Ju**, petit c)
6	**Ju**	Cinq x deux, plus dix, est égal à, cinq x, facteur de, x plus deux
7	**En**	Parfait, donc cinq x, facteur de, x plus deux **Li** le petit d)
8	**Li**	Vingt et un z moins sept z au carré, c'est z facteur de vingt et un moins sept
9	**En**	J'ai rien compris, peux tu reprendre ?
10	**Li**	z facteur de vingt et un moins sept
11	**En**	Alors, c'est z facteur de vingt et un moins sept, c'est une étape, c'est pas fini Alors si vous avez écrit ça (elle écrit z(21 – 7z)) Si on regarde, l'intérieur de la parenthèse, vingt et un, et sept
12	**El**	Trois fois sept
13	**En**	Voilà, deux multiples de trois. C'est trois fois sept et une fois sept. Donc, dans vingt et un moins sept z, dans cette somme algébrique là, on peut encore mettre sept en facteur. C'est sept, facteur de, trois moins z (elle écrit = z(21 – 7z) 7(3 – z)). Attention, ce que j'ai écris là-dessous, n'est autre que, la parenthèse, le contenu de la parenthèse. Donc, puisque cette parenthèse était multipliée par z, ma réponse finale doit être aussi multipliée par z (elle ajoute z ´ devant 7(3 – z)). Et ça (z ´ 7(3 – z)), on le laisse pas écrit comme ça, on laisse pas, z fois sept, on écrit sept z, facteur de trois moins z (elle écrit 7z(3 – z)) Si vous écrivez cette ligne là (z(21 – 7z)), vous avez bien sûr tout beau, le passage de la deuxième ligne (z ´ 7(3 – z)) à la dernière (7z(3 – z)), ce n'est que, euh, je dirai, de la, euhhh, modification d'écriture pour qu'il n'y est plus, confusion entre z puissance sept et z multiplié par sept Alors, au niveau de l'importance des résultats, au niveau de l'importance des résultats, si la question était sur un point, si vous avez mis, soit simplement z en facteur, soit, simplement sept en facteur, vous avez fait la moitié du travail, donc, vous avez un demi point. Et si vous avez trouvé le facteur commun qui est sept z, là, vous avez le point en entier Est-ce qu'il y a des questions encore sur celui-là ? (pas de réponse) Non, ça va ? Alors, **Ma**
14	**Ma**	Trois x, trois x carré, plus, neuf x, trois x facteur de x plus trois
15	**En**	C'est parfait. Alors, **As**, il nous reste un, il reste quatorze t, plus, trente cinq t au carré (elle écrit au tableau 14t + $35t^2$). Alors je vous ai dit, dans les méthodes, on regarde d'abord, si on a un nombre en commun. Est ce que quatorze et trente cinq c'est des résultats d'une même table de multiplication ?
16	**An**	Si, le sept t
17	**En**	Sept, hein, sept, donc, il y a déjà un nombre en commun qui est sept (elle écrit = 7), et est ce qu'on a des t partout ?
18	**Els**	Oui
19	**En**	Oui. Donc, le facteur commun, c'est sept t (elle écrit t à côté du 7). Pourquoi je peux pas mettre sept t au carré en facteur ? Par ce qu'ici, je n'en ai qu'un (elle montre 14t) Alors, quatorze, c'est sept fois quoi, **As** ?
20	**As**	Fois deux
21	**En**	Deux (elle ouvre un parenthèse et écrit 2), et trente cinq, c'est sept fois ?
21	**As**	Euh
22	**An**	cinq
23	**En**	Cinq (elle écrit + 5). Bon, et t au carré ? C'est t multiplié par
24	**As**	Lui même
25	**En**	Lui même. Donc, dans la parenthèse, j'ai encore t (on lit 7t(2 + 5t)) Bon, allez, après le quinze, après le quinzeuh (elle cherche dans son livre la page 39), le seizeuh. Et **Ch**, c'est ton tour, allez vite **Ch** (il passe au tableau) allez effacez Grand A égal, x plus quatre, facteur de, x moins deux (**Ch** a écrit x + 4 (x – 2)) et le x plus

		quatre entre parenthèse, plus, trois, facteur de x plus quatre (**Ch** a écrit : A = (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4)) On reprend les méthodes de factorisation. Est-ce que là dedans, j'ai un nombre qui apparaît dans chaque terme de la somme ? Alors, le terme, le nombre, en fait c'est une somme algébrique, et c'est x plus quatre. Est-ce que chaque terme de la somme est le résultat d'une multiplication ?
26	**Ch**	Oui
27	**En**	Donc, là, je vais pouvoir factoriser, et le facteur commun ça va être x plus quatre (elle écrit = (x + 4)) Quand on factorise, on met une couche supplémentaire, comme si on a déjà des parenthèses et puis on va voir apparaître, soit des parenthèses plus grandes, soit des crochets (elle trace le crochet d'ouverture (x + 4)[ )
28	**Ch**	[crochets
29	**En**	Bon, alors, dans le premier produit, si j'ai mis x plus quatre en facteur, quel est le facteur qui reste ?
30	**Ch**	x moins deux
31	**En**	x moins deux. Donc, le premier morceau de la parenthèse, x moins deux (**Ch** écrit (x – 2) dans le crochet). Le plus, puisque entre les deux termes de ma somme j'ai un plus, donc, dans le crochet je vais avoir un plus. Et puis, allez plus (**Ch** trace le signe (+) après (x – 2)). Et puis, si on a mis x plus quatre en facteur, dans la deuxième partie de ma somme, dans le deuxième produit, qu'est ce qui va rester ?
32	**Ch**	Trois (il écrit 3)
33	**En**	Il va rester trois, et on ferme le crochet (on lit (x + 4)(x – 2) + 3(x + 4) = (x + 4)[(x – 2) + 3]) Comme vous êtes en troisième, est ce que ces parenthèses autour de x moins deux, servent à quelque chose ?
34	**Ch**	Non
35	**En**	Non, donc, on fait comme si elle n'existait pas. Donc, c'est x plus quatre facteur de, x moins deux, plus trois, ça fait ?
36	**Ch**	x moins un
37	**En**	Plus un. Alors, plus trois et moins deux, plus un. Moins deux et plus trois, trois est plus grand que deux, donc c'est plus un (**Ch** écrit (x + 4)(x + 1)) Est-ce que, est-ce que tu écris une ligne supplémentaire ?
38	**Ch**	Non
39	**En**	Surtout pas, surtout pas. Ne développer surtout pas, ça vous fera perdre tous les points. Quand on vous demande une expression factorisée, il faut surtout pas une expression développée Merci **He** au tableau. Alors
40	**He**	J'efface
41	**En**	Non, tu pourras continuer. Allez, x plus, grand b égal, x plus un, facteur de, x plus trois, moins cinq, facteur de, x plus trois (**He** écrit : B = (x + 1)(x + 3) – 5(x + 3)) Alors, quelle est le fac
42	**An**	Moins cinq
43	**En**	Oui c'est moins cinq ? Le facteur commun là dedans c'est ?
44	**He**	x plus trois
45	**En**	x plus trois. Allez, grand B égal x plus trois, facteur de, on ouvre le crochet, voilà (**He** écrit : B = (x + 3)[ ) Qu'est ce qui reste du premier terme de ma somme algébrique ?
46	**He**	x plus un (il écrit B = (x + 3)[(x + 1) – 5])
47	**En**	x plus un, parfait, et puis moins cinq Allez, grand B égal, x plus trois, facteur de, crochet, parenthèse, comme tu veux (**He** écrit : B = (x + 3)[ ) et on compte, alors x plus un et moins cinq, ça fait, x moins quatre (**He** écrit : B = (x + 3)(x – 4)) C'est parfait, merci Allez, **Ma** (il efface le tableau) Alors, grand C égal, x plus sept, le tout au carré, plus trois, facteur de x plus sept (**Ma** écrit C = $(x + 7)^2$ + 3(x + 7)) Alors là, le facteur commun, c'est quoi ?

		(**Ma** ne répond oralement, il écrit = (x + 7)) x plus sept, facteur. Alors, x plus sept au carré, c'est x plus sept, que multiplie, x plus sept. On en a mis un, comme facteur commun, dans le crochet, il en reste un (**Ma** continue à écrire en silence : = (x + 7)[(x + 7) + 3]). C'est parfait. Et on a donc, x plus sept, et de l'autre côté, x plus sept plus trois, x plus dix (**Ma** a écrit := (x + 7[(x + 10]). C'est parfait Allez, **Ge**, le der, nier Alors, x plus cinq au carré, moins, x plus cinq (**Ge** écrit : $(x + 5)^2 – (x + 5)$) Alors, là, le facteur commun, c'est D (**Ge** écrit D = avant l'expression), ça va être ?
48	**Ge**	x plus cinq
49	**En**	x plus cinq, et oui, parfait (**Ge** écrit : = (x + 5)(x + 5)). Et ben là, je ne suis pas d'accord. Parce que ça, si j'ecr, si tu écris ça, x plus cinq que multiplie x plus cinq, ce n'est que, x plus cinq au carré. Allez, crochet (**Ge** trace le crochet après le premier (x + 5)). Alors ça (elle montre $(x + 5)^2$), c'est ça (elle montre (x + 5)[(x + 5)), on a moins, on met le moins (**Ge** trace le signe (-) après (x + 5)), et x plus cinq (elle montre (x + 5) dans la donnée), ça doit être le résultat d'une multiplication
50	**Ge**	Fois un
51	**En**	C'est fois un. Donc ça (elle montre (x + 5) dans la donnée), c'est la même chose que ça, fois un (elle écrit en jaune × 1, après (x + 5)) Si on a mis celui là (elle montre (x + 5) dans (x + 5) × 1) en facteur, dans la parenthèse, il reste ?
52	**Ge**	Un
53	**En**	Le un (certains élèves semblent perturbés) Je recommence Jusque là, on l'avait fait (elle montre = (x + 5)[(x + 5) – 1]), et tu vas me dire, mais d'où il vient votre un ? (elle souligne le 1 en jaune) Alors, le un, il vient de moi, hein. x plus cinq, c'est la même chose que x plus cinq que multiplie un. Le facteur commun c'est ça (elle souligne en jaune (x + 5) dans (x + 5) × 1)). Donc, ce qui est là (elle montre (x + 5)), ça se retrouve devant, en facteur. Donc, dans la parenthèse, il reste le un Oui (**An** demande la parole)
54	**An**	Il faut avoir autant de termes dans, euh
55	**En**	Deux, trois. Il faut, qu'il y est dans ton crochet, autant de termes que, au départ. Si vous avez peur d'en oublier, vous pouvez toujours, commencer par recopier dans le crochet les signes, les moins, les plus, qui sont entre les termes, et vous savez, que vous avez quelque chose avant, quelque chose au milieu, quelque chose après, si vous avez une somme à trois termes **Al** (il demande la parole)
56	**Al**	Pourquoi moins un dans la parenthèse
57	**Ma**	Parce que fois un
58	**En**	[c'était un x plus cinq. Ça doit être le résultat d'une multiplication, pour le mettre en facteur
59	**Al**	D'où vient le moins ?
60	**Ma**	Il est là
61	**En**	Le moins, il est là. Entre les termes, j'ai un moins, alors je remets un moins. Si j'avais un plus, j'aurai mis un plus. C'était ça la question ?
62	**Al**	Oui
63	**En**	Alors, il y avait d'autres doigts levés. **Pi**
64	**Pi**	Non, c'est la même
65	**En**	C'était la même question. Et ben, c'est très bien si vous posez tous la même question. Allez, x plus cinq facteur (elle fait signe à **Ma** pour continuer, il écrit = (x + 5)( ), et combien ça fait, x plus cinq moins un ?
66	**Ma**	x plus quatre
67	**En**	x plus quatre. Et ben, c'est parfait Alors, on passe au dernier. C'était lequel le dernier
68	**Els**	Le dix neuf
69	**En**	Le dix neuf. alors, le dernier n'est plus pareil que ça, tout simplement, parce que entre le moment où je vous ai donné les exercices et le moment où on a fait le cours, vous avez posé beaucoup de questions, ce qui est [inaudible], et vous avez posé tellement de questions, que j'ai pas réussi à faire la partie cours qui se rapportait au dix neuf

		Donc, le dix neuf, on va, si vous n'avez pas su faire, c'est pas dramatique. On va le faire ensemble C'est la dernière partie des factorisations. Alors, si vous avez réussi à le faire, c'est parfait x deux, plus quatre x plus quatre, alors c'est quoi ? A, B, C A (elle écrit $A = x^2 + 4x + 4$) Bon, alors, question numéro zéro : est ce que toutes les expressions que vous allez rencontrées dans votre vie, elles vont être factorisables ?
70	**El**	Non
71	**En**	Non. Question numéro un : est ce que ça (elle montre l'expression A) on va réussir à le factoriser ou pas ?
72	**Els**	Non
73	**Els**	Oui
74	**En**	Alors regardez, on va y arriver. Première question : la méthode : On essaye d'abord de mettre un nombre, ou une puissance, ou les deux en facteur. Est ce que je vais pouvoir mettre des x en facteur ?
75	**An**	Non
76	**En**	Non, parce que j'en ai pas là (elle montre 4). Est-ce que je vais pouvoir mettre quatre en facteur ? Non, parce que je ne l'ai pas là (elle montre x^2). Donc la première partie, ça marche pas Deuxième partie : mettre une somme algébrique en facteur, j'en ai pas de somme algébrique
77	**An**	C'est quoi somme algébrique ?
78	**En**	Donc, somme algébrique, c'est ça (elle montre (x + 5) qui est au tableau), x plus cinq, une expression entre parenthèses. Bon, est ce que ça je vais pouvoir le faire ? Non, parce que j'ai pas de somme algébrique. Donc, il ne reste que, une dernière méthode à essayer, c'est essayer de retrouver, si, dans cette expression là, on aurait pas, par hasard, une des trois égalités remarquables. On essaye
79	**An**	Mais, si
80	**En**	On essaye. Les trois égalités remarquables, vous avez, a plus b au carré, qui vaut
81	**Els**	a au carré, plus
82	**Ge**	[moins
83	**En**	[a au carré, plus, deux ab, plus b carré (elle écrit en même temps dans un coin du tableau $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$) Vous avez, a moins b au carré, qui vaut
84	**Els**	a au carré, moins deux ab, plus b au carré
85	**En**	[a au carré, moins deux ab, plus b au carré (elle écrit en même temps sous $(a + b)^2$, $(a – b)^2= a^2 – 2ab + b^2$) Et vous avez, a plus b, facteur de, a moins b, qui vaut, a au carré, moins b au carré (elle écrit $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$) Bon, alors, ça commence tout bête, hein. Je compte combien il y a de termes de ce côté ci (elle montre A)? Il y a en a trois. Trois termes, c'est soit la première
86	**Ju**	Soit la deuxième
87	**En**	Soit la deuxième. Bon, c'est soit un plus, soit un moins, avec un carré autour. Si c'est, une égalité remarquable, c'est ça, j'ai pas dit, c'est une égalité remarquable, donc, c'est ça. Je suppose Alors, maintenant, mon expression, elle est, ce que j'appelle, ordonnée, c-à-d, j'ai d'abord, les x carré, ensuite, les x, ensuite, le terme où il n'y en a pas du tout. Mettez bien toujours dans l'ordre, hein. au milieu, j'ai un plus, donc, si c'est une identité remarquable, si j'ai un plus au milieu, dans la parenthèse j'ai un plus (elle écrit $A = (\quad + \quad)^2$ Maintenant je regarde, aux deux extrémités, je dois avoir des carrés. Est-ce que x carré, c'est le carré de quelque chose ?
88	**An**	Oui
89	**En**	C'est le carré de ?
90	**Els**	x
91	**En**	x (elle écrit x dans la parenthèse avant le signe (+)). Est-ce que quatre, c'est le carré de quelque chose ?
92	**Els**	Deux
93	**En**	C'est le carré de deux (elle écrit 2 dans la parenthèse après le signe (+) et on lit $(x + 2)^2$) Et ça marche. Qu'est ce que vous pensez, de mon donc, ça marche ? (pas de réponse).

		Qu'est ce que vous pensez, de mon donc, ça marche ? (d'un ton fort)
94	**Els**	Oui, ça marche
95	**En**	Il est faux
96	**Els**	Ah !
97	**En**	Eh ben oui, parce que ça (elle montre x^2), ça peut être bon. Ça (elle montre 4), ça peut être bon. Mais, je dois encore vérifier le terme du mi, lieu
98	**Fi**	Oui, là, c'est bon
99	**En**	Voilà. Est-ce que le terme du milieu, c'est le dou, ble, pro, duit ? Alors deux fois x fois deux, est ce que ça fait bien quatre x ?
100	**Els**	Oui
101	**En**	Oui. Donc, là, c'est effectivement bon. Mais, vous devez tout vérifier, hein. Tout vérifier. A partir du premier, et du dernier terme, vous retrouvez, les deux termes de la somme ou de la différence, et ensuite, vous vérifier que le terme du milieu, c'est bien, le dou, ble produit
102	**Ax**	Madame
103	**En**	Oui
104	**Ax**	J'ai pas compris, si c'est juste ou faux
105	**En**	Ça c'est juste
106	**An**	Pourquoi il y a
107	**En**	Tout à l'heure. Alors
108	**Ax**	Le dernier, quatre x
109	**En**	Si tu développes x plus deux au carré. Tu mets le premier terme au carré, tu mets le deuxième terme au carré, et au milieu tu intercales le, douuuble proooduit. Le double produit, deux pour le double, fois x, fois deux ((elle écrit sous la parenthèse $\underline{2 \times x \times 2}$), deux fois deux quatre, chuchch, quatre fois x, quatre x. C'est bien le double produit, donc, c'est bon **Ch** (elle demande la parole)
110	**Ch**	Ça c'est une multiplication ?
111	**En**	Oui, c'est une multiplication
112	**Ch**	Ça ?
113	**En**	Ça, ben oui. Ça, c'est x plus deux, que multiplie x plus deux. C'est bien une multiplication. Un nombre au carré, c'est bien multiplié
114	**Ch**	En revanche, ça c'est bon ?
115	**En**	Ça c'est bon
116	**Ch**	C'est x plus deux, fois, x plus deux
117	**En**	Eh ben, si, si, tu le montres. Si tu écris x plus deux au carré, c'est tout aussi bien **Ni** (il demande la parole)
118	**Ni**	Dans le contrôle, on peut mettre directement ça ?
119	**En**	Oui, mais, n'oublie pas de vérifier. Si tu le mets sans vérifier, et si ici, au lieu de quatre x, j'avais six x, ben c'est faux
120	**Ch**	Et si on vérifie pas et sur la feuille on a juste ?
121	**En**	Ben, si c'est juste, c'est tant mieux pour toi. Mais, si tu vérifies pas
122	**Ch**	Ah ! Mais, vérifier c'est plus sûr
123	**En**	Oui
124	**Ni**	[Inaudible]
125	**En**	Mais bien sûr, mais n'oubliez pas de la faire cette vérification. **As** (il ne suit pas) Allez le B, x carré moins soixante quatre (elle écrit $B = x^2 – 64$) Alors, on prend, est ce qu'on peut mettre un x en facteur ?
126	**Ch**	Non
127	**En**	Non. Est-ce qu'on peut mettre un nombre en facteur ? Non plus. Est-ce qu'il y a des parenthèses, l'intérieur des parenthèses en commun ? Non Donc, si c'est quelque chooose, c'est une, égalité remarquable Je compte un, deux (elle compte le nombre de termes de B). Un, deux (elle compte le nombre de termes dans $a^2 – b^2$). C'est forcement la dernière, d'accord. Donc, c'est une parenthèse avec un plus, que multiplie, une parenthèse avec un moins (elle trace (+)(–)). Alors, maintenant
128	**Al**	Une question
129	**En**	Oui,
130	**Al**	Si on prend le x au carré, moins soixante quatre, si on développe directement, je fais x plus x, ah ! x fois x, pardon, moins, on cherche soixante quatre, c'est huit fois huit, après on

		trouve direct, on fait, euh, x plus huit, euh, facteur de, x moins huit
131	**En**	Eh ben, c'est ça, c'est exactement ça
132	**Al**	C'est que
133	**En**	Qu'est ce qu'il y a ?
134	**Al**	Moi, j'ai une ligne de plus, en fait. Je développe, x fois x, on voit, direc, on voit, euh
135	**En**	Toi, tu veux, tu fais apparaître les carrés. x fois x, moins huit fois huit (elle écrit $x \times x - 8 \times 8$)
136	**Al**	Ben, oui, c'est
137	**En**	C'est bon ça, oui. C'est parfait ça. Alors, ça (elle montre $x^2 - 64$), ou écrit comme ça (elle montre $x \times x - 8 \times 8$), c'est exactement la même chose Je n'ai que deux termes, donc ça ne peut être que, si c'est quelque chose, ça ne peut être que la dernière. Pour que ça soit la dernière, il faut que, chaque terme de la somme ici (elle montre $x^2 - 64$), soit un carré. Alors x carré, c'est le carré de x, et soixante quatre c'est le carré de huit (elle remplit les parenthèses : $(x + 8)(x - 8)$). Si vous avez ça, c'est parfait Si vous avez écrit, x moins huit, facteur de x plus huit ?
138	**Ni**	C'est la même
139	**En**	Ben, c'est la même chose. C'est aussi parfait. Et ben là (elle montre $(x + 8)(x - 8)$), on a quelque chose qui est factorisée (plusieurs élèves demandent la parole) Un à la fois. Alors, **Ch**
140	**Ch**	Est-ce qu'on peut faire x plus huit, moins, moins, euh, les deux, euh, au carré là
141	**En**	Alors, pourquoi, ici, on peut pas faire x plus huit le tout au carré ?
142	**Ch**	Moins au carré
143	**En**	Pourquoi on peut pas faire x moins huit le tout au carré (elle écrit $(x - 8)^2$)
144	**Ni**	Ben, c'est juste, c'est juste
145	**En**	Non
146	**An**	M[me], par ce qu'il n'y a pas
147	**En**	Parce que ça (elle montre $(x - 8)^2$), ça se développe en combien de morceaux ?
148	**Fi**	Parce que ça fait seize fois x
149	**Els**	En trois
150	**En**	Trois. x moins huit au carré, je mets le premier terme au carré
151	**El**	x carré
152	**En**	Je mets le deuxième terme au carré, le carré de huit, c'est soixante quatre, attention, précédé d'un signe plus ((elle écrit après $(x - 8)^2 = x^2 \quad + 64$). Et au milieu, j'intercale le douuuuble proooduit, deux fois huit, fois x, seize x. Ça ressemble pas du tout à ce qu'on a, hein, d'accord. Vu pour cette erreur là. Allez **Alx**, c'était la même question ?
153	**Alx**	Oui
154	**En**	Allez la suite, chuchchch
155	**El**	Est-ce que, au contrôle, on est obligé de vérifier sur la feuille
156	**En**	Non, mais n'oublie pas de la faire dans ta tête. Et c'est, quand la vérification ne fonctionne pas, là il faut que tu expliques. Quand ça marche pas, quand au milieu on n'a pas double produit, eh, ben, on peut pas factoriser car, et là tu expliques Alors, le C, y carré, moins deux y, plus un (elle écrit $C = y^2 - 2y + 1$) Bon pareil, hein, ça coince partout. Donc, la seule chose qu'on peut ici essayer, c'est, est ce que le, est ce que le C est une égalité remarquable ou pas ? Je compte. Trois termes, une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad - \quad)^2$). C'est bien ordonnée, les y carrés, les y, et les nombres. Donc, le, le terme du milieu me donne, chuch, allez hop
157	**Ni**	J'arrive plus
158	**En**	Le terme du milieu, me donne le signe que je retrouve dans la parenthèse. Maintenant, je regarde le premier et le dernier. y au carré, c'est le carré de y. Un, c'est le carré de un (elle écrit dans la parenthèse $(y - 1)^2$). Et je n'oublie pas de vérifier le douuble prooduit. Alors, double, deux fois, produit, y fois un (elle écrit à côté $2 \times y \times 1$). Est-ce que deux fois y fois un, ça fait deux y ? Oui. Donc là, je peux affirmer que le C est bien égal à y moins un le tout au carré (elle trace le signe (=) devant $(y - 1)^2$).
159	**An**	La vérification, on la fait à côté
160	**En**	Alors, ou tu la fait à côté
161	**An**	Ou au brouillon
162	**En**	Même si tu la fais sur ton brouillon, ou dans ta tête, le seul moment où c'est obligatoire, c'est quand ça t'amène à un résultat faux. Imaginons, tu dis, ben voilà, ça peut être, c'est

		ça, et puis, si j'aurai pas mis deux y, j'aurai mis quatre. Ton double produit fait deux y, celui de l'expression, il correspond pas, puisque c'est quatre. Alors là tu marques, on ne peut pas factoriser C, car, deux fois y fois un, c'est pas quatre y, ou à cause du double produit**.** On marque quelque chose que quand ça ne convient pas. Si non, j'écris des horreurs, et c'est pas bon d'écrire des horreures Alors, y carré, moins, quatre vingt un (elle écrit $D = y^2 – 81$) Pareil, ça coince partout, donc la seule chose à essayer c'est, éventuellement, l'une des trois égalités remarquables. Je n'ai que deux termes, je n'ai que deux termes, donc, deux termes, deux parenthèses (elle trace deux parenthèses ( )( )). Alors, pour que ça fonctionne, entre les deux, il faut déjà un signe moins, moins. Si j'avais y carré, plus quatre vingt un, est ce que je pourrais factoriser ?
163	**Els**	Non
164	**En**	Rien du tout, hein. Si on avait un plus entre les termes, on pourrait rien factoriser du tout là, hein.
165	**Ax**	Ben, on dit quoi ?
166	**En**	On dit, on peut pas factoriser grand D, point Bon, alors, deuxième condition pour que ça fonctionne. Il faut que chaque terme ici (elle montre y^2 et 64), avant et après le signe moins, chaque terme, doit être lui même un carré. Est-ce que y carré, c'est le carré de quelque chose ?
167	**An**	y
168	**En**	C'est le carré de y (elle écrit y dans les deux parenthèses)
169	**Els**	[y
170	**En**	Bon, et puis après, dans les parenthèses, je dois mettre une somme, et une, différence. Que je commence par le plus, ou, par le moins, ça n'a pas d'importance (elle trace le signe (+) dans la première parenthèse, et le signe (-), dans la deuxième). Et quatre vingt un, c'est le carré de neuf (elle écrit 9 après les signes et on lit $D = (y + 9)(y – 9)$) Donc, ça, c'est y plus neuf, facteur de, y moins neuf. Bon pour celui là Allez, cahier de, cahier de cours C'est ce que je voulais commencer le vendredi et je n'ai pas fait
171	**An**	C'est lequel qu'on a fait ?
172	**En**	Le dix neuf Allez, chuchch, on y est. Alors, il doit vous rester dans votre cahier, de cours normalement une colonne, celle qui concerne la factorisation, et qui commence par, a carré, plus deux ab, plus b carré Allez, vous collez, et vous faites vite, hein (elle écrit au tableau la première expression de la colonne que les élèves sont en train de coller : $9x^2 + 30x + 25$, une minute après) **As**, ça suffit maintenant Dans cette expression là, est ce qu'on peut mettre un nooombre ou une puissance de x en facteur ?
173	**El**	Non
174	**En**	Non. Il n'y a rien. Est-ce qu'il y a déjà des expressions entre parenthèses ?
175	**El**	Non
176	**En**	Non. Donc, la dernière chose à tenter c'est l'égalité remarquable. Je compte. Trois termes, donc, c'est une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : $= (\quad)^2$). Mes termes sont bien ordonnés, x carré (elle montre $9x^2$), x (elle montre 30x), le nombre (25). Le terme du milieu précédé d'un signe plus, donc dans la parenthèse un signe plus (elle trace le signe (+) : $(\quad + \quad)^2$). Le premier et le dernier, doivent être des ca, rés. Alors attention
177	**Ma**	Excusez moi. Est-ce que trente x, ça euh
178	**En**	Il faut que ça soit ordonné
179	**Ma**	Non, dans celui là
180	**En**	Oui
181	**Ma**	Est-ce que le terme du milieu doit être le double produit ?
182	**En**	A partir du moment ou t'as bien mis les puissances dans l'ordre, oui Alors, neuf x carré, est ce que c'est le carré de quelque chose ?
183	**Ju**	Trois x
184	**En**	C'est le carré de troiiiis x. Neuf, c'est le carré de trois (elle écrit : $(3 + \quad)^2$), et x carré, c'est le carré de x (elle écrit : $(3x + \quad)^2$) Est ce que vingt cinq, c'est le carré de quelque chose ?
185	**Ni**	Cinq

186	**En**	Oui, c'est le carré de cinq (elle écrit : $(3x + 5)^2$) Attention, la vé, ri, fi, ça, tion. Double produit, deux fois trois x, fois cinq (elle écrit sous 30x : $2 \times 3x \times 5$) Je finis et je réponds après (**Ju** demande la parole) Deux fois trois, six, six fois cinq, trente, trente x, j'ai bien trente x. Donc, cette expression là, c'est l'expression développée d'une des trois égalités remarquables Sur votre cahier de cours, pour ne pas oublier de le faire par la suite. Mettez votre « corem », on va mettre une ou deux vérifications, pour ne pas que vous les oubliez. Oui, **Ju**, maintenant j'écoute
187	**Ju**	On prend pour le neuf x, un multiple, et pour le vingt cinq pareil
188	**En**	On cherche quel est le nombre qui a pour carré vingt cinq, et quelle est l'expression qui a pour carré, neuf x carré Si tu regardes, si tu regardes là (elle montre $9x^2 + 30x+ 25$) d'accord, ça (elle montre $9x^2$) c'est le carré du premier, ça c'est le carré du deuxième (elle montre 25) Allez, le deuxième, la deuxième ligne. Quarante neuf x carré, moins quatorze x, et plus un (elle écrit : $49x^2 – 14x + 1$) Chuchch, pareil hein, on peut rien factoriser a priori, ni un nombre, ni une puissance, par ce qu'ici j'ai un (elle montre 1), et il n'y a pas de parenthèses, donc, je ne peux pas mettre une somme algébrique en facteur. Donc, si, c'est quelque choooseuh, on va pas mettre le égal tout de suite, donc, si c'est quelque chose, c'est une des trois égalités remarquables. Comme c'est trois termes, c'est une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad)^2$) Qu'est ce qui ne va pas ?
189	**Ch**	Non, non
190	**En**	Alors, l'expression, elle est bien ordonnée, le terme du milieu est précédé d'un signe moins, donc, dans ma parenthèse, je retrouve un moins (elle trace : $(\quad – \quad)^2$). Le premier, quarante neuf x carrée, ça doit le carré de quelque chose. Quarante neuf, c'est le carré de sept, et x carré, c'est le carré de x (elle écrit : $(7x – \quad)^2$). Je vais au dernier, un, c'est le carré de un (elle écrit : $(7x – 1)^2$). Et maintenant, il me reste à vérifier le douuble produit. Deux, fois, sept x, fois un (elle écrit sous 14x : $2 \times 7x \times 1$). Deux fois sept, quatorze, quatorze que multiplie un, ça fait bien quatorze x Donc ça fait effectivement, cinq x moins un le tout au carré (elle trace le signe (=) entre l'expression développée et celle factorisée) Alors ensuite, on a x carré moins neuf (elle écrit $x^2 – 9$) Je ne peux pas mettre
191	**El**	C'est moins un là ? (il parle de $(7x – 1)^2$)
192	**En**	Attention, le moins, il est là, là (elle montre le signe (-) dans $(7x – 1)^2$). Donc, j'ai pris, j'ai pris sept x et un, et je sais que j'aurai un moins devant, oui Alors, x carré moins neuf, je peux pas mettre ni x en facteur, ni un autre nombre que un en facteur. Donc, c'est pas quelque chose qui a rapport avec le début du cours. J'ai pas d'expression entre parenthèses, je peux pas mettre une somme algébrique. Donc, là aussi, dernière tentative, une des trois égalités remarquables. Je n'ai que deux termes, donc, ça ne peut être que la troisième. Au milieu, j'ai bien un signe moins. Si j'avais un signe plus, vous avez terminé, si vous avez x carré plus neuf, et bien, la réponse, on peut pas factoriser
193	**As**	Pourquoi ?
194	**En**	Pourquoi ? Parce que, euh, là dedans (elle écrit $x^2 + 9$), t'as pas x partout, tu peux pas mettre x en facteur. Neuf c'est un multiple de trois, mais là je n'ai aucun multiple de trois. Donc, je peux pas mettre de nombres en facteur, d'accord. Je peux pas mettre de somme algébrique, toujours d'accord, j'en n'ai pas, j'ai pas de parenthèses, donc, je vais pas pouvoir mettre l'intérieur d'une parenthèse en facteur. Et puis, dernière chose à essayer, les égalités remarquables, ça fait, ni la première, ni la deuxième, parce que j'ai, je, je n'ai que deux termes. Et la troisième quand tu la développes, au milieu, t'as bien, un, signe, moins On verra une autre justification dans le chapitre d'après
195	**Ju**	Madame, je peux pas faire, eum, x au carré, moins trois carré ?
196	**En**	Si, mais j'étais pas encore là (elle montre $x^2 – 9$), j'étais, pourquoi est ce que x carré moins neuf, on peut pas le factoriser ? Bon, alors, x carré moins neuf, un signe moins, deux termes, donc, ça se factorise
197	**Ch**	x plus trois
198	**En**	Eventuellement en deux parenthèses (elle trace : $(\quad)(\quad)$). Alors, x carré, c'est le carré de ?
199	**Els**	x

200	**En**	(elle trace : (x)(x)), et neuf, c'est le carré de trois (elle trace : (x 3)(x 3)). Vous avez le choix, ou bien vous dites, x moins trois facteur de x plus trois, ou bien, vous dites, x plus trois, facteur de, x moins trois. ça c'est évidement, exactement, n'est ce pas **Ch**, la, même, chose (elle trace le signe (+) dans la première parenthèse et le signe (-) dans la deuxième) Allez, essayer de me faire le quatre, le cinq et le six. Elle écrit les trois expressions au tableau. $9 – 12x + 4x^2$; $64 – 49x^2$; $16 + 25x^2 + 40x$ **Ju**, t'es entrain de faire les exercices
201	**Ju**	Oui
202	**En**	Alors, on essaye toujours dans l'ordre. Chuchchch Est-ce que neuf et quatre
203	**Ax**	Sont (à voix basse)
204	**En**	Est-ce que quand j'ai les nombres neuf et quatre, je peux trouver un facteur commun là dedans ?
205	**Els**	Non
206	**En**	Non. Donc, ça euh, ça marche pas. Les x, est ce que je peux mettre un x en facteur ?
207	**Els**	Non
208	**En**	Non plus. Est-ce que je peux mettre une somme algébrique en facteur ?
209	**Els**	Non
210	**En**	Non. Donc, je me retrouve à nouveau avec les identités remarquables. Identités remarquables, ou bien
211	**Ju**	M[me], ça c'est une identité, les, les formules c'est des identités remarquables ?
212	**En**	Oui. alors, vous m'entendrez dire, soit identités remarquables, soit égalités remarquables, c'est pareil. Donc, là, il y a trois termes. C'est l'une des deux, donc parenthèse, carré à l'extérieur (elle trace : $(\quad)^2$). Est-ce que c'est ordonné ?
213	**An**	Oui
214	**En**	Si, mais dans l'autre sens
215	**An**	Oui
216	**En**	C-à-d que c'est, les termes sans x (elle montre 9), les termes avec x (elle montre 12x), les termes en x carré (elle montre $4x^2$). C'est la même situation. Si, vous êtes perdus, mettez le dans le sens habituel. Si vous êtes perdus, si vous préférez écrire quatre x carré, moins douze x, plus trois (elle écrit $4x^2 – 12x + 3$ (E') euh, vous écrivez quatre x carré
217	**Els**	Plus neuf
218	**En**	Plus neuf, pardon (elle corrige le 3 par 9). Vous écrivez dans le sens qui vous parait sympathique, hein. Ne restez pas bloquer à cause de ça. Oui (**An** demande la parole)
219	**An**	Est-ce que, euh, ça arrive, euh, que ça ne soit pas dans l'ordre ?
220	**En**	Ben oui, ça. Ça n'est pas dans le bon ordre (elle montre la donnée), on va le mettre dans le bon ordre. On va y arriver, il y a pas de souci. Bon, allez, je prends celui du départ (elle parle de la donnée), puis après, on prendra celui là (elle montre $4x^2 – 12x + 9$), et puis, on comparera. Alors, je fonce ici (elle montre $9 – 12x + 4x^2$). Est-ce que neuf c'est le carré de quelque chose ?
221	**Els**	Trois
222	**En**	De trois (elle écrit : $(3 \quad)^2$). Est-ce que quatre x carré, c'est le carré de quelque chose ?
223	**Ni**	Deux x deux
224	**En**	De deux x (elle écrit : $(3 \quad 2x)^2$). Le terme du milieu, c'est le double produit, éventuellement. S'il est précédé d'un signe, moins, dans la parenthèse, je mets un moins (elle écrit : $(3 – 2x)^2$). Je fais ma vé, ri, fi, ca, tion. Deux, fois, trois, fois deux x (elle écrit sous 12x : $2 \times 3 \times 2x$). Ça fait combien ça ?
225	**Els**	Douze x
226	**En**	Trois fois deux, six, douze x, est ce que j'ai bien douze x ?
227	**Els**	Oui
228	**En**	Oui. Donc ça c'est bon Alors, maintenant, imaginons, imaginons un élève qui dit, ça (elle montre $9 – 12x + 4x^2$) me fait perdre complètement, ça ($4x^2 – 12x + 9$), ça me rassure, j'ai donc factorisé cette expression là. C'est rigoureusement la même chose. Alors, je continue, trois termes, c'est

		une parenthèse, un carré à l'extérieur (elle trace : ($)^2$). Un moins (elle montre -12x), dans la parenthèse un moins (elle trace : (– $)^2$). Quatre x carré, est ce que c'est le carré de quelque chose ? C'est le carré de deux x (elle écrit : (2x $)^2$). Neuf, est ce que c'est le carré de quelque chose ? C'est le carré de trois (elle écrit : $(2x – 3)^2$). Je vérifie mon double produit. Deux, fois, deux x, fois trois (elle écrit sous 12x : 2 × 2x × 3). Deux fois deux, quatre, quatre fois trois, douze, douze x, c'est bon. Donc, l'élève qui a droit d'être assuré, et auquel je fais partie, il écrit ça (elle montre $(2x – 3)^2$). L'élève sûr de lui, il écrit ça (elle souligne $(2x – 3)^2$). Ont-ils écrits tous les deux la même chose ?
229	**Ch**	Oui
230	**En**	Non, ils n'ont pas écrit pareil. Là (elle montre $(2x – 3)^2$), j'ai écrit deux x, et là (elle montre $(3 – 2x)^2$), j'ai écrit trois. Ils ne sont pas écrits pareil. En général, quand on écrit pas la même chose, est ce qu'on a bon tous les deux ?
231	**An**	Eh, ben oui
232	**Els**	Non
233	**En**	Eh, ben non. Tout simplement, tout simplement, à cause du, carré. Alors, On réfléchit, comment sont les deux quantités deux x moins trois et trois moins deux, l'une par rapport à l'autre ?
234	**As**	Inverses
235	**En**	Pas inverses, opposés, Donc, là, on a écrit un nombre et son opposé. Et qu'est ce qui se passe pour un nombre et son opposé quand on les met au carré? C'est la, même, chose Donc, évidement, deux moins trois et trois moins deux, c'est pas la même chose. Mais, comme une quantité et son opposé ont le même carré, que vous écriviez, deux moins trois le carré, ou bien trois moins deux le tout au carré, vous écrivez la, même, chose **Ya**, je peux maintenant te répondre
236	**Ya**	Ah, non c'était juste ça
237	**En**	C'était ça, c'était ça Allez, celui-ci (elle montre $64 – 49 x^2$) soixante quatre, moins, quarante neuf x carré. Alors, il y a combien de termes ?
238	**Els**	Deux
239	**En**	Deux. Alors, si, c'est une égalité remarquable
240	**Ju**	La troisième
241	**En**	C'est la dernière. C'est a moins b, facteur de, a plus b (elle écrit (–)(+)). Soixante quatre, c'est le carré de quoi ?
242	**Na**	Huit
243	**En**	Huit (elle écrit (8 –)(8 +)), et quarante neuf, c'est le carré
244	**Na**	De sept
245	**En**	De sept. c'est parfait, c'est bien (elle écrit (8 – x)(8 + x)). Et là, est ce que j'ai quelque chose à vérifier ? Rien du tout La dernière, alors, la dernière. Seize, vingt cinq, quarante, j'ai pas de x, je peux pas mettre x en commun, j'ai pas de parenthèses, je peux pas mettre une somme algébrique en commun. **La cloche a sonné** Je finis ça, et je vous laisse deux minutes de recréation après. Si c'est quelque chose, c'est le carré, c'est l'une des trois égalités remarquables. Il y a trois termes, donc, c'est une parenthèse et un carré à l'extérieur (elle trace : ($)^2$). Et maintenant étape suivante, est ce que ça, c'est bien ordonné ?
246	**Els**	Non
247	**En**	Non. Je vais donc ordonner. Vous avez le choix, soit vous commencez par vingt cinq x carré, qui vous dégrade au niveau des puissances de x, soit vous commencez par seize, et puis vous mettez le terme en x, et le terme en x carré. Ça n'a pas d'importance. Mais on laisse pas le carré, le terme en x carré en plein milieu (elle écrit $25x^2 + 40x + 16$)
248	**Ax**	On laisse comme ça
249	**En**	Ben non, tu mets au début, ou, à la fin
250	**Els**	Ça va si on laisse comme ça ?
251	**En**	Si t'es suffisamment à l'aise, c'est bon. Si vous doutez un petit peu, euh, je préfère que vous le mettiez dans le bon ordre Alors, attention, ce n'est pas parce que vous avez écrit premier terme, deuxième terme, troisième terme, que celui qui est au milieu soit obligatoirement le double produit. C'est pour ça, que je préfère que vous ayez écrit déjà des choses ordonnées pour acquérir après,

		le réflexe, terme du milieu, double produit. Si vous n'avez pas besoin de mettre dans le bon ordre, d'ordonner en fait, pour retrouver où est le double produit, tant mieux. Mais je préfère que vous écriviez ça, (elle montre $25x^2 + 40x + 16$) pour mettre bien les choses dans l'ordre qu'il faut. Alors, est ce que vingt cinq x carré, c'est le carré de quelque chose ?
252	**Els**	Cinq x
253	**En**	Cinq x (elle écrit : $(5x \quad)^2$). Au milieu j'ai un plus, dans la parenthèse un plus (elle écrit : $(5x + \quad)^2$) Est-ce que seize c'est le carré de quelque chose ?
254	**Els**	Quatre
255	**En**	Quatre ((elle écrit : $(5x + 4)^2$). Et puis maintenant, on fait le double produit. Deux fois, cinq x, fois quatre (elle écrit : $2 \times 5x \times 4$) Et ça, ça me fait bien ?
256	**Els**	Quarante x
257	**En**	Quarante. Donc, c'est bon Vous pouvez prendre le reste de la recréation (min 45 sec 22)

Cinquième séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF1

1	**En**	La colonne sur le cours et pendant ce temps là, je vous dis, tri, bue, les copies de devoir maison (DM) et, chuchchct, vous mettez la note, sur votre carnet de liaison, pour le mois de novembre. Vous vérifier que … (1 min 31 sec) Allez, vous continuer les factorisations du cours, hein (3 min) Allez, allez, vous continuer sur votre cahier de cours Alors, (elle écrit : $\frac{1}{9}x^2 - \frac{25}{16}$ et $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$) Bon, le premier au tableau, il est facile, le deuxième, euh
2	**Ni**	M[elle], on n'a pas fait
3	**En**	Si, si, on a fait, on a fait. Mais, chucht, c'est en général, ce qui pour vous est le plus difficile, de chacune Alors, un neuvième de x carré, moins vingt cinq. Je ne peux pas mettre de nombres en facteur, je ne peux pas mettre de x, je ne peux pas mettre de somme algébrique (elle parle très vite), donc, je me vois arriver, euh, aux identités remarquables. J'ai deux termes, un moins, c'est la dernière. Hop, hop, deux parenthèses, une avec un plus, une avec un moins (elle trace $(\quad + \quad)(\quad - \quad)$). Il faut que, qu'il y est avant et après le signe moins, chacune des deux expressions, soit elle même, un, carré. Alors, est ce que un neuvième de x carré c'est le carré de quelque chose ?
4	**Els**	Oui
5	**Ch**	De un tiers de x
6	**En**	De un tiers de x, parfait (elle écrit $(\frac{1}{3}x + \quad)(\frac{1}{3}x - \quad)$). Et puis, est ce que vingt cinq seizième, c'est le carré de quelque chose ?
7	**Ni**	Cinq quatrième
8	**En**	Cinq quart, oui (elle écrit $(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$). Est-ce que j'ai autre chose à vérifier ?
9	**An**	Eh, non !
10	**En**	Non. donc là, on a fini Bon, allez, la dernière et, et tout ce qui suit On regarde, (elle montre $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$), on voit réapparaître quoi ? Mes sommes algébriques. Donc, quand on défile les méthodes, on bloque à, est ce que je peux mettre une somme algébrique en facteur ? Eh, ben non, a priori non, puisque deux moins un et x plus trois, ce n'est pas du tout la même expression. Donc, il nous reste, encore une fois, comme seule porte de sortie, les égalités remarquables Alors, là, il y a deux choses, il y a le cours, l'explication bien comme il faut, et après il y a, la façon d'en sortir Je regarde, alors, qu'est ce qu'on remarque ?
11	**Na**	Eh, ben, euh, entre les deux

12	**En**	Oui, entre les deux ?
13	**Na**	Il y a un signe moins
14	**En**	Il y a un moins
15	**Na**	C'est la troisième expression
16	**En**	Parfait. Entre les deux, on a un moins, avant et après le moins, on a un carré. Entre les deux, on a un moins, avant et après le moins, on a un carré. On est donc, de nouveau arrivé à la troisième égalité remarquable. Jusque là, ça va ? Alors, quand on démarre d'une expression développée, où il y a rien, on a une expression factorisée avec des parenthèses. Quand je factorise, je passe de rien à une parenthèse. Je rajoute une couche de parenthèses. Si, j'ai déjà une couche de parenthèses, je vais en rajouter une deuxième, et donc cette fois ci, je vais factoriser à l'aide, de, cro, chets Alors, attention, c'est là, le point où en général ça accroche. Quand j'ai rien, j'ai des parenthèses, quand j'ai déjà des parenthèses, je mets des crochets. Mes crochets ici (elle trace en jaune : [ ])
17	**Fi**	[Où est ce qu'elles sont ?
18	**En**	Mes crochets ici (elle trace en jaune : [ ][ ]), que je repasse en jaune, ce sont les parenthèses dans cette expression là (elle marque en jaune les parenthèses de l'expression $(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$) Si j'avais voulu mettre le signe multiplié, je l'aurai mis ici (elle trace le signe ($\times$) : $(\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})\times(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$). Pareil, dans la deuxième expression, si j'avais voulu le mettre, je le mets là au milieu (elle trace le signe $\times$: :[ ] $\times$ [ ]). A l'intérieur de la première parenthèse, on a mis un plus (elle montre l'expression précédente), à l'intérieur du premier crochet je vais mettre un plus (elle trace en jaune : [+][ ]), A l'intérieur de la deuxième parenthèse, on a mis un moins (elle montre l'expression précédente), à l'intérieur du deuxième crochet on a mis un moins (elle trace en jaune : [+][–]). Est-ce que le cadre, vous l'avez compris, enfin, le passage d'une ligne à l'autre. Maintenant, il faut remplir dedans
19	**Ni**	On peut mettre le moins dans la première ?
20	**En**	Bien sûr, on peut mettre le moins dans la première, et le plus dans la deuxième, ça, ça n'a pas d'importance. Le tout étant, qu'il y est un plus et un moins Alors, maintenant, comment est ce qu'on a rempli ça ? (elle montre $((\frac{1}{3}x + \frac{5}{4})(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4})$ (A)). Eh bien, on a dit, un neuvième de x au carré, c'est le carré de, un tiers de x. Quand l'expression rentre dans sa parenthèse, elle perd son carré, d'accord. Un neuvième de x carré, c'est le carré de un tiers de x. On fait pareil, c'est là, là le nœud du problème, hein. reprendre les trucs qui sont là, c'est le truc du problème Deux x moins un au carré, c'est le carré de quoi ? (pas de réponse) Cinq au carré (elle écrit 5^2 sous $(2x – 1)^2$) c'est le carré de quoi ?
21	**El**	Cinq
22	**En**	De cinq. Cinq au carré, c'est le carré de cinq. Deux x moins un au carré, c'est le carré de quoi ? De deux x moins un. Et attention, attention, le deux x moins un, je vais le laisser entre deux parenthèses (elle écrit dans le premier crochet déjà tracé : [(2x – 1) +][–]). J'ai recopié la même expression, la même, dans la première et la deuxième parenthèse. Je recopie la même expression, dans le premier et le deuxième crochet. (elle écrit dans le deuxième crochet : [(2x – 1) +][(2x – 1) –]) Je continue. x plus trois au carré, c'est le carré de quoi ? C'est le carré de x plus trois. Donc, ici, je vais recopier x plus trois (elle écrit : [(2x – 1) + (x + 3)][(2x – 1) –]). Dans l'expression du dessus (elle montre (A), j'ai recopié le même nombre, dans la première et la deuxième parenthèse, je recopie le même nombre, le même, je ne change rien du tout entre le premier et le deuxième crochet (elle écrit : [(2x – 1) + (x + 3)][(2x – 1) – (x + 3)]) (B). Là, quand vous avez écrit ça, c'est très bien mais vous avez factorisé (elle montre (B)). Et maintenant, et maintenant, eh ben, on va écrire ça d'une façon beaucoup plus jolie, beaucoup plus légère, c-à-d que maintenant, je peux garder les crochets ou remettre les parenthèses, comme on veut, mais à l'intérieur de chacun des crochets, je vais enlever les

		parenthèses et je vais faire les calculs Alors, ici (elle montre (B)), si j'enlève les parenthèses, ça me fait, deux x moins un, l'autre parenthèse est précédé d'un plus, donc, plus x plus trois (elle a écrit : = [2x – 1 + x+ 3]). Deuxième crochet, ça fait, deux x moins un, la parenthèse d'après, précédée d'un signe moins, alors quand je l'enlève, ça fait
23	**Ju**	Moins
24	**En**	Moins x, moins trois (elle a écrit : = [2x – 1 + x+ 3][2x – 1 – x – 3]). Et maintenant, je simplifie, je compte. Deux x plus x, trois x, moins un, plus trois, plus deux (elle a écrit : [3x + 2]), facteur de, et de l'autre côté, deux x moins x
25	**An**	x
26	**En**	x, et puis moins un moins trois, moins quatre (elle a écrit : [3x + 2][x – 4]) Et là, c'est fini. Là (elle montre [3x + 2][x – 4]), on a fait toute la factorisation, bien comme il fallait, en, en suivant (Ch lève son doigt), j'ai encore une chose à dire, puis je te répondrai. Bien, comme il le fallait, en suivant toutes les règles de cours. De toute façon, ces étapes là on les fera toujours comme ça. Je dirai que le théorème à retenir, c'est, pour un élève de troisième, quand je ne vois pas du tout comment factoriser, quand je vois pas du tout, c'est forcement, la troisième égalité remarquable. Quand vous avez une expression compliquée comme ça à factoriser, s'il y a une chance de factoriser, c'est toujours, la dernière égalité remarquable. C'est toujours, ce petit exercice sur lequel les élèves de troisième coincent. Et quand on est en troisième, et même en seconde, si on peut pas essayez ça, on peut pas factoriser. Vous n'arrivez pas, ni en troisième, ni en seconde, à développer ces expressions là, et à factoriser à partir du résultat que vous allez obtenir. Le passage de je développe et je refactorise l'expression que j'obtiens, c'est ce qu'on fait en première S, Je sais pas si on fait dans l'autre première, hein. Mais de toute façon, vous êtes obligés de passer par ces étapes là, jusqu'au classe de première (elle montre le travail qui est toujours au tableau). Maintenant je veux bien répondre aux questions, allez **Ch**)
27	**Ch**	Vous avez mis les crochets, et le plus et le moins dedans, euh, vous avez mis plus parce que
28	**En**	Oui, par ce qu'il y a plus
29	**Ch**	C'est pas, le x, c'est pas la même équation ?
30	**En**	C'est la même, c'est la même égalité remarquable. Donc, c'est a plus b, facteur de, a moins b. J'ai recopié mon cadre
31	**Ch**	Même si c'est deux x moins un et après x plus trois ?
32	**En**	Parce que ça, j'ai bien insisté sur, je, re, co, pie tel que c'est, car, toute cette expression là (elle montre $(2x – 1)^2$), c'est ce qui était ici, le un neuvième de x, d'accord. Donc, là, tu ne changes rien, à un neuvième de x, tu mets c'est le carré de un tiers de x, donc là (elle montre $(2x – 1)^2$), on ne change rien, cette parenthèse là au carré, et ça veut dire que cette quantité là, c'est le carré de ce qu'elle contient
33	**Ch**	Mais, pourquoi on met plus avec ?
34	**En**	Pourquoi on met plus ? Parce que ça se factorise en a plus b, facteur de a moins b (elle écrit (a + b)(a – b)). On met un coup, plus, un coup, moins, d'accord. Alors d'autres, oui
35	**Ni**	Dans la parenthèse, est ce que c'est pareil si on commence par x plus un ? Euh, le crochet
36	**En**	Là ?
37	**Ni**	Est-ce que c'est pareil si on commence par x plus trois, et deux x plus, moins un ?
38	**En**	Euh, dans celle là (elle montre [(2x – 1) + (x + 3)] oui. Mais attention, attention, comme x plus trois est après le signe moins, c'est ce qui joue ici le rôle de b, et tu vois bien, que t'écris a plus b, ou b plus a, c'est pareil. Mais, si tu écris a moins b et b moins a, t'écris pas la même chose, t'écris l'opposé de. Donc, dans la parenthèse où tu mets un plus, tu peux commencer parce que tu veux. Mais, dans la parenthèse où tu mets un moins, tu retrouves toujours après le moins, ce qui terminait ton expression (elle montre – (x + 3) dans le second crochet), d'accord. Donc, autant, respecter le même ordre Oui
39	**Ni**	C-à-d, si on a un plus, on aurait pas pu
40	**En**	On aurait pas pu factoriser. Si vous aviez un plus entre les deux termes là, on factorise pas Allez on fait la suite, c'est tout même style, hein, c'est tout le même style, allez
41	**An**	M[me], Sept x plus trois au carré moins vingt cinq x au carré (c'est l'expression 10 de la colonne $(7x + 3)^2 – 25x^2$)
42	**En**	Oui
43	**An**	Euh, le vingt cinq x c'est lui le carré, ou vingt cinq x ?

44	**En**	C'est vingt cinq que multiplie x carré (elle écrit $25 \times x^2$). Tu dois mettre le vingt cinq au carré, tu dois pas mettre vingt cinq. Il faut trouver quelle est l'expression qui a pour carré vingt cinq x au carré. Vingt cinq, c'est le carré de quelque chose
45	**An**	Oui, oui mais, comme je mets, comme c'est sept x plus trois au carré, et qu'on met sept x plus trois dans la réponse
46	**En**	Oui
47	**An**	On met vingt cinq x
48	**En**	Non, non pas vingt cinq Allez, où est ce j'en suis ? J'en suis à trois x plus un, c'est ça, au carré ?
49	**Eli**	Oui
50	**En**	Oui (elle écrit : $(3x + 1)^2 – (4x – 5)^2$), allez on fait encore ça ensemble. Ju (elle ne suivait pas) C'est à nouveau, c'est à nouveau a carré, moins b carré. Donc, puisque j'ai déjà des parenthèses, je vais factoriser en utilisant des crochets (elle trace : = [ ][ ]), le signe multiplié entre les crochets n'est pas du tout obligatoire. Mais, s'il vous plait, de temps en temps, pour les élèves qui mettent moins, plus, moins, moins, entre les crochets, non hein, c'est rien ou multiplié, mais autre chose Alors, ça, c'est une expression qui se factorise en, a plus b, facteur de, a moins b (elle trace : = [+][–]). Et maintenant, dans chaque trou, je recopie l'expression qui a pour carré ce qui précède. Trois x plus un au carré, c'est le carré de, trois x plus un (elle écrit : [(3x + 1) +][–]), et de l'autre côté, c'est toujours le carré de trois x plus un (elle écrit : [(3x + 1) +][(3x + 1) –]). Quatre x moins cinq au carré, c'est le carré de, quatre x moins cinq (elle écrit : = [(3x + 1) + (4x – 5)][(3x + 1) –]), et c'est toujours le carré de quatre x moins cinq (elle écrit : = [(3x + 1) + (4x – 5)][(3x + 1) – (4x – 5)]) Attention, le seul signe, plus et moins, c'est les signeeuh, ça c'est les signes de la factorisation (elle montre le (+) et le (-), qui sont entre les parenthèses dans les crochets). Les signes de mes quantités de départ, les signes qui sont dans les petites parenthèses au départ (elle montre les signes des termes de la donnée), ces signes là, ne changent pas Si vous aviez par exemple, onze au carré, moins, neuf au carré, ça, c'est onze plus neuf, facteur de onze moins neuf (elle écrit $11^2 – 9^2 = (11 + 9)(11 – 9)$). Vous êtes d'accord avec ça ? Le onze, c'est dix plus un, et le neuf, c'est dix moins un. Toujours d'accord. Et dans cette parenthèse là, (elle montre (11 + 9)), j'ai bien dix plus un, moins, dix moins un (elle écrit (10 + 1) – (10 – 1)). Ça, ça me fait bien onze (elle montre (10 + 1), moins neuf (elle montre (10 – 1)). Je n'ai pas changé, je n'ai absolument pas changé le petit signe moins qui était ici (elle montre (10 – 1)). Il reste, il reste. Si vous changer le moins qui est ici, en plus, si vous écrivez ça en disant, ou on met plus, un coup on met euheuh, un coup on met moins, vous écrivez onze moins onze, vous écrivez zéro
51	**An**	Oui, M^{me}
52	**En**	Donc, attention, attention, les expressions qui sont les sommes algébriques de départ, on les conserve tel quelles sont, on ne change pas leur signe Oui
53	**An**	Mais, là, il y avait moins
54	**En**	Eh ben oui, là, je vais changer quand j'enlève les parenthèses. mais au départ je ne change rien Allez, maintenant on simplifie l'intérieur de chaque crochet. Ça me fait trois x plus un, plus quatre x moins cinq, facteur de, de l'autre côté j'obtient, trois x plus un, ça ne change pas, la deuxième parenthèse est précédée d'un signe moins, donc, en l'enlevant, ça devient, moins quatre x et puis plus cinq (elle écrit : [3x + 1 + 4x – 5][3x + 1 – 4x + 5]) Et maintenant, on simplifie et ça nous donne, trois x plus quatre x, sept x, plus un et moins cinq, moins quatre. Et de l'autre coté, trois x moins quatre x
55	**Els**	Moins x
56	**En**	Moins x, et puis plus un et plus cinq, plus six (elle écrit : [7x – 4][-x + 6]), et on a fini Allez la suite.
57	**Fi**	J'ai fini
58	**En**	Alors, qu'ai-je prévu quand vous avez tout fini ? (elle cherche dans ces papiers) J'ai sûrement prévu plein de choses. Oui, mais est ce que j'aurai le temps de tout faire ? J'en sais rien. On va essayer dix sept, dix huit, vingt et un, vingt deux
59	**Pi**	On ne fait pas la suite ?
60	**En**	Si, si vous faites la suite, mais elle a tout fini **Fi**. Et c'est page trente neuf (elle écrit p.39 n^o 17- 18- 21- 22). Je ne sais pas du tout si on aura le temmmps

		Bon, alors, le sept x plus trois au carré moins vingt cinq x au carré (elle écrit : $(7x + 3)^2 – 25x^2$), ça vous inspire quoi ?
61	**An**	On peut mettre des parenthèses
62	**En**	On peut mettre des parenthèses, mais autour de quoi tu veux mettre des parenthèses ?
63	**Pi**	Autour du moins vingt cinq x deux
64	**En**	Pas autour du moins, on peut mettre des parenthèses là, si on veut (elle trace les parenthèses : $(25x^2)$). Alors ça vous inspire quoi ça ?
65	**Ch**	La dernière
66	**En**	La dernière identité remarquable. J'ai deux termes, j'ai deux termes. J'ai un moins, ça ne peut être que la dernière. Alors, une parenthèse, un
67	**An**	[il y a une parenthèse
68	**En**	Un crochet, pardon, il faut que je reste logique avec moi-même. Et un deuxième crochet (elle trace : [ ][ ]). Dans un des deux crochets on met plus, dans l'autre crochet, on met moins (elle trace : [+][–]). Alors, sept x plus trois au carré, c'est le carré de quoi ?
69	**Els**	Sept x
70	**En**	[de sept x plus trois (elle écrit : [(7x + 3) +][(7x + 3) –]). Et vingt cinq x carré, c'est le carré deee, cinq x, hein **An**
71	**An**	Pourquoi ?
72	**Pi**	Oui, c'est ce que j'ai dit
73	**En**	Vingt cinq, c'est le carré de quelque chose. Ça, ça doit être le carré, toute l'expression (elle montre $(25x^2)$), ça doit être le carré de, vingt c'est le carré de cinq, et x carré, c'est le carré de x. Donc, ça c'est pareil que cinq x au carré (elle écrit : [(7x + 3) + 5x][(7x + 3) –]). Et donc dans le deuxième crochet, moins cinq x (elle écrit : [(7x + 3) + 5x][(7x + 3) – 5x]) Bon, là, c'est quand même une expression qu'on peut simplifier tout de suite, hein. Alors, on compte, sept x plus cinq x
74	**Els**	Douze x
75	**En**	Douze x (elle écrit : [(12x + 3]). Et puis sept x moins cinq x
76	**Ni**	Deux x
77	**En**	Deux x. (elle écrit : [12x + 3][2x + 3]) Bon, et là je voudrais l'attention de tout le monde. Pour un élève de troisième, pour un élève de troisième, le fait d'arriver là, sans ssss, sans se tromper, ça nous réjouit profondément et je dirai qu'on est tenté de mettre tous les points. Et cet élève de troisième, qui a terminé son chapitre, et bien il fait plus de factorisation jusqu'à l'entrée en seconde. Quand il arrive en seconde, eh ben, le prof de seconde il est plus tout aussi content. Alors, vous avez fait les sept huitième du travail. Maintenant, il faut regarder, si, dans chacune des parenthèses ici, on peut pas factoriser encore un tout petit peu plus. Dans les deux x plus trois, est ce que j'ai encore quelque chose de commun ?
78	**El**	Non
79	**En**	Non. Donc, ça c'est bon, c'est fini, on y touche plus. Mais douze x plus trois
80	**Fi**	C'est trois, trois en facteur
81	**En**	Douze et trois, ce sont des multiples deee
82	**An**	Trois
83	**En**	De trois. Donc, pour un élève de troisième, c'est parfait. Le même élève qui commence sa classe de seconde, on attend mieux qu'il fasse une ligne, de, plus. On va encore, dans la première des deux parenthèses, mettre le trois en facteur (elle écrit 3( ). Alors, douze, c'est trois fois quoi ?
84	**Els**	Quatre
85	**En**	Quatre x. Et trois, c'est trois foiiis
86	**Els**	Un
87	**En**	Un. Et je recopie ma deuxième parenthèse (elle écrit : 3(4x + 1)(2x + 3)) (C) Et ça (elle montre (C)), ça c'est le mieux du mieux, Ça c'est vraiment, le mieux du mieux Alors, dernières question. Et j'ai pas trois en commun là dedans, dans le deux x plus trois ? Alors, est ce que je peux quand même mettre trois en facteur ? Si, je peux pas mettre trois en facteur dans la deuxième parenthèse. Eh ben, eh ben, eh ben oui Allez, on continue la suite Alors x deux, ensuite (elle écrit $x^2 – 6x + 9 + (x – 3)(2x + 3)$) Allez, là, c'est vraiment, euh, pour vous faire réfléchir. C'est votre mémoire visuelle là. Qu'est ce que vous pensez de cette expression là ?

88	**Fi**	Là, on a la, la, la première
89	**En**	Alors, on reconnaît une identité remarquable. Et, toute l'expression ou juste un morceau ?
90	**Fi**	Juste un morceau
91	**En**	Dans un morceau. Quel morceau ?
92	**Fi**	x deux
93	**En**	[celui qui ne contient pas dee
94	**Fi**	Parenthèses
95	**En**	[Parenthèses. allez on regarde ça. A priori, on peut pas factoriser. Donc, on va s'occuper de ça. Ça, ça nous dit quelque chose
96	**An**	On a euh, on a le droit de prendre une partie de l'expression ? on a le droit de
97	**En**	Eh ben, oui, on a le droit de prendre une partie de l'expression. Toujours transformer quelque chose qu'on a jamais fait, en quelque chose qu'on a déjà fait Alors, ça (elle montre $x^2 – 6x + 9$). Trois termes, c'est ça, si c'est une égalité remarquable, c'est une des deuuuux premières. Parenthèses, carré, à l'extérieur (elle trace : $(\quad)^2$). Elle est mise dans le bon ordre, j'ai un moins au milieu, je mettrais un moins dans la parenthèse (elle trace : $(\quad – \quad)^2$). x carré, c'est le carré de x, neuf c'est le carré de trois (elle écrit $(x – 3)^2$), et au milieu, deux fois x, fois trois, ça fait bien six x Donc, le début, je peux le remplacer par x moins trois, le touuut, au, carré. Est-ce que je peux m'arrêter là ?
98	**Els**	Non
99	**En**	Non, hein, on peut pas dire que toute l'expression, c'est simplement le début. Je recopie la suite (elle écrit $(x – 3)^2 – (x – 3)(x + 1)$) (F) Et maintenant, si vous regardez votre expression, maintenant, dans chacun des deux termes de la somme, j'ai, x moins trois. Donc, maintenant, on a arrangé le début de l'expression, on va pouvoir la factoriser
100	**Ni**	C'est combiné plusieurs méthodes
101	**En**	Ça, c'est combiné plusieurs méthodes. Je m'intéresse à un morceau, puis après je m'intéresse au tout
102	**An**	x plus trois en facteur
103	**En**	Pas x plus trois. x moins trois
104	**An**	Il y a pas x
105	**En**	Et alors, il y a pas x moins trois
106	**An**	Mais là, il y a pas x, x moins trois
107	**En**	Est-ce que tout, tout doit être commun ?
108	**An**	Eh ben oui
109	**En**	Eh ben non. Si tu as cinq a plus sept a, on peut mettre a en commun (elle écrit $5a + 7a$). Tu mets le a en facteur
110	**An**	Oui, mais on peut pas mettre x moins trois en facteur
111	**En**	Mais si, parce que, on l'a ici, et là (elle montre les $(x – 3)$ dans (F)) On a bien, x moins trois, multiplié par quelque chose dans chacun des deux morceaux Attention, attention, on va retourner maintenant sur je mets en facteur une somme algébrique (An n'est pas convaincu) Non
112	**An**	Dites moi, pourquoi la troisième parenthèse, on est pas obligé de l'utiliser ?
113	**En**	La troisième parenthèse ?
114	**An**	Il y en a dans x plus trois
115	**Pi**	Troisième
116	**En**	Mais on va l'utiliser. Je mets x moins trois en facteur. Alors, quand on factorise, si on a rien, on factorise avec des parenthèses. Si on a déjà des parenthèses, on va factoriser en mettant des, cro, chets Donc là, j'ai x moins trois, j'ouvre un crochet (elle écrit $(x – 3)[\quad)$ Qu'est ce que c'est que x moins trois au carré ? C'est x moins trois que multiplie x moins trois. Il y a un, un qui est le facteur commun, donc, dans le crochet, je retrouuuveuh l'autre (elle a écrit : $(x – 3)[(x – 3)$). Et maintenant, je m'intéresse à ce deuxième produit. Le x moins trois qui est le premier facteur, c'est le facteur commun, Donc le x moins trois, il est là (elle montre $(x – 3)$ qui est en facteur), et dans mon crochet, qu'est ce qui va me rester ?
117	**Fi**	x plus un
118	**En**	Il va me rester, x plus un, il va arriver là (elle a écrit $(x – 3)[(x – 3) + (x + 1)]$). Ça c'est ce qu'on a fait vendredi

		J'ai x moins trois que multiplie x moins trois. et là, j'ai x moins trois que multiplie x plus un. La partie commune, c'est x moins trois, le facteur commun. Et maintenant, on simplifie l'expression qui est dans le crochet. Ça nous donne, x moins trois, facteur de, et je compte, x plus x, c'est
119	**Els**	Deux x
120	**En**	Deux x. Moins trois et plus un
121	**Els**	Moins deux
122	**En**	Moins deux (elle a écrit : $(x – 3)(2x – 2)$). Elève de troisième, on est tout à fait satisfait, élève de début de seconde, on a deux x moins deux, on peut encore mettre
123	**Pi**	Deux
124	**En**	Deux en facteur. Alors je m'intéresse à la fin. Deux x moins deux c'est quoi ? C'est deux, facteur de, x moins un
125	**Els**	[de x moins un
126	**En**	Attention, on n'oublie pas notre [inaudible] de la suite, hein. Ça c'est devenu, deux facteur de x moins un (elle montre $(2x – 2)$), et le facteur x moins trois, qu'est ce que j'en fais ?
127	**Els**	On le recopie
128	**En**	Eh ben, on le recopie (elle écrit $2(x – 3)(x – 1)$) Que vous le mettiez au début ou à la fin, ça n'a pas d'importance Allez, il en reste un ou deux
129	**Fi**	Fini
130	**En**	Dis donc, on a fini ?
131	**Pi**	Il reste un
132	**En**	Il reste un (elle cherche dans ses papiers pour 18 sec) Alors on a, neuf x deux, moins seize, moins quatre moins trois x, facteur de, cinq plus deux x (elle écrit en même temps qu'elle dicte : $9x^2 – 16 – (4 – 3x)(5 + 2x)$) Allez. Est-ce queee, écris comme ça, il y a quelque choseeuh
133	**Ch**	[Non
134	**En**	En commun tout de suite ? Non. Eh bien, on regarde quelque chose j'avais fait par quelque chose déjà fait Allez, mémoire visuelle. **Cha**
135	**Cha**	Euh, on prend la troisième euh
136	**En**	Parfait, donc on s'occupe de neuf x carré moins seize. Deux termes, un signe moins, troisième égalité remarquable, il fait quelque chose. Donc ça c'est plus, facteur de moins (elle trace : (+)(–)) Neuf x carré, est ce que c'est le carré, un carré que vous connaissez ?
137	**Els**	Trois x
138	**En**	Trois x, parfait (elle écrit : (3x +)(3x –)). Et seize ?
139	**Els**	Quatre
140	**En**	Quatre (elle écrit : $(3x + 4)(3x – 4)$)
141	**Ax**	M^{me}
142	**En**	Je copie quelque chose, il faut pas que j'oublie ça (elle écrit : $(3x + 4)(3x – 4) – (4 – 3x)(5 + 3x)$) (E1). Je t'écoute
143	**Ax**	Neuf x deux moins seize, n'est pas quatre moins trois x au carré ?
144	**En**	Ah non !! Si tu as
145	**Ax**	[quatre fois quatre est bien égal à seize
146	**En**	(elle écrit $(4 – 3x)^2 =$ - +). Ça se développe par trois termes. On met quatre au carré, ça fait seize. On met trois x au carré, ça fait neuf x carré. Et au milieu, on met le double produit, deux fois quatre fois trois x, ça fait vingt quatre x (elle a rempli les trous en même temps qu'elle travaillait ($(4 – 3x)^2 = 16 – 2 x + 9x^2$)
147	**Ax**	D'accord
148	**En**	D'accord. Donc, déjà, t'as pas moins seize, t'as plus seize. Et puis après, t'as ce double produit, hein (elle montre 24x) Bon, donc, et voilà ce à quoi on arrive (elle montre (E1)). Est-ce qu'on a avancé ?
149	**Els**	Non
150	**Els**	Oui
151	**En**	Eh, ben, oui. Est-ce qu'on est arrivé à ce qu'on voulait ? Alors, les deux quantités qui se ressemblent le plus, c'est trois x moins quatre et quatre moins trois x (elle souligne en jaune $(3x – 4)$ et $(4 – 3x)$), elle se ressemble. Mais est ce qu'elles sont rigoureusement identiques ?

152	**Els**	Non
153	**En**	Et non, elles sont, opposées
154	**Els**	[opposées
155	**En**	Pour mettre en facteur, est-ce je dois avoir, rigoureusement, exactement, la même chose, où peu importe la même chose ?
156	**Els**	Non, la même chose
157	**En**	Donc, pas à peu près, il faut que j'ai, exactement, exactement la même, chose
158	**An**	On va les mettre au carré
159	**En**	Alors, eh ben non, tu peux pas les mettre au carré, tu peux pas modifier. Je peux écrire autrement, mais je peux pas modifier mon expression. C'est une énorme apus, énorme, énorme apus. Il faut travailler avec le
160	**Fi**	Moins
161	**En**	Moins. Alors, je vais transformer, **Im**, si t'écoutes pas dans les trente secondes, tu loupes quelque chose Le moins qui est ici (elle montre le signe (-) entre les deux termes de (E1)), je vais le transformer en plus. Mais est ce que je peux transformer un moins en plus comme ça, puis allez, hop, c'est bon (sous le signe moins de (E1), elle trace un signe (+))
162	**Els**	Non
163	**En**	Non, hein
164	**Ju**	[il faut changer
165	**En**	Alors, je multiplie, attention, attention. Est-ce que je peux je vais faire rentrer le moins dans chacune des parenthèses, ou est ce que je vais faire rentrer le moins dans une des deux parenthèses
166	**Ax**	Dans chacune
167	**En**	Simplement, dans, une. Parce que, si tu as moins, cinq fois trois (elle écrit -5× 3), ça fait combien ça ? Ça fait moins quinze (elle écrit -15). Si je fais entrer le moins, je transforme le moins en plus, et si ici je transforme le cinq en moins cinq, et je transforme le trois en moins trois (elle écrit - (-5)(-3)). Moins cinq que multiplie moins trois ? Ça fait quinze, donc là j'écris plus quinze (elle écrit = 15 à la suite de - (-5)(-3)). Regarde, on n'a pas écrit la même chose Si j'écris, je transforme le moins en plus, et je fais rentrer dans le premier (elle écrit - (-5) × 3), est ce que ça sort moins quinze ?
168	**Els**	Oui
169	**En**	Oui (elle écrit = -15). Donc, le moins, on le fait rentrer, donc c'est pas pour rien qu'on dit ça, on le fait rentrer dans la parenthèse qui nous intéresse. Donc, je vais modifier cette parenthèse là, et ça donne, parce que c'est celle là, que je veux voir, un tout petit peu, un tout petit peu transformée (elle montre (4 – 3x)). Alors moins que multiplie quatre, ça fait, moins quatre, et le moins trois, va se transformer en plus trois x, et je ne touche pas à l'autre, et je ne touche pas non plus à ce qui est hors de ça (elle écrit : (3x + 4)(3x – 4) + (-4x + 3x)(5 + 2x)), là c'est du grand art, là, il est vraiment très, très, très difficile
170	**An**	On aura de ça au brevet ?
171	**En**	Non, enfin, au brevet
172	**An**	Non !!
173	**En**	Eh, ben, non, ça vraiment très difficile
174	**An**	Et pourquoi on le fait ?
175	**En**	Mais, t'arrête pas ta carrière au brevet ?
176	**An**	Si
177	**En**	Bon, tu ne veux pas être là encore l'année prochaine ?
178	**An**	Non
179	**En**	Non (elle rit ainsi que les élèves) Alors, on revient à ce qui nous regarde, est ce que ça et ça (elle montre (3x – 4) et (-4 + 3x) et les souligne en jaune), est ce que c'est devenue rigoureusement la même chose ?
180	**Els**	Non, non
181	**En**	Eh ben, oui [brouhaha] Alors, chuch, que j'écrive, trois x ou plus trois x, est ce que j'écris la même chose ?
182	**Els**	Oui
183	**En**	Oui (elle écrit 3x). Que je mette le moins quatre à la fin [brouhaha] Est-ce que, est ce que ça (elle montre (-4 + 3x)), je peux l'écrire trois x moins quatre ? (elle

		écrit (3x – 4))
184	**Els**	Oui
185	**En**	Bon. [inaudible] que tu écris dix plus cinq, ou cinq plus dix, tu écris pareil comme résultat. T'as pas mis
186	**Pi**	[Comment tu mets un plus, quand il y a moins ?
187	**En**	Alors, le but, le but, c'est d'avoir deux sommes algébriques rigoureusement identiques. Vous obtiendrez toujours, quand il y a moins, vous obtiendrez toujours, des sommes algébriques qui sont op, po, sées. Et bien, pour transformer l'opposé de quelque chose en ce quelque chose, on n'oublie pas moins un. Donc, on change un signe, si j'avais moins, je mets plus, et j'avais plus, j'aurai mis moins. Mais là vous serez complètement dégoûtés. Donc, là, on laisse quand même quelque chose du niveau de la cuisine d'un élève de troisième. Et donc là, maintenant, ces deux quantités là (elle montre (3x – 4) et (-4 + 3x)), elles sont rigoureusement les mêmes. Et ce qu'on va mettre en facteur, c'est cette expression là (elle montre (3x – 4)). Alors que vous l'écriviez sous la forme trois x moins quatre, ou sous la forme moins quatre plus trois x, c'est pareil, c'est pareil
188	**Pi**	C'est combiné combien
189	**En**	Alors, c'est en combiné, une deux, trois (elle montre les trois étapes). Alors [brouhaha]. C'est fini, il n'y a pas de plus difficile que ça, quand même, quoique, quoique
190	**Pi**	Vous préférer
191	**En**	Non, allez, ici, ici, ça fait trois x moins quatre, facteur de, trois x plus quatre, plus, et là on a, cinq plus deux x (elle écrit (3x – 4)[(3x + 4) + (5+ 2x)])
192	**An**	[Trois x plus quatre, plus cinq plus deux x
193	**En**	Et puis maintenant on va compter, simplifier, dans le crochet. J'insiste que là, on a changé, on a transformé le moins en plus (elle parle du plus entre les deux binômes du crochet)
194	**An**	Pourquoi on a transformé le moins au milieu ?
195	**En**	Si tu n'a pas transformé, t'as pas la même chose
196	**An**	[Mais, mais
197	**En**	Donc, tu ne peux pas factoriser
198	**An**	Si, si ça a marché, j'aurai le moins
199	**En**	Si c'était, si ça (elle montre (3x + 4) et ça (elle montre (4 – 3x)), était pareil, t'aurais mis moins Donc, on y va. Allez, ça fait, trois x moins quatre, et simplifie maintenant, trois x plus deux x, ça fait cinq x, et puis plus quatre plus cinq, ça fait, plus neuf (elle a écrit en même temps qu'elle dictait : (3x – 4)(5x + 9)). Là, c'est fini, là, c'est fini (on entend des rires) Allez, le livre maintenant [brouhaha] (6 sec plus tard) Allez, le livre [brouhaha] Chuchch, allez (elle cherche dans son livre), qu'est ce que j'ai prévu. Alors, pour demain, j'ai prévu le vingt et le vingt trois
200	**Fi**	On l'a fait
201	**En**	Page quarante deux, numéro cinquante deux, jusqu'au cinquante quatre (elle écrit p 42 n° 52 ---54)
202	**Els**	Tout ça pour demain
203	**En**	Mais non, mais non, ça c'est pour après (elle continue à donner des exercices p 44 n° 69) (la classe est trop bruyante) chuchchch
204	**An**	J'ai pas compris qu'est ce qu'on doit faire ?
205	**En**	Quand t'as fait, dix sept, dix huit, vingt, vingt et un, vingt deux, tu te lances dans ceux là (elle montre 52 ---54 et 69)
206	**An**	On n'a pas le temps de les faire
207	**En**	Si tu n'as pas le temps de les faire, tu n'as pas le temps de les faire. Allez, vous faites le dix sept devant vous (elle passe dans les rangs pour contrôler le travail des élèves, 5 minutes plus tard **La cloche a sonné**) Cherchez vos calculatrices avec vous demain

Sixième séance d'enseignement
Enseignant : EnF1

1	**En**	On va appeler ça, comme un calcul mental, c'est sur le cahier d'exercices, hein, On va appeler ça calcul mental, même si, c'est pas tout à fait, tout à fait, purement du calcul mental. Alors comment calculer
2	**An**	C'est quel page ?
3	**En**	Page trente et un, activité numéro cinq. Alors, comment calculer, rapidement, trente et un au carré ? (elle écrit 31^2)
4	**Ch**	Trente et un, fois trente et un
5	**En**	Alors, c'est trente et un, fois trente et un. C'est aussi trente plus un
6	**Ni**	Au carré
7	**En**	Au carré (elle écrit $(30 + 1)^2$). Allez, on utilise, les, égalités, remarquables. On met d'abord
8	**Fi**	Trente au carré
9	**En**	Trente au carré. Ça fait, trois fois trois neuf, dix fois dix, cent.
10	**Ni**	[fois dix cent
11	**En**	(elle écrit = 900) Ensuite ?
12	**Els**	Trois fois trente fois un
13	**Pi**	[soixante, soixante
14	**En**	[alors, deux fois trente fois un, soixante (elle écrit + 60 à la suite de 900) Et puis ?
15	**Pi**	Hein !!
16	**Els**	Arrête !!
17	**En**	Comme un joud.
18	**Ju**	Un
19	**En**	Un (elle écrit + 1 à la suite de 900 + 60), et ça fait,
20	**Ch**	Neuf cent soixante et un (elle écrit = 961). D'accord pour trente et un au carré Allez, vingt neuf au carré ? (elle écrit 29^2)
21	**An**	C'est pareil
22	**En**	Ça ne marche pas toujours
23	**Pi**	Six cent quarante
24	**En**	Alors un astuce, vingt neuf, c'est trente moins un (elle écrit = $(30 – 1)^2$)
25	**Ch**	M[elle], dans le DM, c'est pas ça qu'on avait à faire ?
26	**En**	Si, mais dans le livre ils ont fait une erreur d'énoncé. Alors, évidement l'exercice, il y avait plus, euh, il avait plus de continuité cet exercice, celui du livre. Au lieu d'écrire, je ne sais plus quoi, moins mille neuf cent quatre vingt dix neuf, ils ont écrit moins mille neuf cent quatre vingt onze
27	**An**	[quatre vingt onze
28	**En**	Alors, l'exercice il n'est plus faisable
29	**Els**	Ah, oui
30	**En**	Alors, ceux qui ont fait mille neuf cent quatre vingt dix neuf, ont pu utiliser les égalités remarquables. On va le faire dans d'autres exercices. Les autres, il suffisait de tapoter sur la machine, et puis bon. Avec l'erreur d'exercice, euh, enfin, l'erreur d'énoncé, euh, c'est un exercice qui n'a plus aucun intérêt. Et j'ai oublié de vous donner l'énoncé correct Alors celui là, ben, c'est le même principe, hein. On met trente au carré, ça fait neuf cent, on ajoute un, ça fait neuf cent un, seulement on doit pas ajouter soixante, mais on doit les, enlever (elle écrit = 900 + 1 – 60). Alors, neuf cent moins soixante ?
31	**Els**	Huit cent quarante
32	**En**	Huit cent quarante, et donc, ça fait huit cent quarante et un
33	**An**	D'où vient le soixante
34	**En**	Double produit. Deux fois trente fois un Bon, et puis, il nous reste le dernier, bien sûr, celui où on calcule le produit de trente et un, par, neuf. Alors, trente et un, que multiplie vingt neuf, c'est ?
35	**Ax**	Trente moins un, que multiplie trente plus un
36	**En**	Parfait. C'est, trente moins, euh, je vais mettre trente plus un d'abord, puisque j'ai commencé trente et un (elle écrit (30 + 1)(30 – 1)). Et ça, c'est la dernière des trois égalités remarquables. On met le trente au carré, ça fait neuf cent
37	**El**	Plus
38	**En**	Attention pas plus
39	**Fi**	Moins
40	**En**	Moins un (elle écrit = 900 – 1). Et neuf cent moins un, ça fait ? (pas de réponse) Ça fait ?

		(par un ton plus fort)
41	**Els**	Huit cent quatre vingt dix neuf
42	**En**	Huit cent quatre vingt dix neuf (elle écrit = 899) Et voilà, comment vous remplacer avantageusement votre calculatrice Ça va pour celui là ? Alors, euh, on va passer à la page trente deux
43	**Els**	M^{me}
44	**En**	Oui, un à la fois
45	**Na**	Ça marche queuh, quand c'est un, si non ça ne marche pas ?
46	**En**	Alors pour le dernier, il faut que t'ajoutes et que tu soustrais le même nombre. Si tu veux faire trente plus deux, facteur de trente moins un, ça ne va pas, hein. si tu as trente deux que multiplie vingt neuf, on ne peut pas utiliser ça, d'accord. Mais, euh, si on trente deux que multiplie vingt huit, ça va aussi. Au lieu d'enlever un, vous enlever quatre
47	**Na**	Et comment euh, on sait
48	**En**	Eh, ben, il faut faire avec euh, avec euh, il faut que tu tournes autour de la même dizaine. Tu démarres de la même dizaine ou du même nombre, et tu ajoutes ou tu soustrais la même quantité
49	**Ni**	C'est le moins qui l'emporte
50	**En**	C'est l'égalité remarquable. On va pas dire que c'est le moins qui l'emporte, on va dire, que les doubles produits sont opposés. Il y en a un avec un signe plus, et un avec un signe moins. Mais, j'aime pas trop dire que c'est le moins qui l'emporte Euh, il y a pas encore une question (pas de réponse) Bon. Allez, on passe à la page trente deux, activité sept, et ce qui m'intéresse, c'est la première question, et en faite, ce que je vous affirme, c'est que la, leuh, ce que j'aime beaucoup, c'est la petite pensée (« Un calcul ne s'exécute pas, il se médite » *A*, *Revuz*), qui est à côté, parce que, je suis tout à fait d'accord avec la personne qui a écrit ça
51	**Ch**	Médite, c'est quoi
52	**En**	Méditer, ça veut dire, on y pense, on le réfléchit, on le regarde Bon, euh, ce que je vous dis moi, c'est que, si vous avez bien compris le chapitre, et si vous avez l'habitude d'exercer votre mémoire visuelle. Eh, bien, le genre du calcul, du premièrement là, se fait beaucoup plus vite, de tête qu'à la machine. Beaucoup plus vite de tête qu'à la machine Alors, essayer de faire, c'est pas très compliqué, essayer de faire
53	**An**	Vous pouvez pas faire le premier, et puis nous on fait le reste
54	**En**	Moi, je vais quand même faire des choses, moi. Vous, vous pouvez vous contentez d'écrire les réponses
55	**An**	On peut pas le faire, on n'a pas fait pareil avant (des petits rires se font entendre)
56	**En**	Oui, mais, de temps en temps, une méditation doit être d'une personne, hein. Allez faites le moi quand même (elle écrit au tableau A = 5,24 ´ 17 – 5,24 ´ 7) Alors, mémoire visuelle, qu'est ce qu'on voit ?
57	**Ax**	Cinq plus vingt quatre
58	**En**	[On a cinq plus vingt quatre, chuchchc, Ka (elle parlait). On a cinq plus vingt quatre, en, facteuuur, commun. Donc on va mettre en facteur le cinq plus vingt quatre (elle écrit = 5,24 ( ) Qu'est ce que j'ai dans la parenthèse ?
59	**Ni**	Dix sept moins sept
60	**En**	Dix sept moins sept (elle a écrit = 5,24(17 – 7)). Ça fait dix
61	**Fi**	Cinquante deux virgule quatre
62	**En**	Et combien ça fait, cinq virgule vingt quatre que multiplie dix ?
63	**Ni**	Cinquante deux virgule quatre
64	**En**	Cinquante deux virgule quatre (elle écrit = 52,4)
65	**An**	Et ça, ça se fait comme ça ?
66	**En**	Oui, vous trouvez, mais, bon, on a fait tout le chapitre Alors, **Mai**
67	**Mai**	Si on nous demande, euh, si c'est : factoriser, on marque cinquante deux virgule quatre
68	**En**	Si on te demande de factoriser, tu peux aller jusqu'à, cinq virgule vingt quatre que multiplie (elle montre 5,24(17 – 7)). Tu peux faire ce calcul là, hein. Mais, comme vous avez un calcul qui ne contient que des nombres, on vous demandera deuh, l'effectuer Allez le B. Le plus vite possible (elle écrit **B = -** 0,3 ´ 7,2 + 7,2 ´ 1,3)

		Alors
69	**Ha**	Sept virgule deux, parenthèse
70	**En**	Un virgule deux ?
71	**Ha**	Non, j'ai dit sept
72	**En**	Ah ! Sept virgule deux, oui. Alors facteur de quoi ?
73	**Ha**	Moins zéro virgule trois
74	**En**	Moins zéro virgule trois
75	**An**	[Il y a encore moins
76	**Ha**	Plus un virgule trois
77	**En**	Plus un virgule trois, chuchchch, s'il vous plait Alors, un virgule trois
78	**Ha**	Un virgule six
79	**En**	Attention, moins zéro virgule trois
80	**Ha**	Ah, oui !! Un
81	**En**	Un. Et sept virgule deux que multiplie un ?
82	**Ha**	C'est sept virgule deux
83	**En**	C'est sept virgule deux (elle écrit = 7,2) Allez le C (elle écrit C = 0,5 ′ $\frac{16}{13}$ + 0,5 ′ $\frac{10}{13}$)
84	**Ax**	Zéro virgule cinq en facteur
85	**En**	Alors, zéro virgule cinq en facteur, chuchch, alors, s'il vous plait (elle écrit = 0,5( )
86	**Ax**	Seize treizième
87	**En**	Seize treizième, plus
88	**Fi**	Dix treizième
89	**En**	Dix treizième (elle a écrit = 0,5($\frac{16}{13}$ + $\frac{10}{13}$) Alors, seize treizième et dix treizième
90	**Els**	Vingt six treizième
91	**Pi**	Un, un
92	**En**	Vingt six treizième, vingt six treizième ça fait deux. Et quand on multiplie zéro virgule cinq par deux, ça fait un (elle écrit = 1) Et il devrait nous en rester un Le D (elle écrit D = 0,28 ′ $\frac{43}{9}$ + $\frac{47}{9}$ ′ 0,28 Alors qu'est ce qu'on met en facteur ?
93	**An**	Quatre vingt dix neuvième, ça fait euh
94	**En**	Zéro virgule vingt huit, alors, facteur de, quarante trois neuvième, plus quarante sept neuvième (elle écrit = 0,28($\frac{43}{9}$ + $\frac{47}{9}$)) On calcule quarante trois et quarante sept.
95	**Els**	Quatre vingt dix
96	**En**	Ça fait quatre vingt dix, quatre vingt dix neuvième
97	**Els**	Dix
98	**En**	dix. Et zéro virgule vingt huit que multiplie dix ?
99	**Els**	Deux virgule huit
100	**En**	Deux virgule huit. Attention, multiplié par dix, c'est bougé la virgule d'un rang, hein, vers la droite Allez, on passe à la page quarante et un. Chuchch Alors, page quarante et un, vous prenez, **Al**, on se calme. Vous prenez les exercices, chuchch, trente sept, trente huit, trente neuf et de chacun, **An** et **Ma** (il bavardait). De chacun de ces exercices là vous ne faites que la première ligne. Trente sept, trente huit et trente neuf, la première ligne de chaque.
101	**Ax**	C'est calcul de tête ?
102	**En**	Mais oui, mais ça t'empêche pas d'écrire une réponse.
103	**An**	Trente six, trente sept
104	**En**	Non, tente sept, trente huit, trente neuf, la première ligne de chaque (les élèves travaillent devant eux, pendant ce temps, elle partage le tableau en colonnes pour écrire la première ligne de chaque exercice :

		N° 37) 21^2 = ? 19^2 = ? 19 × 21 = ? **N° 38)** 102^2 = ? 502^2 = ? 998 × 1002 = ? **N° 39)** 105 × 95 = ? 305 × 295 = ? (elle se déplace dans les rangs, 1 min 26sec plus tard, en regardant le cahier d'**An**) [inaudible], dans chaque ligne, dans chaque ligne il fait les racines carrées C'est pas ça qu'il faut raconter, hein (10 sec) Allez, Oh !! (la classe est trop bruyante)
105	**An**	(49 sec plus tard) M[elle], comment peut-on savoir que c'est quatre-vingt dix ?
106	**En**	Il tourne autour de quel nombre entier ? Tu as neuf deux neuf quatre-vingt dix huit
107	**An**	Non, je suis à, je suis à quatre-vingt neuf au carré
108	**En**	T'es où ? Tu fais que les calculs qui sont au tableau. (10 sec plus tard) Allez, qui va passer au tableau ? **Ma**, allez, hop, le premier Alors, vingt et un au carré (**Ma** écrit en silence = $(20 + 1)^2$) Oui, c'est parfait (**Ma** continue son travail = 400 + 40 + 1) Ça vous fait donnnc, quatre cent quarante et un (**Ma** écrit = 441) Allez, **Al** passe faire le deuxième. Alors, dix neuf au carré (**Al** écrit = $(20 – 1)^2$) Parfait
109	**Al**	C'est quatre cent, moins quarante plus un (elle écrit = 400 – 40 + 1)
110	**En**	Oui, et ça fait, trois cent soixante et un, c'est parfait (**Al** écrit = 361) Allez, **Ax** pour faire le dernier
111	**Ax**	Celui-là (il montre 102^2)
112	**En**	Ah, non !! Dix neuf que multiplie vingt et un. Alors, c'est quoi ça ?
113	**Ax**	C'est dix neuf fois vingt et un (il regarde **En**)
114	**En**	Oui, mais alors ?
115	**Ni**	Vingt moins un
116	**En**	C'est vingt moins un que multiplie vingt plus un (**Ax** écrit = (20 – 1)(10 + 1)). Alors, on met le vingt ?
117	**Ni**	Au carré
118	**En**	Au carré, ça nous fait ?
119	**Ax**	Quatre cent
120	**En**	Moins, on met le un au carré (**Ax** écrit = 400 – 1). Et quatre cent moins un
121	**Ax**	Trois cent quatre-vingt dix neuf (il écrit = 399)
122	**En**	Trois cent quatre-vingt dix neuf Allez, deuxième série. Euh, **Eli**, le cent deux. Chuchch, ça suffit aujourd'hui, hein (**Eli** écrit = $(100 + 2)^2$) Eh, oui (**Eli** continue =10000 + 400 + 4), oui, et c'est mille quatre cent quatre (**Eli** écrit = 1404) **Na** allez, le second, cinq cent deux (**Na** écrit = $(500 + 2)^2$) Cinq cent plus deux au carré, parfait (**Na** continue = 250000 + 2000 + 4) Oui. (**Na** continue = 25204). Euh, je suis pas tout à fait d'accord, regarde, trois zéro (elle montre 2000) (**Na** corrige 25204 en 252004). Voilà Oui Bon, maintenant, question de sixième, je voudrais bien que vous me lisiez ce nombre là (elle montre 252004)
123	**Ni**	Vingt cinq mille deux mille quatre
124	**An**	Deux cent cinquante deux mille quatre
125	**En**	Deux cent cinquante deux mille quatre. Eh, le programme de sixième, pour lire les nombres (des rires de partout) **Fi, Fi**, tu nous fait le dernier de la colonne (**Fi** écrit = 1000 – 2)(1000 + 2) = $(1000^2 – 4)$). Parfait. Mille au carré, moins, quatre
126	**An**	Pourquoi mille au carré moins quatre ?
127	**En**	C'est parce que a moins b, facteur de a plus b
128	**An**	[Ah, oui
129	**En**	C'est a carré (**Fi** continue =1000000 – 4). Ça fait un million, moins, quatre, bon, et un million moins quatre, ça fait

130	**Al**	Neuf, neuf, neuf, neuf, neuf, six (**Fi** écrit = 999996)
131	**En**	Euheuheuh, bon et ce nombre là, comment on le lit ?
132	**Pi**	Neuf cent quatre-vingt-dix neuf mille neuf cent quatre-vingt-seize
133	**An**	(avec un ton très fort) [Neuf cent quatre-vingt-dix neuf mille neuf cent quatre-vingt-seize
134	**En**	C'est parfait. **Al**, il nous reste cent cinq que multiplie quatre vingt quinze (**Al** écrit = (100 + 5)(100 – 5)) Mille fois mille, alors
135	**Ma**	J'ai pas compris mille fois mille
136	**En**	Mille fois mille, alors, mille, c'est un, suivi de trois zéros
137	**Ma**	Oui
138	**En**	Tu remultiplie par mille, donc tu rajoutes encore trois zéro
139	**Ma**	Et pourquoi il y a quatre ?
140	**En**	Parce que neuf cent quatre vingt dix huit, c'est, mille moins deux, est ce que ça c'est d'accord ? Mille deux, c'est mille plus deux (elle écrit (1000 – 2)(1000+ 2)). Et on retrouve la troisième identité remarquable, a moins b, facteur de, a plus b. On met donc le premier au carré, moins, le deuxième au carré, Chuchch (elle écrit (1000^2 – 4)) (pendant ce temps, **Al** travaillait en silence, elle a écrit : = (100 + 5)(100 – 5) = $100^2 - 5^2$ = 10000 – 25 = 9975) Alors cent plus cinq, facteur de, cent moins cinq, c'est parfait. On met cent au carré ce qui nous fait mille, moins cinq au carré, ce qui nous fait, vingt cinq. Et dix mille, moins vingt cinq, ça fait, neuf mille neuf cent soixante-quinze. Je me sens seule Allez, **Ha**, le trois cent cinq que multiplie quatre-vingt quinze. Allez, faites ceci en dessous (il n'y avait plus de place dans la colonne), écris trois cent cinq que multiplie deux cent quatre-vingt quinze (**Ha** écrit 305 × 295 = et regarde **En**). Alors, trois cent cinq, c'est trois cent plus cinq, facteur de ?
141	**Ha**	Trois cent moins cinq (il écrit (300 + 5)(300 – 5))
142	**En**	Parfait, égal. On met le trois cent ?
143	**Ni**	Au carré
144	**En**	Au carré
145	**Ha**	Quatre vingt dix mille
146	**En**	Oui, allez, quatre vingt dix mille. Et le cinq, on va le mettre au carré, ça fait
147	**Ha**	Vingt cinq (il a écrit = (90000 – 25))
148	**En**	Allez, quatre vingt dix mille, moins vingt cinq. Ça fait, quatre-vingt neuf mille, quatre-vingt neuf mille (**Ha** écrit = 99). Non, huit, huit pour commencer, quatre-vingt neuf, neuf cent soixante quinze
149	**Ha**	[soixante quinze ((il écrit = 89975)
150	**En**	Quatre-vingt neuf, neuf cent soixante quinze, merci Allez, on passe, chuchch, on passe à l'exercice numéro quarante, le premier, quarante le premier, quarante le premier (20 sec plus tard) Alors, pourquoi est ce que cent cinq au carré est plus grand que dix mille vingt cinq ? (elle écrit 105^2 > 10 025) Qu'est ce que c'est cent cinq au carré ?
151	**Ni**	Cent plus cinq
152	**En**	[Cent plus cinq
153	**An**	Au carré
154	**En**	Au carré. Alors, ça fait
155	**Ni**	Dix mille
156	**En**	Cent au carré, donc, dix mille, plus
157	**Els**	Mille
158	**En**	Alors, deux fois cinq cent, oh, pardon, oui, deux fois cent fois cinq, donc
159	**Ni**	Mille
160	**En**	Mille. Et plus
161	**Els**	Vingt cinq
162	**En**	Cinq au carré, vingt cinq (elle a écrit = 10000 + 1000 + 25). Où est ce qu'il est mon dix mille vingt cinq ?
163	**Ni**	Ben c'est euh

164	**Pi**	Ben c'est euh
165	**En**	Ben c'est ça (elle montre 10000) plus ça (elle montre 25)
166	**Els**	Onze mille vingt cinq
167	**En**	Donc, c'est bien cent au carré, cent cinq au carré, c'est dix mille vingt cinq, plus, mille. Cent cinq au carré, c'est plus grand que dix mille vingt cinq, et celui qui aurait écrit égal dix mille vingt cinq, qu'est ce qu'il a oublié dans son calcul ?
168	**Ni**	Le, euh
169	**En**	Le, double, produit. Celui d'à côté, c'est rigoureusement la même chose (elle parle de b)) Alors, le numéro quarante et un, vous allez me le faire, attention pour mardi
170	**Fi**	On n'a que ça ?
171	**En**	Pour mardi
172	**An**	J'ai pas compris ça (il parle de $(100 + 5)^2$)
173	**En**	On développe, le carré pour le premier (elle montre 10000), le carré pour le deuxième (elle montre 25), le double produit, deux fois cinq dix fois cent, mille. Donc, c'est dix mille vingt cinq plus mille, c'est donc, plus grand que, dix mille vingt cinq. Alors, chutt (la classe est trop bruyante). Pour mardi, pour mardi, on fait le quarante et un, à la page
174	**Al**	Quarante et un
175	**En**	C'est quelle page
176	**Els**	Quarante et un
177	**En**	Quarante et un, pour mardi
178	**An**	Pour mardi ?
179	**En**	Pour mardi. Ben oui, parce que vendredi, il y a sport aussi (pendant l'heure de math, certains élèves participent à une compétition) **La cloche a sonné** Allez. J'ai ça, les photocopies du DM

Septième séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF1

Min 33 sec 10 Résolution de l'équation (x – 3)(4x + 7) = (x – 3)(2x – 3)

1	**En**	x moins trois, facteur de, quatre x plus sept, égal, x moins trois, facteur de, deux x moins trois (elle écrit (x – 3)(4x + 7) = (x – 3)(2x – 3)) Alors, pour paraître égal zéro, qu'est ce qu'il faut faire ?
2	**El**	Mettre un moins
	En	Alors, mettre un moins ici, et puis égal zéro (elle efface le signe (=) entre les deux termes de l'équation, trace un signe (-) entre eux et puis trace le signe (=) et écrit à la fin 0, et on a (x – 3)(4x + 7) – (x – 3)(2x – 3) = 0 (1)) Est-ce que vous êtes d'accord ?
3	**An**	On a le droit de faire ça ?
4	**En**	Ben oui, ça vous avez le droit de le faire
5	**An**	Euh
6	**En**	Mais c'est pas compliqué ça. Alors, et maintenant
7	**El**	C'est faux
8	**En**	Non, c'est pas faux. Si x est égal à trois, x moins trois est égal à zéro. Pour faire apparaître un zéro, il faut se débarrasser de tout ce qui dans ce membre là (elle montre le second membre de l'équation). Pour se débarrasser de ce qui est dans ce membre là, on ajoute son op, po, sé. Donc, absolument pas faux, c'est tout à fait correct. Bon, on a rempli une deux conditions, on a rempli une deux conditions, on fait passer l'un des deux membres de l'autre côté, et c'est la règle, on a l'impression que celui qui change de côté, change de signe, vous savez ça
9	**An**	Ouieh
10	**En**	Donc, on a maintenant une moitié des conditions remplit, on met également est égal à, zéro. L'autre moitié des conditions c'est quoi ?
11	**Ju**	euh
12	**En**	Il faut avoir une équationoon
13	**Els**	Produit
14	**En**	Produit. C-à-d qu'il faut transformer cette somme algébrique (elle montre (1)) en un, produit. Comment on fait pour transformer une somme en un produit ?

15	**Els**	On factorise
16	**En**	On factorise, on factorise. On a déjà vu dans le chapitre précédent, comment factoriser ça
17	**Els**	x moins trois facteur commun
18	**En**	Alors, on va mettre x moins trois en
19	**Pi**	Facteur
20	**En**	Facteur (elle écrit (x – 3)[…) Qu'est ce qui nous reste ? [brouhaha] Quatre x plus sept
21	**Pi**	Moins
22	**En**	Moins, deux x moins trois.
23	**Els**	[deux x moins trois
24	**En**	Egal zéro (elle a écrit en même temps qu'elle parlait (x – 3)[(4x + 7) – (2x – 3)). On simplifie l'intérieur du crochet (elle écrit (x – 3)( ), alors là on commence à avoir l'habitude, quatre x moins deux x, sept moins, moins trois, c-à-d , sept plus trois(elle a écrit (x – 3)(2x + 10) = 0) Est qu'on est revenu à quelque chose que vous maîtrisez parfaitement ?
25	**Els**	Oui
26	**En**	Là, les deux éventualités, c'est ou bien, le premier facteur qui vaut zéro, (elle écrit x – 3 = 0), ou bien le deuxième facteur (elle écrit ou 2x + 10 = 0) Le deux x plus dix égal à zéro, on retrouve la solution de la question précédente, celle de x égal moins cinq (elle écrit x = -5 en dessous de 2x + 10 = 0), on retrouve bien le petit b de l'activité. Et x moins trois égal zéro, ça donne (un groupe de filles parlent entre elles et rient à haute voix) Si vous continuer comme ça, je vous donne du travail en plus, et vous sortez dehors jusqu'à la fin de l'exercice, hein. Alors, x moins trois égal zéro, ça donne quoi comme solution de l'équation ?
26	**El**	trois
27	**En**	Ça donne x égal trois (elle écrit x = 3 sous x – 3 = 0). On a bien deux solutions de l'équation, le moins cinq qu'on a retrouvé dès la partie b, et aussi le trois. Les solutions de l'équation sont trois et moins cinq (elle écrit les solutions de l'équation sont 3 et -5), trois et moins cinq, ça va ?
28	**Els**	Oui

Huitième séance d'enseignement
Enseignant : EnF1

1	**En**	La dernière ligne. x plus un au carré moins quatre égal zéro (elle écrit $(x + 1)^2 – 4 = 0$) Bon, alors, est ce que j'ai une équation de degré deux ?
2	**Els**	Oui
3	**En**	Oui. Est ce que j'ai un égal zéro ?
4	**Els**	Oui
5	**En**	Oui, donc ça commence bien. Est ce qu'elle est factorisée ?
6	**Els**	Non
7	**En**	Non, là, j'ai un signe moins (elle montre le signe (-) de l'expression). Mais, est ce que vous êtes capables de factoriser ce genre de choses ? Oui, donc on va factoriser, on va factoriser. Alors, si vous regardez, si vous regardez, j'ai quelque chose au carré, moins. Est-ce que je peux mettre là dedans un nombre en facteur ?
8	**Ha**	Oui
9	**En**	Ben non, est ce que là dedans j'ai la même petite somme algébrique partout ?
10	**Els**	Non.
11	**En**	Et ben, il ne me reste qu'une chose à tenter, les ?
12	**Els**	Identités remarquables
13	**En**	[identités remarquables. Alors, j'ai quelque chose qui commence par un carré et un moins, ça ressemble à quoi ça ?
14	**An**	La troisième
15	**En**	La troisième. a au carré, moins
16	**An**	b au carré
17	**En**	[b au carré. Est-ce que quatre est le carré de quelque chose que vous connaissez ?
18	**Els**	Deux
19	**En**	C'est le carré de deux. Donc si je remplace quatre par deux au carré (elle écrit $(x – 1)^2 – 2^2$),

		je, euh, j'ai bon. Et là, je retrouve bien le a carré, moins, b carré. Ça se factorise comment le a carré, moins, b carré ? (elle fait signe à Eli pour répondre)
20	**Eli**	Ben, c'est
21	**En**	C'est a (elle regarde **Eli** pour continuer, mais celle ne réagit pas) plus b, facteur de, a moins b
22	**Els**	[a moins, plus b, facteur de, a moins b
23	**En**	Et si vous avez avoir voulu mettre a moins b facteur de a plus b ?
24	**An**	C'est bon
25	**En**	C'est bon aussi. Alors, quand j'ai déjà des parenthèses, je factorise avec des crochets (elle trace : [ ][ ] = 0). N'oubliez pas ici de mettre égal zéro, hein, parce que c'est un exercice de factorisation, c'est quand même après, une résolution, euh, d'équation. Alors, c'est a moins b, facteur de a plus b (elle trace les signes : [–][+] = 0). Alors, le b, je vais commencer par le plus simple, b au carré, c'est deux au carré, b c'est
26	**El**	Deux
27	**En**	Deux (elle écrit 2 dans les crochets : [– 2][+ 2] = 0). Et puis le a ?
28	**An**	x
29	**En**	C'est x, non,
30	**Ma**	Plus un
31	**En**	x plus un, ça c'est a, au carré (elle écrit a^2 en dessus de $(x + 1)^2$), moins b au carré (elle écrit b^2 en dessus de 2^2). a au carré, donc le a c'est
32	**Els**	x plus un
33	**En**	x plus un (elle écrit (x + 1) dans le premier crochet). Et si c'est x plus un dans le premier crochet, dans le deuxième crochet, est ce que je change quelque chose ?
34	**Els**	Non
35	**En**	Non, surtout, surtout vous ne changer pas votre somme algébrique (elle écrit [(x + 1) – 2][(x + 1) + 2] = 0). Bon, est ces petites parenthèses ici, qui encadre x plus un, (elle montre les parenthèses de(x + 1)), est ce qu'elles ont d'importance ?
36	**Els**	Non
37	**En**	Non. donc, on va simplifier, crochet par crochet. Ça fait x, plus un et moins deux ?
38	**Ha**	Moins un
39	**En**	Moins un. L'autre facteur, c'est toujours x
40	**Els**	Plus trois
41	**En**	Plus trois égal zéro (elle écrit [x – 1][x + 3] = 0) Est-ce qu'on retrouve une jolie équation produit **Ha** ?
42	**Ha**	oui
43	**En**	Eh, ben oui, le premier facteur du produit, c'est x moins un, donc la première éventualité, c'est x moins un égal zéro. Le deuxième facteur du produit, c'est x plus trois, donc, la deuxième éventualité, c'est x plus trois égal zéro (elle a écrit en même qu'elle parlait (x – 1 = 0 ou x + 3 = 0) Est-ce que vous arrivez à résoudre cette première équation ?
44	**Els**	Oui
45	**En**	C'est, x égal un, et l'autre
46	**Pi**	Moins trois
47	**En**	x égal moins trois (elle écrit x = 1 x = -3) Et donc, les solutions de l'équation sont un et moins trois (elle écrit cette dernière phrase)
48	**Ax**	Il faut l'écrire ça ici
49	**En**	Ah, oui !! Laisse moi finir ma phrase, puis je serais à toi (**Ma** demande la parole) Là aussi si vous n'arriviez pas à résoudre l'équation, ce qui était tout à fait envisageable, vous pourriez aussi, essayez les nombres qui sont proposés dans les différentes cases. Et là, la case qui contient les deux nombres qui annulent x plus un au carré, moins, quatre, eh, bien, ça correspond à la case des bonnes réponses. Je t'écoute **Ma**
50	**Ma**	Euh, on peut mettre à la phase finale S, euh, et les deux nombres
51	**En**	Oui, tu peux, mais je crois c'est plus du tout utilisé. Si j'écris, moi, j'ai tendance à écrire ça, parce que pendant longtemps c'était la façon de présenter des solutions
52	**Ma**	Mais, si j'utilise cela, est ce que c'est bon ?
53	**En**	Moi je crains que non, maintenant il faut que je fasse le tour des écoles, si le jour d'examen on compterait bon aussi. De toute façon, tu l'as le brevet, donc tu ne le passes plus. Donc, le tout c'est de savoir comment réagiraient, comment réagiraient mes autres collègues, hein.

		Moi, je compterais ça bon. euh, le tout étant que t'écrive pas ça le jour ou on teste les, les, les ou machins. Il faut pas mélanger l'un à la place de l'autre. Si t'as bien le ou ici (elle montre le ou qu'elle écrit entre x – 1= 0 et x + 3 = 0), tu peux écrire ton ensemble de solutions
54	**An**	Dans ceuh, dans le DS, il faut mettre à chaque fois la phrase ou on met juste les équations ?
55	**En**	T'en fait une bien comme il faut, t'en fait une comme il faut, la première tu la fait bien comme il faut, mais quelque part il faut qu'on voit le ou, le et, comment vous avez écrit votre phrase, etc. Puis après, tu peux mettre de même, et puis, et puis Plus d'autres questions pour celui-là ? Oui **Ha**
56	**Ha**	Dans les équations, il faut juste inverser les signes, dans les, dans les équations produits
57	**En**	Inverser les signes ?
58	**Ha**	Commeuh, x moins un, et dans le résultat c'est, c'est plus un
59	**En**	Oui,
60	**Ha**	Donc, il faut inverser les signes
61	**En**	Tu te souviens plus de ça ? Là, quand on doit résoudre x moins un égal zéro (elle écrit x – 1 = 0)
62	**Ha**	Ok
63	**En**	Moi, je dis, c'est un moyen techniques, quand on travaille avec des additions et des soustractions, tout ce qui change de côté change de signe, ça c'est un moyen. Maintenant, le raisonnement mathématique qui est derrière, je veux avoir x tout seul d'un côté. Donc, il faut que je me débarrasse du, moins un. Pour me débarrasser du moins un, je dois ajouter plus un, parce que moins un plus un ça fait zéro. Seulement, si j'ajoute plus un d'un côté, pour conserver mon égalité, puisque j'ai toujours une égalité, je dois ajouter plus un de l'autre côté (elle a écrit : x – 1 + 1 = 0 + 1) d'accord. Et là, si tu regardes, x moins un, plus un, ça fait bien x, et là, t'as l'impression que le nombre qui était à gauche est passé à droite et qu'il a changé de signe, c'est l'impression que ça donne. La théorie mathématique derrière c'est ça. Mais, vous êtes pas obligé du tout, du tout, du tout, d'écrire ça à chaque fois. C'est le raisonnement expliqué correctement qui a fait que ça vient du mécanisme

Neuvième séance d'enseignement (correction du contrôle)
Enseignant : EnF1

Dans ce qui suit nous relevons de la correction du contrôle l'exercice qui se rapporte à notre travail. Il est à questions multiples qui portent sur la même expression algébrique F : développer F, factoriser F, calculer la valeur numérique de F pour $x = -\frac{1}{5}$, résoudre F = 0 et résoudre F= 24

Min 30 Développer $F = (7 - 2x)^2 - (3x + 5)^2$
(Nous avons raté suite à un problème technique)

1	**En**	..//.. Alors, moins doubleuh produit, deux fois sept fois deux x, deux fois sept, quatorze, quatrorze fois deux, vingt huit. Et plus, je mets deux x au carré, le carré de deux x, quatre x quatre. Preeeemier, bon, premier piège, c'est euh, le quatorze au lieu du quarante neuf, le plus vingt huit, au lieu de moins vingt huit, pour ceux qui l'ont complètement oublié. Deuxième souci, entre les deux égalités remarquables, vous avez un siiigneuh moins, ce, qui, veut diiiireuh que les parenthèses ici, elles sont dans un premier temps obligatoires (elle a écrit $F = (49 - 28x + 4x^2) - (\quad)$ Certains ont tout à fait correctement développer la deuxième égalité remarquable. Mais comme ils ont oublié le signe moins qui était ici, eh ben, ils ont échoué toute la suite Allez, trois x plus cinq au carré, le carré de trois x, neuf x au carré. Le double produit, deux fois trois x, **Chr** chuchch, on y est, deux fois trois x fois cinq, deux fois trois six, six fois cinq, trente. Et on met le cinq au carré, ce qui fait vingt cinq (elle a écrit : $F = (49 - 28x + 4x^2) - (9x^2 + 30x + 25)$) On enlève les parenthèses. On a quarante neuf, moins vingt huit x plus quatre x au carré, et c'est là où vos soucis ont commencé. On a bien moins neuf x au carré, moins suivi de plus, moins trente x, et moins suivi de plus, ce qui fait, moins vingt cinq (Elle a écrit en même temps qu'elle dictait : $F = 49 - 28x + 4x^2 - 9x^2 - 30x - 25$)) Bon, ce qui nous donne, Chuchchchc. Je compte les x carrés, hein, ça s'appelle, euh, réduire et ordonner. Plus quatre et moins neuf, ça fait moins cinq

2	**An**	Pourquoi là (il voulait poser une question sur la correction de sa copie)
3	**En**	Ecoute, je m'intéresserai à ta copie en particulier à la fin, du cours Alors, ensuite, je compte les x, alors là aussi, là aussi, on va pas faire tomber les bras, hein, ici moins vingt et moins trente, eh ben, pour certains quand on ajoute moins vingt huit et moins trente, alors on obtient plus cinq huit
4	**Els**	Non
5	**En**	Non, règle de calcul de la classe de cinquième, quand on ajoute des négatifs, enfin, entre guillemets, hein, supposons que x, en abstraction de x. Quand j'ajoute moins vingt et moins trente, le résultat que j'obtiens, c'est pas, plusss, cinquante huit, c'est moins cinquante huit. Et puis les nombres, quarante neuf moins vingt cinq ce qui fait plus vingt quatre (elle a écrit : $F = -5x^2 - 58x + 24$) Et là, réflexion de **La** tout à l'heure : « Mais M^{me} ça faisait égal vingt quatre ». Et bien, il est rassurant de voir qu'ici on a un plus vingt quatre, alors que dans la dernière question, on demande de résoudre cette équation égale à vingt quatre. Ceux ou celles qui ont trouvé soixante quatorze, alors qu'à la fin on demande égal vingt quatre, ils avaient des inquiétudes, ils avaient des questions à se poser. Le plus soixante quatorze, alors qu'à la fin on avait égal vingt quatre, ça montre qu'il y a quelque chose qui coince, quelque part.
6	**An**	Comment ils ont fait pour cela ?
7	**En**	Eh ben, comment ils ont fait pour avoir plus soixante quatorze, par ce qu'ils n'ont pas mis le moins et les parenthèseuh. Donc, plus vingt cinq et quarante neuf plus vingt cinq, ça fait soixante quatorze.
8	**An**	Ah, non
9	**En**	Ouieh (des rires se font entendre) Bon, combien de questions ? Deux Deuxième question, on vous demandait cette fois-ci de factoriser F. Je vous avais dit, pour factoriser, on revient à l'expression de départ. Il est inconcevable en troisième de factoriser cette expression ($F = -5x^2 - 58x + 24$) Bon, on revient à l'expression de départ. Dans l'expression de départ, on retrouve, une quantité au carré, moins, une deuxième quantité au carré. Donc cette expression là et bien c'est la dernière égalité remarquable, a carré, moins, b carré. On factorise, en a moins b, facteur de a plus b. Le petit a étant sept moins deux, et le petit b étant trois x plus cinq (elle écrit : $F = [(7 - 2x) - (3x + 5)]\ [(7 - 2x) + (3x + 5)]$) Bon, question idiote, les parenthèses autour de sept moins deux et de trois x moins cinq, sont-elles obligatoires ? Pour moi, l'intérieur du deuxième crochet
10	**El**	Non
11	**En**	Non, mais à l'intérieur du premier ?
12	**El**	Oui
13	**En**	Oui, il y a des élèves qui m'ont tout bien écrit, sauf les parenthèses. Et donc, ils ont faux au signe du cinq. Allez, on compte. Alors, je vais commencer par compter les x. Moins deux x, moins trois x
14	**Pi**	Moins cinq x
15	**En**	Moins cinq x. Je compte les nombres, sept, attention, moins cinq, sept moins cinq, ça fait deux. Deuxième crochet, moins deux x plus trois x
16	**Els**	x
17	**En**	x, **Al**, t'as quand même besoin de la correction, écoute. Et les nombres, sept plus cinq
18	**An**	Ça fait douze
20	**En**	Douze. Bon, petit retour en arrière, je vous avez dit, un jour de contrôle, même si la question n'est pas posée, on vé, ri, fieeuh, je développe
21	**Ax**	Mais si on a vérifié
22	**En**	[moins cinq x que multiplie x, ça fait, moins cinq x au carré. Moins cinq que multiplie douze, ça fait moins soixante, plus deux que multiplie x, plus deux x, moins soixante et plus deux, ça fait moins cinquante huit. Et puis plus deux que multiplie plus douze, ça fait plus vingt quatre. J'ai bien deux fois la même réponse, quand je développe et quand je redéveloppe ce qui est factorisé, j'ai toutes les chances d'avoir bon. Je me demande combien parmi vous, ont passé trente secondes à vérifier, hein

D - Transcriptions des séances de l'enseignant EnF2

Nous allons exposer dans ce qui suit toutes les séances d'enseignement de **EnF2** qui ont été transcrites.

Première séance d'enseignement

Enseignant : EnF2

1	**En**	Je vais vous proposer, à vous tous, quelques activités. Nous allons commencer à travailler, comme je vous ai déjà dit, la factorisation et le développement. Donc, je vais vous proposer des activités pour remettre un petit peu en place tout ça, et j'ai préparé des transparents puisque, on est à court des photocopies c'est la fin de l'année. Donc j'ai préparé des transparents et l'énoncé je vais vous le projeter ici (il montre le côté gauche du tableau) mais je le lirai aussi pour que ça soit bien enregistrer à ce niveau là Bien, je pense que vous pourriez prendre déjà : cahier de brouillon pour la recherche que vous allez entreprendre. Voilà Pour l'instant, je vais pas donner de titre, on va travailler comme ça, à brûle, à brûle pourpoint. Le premier exercice que je vous propose est le suivant. C'est un exercice qui est assez, assez classique. Alors, Je vous donne un demi-cercle de rayon dix, dix unités de longueur, dix cm. A l'intérieur de ce demi-cercle, je trace deux autres demi-cercles dont l'un des rayons est égal à petit x ici Donc, un grand cercle de rayon dix, à l'intérieur un autre demi-cercle de rayon x et puis on complète le dessin par un troisième demi-cercle ici (il montre sur la figure). Donc, ce que je vais vous demander dans un premier temps c'est de m'exprimer, c-à-d de me calculer en fonction de petit x, la longueur du demi-cercle que j'ai signalé ici en pointillés rouges, et puis la longueur des deux demi-cercles ici qui sont représentés en pointillés noirs Je vous rappelle, peut-être les formules que vous devez connaître puisqu'elles ne sont pas systématiquement appelées. Est-ce que vous souvenez pour le, l'aire d'un disque et puis le périmètre d'un cercle ? Est-ce que vous en souvenez ?
2	**Els**	Non
3	**Els**	Pas trop
4	**En**	Pas trop ! Ben ça commence bien. Alors (il écrit dans le coin droit du tableau) diamètre fois pi pour le périmètre
5	**Si**	Rayon pi r au carré
6	**En**	Voilà, et rayon pi r au carré, donc rayon au carré. Donc je vous les rappelle les formules, parce que le but c'est pas de vous coincez, c'est pas de vous coincer sur les formules. Donc, je vous rappelle que le périmètre Donc c'est pi fois le diamètre, ou alors, on peut l'exprimer à l'aide du rayon, est-ce que vous vous souvenez ?
7	**Er**	Rayon fois deux
8	**En**	Voilà, rayon fois deux fois pi, donc, on écrit plutôt deux pi fois le rayon. Et puis, pour l'aire du disque ? (Il attend deux secondes, pas de réponse)
9	**En**	Alors, pour le disque ?
10	**Er**	Rayon au carré
11	**En**	Voilà, pi fois le rayon au carré (il écrit au tableau πR^2) ou alors si on exprime avec le diamètre ?
12	**Si**	Pi fois diamètre
13	**En**	Alors, pi fois diamètre ?
14	**Ti**	Pi fois rayon fois rayon
15	**En**	Si on prend pi fois rayon fois rayon, ça
16	**Es**	Ça, c'est pour l'aire
17	**En**	Ç'est pour l'aire. Et si à la place du rayon, on met diamètre ? Quel lien y- a t'il entre le rayon et le diamètre ?
18	**Er**	Diamètre sur deux (il écrit $R = \frac{D}{2}$)
19	**En**	Ah ! Le rayon, tu dis c'est le diamètre sur deux. Alors, ça veut dire qu'à la place du rayon, qu'est ce que je pourrais mettre ?
20	**Ti**	Diamètre sur deux
21	**En**	Alors diamètre sur deux au carré, alors comment je vais écrire ça ? je vais faire un peu le
22	**Er**	D au carré
23	**En**	Alors D au carré
24	**Er**	Sur deux
25	**En**	Sur deux, alors comment, est ce que je l'écris comme ça ? C-à-d D au carré sur,

		simplement sur deux sans parenthèses (il écrit $\pi \frac{D^2}{2}$)? **Ch**
26	**Ch**	Sur deux au carré
27	**En**	Sur deux au carré. Oui, effectivement c'est sur deux au carré. C- à- d en gros, parce que c'est, c'est pi fois le rayon c-à-d diamètre divisé par deux et c'est tout ça qui au carré (il montre du doigt la fraction $\pi \frac{D^2}{2}$). Ok. Donc ça va donner pi D au carré sur deux au carré, c-à-d sur (regarde la classe pour recevoir une réponse)
28	**El**	Sur quatre
29	**En**	Sur quatre. Bon il y a suffisamment de formules. Nous ce qui nous intéresse c'est pour calculer le (il attend une réponse) Le (attend une réponse) demi
30	**Ch**	le demi-cercle
31	**En**	Un périmètre du demi-cercle. Donc, donc ce qui correspond aux traits en pointillés ici (il montre le dessin) Allez je vous laisse un peu réfléchir, je vais tourner un peu dans les rangs
32	**En**	Allez, vous réfléchissez, et puis on envoie quelqu'un
33	**Cha**	Dix cm, ça correspond à quoi en fait
34	**En**	Dix cm ici, c'est le rayon dix cm et là le rayon c'est petit x (il lui montre les rayons sur la figure)
35	**Ad**	Monsieur, monsieur, monsieur
36	**En**	Oui
37	**Ad**	Qu'est ce qu'il faut calculer ?
38	**En**	Alors, qu'est ce qu'il faut calculer ? Donc, c'est vrai, j'ai pas écrit la consigne. Donc, alors je, je reprends, je reprends un petit peu et puis je vais vous donner un petit coup de pouce. Donc, **Ma**, on écoute. Alors, donc, vous avez combien de demi-cercle ?
38	**Ad**	Trois
39	**En**	Vous avez trois demi-cercles. D'accord, sur ces trois demi-cercles, alors ce qui est , ce qui est très, très, enfin un peu surprenant ou un peu embêtant, c'est que, il y en a un, il y en a peut être un, deux ou trois, j'en sais rien dont on connaît les rayons. Quels sont les rayons des demi-cercles que vous connaissez ?
40	**Es**	Le, ceux qui sont dedans
41	**En**	Alors, est ce qu'on peut être plus précis ? **Ad**
42	**Al**	Le grand demi-cercle
43	**En**	Le grand demi-cercle, son rayon c'est ça (il le montre sur le dessin)
44	**El**	Oui et le petit cercle
45	**En**	Ce que j'ai appelé petit cercle. Alors est-ce que tu peux nous désigner le grand et le petit ? Le grand c'est, donner sa valeur
46	**Al**	C'est dix
47	**En**	C'est dix. D'accord, c'est clair pour tout le monde ? Le grand demi-cercle c'est dix et le petit cercle
48	**Es**	x
49	**En**	Le petit cercle c'est x, d'accord et c'est tout ce qu'on a comme information ? **Be**
50	**Be**	x plus petit que dix
50	**En**	On peut dire que x, vu le dessin qui est fait, on peut dire que x est plus petit que 10. Oui. Qu'est ce qu'on peut encore tirer comme informations ?
51	**Be**	Il y a un demi-cercle de rayon x et un demi-cercle de rayon dix
52	**En**	Il y a un demi-cercle de rayon x et un demi-cercle de rayon dix. Et le troisième demi-cercle, alors. Vous ne me dites rien sur le troisième demi-cercle
53	**Es**	On ne peut pas dire que
54	**Si**	Le rayon c'est
55	**En**	Attendez pas tous en même temps. Oui **Si**
56	**Si**	Le rayon c'est dix moins deux x

57	**En**	Ah ! Alors, je répète ce que nous dit **Si**. **Si** nous dit : le rayon du troisième demi-cercle c'est dix, t'as dis le rayon eh ! C'est dix moins deux x
58	**Es**	C'est le diamètre, non !
59	**En**	Ah ! On dit est-ce que c'est pas le diamètre ?
60	**El**	Dix égale le
61	**En**	Dix, c'est le rayon du grand, x c'est le rayon du petit
62	**Si**	Non, le diamètre c'est vingt
63	**Ch**	Non
64	**Es**	Non, le diamètre c'est vingt moins deux x
65	**Si**	Non, non j'ai cru que le tiret c'est
66	**En**	Non, non c'est le centre. En gros, on peut trouver le diamètre du troisième cercle. C'est en gros, le diamètre du grand moins le diamètre du petit. Donc, ça veut dire j'ai pas donné les informations, mais euh, on peuuut, on peut trouver le diamètre. Une fois qu'on a le diamètre, on a le rayon me semble t-il d'après ce qu'on a rappelé en début, d'accord. Alors, est-ce que avec ça, on peut répondre à la question, je vous ai demandé de comparer, me semble-t-il que j'ai posé la question comme ça : Comparer la longueur, c-à-d le périmètre du demi-cercle, du grand demi-cercle correspondant aux traits rouges, avec la somme des deux petits, en fait du petit et du moyen demi-cercles. Alors, **Es**
67	**Es**	Que, en fait les deux qui sont dedans, le petit, le plus grand qui est dedans moins le plus petit est égale au rayon Je ne sais pas comment expliquer
68	**En**	Alors, tu ne sais pas comment nous expliquer, alors si au lieu de nous expliquer, on. essaye de faire un calcul, quoi ? Est-ce que vous voulez que, qu'on se fixe une, une valeur de x ? Est-ce que si je vous dis, par exemple, x vaut, vaut deux
69	**Er**	Deux virgule cinq
70	**En**	Deux virgule cinq, allez, prenons x égal deux virgule cinq et essayez de me faire le calcul. Puisqu'on a pris deux virgule cinq, on pourra peut être prendre une autre valeur
71	**Ti**	On ne cherche pas l'aire ?
72	**En**	Alors, donc je reprends. Donc, **Er** nous dit, ben si on se fixait une valeur de x, il nous dit, prenons x égal deux virgule cinq. Donc, d'après ce qu'on vient de, de voir, on va sans doute pouvoir déterminer toutes les dimensions, tous les rayons que l'on veut, et je répète c'est pas l'aire que je demande, c'est la longueur de ce trait rouge que je vous montre là (il travaille sur le dessin), de comparer la longueur de ce demi périmètre, du grand, demi-cercle avec la longueur du trait noir, c-à-d ce demi-cercle qui est ici plus ce demi-cercle qui est là. D'accord
73	**Ad**	C'est pareil
74	**En**	C'est pas pareil, on va voir j'en sais rien, j'en sais rien on va voir
75	**Se**	Ils sont proportionnellement
76	**En**	Alors voilà, pareil proportionnellement, je sais pas, vous annoncez des choses je veux bien vous croire. Faites moi donc le calcul. Donc, on prend l'idée x égal deux virgule cinq pour fixer
77	**Er**	Non, c'est dur deux virgule cinq, c'est dur, il y a une virgule
78	**En**	Prends une autre valeur alors
79	**Es**	Deux
80	**El**	Trois
81	**Si**	x
82	**En**	Eh ! Alors, eh ben au choix. Il y en a qui me disent deux virgule cinq. Ils y en a qui disent deux virgule cinq c'est trop, je prends deux , c'est **Es** qui dit, moi je prend deux, et **Si** qui dit moi je veux prendre x, je vais essayer avec x. Eh, ben allez-y, essayez, essayer
83	**Ad**	Est-ce que, à travers le calcul on peut trouver x ?
84	**En**	Est-ce qu'à travers le calcul on peut trouver x ? Pourquoi tu poses cette question là ?
85	**Ad**	Si on fait le petit demi-cercle plus le ben, le moyen demi-cercle, est ce qu'il est égal au grand demi-cercle ? Est ce qu'on peut trouver x avec l'équation ?
86	**En**	C-à-d il faudrait avoir une égalité entreee, c-à-d il faudrait avoir une égalité qui permet de dire une expression qui dépend de x égale une autre expression qui dépend de x
87	**Ad**	Ben, si on a le petit cercle égal à deux x , eh ben le diamètre du petit cercle puisque le

		diamètre du demi-cercle moyen est vingt moins deux x qui est égal au grand
88	**En**	Bon, peut être. Est-ce que tu réponds à ma question ? Ma question est je veux que tu me calcules la longueur du grand et la somme des deux petits, après on va voir **Ma,** tu arrêtes avec ton bruit s'il te plait
89	**Si**	Les x s'annulent
90	**En**	Les x s'annulent, ah! Bon. Alors, il y a des propositions de (il passe dans les rangs) Alors, **Cha** quand tu m'écris, donc pi fois vingt divisé par deux, c'est le périmètre du
91	**Cha**	Du grand
92	**En**	Du grand demi-cercle
93	**Cha**	Non, du grand cercle en tout
94	**En**	Pi fois
95	**El**	C'est pas possible, c'est le demi-cercle
96	**En**	C'est le demi-cercle. D'accord, donc tu me fais le calcul, voilà. Alors après tu veux faire quoi ? Alors est-ce que tu veux, Il y a **Es** qui propose de faire le calcul avec deux et puis il y a **Te** qui a proposé de faire le calcul avec x =
97	**Cha**	Inaudible
98	**Be**	C'est quoi le diamètre ?
99	**En**	Le diamètre **Be** tu dis ? Qu'est ce que tu disais, J'ai pas entendu
100	**Be**	La différence entre le périmètre et le diamètre
101	**En**	Le périmètre c'est le tour, et le diamètre c'est le segment qui passe par le centre du cercle
102	**Be**	Ah ! Oui.
103	**En**	Et puis on divise en deux, on a après le rayon. D'accord, c'est une question de vocabulaire
104	**En**	Alors, est–ce que vous avez trouvez le périmètre, la longueur du grand demi-cercle ? Est-ce que ça était trouvé ? (Sept secondes d'attente pour une réponse) Peut être, au moins on peut se mettre d'accord là-dessus, alors
105	**Si**	Vingt pi
106	**En**	Tu disais **Si**
107	**Si**	Vingt pi
108	**En**	Alors comment tu proposes ce vingt pi ?
109	**Si**	Le diamètre c'est vingt puisque le rayon est dix
110	**En**	Grand demi-cercle,. je vais l'appeler comme ça, je note ça au tableau (il écrit au tableau : Grand demi-cercle et le souligne). Alors ça va donner quoi ? Donc c'est pi (il écrit en même temps que la diction)
111	**Si**	Pi fois dix fois deux
112	**En**	fois dix fois, donc pi fois le rayon fois deux
113	**Si**	Divisé par deux
114	**En**	Et je divise par deux. Eh ! Quand je fais pi fois rayon fois deux, je fais deux pi r, je fais donc la formule que j'ai rappelé pour le périmètre du cercle et comme c'est un demi-cercle, je divise par, enfin **Si**, c'est **Si** qui nous propose ça, je divise par deux. Donc je trouve pi fois dix, et pi fois dix ça fait, on peut l'écrire sous la forme dix pi eh, comme ça (10π). Ok, bon Alors ensuite, Il y a plusieurs propositions si j'ai bien compris. Il y en a qui ont décidé de prendre des valeurs décimales ou entières. Il y en a qui ont dit, nous, on fait le calcul avec x. On peut, peut être, commencer par, je ne sais dans l'ordre de **Es** vous qui proposiez avec une valeur entière. Vous avez fait un essai avec x égal deux, c'est ça
115	**Es**	Je ne sais pas, euh !
116	**En**	Alors, qui est ce qui a
117	**Er**	Avec deux virgule cinq j'ai trouvé
118	**En**	Avec deux virgule cinq. Alors, si x égal deux virgule cinq, alors
119	**Er**	Le diamètre du moyen là. Non, le périmètre du moyen
120	**En**	Oui, comment tu as fait pour trouver le périmètre du moyen ?
121	**Er**	J'ai fait le grand, périmètre du grand

122	**En**	Donc je vais écrire comme ça. Diamètre du grand
123	**Er**	Moins deux virgule cinq
124	**En**	Moins deux virgule cinq
125	**Er**	Fois deux
126	**En**	Fois deux
127	**Er**	C'est le diamètre du petit
128	**En**	Voilà, puisque le diamètre du petit, je vais l'écrire ici, deux virgule cinq fois deux ça fait cinq, (il écrit). Donc, c'est les vingt moins cinq, donc ça donne quinze
129	**Er**	Quinze le diamètre et puis après pi fois quinze
130	**En**	Donc, le périmètre du demi-cercle moyen est, tu disais pi fois quinze, ça quand on fait
131	**Er**	Le cercle
132	**En**	Le cercle, et qu'est-ce qu'on fait ensuite pour le demi-cercle ? On va
133	**Er**	Diviser par deux
134	**En**	Diviser par deux. Est-ce qu'on peut l'écrire plus simplement ça ?
135	**El**	Oui
136	**En**	Ça fait sept virgule cinq pi, d'accord. Est-ce que tout le monde est d'accord avec ce que je viens, enfin avec ce qui vient d'être dit, je viens d'écrire au tableau ? (**Cha** lève son doigt) Je te donne la parole après **Cha** Alors, ensuite, **Cha** tu voulais intervenir
137	**Cha**	En fait, si on prend n'importe quel nombre pour x, non, ça va donner
138	**En**	Chut, chut
139	**Cha**	Ben, à la fin on se rencontre que le diamètre du petit et le diamètre du moyen est égal au grand. Puisque ça s'enlève, le x, ça se met dans l'autre
140	**En**	Est-ce que tu veux dire, je vais répéter, tu veux dire que avec le diamètre du petit, diamètre du grand. Le petit et le moyen, si tu les met ensemble, ça fait le grand. Donc, tu as envie de dire quee puisque c'est comme ça au niveau deees, des périmètres des demi-cercles, la longueur des demi-cercles, c'est la même chose, j'ai pas, c'est ça ce que tu veux dire ?
141	**Cha**	En fait, je crois queee, ça veut dire queee, x, x plus 10 égale à 1, le petit la longueur en bas est égale à un tiers. Un tiers du grand
142	**En**	Ah ! Pour la valeur deux virgule cinq, c'est ça ce que tu veux dire ? Ah ! Un tiers, tu crois que c'est ça ?
143	**Cha**	Nonnonnon.
144	**En**	Alors, donc en gros ce qu'il faudrait faire, c'est maintenant le diamètre du petit, donc c'est deux virgule cinq, et si on veut faire le périmètre ou la longueur du petit demi-cercle qu'est ce qu'on trouve ? Qu'est ce qu'on ferait ? C'était **Ti** qui a fait les calculs
145	**Ti**	Pardon (on entend des rires)
146	**En**	Tu l'as fait pour, pour le cercle, pour le demi-cercle moyen, il faut faire pour le petit maintenant
147	**Ti**	Ben, on fait pareil
148	**En**	Alors, on fait pareil, c-à-d.
149	**Ti**	Le grand, diamètre du grand
150	**En**	On l'a, on l'a, c'est deux virgule cinq, donc, donc on va trouver pour le petit cercle, donc c'est pi fois deux virgule cinq multipliés par deux, donc c'est deux fois pi fois deux virgule cinq et on divise par deux (il écrit en même temps) puisqu'on fait le
151	**Ti**	Le demi-cercle
152	**En**	Le demi-cercle, donc ça nous donne
153	**Ti**	Deux virgule cinq
154	**En**	Deux virgule cinq pi. Donc, si j'ajoute les deux longueurs des deux demi-cercles, j'obtiens combien, j'obtiens quoi ?
155	**Ch**	Ça fait dix
156	**En**	Dix quoi ?.
157	**Ch**	Pi
158	**En**	Dix pi, d'accord, dix pi. Ok ! Qu'est ce que vous constater suur ?
159	**Ch**	Ben !
160	**Ti**	C'est égal
161	**En**	Que c'est la même chose que le grand. A savoir que pour le grand demi-cercle on trouve dix pi, et quand on prend le moyen plus le petit on trouve dix pi

162	**Ad**	Deux virgule cinq c'est la valeur de x
163	**En**	Deux virgule cinq c'est la valeur de x, on a peut être pris une valeur particulière. Est-ce que, Il y en a qui ont pris d'autres valeurs que deux virgule cinq ? Oui **Cha**
164	**Cha**	On peut choisir n'importe quoi, on ne peut pas, non !!
165	**En**	On peut choisir n'importe quoi
166	**Si**	Si on fait en fonction, avec x, les x vont s'annuler, le x peut être n'importe quoi
167	**Cha**	Mais si, si
168	**En**	Attendez ! Pas tous en même temps
169	**Cha**	Si x est plus grand, alors le moyen ne sera plus le petit cercle, et le petit va grandir
170	**En**	Elle est en train de nous dire que si x diminue, le petit cercle va diminuer et donc l'autre, le moyen va gonfler, c'est ça ! Et si le petit gonfle le moyen va diminuer, est-ce que c'est ça ce que tu veux dire ? Donc l'un va compenser l'autre. Et **Si** est en train de dire que oui, mais si on fait le calcul avec des x
171	**Si**	Les x s'annulent
172	**En**	Les x vont s'annuler, tu veux nous faire le calcul, tu te sens capable (**Si** passe au tableau) Où est ce qu'on va écrire ? (il cherche un espace vide)
173	**Si**	On va peut être écrire en dessus avec les x au lieu de (il veut écrire x par-dessus deux virgule cinq)
174	**En**	On va se mettre là (l'enseignant n'accepte pas)
175	**Si**	Le périmètre rouge est dix pi (il écrit P rouge : 10 π)
176	**En**	Monsieur
177	**El**	Attends, on suit. Le périmètre rouge c'est toujours, de toute façon, dix pi
178	**Si**	Le périmètre noir, le petit noir (il écrit P petit noir)
179	**En**	Oui, c'est pas le café le petit noir, mais
180	**Ch**	Le rouge c'est pas, c'est pas vingt, vingt fois pi
181	**Cha**	Là c'est dix
182	**Si**	Là c'est divisé par deux (il montre le demi-cercle)
183	**En**	Oui, on prend le demi-cercle, il faut prendre le demi-cercle
184	**Si**	Divisé par deux égal x pi. ($\frac{2x\pi}{2} = x\pi$) Puis le périmètre du grand noir égal le diamètre c'est vingt moins deux x, pi sur deux (il écrit $\frac{(20\text{-}2x)\pi}{2}$). Donc après ça fait
185	**En**	Donc, tu développes vingt moins deux x fois pi sur deux. Tu écris vingt pi plus, pardon, moins deux x pi sur deux
186	**Si**	Ça fait dix pi moins deux x pi
187	**En**	Fais voir, dix pi moins, tu as dit quoi, excuse-moi ? dix pi moins
188	**Si**	Moins deux x pi Il ne faut en diviser qu'un
189	**En**	Il ne faut diviser qu'un par deux
190	**Si**	Parce que moi, sur ma feuille
191	**En**	Il ne faut diviser qu'un par deux, quand on divise par deux **Ch** ? (il a levé le doigt)
192	**Ch**	C'est les deux qu'il faut diviser
193	**En**	C'est les deux qu'il faut diviser, oui c'est les deux qu'il faut diviser Donc tu écris dix pi moins x pi. Donc, le petit noir plus le grand noir, le petit noir c'est x pi et le grand noir c'est dix pi moins x pi et si on fait la somme des deux, on arrive à écrire : x pi plus dix pi moins x pi, ça fait
194	**Si**	Les x pi s'annulent
195	**En**	Le moins x pi et le x pi disparaissent, ça fait dix pi Alors, qu'est ce que vous **Si** pousse toi un tout petit peu. Est-ce que tout le monde a pu suivre ce qui est écrit au tableau ou voir à peu près ce qui est fait Donc, en haut c'est pareil, on trouve dix fois pi, d'accord. En bas, on voit le petit noir, ici donc, c'est deux fois le rayon qui vaut x fois pi qu'on divise par deux, donc simplification par deux ça donne x fois pi. Et puis le grand noir, donc c'est le calcul du rayon qu'on avait évoqué, donc le grand diamètre dix moins deux fois le diamètre du petit, donc deux x, donc vingt moins deux x entre parenthèses fois pi. Ok, on divise par deux par ce qu'on prend le demi-cercle Alors, s'est posé le problème de la simplification, on a un peu hésité. On a vu qu'il y a

		une simplification et puis avec l'aide de **Ch** tu t'es rendu compte que pour simplifier par deux, ça revient à diviser par deux tous les coefficients, à savoir le vingt et le deux x, alors que tu avais tendance à simplifier par simplement seulement le vingt, donc on obtient dix pi moins x fois pi, d'accord Et après ce qu'il a écrit ici, c'est qu'en faisant la somme des deux longueurs, Eh bien, x pi plus dix pi moins x pi, il y avait les x pi qui disparaissaient et il restait dix pi Alors qu'est ce qu'on peut en conclure de ce petit exercice ? A votre avis
196	**Es**	On peut mettre la valeur qu'on veut
197	**En**	Alors, **Es** tu dis on peut mettre la valeur qu'on veut, pourquoi ?
198	**Es**	Parce que, on sait pas la valeur de x
199	**En**	Ah ! Comme on ne sait pas la valeur de x, alors c'est **Er** tu disais moi je propose la valeur deux virgule cinq. Alors avec deux virgule cinq, on a effectivement aussi trouvé dix pi. Alors, pourquoi on ne s'est pas, on ne s'est pas contenté de ça finalement ?
200	**Si**	On pouvait trouver des contre-exemples, je ne sais pas moi.
201	**En**	On pouvait trouver des contre-exemples, on ne sait pas. (silence, il attend une réflexion de la part des élèves) C-à-d là effectivement, remarquez qu'on avait la même chose en faisant sept virgule cinq plus deux virgule cinq ça faisait dix pi, et peut être qu'on était sur un cas particulier où ça marchait très bien. Donc ici, ce que **Si** a proposé c'est de se dire après tout, prendre deux virgule cinq et **Es** avait proposé deux, et si tu as fait le calcul avec deux jusqu'au bout tu aurais trouvé dix pi. Le calcul avec x finalement, je fais avec n'importe quel valeur, et je me rend compte d'une chose et je crois ça était dit dans la phase de recherche, je l'ai entendu en tous cas, eh ben, les x vont disparaître. Les x vont disparaître. Donc, on travaille avec une lettre qui représente, comme c'est souvent eh ! Les mathématiciens tout compris, ils travaillent avec des nombres mais ils les remplacent par des lettres. Et puis, les lettres ça sssssert à quoi finalement ?
202	**Ti**	Une valeur qu'ils ne veulent pas mettre
203	**En**	Une valeur qu'ils ne veulent pas mettre. Le il, ça peut être les matheux, non, les prof de math, une valeur qu'on ne connaît pas. Et avec ça, on essaye de voir si, si on peut trouver
204	**Si**	On peut trouver si c'est universel
205	**En**	Pour trouver que c'est universel, si ça peut marcher, c-à-d est ce que le fait que pour le dix pi. Est-ce que c'est toujours dix pi ? Pourquoi c'est dix pi et pourquoi c'est pas vingt pi d'ailleurs ? Pourquoi c'est pas autre chose ? Qu'est ce qui est important finalement ici ?
206	**Ch**	Le diamètre du grand
207	**En**	C'est le diamètre du grand, d'accord
208	**Es**	Est-ce qu'on peut mettre trois cercles ?
209	**En**	Est ce qu'on pourrait mettre trois cercles construits comme ça ? La question elle est, elle est bien, elle est bien vue. Est-ce qu'au lieu de mettre trois demi-cercles, pardon est-ce qu'au lieu de mettre deux demi-cercles, on pourrait mettre un troisième ? C'est une bonne question qu'on pourrait se poser, si vous avez le temps, on ne va pas le faire maintenant, car je voudrais vous faire, faire un autre exercice. Mais après tout, je pense qu'on peut, peut être, généraliser : si je recommence avec ce cercle là (il montre le cercle en rouge), et si je recommence avec deux autres petits (il montre les cercles en noir) un demi-cercle moyen et deux autres petits comme ceci (il trace dans le demi-cercle rouge, trois demi-cercles de rayon différents)
210	**Ch**	Ça va marcher
211	**En**	Ça va marcher aussi, c-à-d la longueur du trait noir ici, je décris le demi-cercle moyen va se décomposer dans ces deux nouveaux petits cercles. Et en gros, je vais retrouver la même longueur que le grand. Donc, c'est bien vu ça, en fait j'en ai trois. Et puis on va se dire, tiens, pourquoi pas. C'est quelque chose qu'on a découvert, quand même, grâcccce, grâce à quoi on a pensé à ça ? Moi, je dirais un peu grâce aux lettres. Le fait qu'on a fait avec des lettres, qu'on a fait des calculs avec des valeurs qu'on ne connaissait pas, on s'est rendu compte qu'il y avait quelque chose de constant, D'accord Bien, je vous propose un autre, il nous reste combien de temps ? J'ai pas de montre, moi
212	**Els**	Dix minutes
213	**En**	Dix minutes. Alors je vous propose un autre petit exercice, puisqu 'on est encore dans les

		cercles, je vous propose celui-ci Alors là, voilà notre petit exercice et le dessin je vais le compléter avec vous. Donc, j'ai pris exprès une balle de ping-pong (qu'il dessine au tableau), je dessine très mal, eh ! Une balle de ping-pong, ici, et puis à côté, bien que l'échelle ne soit pas respectée, c'est la terre, notre bonne vieille terre Ces deux dimensions complètement, eh ! A peu près, alors de mémoire j'ai pris, je crois c'est une grosse balle si je prends un virgule cinq centimètres pour la balle de ping-pong, et puis la terre j'ai ouvert une encyclopédie parce que je ne me souvenais plus très bien
214	**Ti**	Ce sont des sphères là, non !
215	**En**	Attends, on va y revenir. Donc le rayon de la terre, mais si je me trompe vous me le dites tout de suite, c'est six mille trois cent soixante dix kilomètres. Bon, on va partir là-dessus, c'est pas bien grave. Alors, ensuite il y a notre cher **Ti** qui dit : Ah ! Oui, mais ce sont des sphères. Bon, alors
216	**Es**	Oui, il a raison
217	**En**	Ce sont des sphères, effectivement. Mais moi, ce qui va m'intéresser, ce que j'ai dessiné ici, c'est ce qu'on va appeler, j'ai dessiné l'équateur, j'ai coupé la terre en deux, par la pensée, j'ai coupé la balle de ping-pong en deux, en gros j'ai, ben ça ressemble à quoi l'équateur ?
218	**Es**	C'est un pays
219	**En**	Ah ! oui l'équateur c'est ton pays, je sais
22	**Es**	Non, c'est le pays d'à côté
221	**En**	C'est le pays d'à côté. (on entend des rires) Alors mis à part du pays, l'équateur c'est, c'est
222	**Ti**	Un cercle
223	**En**	Un cercle d'accord, dont le rayon c'est pour l'un est un virgule cinq centimètre et pour l'autre six mille trois cent soixante dix kilomètres, ok Donc, on peut calculer le périmètre de chacun des éléments, des équateurs, on a les formules qu'il faut Donc, maintenant, voilà l'expérience que je vous propose : Je met un ficelle ici (il dessine en expliquant) autour, je la colle bien sur l'équateur
224	**Es**	L'équateur de la balle
225	**En**	L'équateur de la balle, alors la balle de ping-pong, on peut y arriver. Et puis, par la pensée j'imagine que, autour de la terre je fasse la même chose, ok.
226	**Si**	Le périmètre
227	**En**	Bon, en gros le périmètre. Et voilà, ce que je fais après, je décide de, d'éloigner la ficelle de l'équateur, comme ceci, je fais un dessin en mettant des flèches (il trace un second cercle autour de celui qui représente la balle de ping-pong et trace des flèches qui représente le glissement du premier cercle)
228	**Ch**	On pourra y arriver, monsieur en réalité ?
229	**En**	Oh ! Mais si, on pourra y arriver. Et je mets ici, une ficelle, cette fois ci. Alors, je ne respecte pas les dimensions, vous avez bien compris. J'éloigne la ficelle
230	**Ti**	D'un centimètre
231	**En**	D'un centimètre. En gros, si, on peut y arriver, il suffit de dessiner, d'accord. Il suffit de dessiner et puis de tracer un arc de cercle, enfin un, un cercle complet avec un rayon, qui au départ va être de un virgule cinq, et j'ajoute. Alors, j'ai pas fait le dessin à l'échelle, c'est pas un centimètre, mais j'ai bien écrit un mètre, ok ! Donc, il faut de la ficelle en plus, ça me semble logique. Alors c'est que je vais vous demander c'est : Quelle est la quantité de ficelle qu'il faut que je rajoute ? D'accord. Et maintenant, maintenant, je fais la même chose, alors là par la pensée, parce que ça me semble peut être pas très facile, je fais la même chose autour de la terre, c-à-d que j'éloigne
232	**Ch**	De six mille kilo
233	**En**	Non, d'un mètre, je suis très modeste. Donc, un mètre
234	**Cha**	Ça fait beaucoup en plus
235	**En**	Ça fait beaucoup en plus, tu dis. Eh, ben oui, parce que je fais le tour là, euh, un mètre comme ceci là, là, là (il dessine le cercle autour de celui de la terre et les flèches entre les deux).

		Un mètre, pareil qu'autour de la boule, de la balle de ping-pong. Alors, la question que je vous pose, donc, vous voyez par la pensée ce qui se passe. Donc, j'ai ma, j'ai ma, ma petit boule, comme ça, je dispose de la ficelle à un mètre, donc il faut que j'ai de la ficelle en plus. Bon, en gros, comparer, est-ce que vous pouvez comparer les longueurs de ficelle qu'il faut ajouter ici (il montre le petit cercle), et la longueur de ficelle qu'il faut ajouter, qu'il faut ajouter là (il montre le grand cercle) ? Ici, étant la balle de ping-pong, et là étant, autour de l'équateur de notre bonne vieille terre. D'accord. Alors, les formules elles sont toujours là, deux pi r (il les montre). Faites attention aux unités
236	**Ch**	Ça c'est un mètre ? (il montre la distance entre les deux cercles de la terre)
237	**En**	Ça, c'est un mètre, eh !
238	**Ti**	Et pour la balle de balle de ping-pong, c'est un mètre ?
239	**Cha**	Ça va être peut-être pareil
240	**En**	Eh, ben je ne sais pas, à vous de voir !
241	**Ti**	Monsieur, monsieur
242	**Cha**	Si on fait le grand, ben enfin le plus grand qu'on rajoute
243	**En**	Oui
244	**Cha**	Moins le normal, ça va faire la même chose
245	**En**	Le plus grand moins le normal ça va faire la même chose. Alors, il y a **Cha** qui nous dit
246	**Cha**	C'est pareil, par ce qu'il faut rajouter
247	**En**	Alors, il y a **Cha** qui nous dit ça va peut-être, être pareil. J'en sais rien. Alors (il passe dans les rangs à la minute 43 sec 58) Min 44, sec 17, en regardant le cahier de **Pa**, j'ai vu eh ! ça fait de jolis petits dessins
248	**Ti**	On ajoute un mètre au rayon
249	**En**	Oui, oui, oui le calcul en soi, c'est pas trop compliqué, c'est ce que tu veux dire ? On ajoute un mètre au rayon et puis on fait le calcul (Il s'approche d'**Ad,** qui avait l'air perdu) Alors dis-moi ce que tu as compris
250	**Ad**	Que la balle de ping-pong, le rayon de la balle de ping-pong est de un virgule cinq centimètre
251	**En**	Oui
252	**Ad**	Et le rayon de la terre est de six mille trois cent, trois cent
253	**En**	Soixante dix, oui, d'accord tu as compris ça. Et puis après, qu'est ce qu'il fauuut
254	**Ad**	Euh !
255	**En**	(il attend deux secondes) C'est la consigne que tu as pas compris, alors
256	**Ad**	Oui
257	**En**	Alors, donc après on demande, donc de calculer. Voilà, on met la ficelle autour, donc au départ la ficelle, elle est contre le, contre le disque que je viens de dessiner là, le disque bleu. Ça va nous faire une certaine longueur. On va utiliser les formules qu'on a rappelées sur le côté
258	**Cha**	Je ne comprends rien
259	**En**	Et puis ensuite on va éloigner, euh ! On va éloigner, on va écarter la ficelle de façon régulière tout autour, de façon à l'éloigner d'un mètre. D'accord. Je te fais un dessin (il dessine devant lui sur le cahier d'**Ad**) Donc, on a une balle ici avec un virgule cinq centimètre, donc ça va nous donner un certain périmètre, et puis après, on l'écarte, on rajoute de la ficelle et on l'écarte comme ça (il trace le second cercle autour du premier), d'accord, de façon à ce que ça soit ici un mètre comme ça, tout autour. Donc il va falloir qu'on rajoute de la ficelle, d'accord, puisqu'on obtient un cercle plus grand
260	**Ad**	Oui
261	**En**	Alors la question : quelle est la longueur de la ficelle qu'il faut ajouter ? C'est question eh ! de quelle longueur de ficelle il faut rajouter ? En gros, qu'est ce que tu pourrais faire pour connaître la longueur de la ficelle
262	**Ad**	On trouve le diamètre
263	**En**	Le diamètre de quoi ? De qui ?
264	**Ad**	De la balle de ping-pong

265	**En**	Oui
266	**Ad**	Donc trois centimètres de
267	**En**	De diamètre, oui
268	**Ad**	Puis on prend, on calcule l'aire du
269	**En**	On veut des longueurs, ce ne sont pas des aires, ce sont des périmètres
270	**Ad**	Ah ! Oui
271	**En**	Des périmètres tu voulais dire, d'accord et ensuite
272	**Ad**	Euh, le périmètre de la balle de ping-pong, c'est le, le nombre de ficelle, et après on fait **La cloche a sonné**
273	**En**	Ça a sonné, non ? Alors, donc pour demain, puisqu'on a cours le matin, pour demain j'aimerais que vous terminiez ceees deux
274	**Ch**	Problèmes
275	**En**	Ces deux petits problèmes, et queee vous
276	**El**	Lesquels
277	**En**	Ben, ces deux petits, ces deux calculs là enh !
278	**Ti**	Monsieur, c'est terminé
279	**En**	Vous l'avez déjà terminé, ben, dans ce cas c'est bon. Tu as la quantité de ficelle qu'il faut rajouter à chaque fois ?
280	**Ti**	Oui
281	**En**	On parle là-dessus demain

Deuxième séance d'enseignement, période 1
Enseignant : EnF2

1	**En**	On va poursuivre l'exercice sur lequel vous avez réfléchi hier J'aimerais qu'on soit bien attentif et qu'on participe. Je vais reprendre la consigne de l'activité sur laquelle vous avez réfléchi hier. Alors, donc rappelons brièvement la situation Concrètement deux sphères, en gros deux équateurs, un qui est gigantesque, l'équateur de la terre, l'autre qui est ridiculement petit à comparer, la balle de ping-pong. Donc, on faisait une manipulation qui consistait à mettre une ficelle autour, autour de l'équateur. La première chose, c'est qu'on plaque la ficelle autour de l'équateur de la terre et autour de l'équateur de la balle de ping-pong. Et ensuite, on décidait, n'est ce pas **Ti**. On décidait deee, d'éloigner la ficelle d'un mètre, donc de soulever la ficelle d'un mètre, régulièrement tout autour de l'équateur, et on demandait de comparer la distance, la longueur de la ficelle pardon, qu'il fallait ajouter pour remplir le contrat, d'une part pour la balle de ping-pong, et d'autre part pour l'équateur de la terre. Alors, qu'est-ce que vous en pensez, qu'est-ce que vous avez fait, puisque vous avez réfléchi à ce problème chez vous ?
2	**Si**	Il faut ajouter la même longueur de ficelle
3	**En**	Alors, **Si** nous dit : Il faut ajouter la même longueur de ficelle pour réaliser lelelele, ce qui est demandé, c-à-d soulever la ficelle d'un mètre Alors, est-ce qu'y en a qui ont d'autres idées ? Est-ce que vous arrivez à la même conclusion ? Est-ce que ça vous surprend **Ch** ou fais voir **Ti**
4	**Ti**	J'étais surpris par le résultat. Je pensais qu'il faudrait beaucoup plus de ficelle autour de la terre que pour la balle.
5	**En**	Donc, t'étais surpris par ce résultat là
6	**Ti**	Oui
7	**En**	**Bj** ! qui était en pleine forme hier après midi on a constaté, alors
8	**Bj**	J'ai pas trouvé
9	**En**	T'as pas trouvé ! Qu'est-ce que tu as fait quand tu dis que tu n'as pas trouvé ?
10	**Bj**	J'ai pas compris quoi faire
11	**En**	T'as pas vraiment compris la consigne. Bon **Ad**
12	**Ad**	J'ai calculé le périmètre des deux cercles
13	**En**	Oui
14	**Ad**	Et après je ne
15	**En**	Après tu es resté coincé là dedans
16	**Ad**	Oui

17	**En**	Bon, alors, la seule proposition je dirais que l'on a, c'est que contrairement à l'intuition, me semble-t-il, hein ! Si je résume un tout petit peu les deux idées qui ont été avancées. Intuitivement, on pense qu'il faudrait, peut être, ajouté beaucoup plus de la ficelle autour de la terre pour la soulever d'un mètre qu'autour deee, de la balle de ping-pong Et comme dit **Ti**, c'est ce que je pensais, mais ça me semble, j'étais surpris par le résultat. C-à-d, on a fait le calcul et tu t'es rendu compte, vous vous êtes rendu compte que, si on prend une grande boule ou une toute petite boule, en fait la quantité de ficelle à ajouter c'est la même On, ooon peut, peut-être le vérifier, parce que la quantité de ficelle qu'est ce que, comment on va la calculer cette quantité de ficelle qu'il va falloir ajouter ? **Eli**
18	**Eli**	La longueur de la ficelle c'est tout autour de la balle
19	**En**	Non, on a dit hier, on avait une ficelle qui était comme ceci (il explique sur un dessin), donc là je remonte l'équateur et puis après on l'a soulevé d'un mètre, je ne respecte pas l'échelle, eh, on l'a soulevé d'un mètre, et on dessinait un nouveau cercle, ici, qui avait comme rayon, la balle de ping-pong donc un virgule cinq centimètre plus un mètre On soulève la ficelle, c'est pas difficile à imaginer ! je vois que tu fronces tes sourcils, hein, on soulève la ficelle, on la dispose avec, en l'écartant tout autour d'un mètre, ici, ici, ici (il trace des flèches entre les deux cercles) comme ceci. Allez, installe-toi vite, tu me donneras ton carnet après (une élève vient de rentrer en classe) Donc au départ, au départ on a une longueur, une longueur de ficelle, donc une longueur de ficelle (il utilise le tableau en colonne, sans les tracer, il écrit : longueur de la ficelle), donc au départ (il écrit en deuxième colonne départ), donc avant la, la transforma, avant la manipulation (il écrit en troisième colonne transformation), donc pour la balle de ping-pong (il écrit balle dans la première colonne), donc au départ c'est simplement le périmètre, de l'équateur, c'est donc, deux, on a rappelé hier, eh le calcul. C'est donc deux fois pi fois le rayon, donc un virgule cinq centimètre, d'accord (il écrit en même temps que la diction dans la deuxième colonne). Ici, donc si on fait le calcul, ça fait trois fois pi, d'accord, trois pi (3π)
20	**Er**	On peut le marquer en chiffres
21	**En**	On peut le marquer en chiffres, c-à-d
22	**Er**	Ben, j'ai pris une valeur de pi
23	**En**	C-a-d, tu as pris une valeur approchée de pi. Tu l'as faite sur la calculatrice, en fait, c'est ça. Une valeur approchée de pi
24	**Er**	Oui
25	**En**	Alors, tu peux nous donner le résultat à peu près, ça fait trois virgule quatorze
26	**Er**	J'ai pris deux nombres après
27	**En**	Deux chiffres après la virgule, oui
28	**Ti**	Neuf virgule quarante deux
29	**En**	Neuf virgule quarante deux, à peu près neuf virgule quarante deux. Alors, euuh, en unité ça serait quoi, puisqu'on parle de longueur
30	**Ti**	Centimètre
31	**En**	Des centimètres, eh ! Ok ! Bien Alors après, si on veut calculer au niveau de la terre (il écrit le mot terre dans la première colonne), donc c'est la même chose, simplement le rayon, il est six mille trois cent soixante-dix kilomètres. Donc deux fois pi fois six mille trois cent soixante-dix, alors kilomètres (il écrit dans la deuxième colonne ($2\times\pi\times6370$), si on fait le calcul, ça donne quoi ? (Il attend une réponse pour 5 secondes). Alors, **Ti** si tu as fait le calcul avec
32	**Ti**	Quarante mille vingt trois virgule
33	**En**	Alors quarante
34	**Ti**	Quarante mille vingt trois virgule
35	**En**	Ah ! Quarante mille vingt trois
36	**Ti**	Virgule quatre-vingt neuf soixante six neuf (l'enseignant écrit 40023,89669 après un deuxième = en laissant en espace après le premier)
37	**En**	Neuf
38	**Ti**	Kilomètres
39	**En**	Alors, ça sont des kilomètres. Alors, pour votre gouverne personnelle il me semble que le périmètre de l'équateur c'est quarante mille vingt trois tout rond, c'est la définition du

		mètre. Bien, enfin en gros, quarante mille vingt trois, ok ! Si on fait le calcul avec la lettre pi, eh ben il suffit de faire le double. Donc ça fait zéro quatre sept douze (il écrit 12740 après le premier =). Donc voilà, douze mille sept cent quarante fois pi donc ça fait à peu près (il efface le deuxième = pour mettre □) quarante mille kilomètres. Donc ça c'est ce qu'on
40	**Er**	Pourquoi on a trouvé ?
41	**En**	Si vous regardez la définition duu
42	**Ti**	Mètre
43	**En**	Du mètre, c'est, il me semble que c'est ça, j'ai pas vérifié eh, on prend l'équateur, on divise en quart (il trace un disque qu'il partage en quatre), et je crois c'est, une fois qu'on a pris le quart, on divise par, je ne sais plus, on divise par un certain nombre, cent mille peut être, je ne sais plus combien c'est. La définition, la définition du mètre, on prend le méridien, et on prend le quart. On a pris le quart et on divise donc de façon, là ça fait, ça fait dix milles kilomètres, ça fait dix milles kilomètres, en gros on se débrouille pour que le quart ça fait dix milles kilomètres.
44	**Ti**	On divise par dix mille
45	**En**	On divise par dix mille, ça donne le kilomètre et on divise encore par mille ça donne le mètre. Je crois que la définition, elle est donnée comme ça, mais il faut aller vérifier. Je ne sais pas si c'est, je crois que c'est ça Enfin bref, donc c'est pour ça de mémoire, de mémoire c'est quarante mille, la définition du mètre fait que ça donne pratiquement quarante mille. Après, on a fait des mesures plus précises et on s'est rendu compte que, c'était pas tout à fait, il fallait ajuster, mais la définition du mètre au départ c'était ça, et puis après ça a changé, il a fallu des choses beaucoup plus précises. Donc bref, retournons à nos, nos moutons Donc on a ça (il montre les réponses trouvées dans la colonne : départ). Alors ensuite, qu'est ce qui se passe ? On ajoute un mètre. Donc, ça veut dire que après la première transformation, cette transformation, on a un rayon qui va augmenter d'un mètre (il explique sur le dessin). D'accord. C-à-d votre balle de ping-pong qui avait un rayon de un virgule cinq centimètre, va gonfler en quelque sorte, et va donner une nouvelle, un nouveau disque, qui va avoir un rayon qui va augmenter d'un mètre, à savoir cent centimètres. Donc, vous avez une nouvelle balle qui va avoir comme longueur de ficelle deux fois pi fois un rayon qui va être de un virgule cinq centimètre plus un mètre c-à-d cent centimètres (il écrit $2 \times \pi \times (1{,}5 + 100)$ dans la troisième colonne : Transformation). Si on fait cent plus un virgule cinq, ça fait cent un virgule cinq, d'accord
46	**Es**	On peut le mettre en mètre ?
47	**En**	On peut le mettre en mètre, comme tu veux, je veux dire
48	**Es**	C'est pour pouvoir comparer après
49	**En**	Oui, oui, on va essayer, on va voir après au niveau des unités. D'accord Si on fait la même chose au niveau de la terre, vous allez donc avoir, un nouveau rayon, qui va être de six mille trois cent soixante-dix kilomètres plus un mètre. Si on met tout en mètre, les six mille soixante-dix kilomètres, donc pour les convertir en mètre, on multiplie par mille, kilo **Ch** eh, kilo c'est mille, donc on multiplie par mille, donc ça vous fait ajouter trois zéros, si je ne me trompe pas avec le nombre de zéros, et comme vous avez un mètre en plus, donc vous avez, trois là, donc six millions trois cent soixante dix mille un mètres, d'accord. Donc, la nouvelle longueur de ficelle va correspondre à ça, ok (il écrit dans la troisième colonne ($2 \times \pi \times (6370001)$). Donc, ça cette distance là, on la mis en mètre (il montre $2 \times \pi \times (6370001)$), cette distance là (il montre $2 \times \pi \times (1{,}5 + 100)$) on l'a mis en centimètre. Alors, si on fait le calcul, qu'est ce que ça donne pour le premier ? Alors, deux fois pi fois cent un virgule cinq, ça va donner, donc, deux fois un virgule cinq ça fait combien ?
50	**El**	Deux cent trois
51	**En**	Deux cent trois, deux trois pi (il écrit en même temps qu'il parle), ça c'est en
52	**El**	Centimètre
53	**En**	En centimètre, d'accord. Ici, si on fait le calcul (il montre le produit correspondant à la terre), ça fait donc, euh, zéro, zéro, deux, fois, fois pi (il écrit 112740002π), d'accord

		Alors, ça ce sont des mètres et ça (il montre 302π), ça ce sont des centimètres Alors, si on prend, si on prend comme disais notre ami **Ti,** si on prend les valeurs avec, tu disais, tu as fait avec trois quatorze, tout à l'heure à la calculatrice, alors qu'est ce que ça donne ?
54	**Er**	Euh ! Ça donne en fait pareil, il n'y avait pas
55	**En**	Ah !! ça c'est bien
56	**Er**	Ça donne quarante mille vingt trois virgule quatre-vingt neuf soixante-six neuf
57	**En**	Il a dit, il a dit, j'ai pris les valeurs mais en fait ç'est à peu près pareil. T'arrives pas à faire une différence avec une valeur, une valeur de pi, une valeur approchée
58	**Ti**	Mais la calculatrice ne montre pas assez de chiffres après, après
59	**En**	Ah ! avec la calcculat, et alors, qu'est ce que ça, ça veut dire c'est pareil ou tu penses que c'est diffèrent ?
60	**Er**	Non, la différence est faible, mais avec l'appareil, on ne peut pas pratiquement la voir
61	**En**	La différence est très petite et pourtant tu travailles avec des nombres. Et les nombres ici ne nous donne pas, ça c'est important ce qu'il est en train de dire ici, c'est qu'on travaille avec des nombres, il a remplacé pi, parce que en fait concrètement on veut une longueur, il a remplacé pi par une valeur dans la calculatrice, et puis la calculatrice est peut-être pas suffisamment performante pour voir la différence entre les deux
62	**Ti**	Ça nous donne une valeur approchée
63	**En**	Oui. Alors conclusion, est ce que cela ne voudrait pas dire qu'il faudrait faire un raisonnement en restant plus avec les lettres
64	**Ti**	Peut-être
65	**En**	Peut-être ! Enfin, je pousse un petit peu, eh ! En disant finalement, peut-être qu'en gardant, en remplaçant pi par trois quatorze ou la valeur de la calculatrice, euuh ! Tu disais que c'est une valeur approchée, mais, mais c'est tellement approchée qu'ooon, et puis le nombre qu'on manipule pour l'un petit, un virgule cinq centimètre par rapport à six mille kilomètres, c'est, c'est du petit au très grand. Donc la calculatrice ne permet pas de faire, de faire une différence fondamentale, significative Donc moi, je vous suggère de rester, peut être, avec le symbole, le calcul avec les lettres. C-à–d le symbole pi (il montre π), pi qui vaa, ce symbole qui va représenter un nombre. Et est ce que finalement, en travaillant uniquement avec les symboles, est ce qu'on on va avoir une information plus précises. C-à-d, finalement ton neuf virgule quarante deux de tout à l'heure ou le quarante mille vingt trois de tout à l'heure, finalement c'est peut être pas ça qui est le plus intéressant du point de vue mathématique, eh ! Après moi quand je veux mettre effectivement la ficelle, il faut savoir combien il faut que j'en mette ? Il faut que je me donne des moyens, mais par rapport au problème qui est posé, je dirai que ça et ça, c-à-d les neuf virgule quarante deux et les quarante mille vingt trois sont peut-être pas des informations, je dirais assez pertinente pour nous. Je pense qu'on peut tirer la, la, déjà cette, cette remarque ici Donc conclusion, peut-être rester avec la lettre pi. C-à-d, garder pour la balle le trois pi (il encadre 3π), garder pour la balle euh, lee calcul qui est ici, qui est de deux cent trois, deux cent trois pi en centimètres (il encadre 203π). Essayer maintenant de comparer la longueur de ficelle que vous ajoutez dans les deux cas Dans le premier cas, le cas de la balle, la ficelle qu'on a au départ, **Cha** on suit s'il te plait. La ficelle qu'on a au départ, on passe de trois pi, alors ça ce trois pi c'est en
66	**Ti**	Centimètre
67	**En**	C'est en centimètre, alors il y a quand même le souci. Là (il montre 3π) c'est en centimètre et là ici (il montre 203π) c'est en centimètre, il faut avoir vraiment le souci, j'étais un tout petit peu perdu, le souci d'avoir les mêmes unités. Alors, si on regarde la quantité de ficelle qu'on ajoute, au départ on avait trois pi, à l'arrivée deux cent trois pi, donc on a ajouté quelle longueur de ficelle ?
68	**Ti**	Deux cent pi
69	**En**	On a ajouté deux cent pi, d'accord. On a ajouté deux cent pi
70	**El**	Centimètre
71	**En**	J'entends le mot centimètre. On a ajouté deux cent pi centimètres, d'accord Donc où est ce que je vais le mettre ? Je vais le mettre là au milieu (il cherche un place pour écrire), on ajoute (il écrit en même temps), on ajoute deux pi centimètres
72	**Er**	Deux pi mètres
73	**En**	Ou deux pi mètres

		Et maintenant si on regarde le calcul qui est en dessous, si on regarde le calcul qui est en dessous (il montre le calcul de la terre dans la première colonne), alors douze mille sept cent quarante pi, ça c'est en quelle unité ? Ça ce sont des kilomètres, d'accord. Et ici, douze millions sept cent quarante mille deux pi, c'est en, c'est en mètres. Bon, alors il faudrait peut être essayer de choisir une bonne et vieille unité identique pour les deux calculs. On peut tout prendre en mètre par exemple, donc ça veut dire le douze millions et quelque on le garde, et ici, on va transformer les douze mille sept cent quarante pi kilomètres en mètres. Ça revient à faire quoi ?
74	**El**	Ajouter trois zéros
75	**En**	Voilà, rajouter trois zéros (il écrit 12740000π) et on a la longueur de la ficelle au départ, donnée en mètre, douze million sept cent quarante mille et douze millions sept cent quarante mille deux fois pi, j'ai oublié fois pi de tout à l'heure. Alors quelle longueur de ficelle on ajoute ?
76	**Ti**	On fait la différence
77	**En**	La différence et la différence, elle est de combien ?
78	**Ti**	Deux
79	**En**	Deux fois pi, eh ! La différence sur les nombres entiers est de deux, deux fois pi mais en
80	**Ti**	Mètre
81	**En**	En mètre. Donc (il écrit en parlant) deux pi mais l'unité est en mètre. Donc, d'un côté deux cent pi en centimètre et de l'autre côté, pour la terre, deux fois pi en mètre Alors qu'est ce qu'on peut dire de ces deux nombres là ?
82	**Ti**	Sont égaux
83	**En**	Voilà, ces deux nombres, quand on tient compte de l'unité sont égaux, ok. Ça veut dire, et c'est pour résumer un peu ce que **Ti** disait c'est : que je prenne la terre ou que je prenne la balle de ping-pong, la quantité de ficelle que je dois ajouter pour soulever, écarter la ficelle d'un mètre du sol, ou d'éloigner la ficelle de un mètre de ma balle tout autour, eh ben c'est la même quantité et cette quantité si je l'exprime en mètre c'est de deux fois pi mètres. Ç-à-d à peu près si on reprend le calcul de **Er,** si on prend pi trois quatorze, alors on fait deux fois trois quatorze, d'accord six vingt huit, ok Alors, c'est la même chose, ça peut paraître un peu surprenant, c'est peut-être parce que j'ai pris la balle, une balle et j'ai pris une, la terre. Est-ce que c'est vrai, la question que je veux vous poser, est ce que ça peut être vrai quelque soit le rayon que j'utilise ?
84	**Els**	Non
85	**Els**	Si
86	**En**	Non, si. Il faut qu'on prenne une décision
87	**Si**	Si, ça marche pour des choses aussi différentes et si on remplace par des lettres
88	**En**	Oui, **Si** tu disais ça marche pour des choses aussi grandes, aussi différentes, grandes
89	**Si**	Différentes
90	**En**	Différentes et que, peux-tu reprendre
91	**Si**	Si on remplace les diamètres par des lettres au lieu que de mettre des nombres, on s'apercevrait que c'est pareil
92	**En**	La question grand, petit des deux extrêmes et en plus si on remplace les nombres par des lettres ça devrait marcher, c'est un peu l'idée qu'a **Si**. **Ti**
93	**Ti**	Si, par la preuve par des lettres
94	**En**	La preuve par des lettres. Est-ce qu'il y en a, eeest-ce que vous pensez que, puisqu'il y a des oui et des non, euuuh, il y a deux possibilités, soit on prend tous les rayons possibles imaginables, ou bien comme dit **Si** et comme dit **Ti**, je pense que d'autres pensent la même chose. Peut-être queee,en disant, voilà, je ne vais pas donner la valeur du rayon, je vais, supposer qu'on cache la valeur du rayon, je vais remplacer, comme je disais dans le cours d'avant, remplacer par une lettre et puis essayer de voir le calcul que ça peut faire, et essayer, de voir, si la réponse, dépend, du rayon, ou pas. Alors, si je prends une balle, ou est ce que **Si** tu veux venir nous expliquer ?
95	**Si**	Je prends pour les diamètres, petit d et grand d (il dessine deux cercles de grandeurs différentes sur lesquelles il désigne les diamètres d et D)
96	**En**	D'accord, petit d et grand d. Donc, il remplace le diamètre de la balle de ping-pong par petit d et celui de la terre par grand d, d'accord

97	**Si**	Pour savoir, enfin, la longueur de la ficelle qu'il faut rajouter, ça serait le diamètre de celui-là (il montre la terre) moins le diamètre de celui-là (il montre la balle)
98	**En**	Oui
99	**Si**	Donc ça fait (il écrit (d + x) π - dD)
100	**En**	Donc, la ficelle moins le périmètre de laaa, de l'équateur de départ
101	**Ti**	Deux x puisque
102	**En**	Attends, il veut t'aider
103	**Ti**	C'est deux x puisqu'on rajoute un mètre de chaque
104	**En**	Ah ! Tu veux dire après tout, peut-être queeee, si j'ajoute un, il est en train de dire et si j'ajoutais une longueur x, c'est ce que, c'est ce que tu es en train de dire ? Alors là tu écris : parenthèse d plus x
105	**Ti**	Deux x
106	**Si**	Si je remplace deux x ou x c'est pareil
107	**En**	Deux x ou x c'est pareil. Qu'est ce que tu veux dire par là ? Je comprend ce que tu veux dire, mais essaye de nous, nous
108	**Si**	C-à-d si on multiplie par deux et on a pris là (il montre l'écartement) zéro virgule cinq pour chaque alors x ça fait un et si on prend un ça fait deux
109	**En**	D'accord, alors c'est pas idiot ce que tu racontes, mais si on veut, si on veut dire et **Ti** réagit, c-à-d tu changes un peu la forme du problème, mais ton idée n'est pas si idiote que ça eh !
110	**Si**	Oui
111	**En**	Euuuh ! Toi, en gros, ce que tu veux dire c'est que x c'est la longueur que tu rajoutes ici (il montre sur le dessin l'écartement des deux côtés du diamètre). Alors, tu fais pas paraître le fait que tu ajoutes de chaque côté la même quantité, le mieux ça serait de remplacer le un par x. Donc, tu as le diamètre plus deux x (**Si** corrige son équation en mettant 2 devant x) Mais on peut découvrir des tas de chooooses, c'est de rajouter x après tout, on peut lee
112	**Si**	D'accord
113	**En**	D'accord. Donc tu développes. (**Si** développe son équation il écrit : $d\pi + 2x\pi - d\pi$ **)**
114	**Si**	Alors ça et ça s'en vont (il parle de $d\pi$ et $-d\pi$ **)** , il reste deux x pi
115	**En**	Il reste deux x pi, donc tu as barré les d pi et il reste deux x pi. Donc tu as fait le calcul. Alors qu'est ce que tu nous écris avec ça, qu'est ce que tu en déduis ?
116	**Si**	Ben, enfin, on trouve deux x pi comme longueur
117	**En**	Alors, attends, c'est que tu trouves deux x pi
118	**Si**	Les diamètres vont s'annuler
119	**En**	Ah ! La lettre du diamètre, le petit d, tu ne la retrouves plus. Ça veut dire que cette différence entre la longueur de départ et la longueur après la transformation, c'est cette longueur qui est ici (il montre 2 x π)
120	**Si**	Oui
121	**En**	Donc le diamètre n'intervient pas
122	**Es**	Monsieur
123	**En**	**Es**
124	**Es**	Que ce soit le diamètre de la terre ou la diamètre de la terre, on va toujours élever que de deux mètres
125	**En**	Oui et alors. Parce que, **Ad**, s'il te plait Résumons la situation. **Si** a fait le calcul avec la balle de ping-pong, il a pris un diamètre petit d, et puis, il refait le calcul pour la grande balle, je dis la grande balle, pour la grande terre. Et toi, tu voulais dire quoi ?
126	**Es**	Je ne sais pas, c'est deux mètres que ce soit la terre ou la balle c'est deux mètres
127	**Er**	C'est idiot, avec grand d, ça va faire pareil
128	**En**	Alors, en gros, est ce que le calcul qui est fait ici, est ce qu'on a besoin de le refaire une deuxième fois ?
129	**Er**	Ben, non, quelque ce soit la lettre, un mètre de chaque côté, donc ça fait deux mètres, que ce soit la terre ou la balle de ping-pong
130	**Si**	C'est le même calcul
131	**En**	Que je l'appelle grand d ou petit d, dans mon calcul, c'est ça ce que tu veux dire. Finalement, c'est le même calcul, c'est ça ce que tu veux dire, puisque la lettre d, tu dis,

		ça représente la, la, ça représente quoi ? La lettre d, ça représente quoi, est-ce que tu peux nous le dire ?
132	**Er**	La masse, je ne sais pas
133	**Si**	Le diamètre
134	**En**	Le diamètre, oui c'est bien le diamètre
135	**Er**	De la terre ou de la balle de ping-pong
136	**En**	C'est ça ce que tu veux dire ?
137	**Er**	Oui
138	**En**	D'accord. Donc en gros, ce que **Er** est en train de nous dire, ça ne vaut pas la peine de refaire le calcul avec le grand d, parce que de toute façon, c'est la même chose. Que la lettre d que tu as prise ici, représente un petit nombre ou un grand nombre, le calcul va être rigoureusement identique, donc c'est pas la peine, en gros si j'ai bien compris.
139	**Si**	Oui, oui
140	**En**	C'est pas la peine qu'on le reconduise une deuxième fois, puisque t'auras le même résultat. tu fais le calcul avec l Ce qui est important, je termine juste mon, mon, mon propos. Je te remercie **Si** de ta, de ton idée. Ce qui est important, c'est qu'on se rend compte et **Cha** (elle était distraite) est aussi contente de, de ça. C'est qu'on on fait le calcul, eh bien l'expression qui dépend de la lettre du diamètre, donc le d pi, dans le calcul disparaît. Donc, on peut donner à d, et c'est **Er** qui a un peu, moi je l'ai comme ça, une grande valeur ou une petite valeur, on s'enfiche parce que dans le calcul ça va disparaître, et ce qui va rester ne dépend de la longueur correspondante à petit x, la lon, la, l'altitude qu'on donne, l'éloignement qu'on donne, ça ne dépend que du nombre x puisqu'on trouve deux pi fois x. **Ti** (il lève son doigt)
141	**Ti**	Est ce qu'on peut dire que ces formules là, ça marche le plus fréquent, puisqu'on a pris un mètre et le résultat qu'on a trouvé de différence est deux pi mètre, donc, c'est deux fois un fois pi
142	**En**	Voilà, d'accord. Donc ce que tu es entrain de dire, si je donne à x la valeur de un mètre on retrouve, en faisant attention aux unités, on retrouve ce qu'on avait trouvé dans le, le, les calculs de tout à l'heure
142	**Ti**	Il faut penser à additionner, si on additionne le nombre avec le périmètre du départ
144	**En**	Soustraire tu veux dire
145	**Ti**	On aura le deuxième périmètre
146	**En**	Ah oui, ouioui, si la différence est de deux pi ou deux x fois pi, pour passer de l'un à l'autre, il faut ajouter cette longueur là, eh ben la longueur de la ficelle dont on a besoin Il me semble, alors on va s'arrêter sur cet exercice, moi je tirerai deux ensei, deux enseignements, deux enseignements importants, peut être trois : premier enseignement, il me semble c'est celui de **En** il me parait intéressant, c'est que **En** a dit : moi j'ai fait des calculs avec des valeurs approchées décimales, avec des valeurs approchées décimales, mais je me suis rendu compte que je pouvais pas, que je pouvais pas prendre une position très nette, euh, je résume, je caricature un peu. Avec des valeurs approchées j'arrive pas à prendre une décision, c'est pas si nette que ça. Et donc, l'idée c'est de se dire, finalement, peut être, on a l'avantage à garder le calcul symbolique. C'est pour ça, ici on préfère garder pi, parce que finalement, on regarde quelle différence il y a entre les deux longueurs et cette différence peut s'exprimer à l'aide du nombre pi **Cha** j'aimerais que tu sois attentive, d'accord Bon, d'une part l'avantage peut être du calcul littéral par rapport au calcul avec des nombres Deuxième chose qui me parait importante : c'est que si on se rend compte de laaa, la situation, on peut remplacer par le diamètre et alors **Si** est resté un peu dans l'idée, qu'il fallait deux diamètres, un petit d et un grand d. Il était prêt à refaire, à refaire deux fois le calcul, d'accord. Et en fait, la lettre petit d, représente et c'est un peu **Es** qui a, qui a pointé l'idée, représente n'importe quelle longueur, n'importe quel diamètre, aussi bien le diamètre de un virgule cinq, aussi bien le diamètre ou le rayon de la terre, enfin le diamètre de la terre. Il aura les mêmes vertus, c'est un peu ce qu'**Es** a, aaa remarqué, donc, il suffit de faire le calcul une seule fois. Et enfin, pour constater ce qu'on avait, c-à-d deux cent pi ou deux pi, eh bien, le calcul en faisant la différence, montre que la lettre d qui correspond au diamètre disparaît, il y a plus de d dans le résultat. Alors, ça dépend et ça c'est **Ti** qui nous a donné une bonne idée, il a dit : eh ben, je peux ajouter n'importe quoi, on ajoute un, mais on peut ajouter n'importe quoi, alors là, la

		longueur de ficelle, par contre qu'on ajoute, on se rend compte, que elle dépend de l'éloignement plommé, puisque c'est deux fois l'éloignement x fois pi. Ça ne dépend que de l'écart qu'on met ici (il explique sur le dessin), si on prend un mètre, si on prend un mètre cinquante, si on prend deux mètres effectivement **Es** (il lève son doigt)
147	**Es**	Si on parle de l'aire, ce ne serait pas pareil ?
148	**El**	Ce serait au carré.
149	**En**	Alors, si je reposai la question au niveau des aires, tu veux dire par là que la conclusion ce ne serait pas la même, c'est ça ?
150	**Es**	Oui
151	**El**	Ça donne des carrés
152	**En**	Alors, ça marcherait peut être pour le, le, bon on fait une constatation, c'est la même chose, au niveau des aires, ben on fera un petit exercice peut être, eh ! Vor un petit peu qu'est ce que ça va donner
153	**El**	Ça fera deux x au carré, non
154	**En**	Bon, on verra, on verra avec une petite tactique de calcul. On reviendra dessus un peu plus tard, je pense les vacances de Noël. C'est bon là pour cet exercice ? Oui ! Est-ce que vous êtes convaincus que c'est, que c'est la même quantité de ficelle qu'il faut ajouter ? Si je vous donne six mètres de ficelle, ça marche pour la balle de ping-pong et ça marche pour la terre, le tout petit et le très grand Bien, alors un autre calcul, je vous propose un autre exercice, c'est un petit programme que je vous donne. Je vous le lis pour que ça soit clair pour tout le monde : donc, on choisit un nombre entier, j'élève au carré l'entier qui est juste après, j'élève au carré l'entier qui est juste avant, je calcule la différence de ces deux entiers, d'accord, ensuite à cette différence, le plus grand moins le, lele, le carré du plus grand moins le, enfin le carré du plus grand et le carré du plus petit, à cette différence je retranche quatre fois le nombre de départ. Je vous demande de m'annoncer le résultat
155	**Ad**	Retrancher quatre fois c-à-d fois quatre ?
156	**En**	Problème de vocabulaire, retrancher c'est ça ta question ?
157	**Cha**	Soustraire
158	**En**	Eh ben, c'est soustraire
159	**Cha**	Elever au carré, c'est quoi ça ?
160	**En**	Elever au carré, eh ben, c'est, c'est. Vous voulez peut être un exemple
161	**El**	x au carré
162	**Li**	Deux
163	**En**	Alors, t'as essayé **Li** avec deux, alors le nombre que tu choisis c'est deux, (il écrit au tableau 2), alors **Li** après on t'écoute
164	**Li**	Elever au carré
165	**En**	Elever au carré l'entier qui vient juste après
166	**Li**	Ça fait un, parce que un au carré ça fait un
167	**En**	Après
168	**Li**	Ah oui, pardon, ça fait trois donc neuf
169	**En**	Donc trois au carré ç'est neuf (il écrit $3^2 = 9$ en colonne)
170	**Li**	Celui d'avant c'est un
171	**En**	Le un que tu as annoncé, un au carré c'est un (il écrit $1^2 = 1$), alors après, tu fais la différence
172	**Li**	Neuf et un
173	**En**	Huit, donc la différence huit (il écrit au tableau en dictant : la différence = 8), alors tu as fait cette différence et après on te demande, c'est exprimer comme ça eh, retrancher, on avait dit que ça veut dire soustraire, quatre fois le nombre de départ.
173	**Ti**	C'est zéro
174	**En**	Oui, le nombre de départ
175	**Ti**	Quatre fois deux, huit
176	**En**	Oui, le nombre de départ c'était deux, quatre fois deux c'est huit, et huit moins huit, vous annoncez
177	**Li**	Zéro
178	**Els**	Zéro
179	**En**	Donc, **Li** annonce zéro Bon, alors jsais pas euuuh, il y en a qui ont fait avec d'autres valeurs ? vous le faites

		fonctionner avec d'autres valeurs
180	**Es**	Est-ce qu'on peut le faire avec un ?
181	**En**	Est-ce qu'on peut le faire avec un ? Ben, on va voir avec un. (il écrit 1) **Es** on t'écoute
182	**Es**	Deux au carré quatre
183	**En**	Donc, celui qui suit un deux, donc deux au carré quatre
184	**Es**	Ah ! oui ça marche parce que quatre moins un[…](inaudible car il murmure), ça fait zéro
185	**En**	J'ai pas, j'ai pas compris ce que tu as dit. Tu as dit
186	**Es**	A la fin c'est le nombre, il faut retrancher quatre fois, c'est quatre le nombre
187	**En**	Alors là, le nombre de départ que tu as pris c'est un. Faisons le calcul jusqu'au bout. Le nombre c'est un, le nombre qui suit
188	**Es**	Quatre
189	**En**	Donc le nombre qui suit un c'est deux, deux au carré c'est quatre (il écrit $2^2 = 4$), celui qui précède un
190	**Els**	Zéro
191	**En**	C'est zéro, zéro carré c'est zéro (il écrit $0^2 = 0$). La différence ben, quatre moins zéro c'est quatre (il écrit diff :4). Tu enlèves quatre fois le nombre de départ (il écrit 4 – 4)
192	**Es**	Ben zéro
193	**En**	Voilà, quatre moins quatre ça fait zéro
194	**Ti**	C'est pareil pour quatre
195	**En**	C'est pareil pour quatre
196	**Es**	C'est pareil pour tout
197	**En**	Ah ! **Es** c'est pareil pour
198	**Cha**	C'est pareil pour tous les entiers
199	**En**	C'est pareil pour tous les entiers. Comment vous en êtes sûrs de ça ? Comment vous en êtes sûrs ?
200	**Cha**	Parce que si on fait avec les nombres […]
201	**En**	Parce que si on fait avec
202	**Cha**	Avec tous les nombres
203	**Ti**	Et si on fait avec un x, avec une inconnue
204	**Cha**	Ça va donner la même
205	**Ti**	Ça va donner zéro, avec un x
206	**En**	Si je comprends, il y a **Cha** qui est en train de nous dire, si on essaye avec tous les entiers, **Cha**, si on essaye avec tous les nombres entiers, on devrait trouver comme résultat
207	**Cha**	Zéro
208	**En**	Zéro. Bon, alors tu proposes donc de vérifier avec tous les nombres entiers
209	**Si**	Moi j'ai fait avec un
210	**En**	Attends, attends, on va , on va, on va Tu proposes de vérifier avec tous les nombres entiers ? (Il s'adresse de nouveau à **Cha)**
211	**Cha**	Oui
212	**En**	Oui
213	**Cha**	Non
214	**En**	Non, jsais pas eh ! Moi je veux bien On a déjà vérifier avec un, avec deux, il y en a qui ont vérifié avec quatre, j'ai cru entendre
215	**Ti**	Il faut vérifier avec x, et x
216	**El**	Avec trois ça marche pas
217	**En**	Alors, avec trois ça marche pas. Ah !! Avec trois ça marche pas Alors trois
218	**Li**	Ça marche
219	**En**	Ben, j'en sais rien
220	**Er**	Ça marche
221	**En**	Ça marche ou ça marche pas ? Ben, aaalors, oooon
222	**Li**	Ça marche
223	**En**	On va demandez à **Li** alors, trois, on choisit trois (il écrit 3)
224	**Li**	Quatre, seize
225	**En**	Donc, celui qui suit, quatre, quatre au carré c'est seize

226	**Li**	Celui qui précède ça fait quatre
227	**En**	Celui qui précède c'est deux, deux au carré ça fait quatre. La différence
228	**Li**	Ça fait douze
229	**En**	Douze
230	**Li**	Eh ben là
231	**En**	Douze, et puis on est là, la différence. On retranche quatre fois le nombre de départ.
232	**Ti**	Ça fait zéro
233	**En**	Le nombre de départ c'est celui là, eh ! (Il montre le 3) Trois fois quatre douze, ça fait bien zéro, d'accord Ah ! Ça serait bien, t'aurais trouvé ce qu'on appelle un contre exemple, en disant voilà ça ne fait pas toujours zéro, eh ! Mais, voilà. Donc, on a essayé avec un, avec deux, avec trois, il y a **Ti** qui dit : on peut, peut être essayer en prenant une
234	**Ti**	Un x
235	**En**	Un x, alors c-à-d ce x ce serait quoi ?
236	**Ti**	Ben, tous les nombres, tous les nombres entiers choisis
237	**En**	N'importe quel nombre ? C-à-d le nombre, n'importe quel nombre, sous entendu entier, donc n'importe quel nombre entier qui est choisi au départ. Alors, si on choisit, si on choisit, si on traduit en langage mathématique avec des lettres, le nombre qu'on va choisir au départ, tu vas l'appeler x, et donc tu vas essayer de faire un calcul avec x, c'est ça ce que tu proposes ?
238	**Ti**	Oui
239	**En**	Alors, quel serait le calcul qu'il faudrait faire pour s'assurer que c'est bien, c'est bien ça **Pa** j'aimerais un peu qu'on écoute
240	**Ti**	Ben ! On fait le calcul
241	**En**	Quel genre de calcul ?
242	**Es**	Il y a un problème, puisque après pour l'entier d'après il faut savoir lequel ?
243	**Ti**	Mais c'est x et x plus un (on entend la cloche, mais ils continuent) au carré et x moins un au carré
244	**En**	Alors, ça vient de sonner, mais je voudrais qu'on parte sur. Donc ce que tu as envie de dire c'est que le nombre que tu choisis, le nombre que tu choisis c'est x d'accord (il écrit nombre choisi : x). donc le nombre choisi tu l'appelles x. Alors après l'idée comment coder, comment expliquer, comment exprimer le nombre entier qui est juste après ?
245	**Ti**	J'ai déjà dit, c'est x plus un
246	**En**	C'est x plus un, bien !! Donc l'entier qui suit c'est x plus, x plus un (il écrit en même temps). Et vous élevez auuu caaaarré le nombre qui suit, alors comment tu écris ce x plus un au carré ?
247	**Er**	Entre parenthèses au carré
248	**En**	Entre parenthèses, on met quoi entre parenthèses ?
249	**Els**	Ben, x plus un (on entend la voix de **En**)
250	**En**	On met entre parenthèses x plus un au
251	**Els**	Carré (on entend la voix de **En**)
252	**En**	Au carré (il écrit $(x + 1)^2$). Comme ça ? C'est ça ce que tu voulais écrire ? Donc parenthèse x plus un fermez la parenthèse au carré. Donc après l'entier
253	**Ti**	Qui précède
254	**En**	Qui précède,
255	**Ti**	Ben, x moins un
256	**En**	Donc x moins un
257	**Ti**	Au carré
258	**En**	Et vous prenez le carré de l'entier qui précède, donc x mois un au carré (il écrit : entier qui suit : $(x – 1)^2$). Après qu'est ce que vous faites ? vous faites la différenccce de ces, deux, carrés, donc vous faites quoi comme calcul ?
259	**Ti**	x plus un au carré moins
260	**En**	x plus un au carré moins, x moins un au carré (il écrit en même temps)
261	**Ti**	x moins un au carré
262	**En**	Alors, avec des parenthèses ou sans ?
263	**Ti**	Entre parenthèses
264	**En**	Entre parenthèses, x moins un au carré, donc vous faites cette différence, et après, une fois que vous avez fait cette différence, il faut retrancher, on a dit soustraire eh, (il écrit le

		signe -) quatre fois le nombre de départ
265	**Es**	Ça fait moins quatre
266	**En**	Si on met moins quatre, est ce qu'on tient compte du nombre de départ ?
267	**Es**	Ah ! oui ! il faut prendre quatre x
268	**En**	Donc moins quatre x. alors, si on fait ce calcul là, et si l'idée à laquelle on pense est correcte on devrait trouver zéro (il écrit = 0 avec un point d'interrogation par dessus le signe =) Alors, est ce que ce calcul là, est ce que ça donne bien la valeur, la valeur zéro ?
269	**Ti**	Oui
270	**En**	Ça a sonné, on va s'arrêter là.

Deuxième séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF2

271	**En**	Bien, alors résumons la situation, donc on choisit un nombre, c'est x, on choisit à ce moment là le nombre qui suit, enfin on choisit le nombre qui suit c'est x plus un, le nombre qui précède c'est x moins un par ce qu'on parle de nombres entiers, ensuite on prend le carré, donc vous m'avez écrit entre parenthèses x plus un, entre parenthèses x moins un, on fait la différence, donc x plus un au carré moins x moins au carré, ensuite on retranche quatre fois le nombre de départ, donc moins quatre x. On a fait une traduction, en quelques sorte du point de vue mathématique, dans une écriture littérale, et la question que vous vous êtes posés : si les exemples, les cas particuliers qu'on a pris, sont des cas avérés dans toute, pour n'importe quel choix de nombres, eh bien, on a comme résultat dans ce calcul, ça doit donner la valeur zéro J'aimerais que **Cha** soit attentive, qu'elle me range cette feuille avant que je ne pique une grosse colère. Bien alors, la question, la question est la suivante : est ce que quand on fait x plus un au carré moins parenthèses x moins un au carré moins quatre x, est ce que ça fait, zéro Alors, vous pensez oui, qu'est ce qu'il faudrait faire ? Il faudrait le
272	**Es**	Développer
273	**En**	Il faudrait développer. **Es** tu veux venir nous développer ça ?
274	**Es**	Oh lalala !! (on entend des rires)
275	**En**	Donc **Es** tu viens s'il te plait Donc, x plus un au carré moins parenthèses x moins un au carré moins quatre x, il faut faire conduire ce calcul et si ce calcul est correcte, à la fin on doit trouver
276	**Ti**	Zéro
277	**En**	Zéro. Alors si le calcul, si notre supposition est correcte, on doit trouver zéro. Maintenant, est ce que le calcul va être correct ?
278	**Es**	Alors, je fais plus un moins 1, ils s'en vont et quatre x moins quatre x ça fait zéro
279	**En**	Alors attends, tu reprends là (on entend des fous rires), parce que ça me semble une expression expressssss, expressseuuuh (et les rires se renforcent) Donc, tu nous dis, tu nous dis x plus un au carré, x moins un au carré, comme il y a dans les carrés des moins un et des plus un, alors plus un et moins un ça fait zéro, donc les un disparaissent Et après tu nous dis, x carré
280	**Es**	Moins x carré ça fait quatre x
281	**En**	Ça fait quatre x, et puis x carré c'est, x carré c'est quoi ?
281	**Es**	Deux x
283	**En**	C'est deux x. x carré c'est deux x ?
284	**Es**	Ben, x carré c'est par x, c'est x qu'on multiplie par lui même
285	**En**	Ah ! x multiplié par lui-même (**Es** écrit $x \times x$) et ça s'écrit deux x. Je ne crois pas
286	**Es**	Non
287	**En**	Eh ! Deux x ça correspond à quelle opération ?
288	**Es**	A deux fois x
289	**En**	D'accord, oui (**Es** écrit $2x=2\times x$), mais à quelle autre opération ? (Trois secondes après, on entend **Ch** dire plus) Eh ! Je crois que **Ch** t'a soufflé un peu
290	**Es**	Euheuheuh ! jsais pas
291	**En**	C'est **Ch**

292	**Ch**	Addition
293	**En**	C’est une addition, c’est x plus x qui fait deux x.
294	**Es**	Ah, oui !!
295	**En**	D’accord, bon. Alors là, je crois là t’as eu un tout petit peu d’optimisme, Tu voulais accomplir le contrat, je fais quatre x moins quatre x ça me donne zéro. Donc, le tour est joué, M. Zucchetta est content, on a trouvé ce qu’il faut. Bon Il faut quand même trouver un calcul qui, faire un calcul correct qui et si le calcul est correct, voir si on trouve zéro ou pas. Alors, il faut peut-êtreeeee , alors se rappeler, développer ça, d’accord, mais développer en faisant attention Donc x plus un au carré ça veut dire quoi ?
296	**Es**	Eh ben ! Il y a un au carré et puis x au carré (il écrit $x^2 - 1^2$)
297	**En**	Alors, tu dis. Chchchu, (il tape les mains). **Pal** Tu dis, que c’est, il y a x au carré, il y a un au carré. J’en sais rien, il y a une voix qui dit ça ?
298	**Es**	Non
299	**Ch**	Non
300	**En**	Non ! T’as envie de dire ça ? Bon, jsais pas
301	**Er**	C’est la parenthèse fois elle même
302	**En**	Ah, voilà ! Il y a une parenthèse, c’est la parenthèse qui est multipliée par elle-même. Donc, il faudrait peut êtreeee dire, donc c’est quelle parenthèse multipliée par quelle parenthèse ?
303	**Es**	x plus un
304	**En**	Ecris-le, écris-le. Donc, c’est x plus un fois, fois x plus un, donc ça c’est le premier calcul (**Es** écrit $(x + 1) \times (x + 1)$). Ensuite, moins le deuxième calcul x moins un fois x moins un (il écrit $-(x - 1)(x - 1)$)
305	**Ch**	Moins quatre
306	**En**	Moins quatre x. Bon alors, je dirai que là, on va, j’aimerais bien, voilà le calcul qu’il faut faire. Alors, chacun, va essayer de le conduire au tableau. **Es,** tu vas revenir à ta place Donc c’est ça qu’il faut faire. Vous conduisez votre calcul et on essaye de voir Donc c’est ça qu’il faut faire. Vous conduisez votre calcul et on essaye de voir ce que ça va donner (L’enseignant passe dans les rangs, il s’approche de **Ch**, élève japonais, il a développé en utilisant l’identité $(a + b)^2$) et regarde son développement, il lui demande s’il connaît les identités remarquables. L’élève dit : oui, un peu, il les a apprises en quatrième. L’enseignant s’approche de **Pal** et regarde son travail) Alors, x plus un fois x plus un ça fait deux x plus deux ?
307	**Pal**	Oui
308	**En**	C’est ça, comment on va faire pour développer ? Alors dis-moi
309	**Pal**	C’est pas comme ça qu’il faut développer, non ?
310	**En**	Vas-y dis moi
311	**Pal**	Eh, ben, x fois x
312	**En**	Oui, x fois x
313	**Pal**	Deux x
314	**En**	C’est ça, tu n’as pas été attentive à ce que, à ce qu’à dit **Es**
315	**Pal**	Non
316	**En**	Ahah ! (on entend les élèves discuter à haute voix) **Ti, Si** vous avez fini le calcul déjà ? (il retourne à **Pal**) Donc, x fois x ça fait x au carré. Alors **Bj** ! Alors, il faut repartir du calcul de, de. On développe, x fois x, x fois un, un fois x, etc. (il trace les flèches de distribution) Et puis, qu’est ce qu’on a fait l’année dernière, toi tu dois le faire sans problème, ça, sans problème
317	**En**	**Ad**, quand tu as écrit x plus fois x plus un égal x carré plus un, est ce que tu as, quand tu écris ça, est ce que tu as vraiment développé ?
318	**Ad**	Non
319	**En**	Non
320	**Ad**	Mais
321	**En**	Qu’est ce que tu as fait alors ?
322	**Ad**	x au carré plus un moins x au carré plus un, moins un moins un ça fait un
323	**En**	Oui, d’accord, mais quand tu vas développer, tu vas faire x fois x, x fois plus un, plus un

		fois x, et plus un fois (il trace les flèches de distribution en dictant)
324	**Ad**	Un
325	**En**	Donc, ça fait combien ? ça fait beaucoup plus de choses de ce que tu as écrit ici, eh !
326	**En**	Oui **Es**
327	**Es**	Monsieur, est ce qu'on peut faire ce problème dans la parenthèse, fois ce problème dans la parenthèse (il parle de (x + 1)(x + 1)), en écrivant x au carré sans parenthèses plus un au carré ?
328	**En**	Ben, quand tu développes, ça va être comment ?
329	**Es**	Ben ! ça va revenir au problème du départ
330	**En**	C'est ça fois ça, non x fois x (des cris s'entendent) Bon, j'aimerais bien que mademoiselle **Li** qui prétend être très bonne en calculeee, tu m'as dit hier que tu peux faire des calculs sans problème en mathématique spécial. Donc, tu devrais faire les calculs, comme il faut et sans soupirer. (il se baisse de nouveau vers **Es**)
331	**Es**	Alors, il faut faire le problème x et après x fois euh
332	**En**	Eh !
333	**Es**	Il faut
334	**En**	Oui, voilà, développer comme, il faut pas, il faut pas griller des étapes
335	**En**	Ça, c'est complètement faux ça !! **Li**
336	**Li**	(Elle parle avec sa copine en anglais, elle est américaine et elle a étudié les identités remarquables, puis elle dit) Je crois qu'il est faux
337	**En**	Ah !!! c'est pas trop mal, simplement tu as oublié une chose, c'est qu'il y a un signe moins devant tout ça (il lui montre le développement de $(x – 1)^2$ alors, c'est moins, c'est tout ce paquet là, moins tout ce paquet ici (il parle du développement de $(x + 1)^2$ et de $(x – 1)^2$)
338	**Li**	Ah ! oui !!
339	**En**	Donc ça fait moins tout ça. D'accord
340	**Li**	Ça fait plus alors, non
341	**En**	Donc ça va changer des signes, effectivement Tu devrais savoir le faire, eh ! Sans problème, eh ! (il regarde son travail) Est-ce que tu développes en respectant les choses comme ça, comme çaaa, (il trace les flèches de distribution) Eh, ben, oui, il faut développer chaque terme, etc. Vous ne respectez pas les règles
342	**Be**	Oui, en fait, j'ai changé les signes. C'était moins et en fait je change en plus.
343	**Pa**	(assis à côté de **Be**) Ça c'était quoi en fait ?
344	**Be**	C'était un moins et
345	**Pa**	Tu as changé en plus
346	**Be**	En plus
347	**Pa**	Là, t'avais quoi ? (il essaie de rechercher l'erreur de signe dans le travail de sa copine)
348	**En**	Eh, ben là ça avance là
349	**Si**	Oui
350	**En**	Et bien, qu'est ce que ça donne ? (**Si** lui montre son travail, il a travaillé avec a à la place de x) Tu as fait avec a (il suit le calcul lentement) Donc, a carré plus a plus a plus un, moins a carré plus a plus a moins un, moins quatre a. Donc, a carré moins a carré, donc tu supprimes leee, henhenhen, donc les a carré disparaissent, plus un moins un disparaît, donc a plus a plus a plus moins quatre a ça fait zéro. Ok
351	**Si**	Merci
352	**En**	Voilà. C'est bien, c'est ça. Donc, tu t'en souviens donc des différentes formes d'écritures, avec x carré plus deux x plus un. Tu t'en souviens, hein **Mar** des différentes formes d'écritures avec leee, sous la forme x carré plus deux x plus un et x carré moins deux x plus un
353	**Mar**	Oui
354	**En**	Donc, tu l'avais déjà appris. D'accord
355	**Es**	On est arrivé

356	**En**	Oui, on développe. Ça fait x carré plus x plus x plus un moins parenthèse x carré moins x moins x et moins un fois moins un ça fait
357	**Es**	Plus un, on a changé le signe là puisque on a barré les parenthèses
358	**En**	Ah oui ! D'accord, donc on y est presque
359	**Es**	Alors, quatre x moins quatre x ça fait zéro
360	**En**	Bon, j'ai à peu prèees, j'ai
361	**Es**	Je peux aller, je peux aller (**Es** veut retourner au tableau pour refaire le développement de l'équation auquel il a échoué la première fois)
362	**En**	**Es** tu veux revenir
363	**Es**	Oui, oui
364	**En**	Allez. Chut, s'il vous plait, maintenant, on seeee concentre et on regarde bien. Alors, ce que j'ai vu, rapidement en tournant, **Ad** et **Bj, Bj** et **Ad** Donc, de ce que j'ai vu, c'est que **Ti,** c'est que j'ai vu en regardant les uns et les autres, c'est que souvent vous allez par excès de vitesse, eh, c-à-d tout de suite vous me dites comme **Es**, ce qui prouve que vous n'etes pas toujours très attentifs à ce qui se passe, il faut vraiment développer avant d'inventer des formules, il faut développer x plus un fois x plus un, donc c'est ce premier paquet qu'il faut faire (il explique sur l'équation $(x + 1)^{(x}$ $+1) – (x – 1)(x – 1) – 4x)$, ensuite moins ce deuxième paquet qui est une multiplication, puisqu'on sait que la multiplication est prioritaire, dons moins ce second paquet et ensuite le quatre x à soustraire Donc, si je me permettais une chose, c'est d'insister en ajoutant des crochets (il place les crochets ainsi : $[(x + 1)(x + 1)] – [(x – 1)(x – 1)] – 4x)$,sur le fait qu'il faille faire en premier les deux multiplications. D'accord. Alors je, on t'écoute
365	**Es**	Alors (il trace les flèches de distribution)
366	**En**	Donc tu nous mets des petites flèches pour indiquer les différents développements
367	**Es**	x au carré, plus un x (il développe dans le premier crochet)
368	**En**	**Bj** s'il te plait. Donc, tu écris, x au carré plus une fois x, plus une fois x
369	**Es**	Plus un.
370	**En**	Plus un, un fois un. Ensuite
371	**Es**	Ça c'est le premier
372	**En**	Ça c'est le premier, voilà tu le mets entre parenthèses (**Es** a tracé des crochets)
373	**Es**	Je vais écrire ici (il n'a pas de place pour écrire sur la même ligne)
374	**En**	Non, je vous conseille, toujours, quand vous avez un calcul, surtout si on a un grand tableau, de le conduire sur une même ligne, si non après c'est (**Es** efface le tableau pour continuer son développement sur la même ligne et trace les flèches de distribution du second crochet) Alors, tes flèches tu devras les faire partir une de x et puis l'autre de moins un, si non tu fais deux fois la même chose
375	**Es**	Ok
376	**En**	Donc voilà, **Pal** on écoute s'il te plait
377	**El**	Est-ce qu'on va utiliser les annales du brevet ?
378	**En**	Oui, oui on va les utiliser (**Es** travaille en silence) Pour l'instant on se concentre là-dessus, **Li**
379	**Es**	Voilà (il a fini le développement)
380	**En**	Oui, mais alors il y a le moins quatre x qu'il faut, qu'il faut
381	**Es**	Oui (il écrit -4x à la suite des deux crochets) Il faut changer ça en plus (il parle du signe – entre les deux parenthèses)
382	**En**	On va changer ça en plus, tu veux dire qu'il faut supprimer les parenthèses ?
383	**Es**	Oh oui !
384	**En**	D'accord, supprimes-nous les parenthèses. (**Es** efface les parenthèses et écrit une nouvelle ligne en réduisant les termes semblables : $x^2 + 2x + 1 + (-x^2) + (2x) – 1 – 4x)$ Ah ! du coup tu écris deux x, plus un x plus un x, ça fait deux x, c'est bien. Donc tu supprimes les parenthèses précédées du signe moins, donc tu nous écris plus moins x au carré, plus deux x moins un, et moins quatre x d'accord, et ça, ça donne (**Es** barre les termes opposés)
385	**Es**	Quatre x moins quatre x égal zéro.
386	**En**	Alors, x carré et moins x carré disparaissent, le plus un et le moins un disparaissent, le

		plus deux et plus deux x ça fait quatre x et moins quatre x, ça donne égal à zéro. Alors, qu'est ce que ça prouve ça ? Qu'est ce que ça prouve ?
387	**Es**	Que ça marche
388	**Cha**	Que ça marche avec tous les nombres entiers
389	**En**	Que ça marche avec tous les nombres entiers, quand on remplace x par n'importe quel nombre entier, en fait on trouve, le calcul que vous avez fait, c'est un calcul qui correspond à ça (il montre le calcul pour 3). Mais grâce au développement et au calcul littéral, on peut l'écrire autrement, alors c'est un développement qui a posé des petits soucis Alors je reviendrai sur ce développement, et ce développement permet de se rendre compte qu'effectivement, on trouve zéro, que tous les x disparaissent. Alors, je ferai deux commentaires là-dessus : Le premier, c'est que, ce genre de développement, qu'on vient de faire, x plus un au carré et x moins un au carré, certains par ce qu'ils ont eu des cursus scolaires différents, ont reconnu quelque chose qu'ils ont appris dans leur pays respectif
390	**El**	Identités remarquables
391	**En**	Des identités remarquables, donc on les fera après les vacances de Noël, mais on va apprendre à partir de x plus un au carré, par exemple, à écrire tout de suite une expression qui est comme x au carré plus deux x plus un, sans avoir à redévelopper, comme **Es** nous l'a montré, sans passer par x au carré, plus une fois x, plus une fois x, plus un. Il faudra apprendre à aller un tout petit peu plus vite, sans trop de problèmes. Bon, ça, on reviendra dessus Deuxièment, je dirais que leeee, l'expression qu'on a trouvé, qu'on a prise au départ ici, le x plus un au carré moins x moins un au carré moins quatre x égal zéro, en fait, il me semble intéressant de se dire, je suis parti effectivement des nombres entiers, mais en fait, dans le calcul, le nombre x, la lettre x peut remplacer n'importe quel nombre. Le fait qu'il soit entier n'entre pas en ligne de compte, n'intervient pas dans mon calcul. Quand je fais x plus un au carré moins x moins un au carré moins quatre x, quand je fais ce calcul là, le fait qu'il soit entier ça n'entre pas en ligne de compte. Les calculs qu'a fait **Es** sont toujours les mêmes, seraient toujours les mêmes. D'accord Par contre, par contre, ce qui était important dans le fait de dire que c'est un nombre entier, c'est dans la traduction, c-à-d dans le passage de l'écriture en français à l'écriture en algèbre. Donc, ce que je voulais, ce que je voulais vous dire, donc deux choses : Le nombre entier, le fait que ça soit un nombre entier, c'est important quand vous m'avez dit que le nombre entier qui suit c'est plus un, c'est x plus un, et le nombre entier qui précède c'est x moins un. Le nombre entier intervient ici, mais dans votre calcul, la fait que la lettre x soit un nombre entier après, ça n'intervient pas ici. Donc, ce que je veux dire par là, c'est que ce calcul est vrai pour les nombres entiers, x plus un au carré moins x moins un au carré moins quatre x, est vrai pour les nombres entiers, mais il vrai pour n'importe quel autre nombre. Si vous prenez et je vais vous
392	**Si**	Fraction aussi
393	**En**	Je vais vous le montrer, si vous prenez une fraction, ou si vous prenez un nombre décimal, si vous prenez, si je choisis x égal zéro virgule cinq, par exemple. Ah ! là je ne vais pas parler du suivant de zéro cinq, ça n'a pas de sens puisque zéro cinq n'est pas un nombre entier. Mais, par contre, qu'est ce qu'on a fait ? On prend (il écrit en même temps sur deux lignes) zéro cinq plus un, et puis on prend zéro cinq moins un, d'accord
394	**Ti**	Mais si
395	**En**	Attends, attends, je termine juste mon propos, zéro cinq plus un, zéro cinq moins un, et puis on prend (il écrit en même temps) le carré de zéro cinq plus un, donc le carré de un virgule cinq. C'est combien le carré de un virgule cinq ? (il demande à **Ti** qui tient la calculette en main)
396	**Ti**	Eh, ben deux virgule vingt cinq
397	**En**	Deux virgule vingt cinq. Zéro cinq moins un ça fait moins zéro cinq (il écrit en même temps). Quel est le carré de moins zéro cinq ?
398	**Ti**	Zéro virgule vingt cinq
399	**En**	C'est zéro virgule vingt cinq. Si vous faites le premier moins le deuxième, deux virgule vingt cinq moins zéro vingt cinq, ça vous fait deux, la différence, ça fait deux. Et si vous enlevez à deux, quatre fois le nombre de départ, quatre fois zéro cinq. quatre fois zéro cinq c'est deux et si vous faites deux moins deux, vous trouvez bien zéro. Ce que je veux dire par là, c'est que la formule, la formule, vous en dit plus que ce que, ce

		que vous voulez. D'accord, elle vous en dit plus. Oui une question **Ti**
400	**Ti**	Mais si, mais on peut changer, à la place de mettre plus un on peut changer, à condition, de changer, de retrancher après autre choses que quatre x
401	**En**	Alors, c'est notre cher monsieur, monsieur qui cherche à généraliser comme tout à l'heure. Donc, il dit, si à la place de prendre le nombre qui suit, donc plus un ou moins un, donc tu disais
402	**Ti**	On prendra n'importe quel nombre, mais il faudra retrancher en, en fonction de, de euh !
403	**En**	Le retrancher quatre fois pour échanger le nombre
404	**Ti**	Oui, il
405	**En**	Le nombre quatre
406	**Ti**	Il y a un rapport de proportionnalité entre les deux
407	**En**	Il y a un rapport entre les deux
408	**Ti**	Oui
409	**En**	De proportionnalité j'en sais rien. Mais, un rapport entre le fait que j'ajoute un et j'enlève un et le coefficient quatre. Alors, on aura peut être l'occasion, ça fait, c'est la deuxième fois que je vous dis, on aura l'occasion d'y revenir, on essaiera, je vous propose un exercice où on verra, on essaiera de voirrr quel rapport Mais, pour s'en sortir, il faudra être très à l'aise, très à l'aise ici
410	**Si**	Pour deux c'est huit
411	**En**	Pour deux c'est huit
412	**Si**	Je crois, j'ai fait mentalement
413	**En**	Tu as fait mentalement
414	**Si**	A peu près, je pense
415	**En**	Bon, on va le faire. C'était pas prévu, mais on va le faire. Tu dis que si j'ajoute deux, si au lieu de mettre x plus un, je mets x plus deux à la place de
415	**Si**	x moins deux
416	**En**	Si au lieu de mettre x moins un, je mets x moins deux, et à la place de quatre x
417	**Si**	Moins huit x
418	**En**	Moins huit x. Alors, eh ben, sautons sur l'occasion, on essaye de voir les choses suivantes
419	**Ch**	On va le faire ?
420	**En**	Eh, oui, on va le faire, puisque mais **Si** je crois qu'il avait un peu réfléchi, euh, puisqu'il a fait avant le calcul assez vite. Donc, **Si** vous propose la chose suivante : Est-ce que, est ce que x plus un au carré, c'est ça
421	**Si**	Plus deux
422	**En**	Plus deux, donc c'est ça, x plus deux entre parenthèses au carré, moins parenthèse x moins (il écrit en même temps)
423	**Si**	x moins deux
424	**En**	x moins deux au carré, moins huit x, donc tu prétends, ça fait zéro (il met un point ? en dessus du signe =)
425	**Si**	Je ne sais pas
426	**En**	Oui, tu prétends. Bon, est ce qu'il a raison, est ce qu'il a tort ?
427	**Els**	Il a raison
428	**Els**	Il a tort
429	**En**	Il faut, comment on peut s'en sortir ? comment on peut décider ? (8 sec d'attente), comment on peut décider s'il a raison ou s'il a tort ? (10 autres sec d'attente) qu'est ce que vous allez faire pour savoir si c'est vrai ou si c'est faux ? Alors, **Be** se demande : est ce que au lieu d'ajouter un, on ajoute deux et au lieu d'enlever un, on enlève deux, et à la place de quatre on met huit ? Donc, la réponse c'est oui et il faut voir si ça donne zéro
430	**En**	Alors, **Ad** ça marche, tu as fait le calcul
431	**Ad**	J'essayais de faire sur la calculatrice, j'ai pris un nombre entier
432	**En**	Un nombre entier ? On a déjà vu que ça marchait, non ?

		Il faut faire la même chose que tout à l'heure, x plus deux fois x plus deux
433	**En**	Alors **Ad**, tu veux nous mettre le calcul au tableau ? (**Ad** passe au tableau avec son cahier duquel il copie le développement) Voulez-vous suivre au tableau, **Ad** va nous corriger Alors, x plus deux au carré n'est autre que x plus deux fois x plus deux, moins
434	**Ad**	x moins deux fois x moins deux (il écrit chaque produit dans des crochets)
435	**En**	Les filles !! Alors, tu fermes ton crochet, moins huit x, donc c'est égal à
436	**Ti**	Monsieur, est-ce que c'est très important de mettre le crochet ?
437	**En**	Non, ce n'est pas obligatoire, mais simplement pour bien faire attention, ce que fait **Ad**, c'est un peu, bon, ce qu'on a dit tout à l'heure, c'est pour bien penser qu'il y a une opération. Ce n'est pas obligatoire, et deuxièment, pour faire attention à une difficulté que vous rencontrerez souvent, je viens de le dire tout à l'heure, c'est une multiplication précédée du signe moins (pendant ce temps **Ad** trace les flèches de distribution, et écrit le développement entre les crochets) Alors, x carré plus deux x, plus deux x , plus quatre
438	**Ad**	Moins, crochet x carré, moins deux x, moins deux x, plus quatre et moins huit x
439	**En**	Alors, **Ad** réduit dans les crochets et ça donne : x carré, plus quatre x plus quatre, moins x carré, moins quatre x, moins quatre, tu fermes le crochet, moins huit x, égale
440	**Ch**	Il ne faut pas enlever les parenthèses ?
441	**En**	Les crochets, tu veux dire. Laissez-le terminer ses calculs (**Ad** propose d'effacer les crochets mais l'enseignant lui demande de copier la ligne correspondante à ce travail)
442	**Ad**	x au carré, plus quatre x, plus quatre, moins x au carré moins quatre x, plus quatre, moins huit x
443	**En**	Bon, eh ben **Bj** peux-tu corriger l'erreur de signe d'**Ad**
444	**Bj**	Il faut changer les signes du second crochet
445	**En**	(**Ad** se corrige en vitesse, il change les signes des termes du second crochet) Dans quel cas on change les signes ?
446	**Bj**	Par ce qu'il y a un moins devant, donc il faut changer les négatifs en positifs
447	**En**	C-à-d dans le cas ou il y a un signe moins devant les parenthèses, les crochets Donc le x carré devient moins x carré, ensuite le moins quatre x devient plus quatre x, et le plus quatre devient
448	**Ad**	Moins quatre
449	**En**	Moins quatre et moins huit x
450	**Ad**	Donc, x au carré et moins x au carré, s'en va
450	**En**	Oui
451	**Ad**	Plus quatre et moins quatre, aussi.
452	**En**	Et quatre x plus quatre x, ça fait **Ch**
453	**Ad**	Huit x, moins huit x
454	**En**	Oui, et la réponse
455	**Ad**	Zéro
456	**El**	Monsieur, est ce qu'on aurait pas pu simplifier deux x et moins deux x, là (il parle de la simplification de deux x du premier crochet et de moins deux x du second crochet)
457	**En**	Il faut réduire deux x et deux x du premier crochet, puis ceux du second crochet
458	**El**	Donc, on peut les enlever
459	**En**	Non, c'est pas les enlever, il y a un signe moins entre les deux crochets. Il faut, **Cha** tu passeras me voir tout à l'heure Donc, il faut d'abord faire les calculs dans les crochets, quand on finit les manipulations dans chaque crochet, on les enlève, mais il faudra faire attention aux signes Il faut vraiment avant d'aller trop vite, moi je vous conseille de faire le calcul d'abord entre crochet, à la place de deux plus deux x, d'écrire quatre x et dans le second crochets

		moins quatre x, comme **Ad** a fait et après on supprime les crochets, mais il faut faire attention de se rappeler comme a dit **Bj**, quand il y a un crochet ou une parenthèse précédée d'un signe moins, donc on fait disparaître le crochet, on fait disparaître le signe moins, et à ce moment là, touuuus les signes qui sont à l'intérieur changent. Devant le x carré, qu'est ce qu'il y a comme signe ?
460	**Cha**	Il y a un moins
461	**El**	Plus
462	**En**	Non, il y a un petit plus
463	**Cha**	Ah, Oui !!
464	**En**	Donc, x carré devient moins x carré. Devant quatre x qu'est ce qu'il y a comme signe
465	**El**	Moins
466	**En**	Il y a un moins, donc ça devient un
467	**El s**	Plus
468	**En**	Plus. Devant le quatre qu'est ce qu'il y a comme signe ?
469	**Els**	Plus
470	**En**	Plus, donc ça devient moins quatre On fait disparaître le signe moins ici (il parle du moins entre les deux crochets) et les crochets ou parenthèses, et vous changez tous les signes qui sont à l'intérieur. D'accord. Rappelez-vous aussi, que pour développer, il faut distribuer le signe moins, d'accord. Cahier de texte, s'il vous plait. Il nous reste combien de temps ?
471	**Ch**	Trente secondes
472	**En**	Combien, trente secondes ? **La cloche a sonné** Je vais vous demander de me faire le numéro deux page trente huit sur le livre

Troisième séance d'enseignement
Enseignant : EnF2

1	**En**	Bon, on va peut-être corriger l'exercice que je vous ai demandé de faire, hein. On avait un petit développement. Alors, on sort nos cahiers Donc, est ce que tu veux **Er** nous faire le premier
2	**Er**	Je ne sais pas si j'ai fait juste (il passe au tableau)
3	**En**	Alors, est ce que vous vous souvenez comment, **Li**, **Cha**, on sort les cahiers, allez !! Ça y est, tout le monde est installé ? Avant les vacances, nous avons travaillé sur le calcul avec des lettres. On a vu quelques petites idées intéressantes, à savoir que les lettres permettaient d'exprimer des choses qu'on ne connaissait pas, et de voir avec ça, comment on pouvait obtenir des résultats nouveaux Hein, vous vous souvenez, grâce aux lettres, on a pu faire quelques petites démonstrations avec des calculs assez sophistiqués, je reprends la boule, je reprends le calcul sur les aires, etc. Je voudrais dans cet exercice n^{o} 2, où il s'agissait de développer un petit peu. Est ce que tu te rappelles (il adresse la parole à **Er**), parce que ça ce n'est pas nouveau, comment fonctionnent les règles de développement et de factorisation ?
4	**Er**	A l'instant **Er** trace deux parenthèses vident à l'intérieur
5	**En**	Explique nous, qu'est ce que tu fais ? (**Er** écrit dans la première parenthèse a + b et dans la deuxième c + d) Est-ce que ce sont des choses que vous connaissez plus ou moins ? Donc tu recopies au tableau une formule, c'est ça hein ?
6	**Er**	heinhein
7	**En**	Alors tu écris : parenthèse a plus b fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse c plus d fermez la parenthèse. Alors quand tu écris ça, qu'est ce queee
8	**Er**	Ben, dans certains cas, on peut ajouter ce qu'il y a dans les parenthèses, parce que a fois x plus b (il écrit x à côté de a et de c, (ax + b)(cx + d))
9	**En**	Tu écris parenthèses ax plus b, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse cx plus d, fermez la parenthèse. Qu'est ce tu fais de ça ?
10	**Er**	Je, je (il trace les flèches de distribution)

11	**En**	C-à-d tu mets des flèches du a vers le c, du a vers le d, du b vers le c, du b vers le d, et alors, qu'est ce que ça veut dire ça ?
12	**Er**	Ben, a multiplie c, a multiplie d (il écrit l'un au dessus de l'autre a $\times$ c, a $\times$ d, b $\times$ c)
13	**En**	Fais voir. Donc tu écris, a fois c, a fois d, donc tu les écris les uns sous les autres, b fois c
14	**Er**	Non, non, il faut écrire (il efface)
15	**En**	Normalement, il faut les écrire sur la même ligne (**Er** écrit ac + ad + bc + bd à la suite de (a + b)(c + d)) Alors tu écris, ac plus ad plus bc plus bd. En quelques sorte le petit x que tu as écris à côté de a et c, on peut l'enlever, non ? C'était juste pour rappeler dans quel contexte on l'utilisait. Donc tu as ceci, entre les deux expressions, on devra peut être mettre un signe (**Er** se hâte pour mettre le signe =). Donc, c'est le signe (=) Alors quand tu écris ça, qu'est ce que tu peux nous dire ? (Pas de réponse) Quand tu écris, parenthèse a plus b, fermez la parenthèse, facteur de, ouvrez la parenthèse c plus d, fermez la parenthèse, égale, cette expression qui est ici (il la montre au tableau), quand on fait ce calcul là, qu'est ce qu'on a fait ? Qu'est ce qu'on fait, qu'est ce qu'on fait commeee
16	**Er**	On réduit
17	**En**	Avant de réduire, on
18	**Es**	On développe
19	**En**	On développe, dit **Es** On développe, donc vous avez comme ceci (il montre l'expression développée au tableau), d'accord. Donc, dans le sens de la lecture, vous avez développé. Et quand on fait le calcul dans l'autre sens, de cette expression ac plus ad plus bc plus bd, et qu'on obtient l'écriture avec les parenthèses
20	**Er**	On factorise
21	**En**	Donc, ce que tu dis ici, c'est que dans ce sens là on a la factorisation
22	**Er**	Non, développement
23	**En**	Ah! Pardon, justement développement (il trace une flèche de l'expression produit vers l'expression développé, et il écrit par-dessus, développement et puis il fait dans le sens inverse la factorisation). Alors j'écris dans ce sens, développement, et la flèche dans l'autre sens, factorisation Bon, Est-ce que, là, la question que je voudrais te poser (il s'adresse à **Er**), bon, le développement ça parait, peut-être, assez, assez facile, parce que tu nous a donné des flèches pour indiquer le, le calcul. Est-ce que la factorisation c'est quelque chose qui est simple ?
24	**Er**	(Il hausse la tête pour dire non)
25	**En**	C-à-d, quand j e te donne cette expression qui est ici, ac + ad + bc + bd, est ce que c'est facile de trouver la forme avec des parenthèses ici ? Tu me fais encore non de la tête
26	**Er**	Non, pas vraiment
27	**En**	Parce que peut être, il y a une autre, une autre formule, une autre règle, je ne sais pas comment on peut l'appeler, que tu connais, parce que là tu n'as pas pris la plus simple (il montre (a + b)(c + d)) Est ce que certains d'entre vous en connaissent une qui est plus élémentaire au niveau de la factorisation et du développement ?
28	**Si**	Quand tous les membres de la première parenthèse multiplient les membres dans la deuxième parenthèse
29	**En**	Bon, là si on veut développer, ça parait assez simple, on verra dans l'exercice. Et pour factoriser, pour passer de cette ligne (il montre l'expression développée) là où il y a développement à la forme factorisée ici, telle qu'elle est donnée, enfin, il me semble, je reprendrai les propos d'**Er**, ça ne me semble pas très facile de le faire dans ce sens là (il montre la flèche dans le sens de la factorisation), me semble-t-il.
30	**Es**	Comment faire ?
31	**En**	Bon, on y reviendra après On corrige l'exercice, alors, et puis on reviendra là-dessus. Alors, **Er** le premier c'était, heu. Tu peux prendre ton cahier. Donc, deux x moins trois entre parenthèses
32	**Er**	C'est plus (il copie la donnée de son cahier)
33	**En**	(Il regarde bien dans le livre) c'est plus, pardon, donc, deux x plus trois, facteur de trois x moins un, moins trois x

		moins un facteur de deux x moins cinq. Alors, est ce que tu te souviens comment faire ?
34	**Er**	(Il trace les flèches de distribution pour chaque terme de l'expression)
35	**En**	Alors, tu peux nous dire comment procéder ? Tu peux garder tes notes sous les yeux, hein
36	**Er**	Ben, en fait, je vais juste développer
37	**En**	Donc, tu remets des flèches, ok. Oui, vas-y
38	**Er**	(Il écrit en dictant de son cahier) Six x au carré moins deux x plus neuf x moins trois moins six
39	**En**	Donc tu as développé deux plus trois facteur de trois x moins un.
40	**Er**	Moins six au carré (il continue à écrire en silence et son développement est : $(2x + 3)(3x – 1) – (3x + 1)(2x – 5) = 6x^2 – 2x + 9x – 3 – 6x^2 – 15x + 2x – 5$
41	**En**	Bien on va faire une première petite pause ici, donc, si on suit bien, si on écoute bien. Donc tu as développé, donc six x au carré, deux x fois moins un moins deux x, trois fois trois x, ça fait neuf x, trois fois moins un c'est moins trois x, ensuite tu as mis le signe moins qui est entre les parenthèses ici, ensuite, trois x fois deux x tu as écris six x carré, trois x fois moins cinq, tu as écris moins quinze x, un fois deux x, t'as écris plus deux x et un fois moins cinq, moins cinq. Alors, qu'est ce que vous pensez de cette écriture là ? (Il s'adresse à toute la classe) **Si** (il a levé son doigt)
42	**Si**	Il n'a pas respecté le moins devant la deuxième parenthèse
43	**En**	Alors, tu dis, il n'a pas respecté le moins devant la
44	**Ti**	Mais si, pour certains
45	**Si**	Pour six x seulement
46	**En**	Alors
47	**Si**	Il faut qu'il inverse les signes de la deuxième parenthèse
48	**En**	Il faut qu'il inverse les signes de la deuxième parenthèse, ça ce que dit **Si** **Ti**, alors, qu'est ce que tuuu
49	**Ti**	C'est pareil que **Si**, sauf que le moins six
50	**Si**	Mais si, il l'a inversé, si non c'est plus six x carré
51	**En**	Sauf pour le six x carré, c'est bon ou pas bon
52	**Si**	C'est bon lui
53	**Ti**	Oui, c'est bon
54	**Es**	Monsieur
55	**En**	Oui
56	**Es**	C'est mieux de mettre des parenthèses
57	**En**	C'est mieux de mettre des parenthèses, dit **Es**
58	**Es**	Pour l'instant
59	**En**	Pour l'instant, c'est mieux de mettre des parenthèses pour l'instant. Alors, mettre des parenthèses où ?
60	**Er**	Là (il se dépêche pour mettre les parenthèses convenablement, sans penser au changement de signes)
61	**En**	C-à-d dans les quatre premiers termes, donc entre six x et le moins trois et puis entre six et le moins cinq. Pourquoi mettre des parenthèses ? **Es** pourquoi les parenthèses ?
62	**Es**	S'il y a un signe moins, il faut mettre les parenthèses
63	**En**	Et pourquoi
64	**Es**	Par ce qu'il faut changer les signes dans les parenthèses
65	**En**	Tu dis, s'il y a un signe moins devant les parenthèses, on change les signes. Mais, mais pourquoi mettre des parenthèses ?
66	**Ti**	Parce que si non, on dirait que le six x au carré serait un moins six au carré, donc il serait négatif et là, il est positif
67	**En**	Qu'est ce que ça traduit les parenthèses ?
68	**Si**	C'est que tous les nombres de la deuxième parenthèse qui soustrait la première et non seulement le six
69	**Es**	Voilà
70	**En**	C'est ce que tu voulais dire **Ti**
71	**Ti**	Il faut mettre des parenthèses pour se rappeler qu'il faut changer les signes, quoi ?
72	**Si**	C'est plus facile de mettre des parenthèses que de passer directement
73	**En**	Oui, c'est, peut-être, une question de rapidité, mais attends, attends, j'ai là deux élèves

		qui ne font que discuter, alors peut-on être attentif ? Bon, alors, rappelez-vous que les parenthèses indiquent, moi je le retiens comme ça, que des opérations, **Ma**, sont pri ori tai res. Donc puisqu'elles sont prioritaires, on fait entre, on fait les multiplications en priorité. Donc, on va faire la multiplication de ces deux facteurs là (il montre l'expression produit). Donc, cette première série de distributivité là, le développement c'est ce qu'on va faire en priorité, ensuite on a cette deuxième série, donc les deuxième parenthèses, qu'on développe ici (il montre la seconde parenthèse développée), et une fois qu'on a fait ce développement, on fait la soustraction. Donc pour bien préciser dans quel ordre on fait les opérations, comme vous le dites, on a intérêt à mettre les résultats entre parenthèses. Et une fois qu'on a les résultats entre parenthèses, alors on peut conduire les choses de deux façons : Soit vous effectuez les calculs dans les parenthèses, entre autre le moins deux x et plus neuf x, le moins quinze x et le plus deux x, et après vous supprimez les parenthèses. Ou alors, vous supprimez tout de suite les parenthèses, d'accord, et puis faire les calculs après. Mais, vous vous rappelez, effectivement d'un résultat important, c'est quand on a des parenthèses qu'on veut supprimer, **Ch** a dit qu'il faut faire attention au signe qui est devant la parenthèse, d'accord. Alors, la première parenthèse ici, qu'est ce qu'il y a comme signe ?
74	**Si**	Plus, puisqu'il n'y a rien
75	**En**	Il n'y a rien, c'est comme s'il y avait plus. Donc, quand je supprime le plus qui est devant et la parenthèse, je vais donc recopier, la règle dit, je recopie, je ne change pas les signes, je recopie telle quelle, d'accord Ici, quand j'ai moins parenthèse six x carré, moins quinze x, plus deux x, moins cinq, fermez la parenthèse, je vais supprimer le signe moins qui est devant la parenthèse, ce signe moins là (il montre le signe moins devant la deuxième parenthèse) disparaît, je supprime les parenthèses, et à ce moment là le six x
76	**Si**	Devient moins six
77	**En**	Devient moins six x, le moins quinze x devient
78	**El**	Plus
79	**En**	Plus quinze x, le plus deux x
80	**Er**	Moins deux
81	**En**	Moins deux x, et le moins cinq devient plus cinq. J'ai fait exprès de dire que le signe moins disparaît, il y a **Es** qui m'a regardé avec des yeux ronds. Ce signe moins disparaît, cette parenthèse ici disparaît et devant le six là, entre le six et la parenthèse, qu'est ce qu'il y a comme signe ?
82	**Els**	Plus
83	**En**	Plus, donc ce plus là va devenir un moins. Mais c'est pas le moins qui est là (il montre le signe (-) entre les deux parenthèses développées), c'est le moins qui vient du plus qui est caché ici
84	**Es**	Ah !!!
85	**En**	Donc, on fait, on supprime tout, quand on supprime un signe plus, on recopie, donc devant six x carré dans la première parenthèse, il y a un plus et c'est le plus qui est ici, donc c'est pas problème. Ici (il parle dans la deuxième parenthèse) le plus se transforme en moins, d'accord. Si vous voulez, j'aurai pu vous le montrer avec une autre couleur, mais désolé, je n'en ai pas. J'aurai voulu vous montrer en couleur les signes et les parenthèses qui disparaissaient. D'accord. Alors, qu'est ce que ça donne une fois qu'on fait ça ?
86	**Er**	On supprime les parenthèses
87	**En**	Oui, et qu'est ce que ça donne ?
88	**Er**	Ça, ça reste telle quelle (il parle de la première parenthèse), et ça, ça change (deuxième parenthèse). (Il écrit : $6x^2 – 2x + 9x – 3 – 6x^2 + 15x – 2x + 5$ et l'enseignant dicte les écrits de **Es**)
89	**En**	Une fois que tu as ça, qu'est ce que tu fais maintenant ? Est-ce que la consigne c'était développer et réduire ? Nous, on a développé et maintenant, on va réduire
90	**Er**	Première chose que j'ai dit que ces deux nombres étaient opposés, six x au carré moins six x au carré, alors on peut les supprimer
91	**En**	Oui, les six x disparaissent, ensuite
92	**Er**	Aprèeees, euuuuh, (il regarde son cahier)
93	**En**	Alors après, tu retrouves tes notes ?

		Oui, après
94	**Er**	Ben, euh
95	**En**	Oui, après qu'est ce qu'on fait ?
96	**Er**	(il trace une flèche de liaison de -2x à +9x) On réduit leeees
97	**En**	Le neuf x et le moins deux x, c'est ça ?
98	**Er**	Hein, hein (Il écrit : 7x – 3 + 13x + 5, en dictant et l'enseignant dicte après lui) On peut ajouter sept x et treize x
99	**En**	Oui, on peut ajouter sept x et treize x et ça donne
100	**Er**	Vingt x plus deux (il écrit 20x + 2) Ok, alors ça c'est une forme, est ce qu'on peut la réduire encore cette forme là, vingt x plus deux ?
101	**Mar**	Oui
102	**Els**	Non
103	**Els**	Oui
104	**En**	Alors, oui, non, pour quelle raison ?
105	**Mar**	Si, si
106	**En**	Oui **Mar,** est ce qu'on peut l'écrire plus condensée, plus réduite ? (il s'approche d'elle, elle se dépêche pour écrire sur une feuille 2(10x + 1), elle est Espagnole et a des difficultés à communiquer en Français) Ah !!! Ah, oui, alors, **Mar** propose de l'écrire sous la forme de (il l'invite à l'écrire au tableau) Alors, elle propose deux, ouvrez la parenthèse dix x plus un, fermez la parenthèse. C'est ce que **Ma** proposait
107	**Es**	Ça, c'est factorisé, je crois
108	**En**	Ce que **Es** dit, cette écriture est une forme factorisée. Alors, quand on dit, réduire, on ne factorise pas, on laisse sous la forme comme ça (il montre 20x + 2) Merci, on a pris du temps pour faire celui-ci en détail, on va peut-être aller un peu plus vite pour le suivant. Qu'est ce qui veut nous faire le deuxième ? **Cha**
109	**Cha**	Eh, ben je ne sais pas
110	**En**	Eh, ben, c'est l'occasion ou jamais, si tu ne sais pas faire, de faire et elle n'a pas fait son exercice, hein d'après ce que je crois (**Cha** passe au tableau) Donc, ouvrez la parenthèse, trois x plus quatre (**Cha** efface le tableau pour dégager de la place). Non, n'efface pas la formule ((a + b)(c + d) qui a été écrite au début par **Er**), on va la laisser, donc je trouve qu'il vaut mieux tourner le tableau. Donc, ouvrez la parenthèse, deux xxxxxxx, non, qui est ce qui veut lui dicter, **Ch** voulez-vous lui dicter s'il vous plait ? (**Ch** dicte la donnée, mais **Cha** recopie de son cahier, (3x + 4)(1 – x) – (2 – x)(5x – 1))
111	**Cha**	(Elle trace les flèches de distribution pour les deux termes) Je peux écrire comme ça ? (elle écrit 3x × 1)
112	**En**	Tu peux écrire comme tu le sens, hein (**Cha** continue à écrire et l'**En** dicte ses écrits) (3x × 1 – 3x × x + 4 × 1 – 4 × x) – (2 × 5x – 2 × 1 – x × 5x – x × (-1))
113	**Cha**	(quand elle écrit – 3x× x, elle dit à l'enseignant) L'année dernière, on nous a appris de faire ça (elle parlait de la multiplication des signes avant les nombres, elle a fait la même remarque pour – 2 × 1)
114	**En**	Pourquoi là tu écris – x × (-1), alors qu'avant tu as géré une autre tactique
115	**Cha**	Non, je vais la changer (elle écrit +x × 1)
116	**En**	Alors, ensuite, qu'est ce que tu ferais ?
117	**Cha**	Je fais les multiplications
118	**En**	Oui (il dicte les écrits de **Cha**) (3x – 4x + 4 (**Cha** s'est trompée dans deux produits 3x × x = 4x et x × 5x = 6x
119	**Es**	Monsieur
120	**En**	J'ai vu (**Cha** s'arrête au produit -4× x, il s'approche d'elle) Alors, moins quatre fois x ça fait quoi ? Ça fait moins quatre x (et elle continue à écrire – 4x) – (10x – 2 -6x + 1x) Donc, arrêtons nous là pour voir. Tu as écris, trois x moins quatre x, alors ce quatre x correspond à quoi ? (**Cha** montre – 3x× x). donc ça correspond à moins trois x fois x, c'est ça ?

121	**Cha**	(quelqu'un lui souffle, oui, oui) Oui, c'est ça !! (en regardant l'enseignant, elle dit) Non ! C'est pas ça ?
122	**En**	Je ne sais pas, qu'est ce que tu en penses ? (Elle efface le 4 et le remplace par 3) Alors, est ce que trois x fois x ça fait trois x ?
123	**Cha**	Ah, non ! Ah, non, j'ai oublié, c'est trois x au carré (elle ajoute la puissance $3x^2$)
124	**En**	Trois x au carré, et pourquoi c'est trois x carré ?
125	**Cha**	Nonnon, quatre x carré, je crois
126	**En**	Alors, là tu vas nous faire le magasin, là Il faut choisir là. Hein, il ne faut pas choisir, hein il faut, il faut, alors, on a le choix entre quatre x, moins quatre x, bon, le signe moins, on est d'accord
127	**Cha**	Il y a, il y a aussi
128	**En**	Attends, attends, je voulais faire trois x, trois x carré, quatre x, quatre x carré, il faut choisir là. Enfin, il faut être, alors Alors, pourquoi ça serait des x carré, et pourquoi ça serait quatre ?
129	**Cha**	Ben, il y a x fois x, ça fait x carré
130	**En**	x fois x, ça fait x carré. Je pense que là, on est d'accord, alors pourquoi quatre ?
131	**Cha**	Ben, là, c'est comme si il y a un ($-3x \times x$, elle place 1 devant x après le signe $\times$), donc trois fois un
132	**En**	Donc, c'est trois x fois un x.
134	**Cha**	Et ça fait trois
135	**En**	Pourquoi c'est trois maintenant ?
136	**Cha**	Parce que c'est pas unnne addition
137	**En**	Parce que c'est pas une addition (**Cha** se hâte pour corriger 6x en $5x^2$) C'est une, ah ! Tu corriges l'autre.Donc, tu corriges, parce que, est ce que, eh ben là (il montre la première ligne du développement) c'est une multiplication que tu as écrit ici. D'ailleurs, tu l'as écrite, mais tu n'étais pas capable de la lire la multiplication. J'ai l'impression que t'as un tout petit peu de peine à lire. Vous voyez, comme je dis des fois, par souci de bien faire, t'as écrit tous les calculs. Mais, ça tient un peu lourd, et tu ne sais plus comment, tu ne sais plus où tu en es
138	**Ch**	Mais, c'est plus facile
139	**En**	Il y en a qui n'arrive pas à comprendre ce qui est écrit, **Es** me regarde avec des yeux qui disent : « mais non », et peut-être **Ti** et **Si** trouvait que c'était un tout petit peu du charabia, c'était ça ce que vous sentiez, non ?
140	**Si**	Non, non c'est le moins quatre x
141	**En**	Donc, c'était ça qui vous perturbait. Bon, est ce qu'on est d'accord, maintenant. Il y a, peut être encore, une chose qu'il faut arranger, on verra après. Alors égal, qu'est ce qu'on fait ensuite ?
142	**Cha**	Ben, on met leeees x ensemble (le développement est maintenant $(3x - 3x^2 + 4 - 4x) - (10x - 2 - 5x^2 + 1x)$
143	**En**	On met les x ensemble, oui. (il dicte pendant qu'elle écrit) Trois moins quatre x, ça fait moins un x, moins trois x carré, plus quatre
144	**Cha**	Après comme il y un signe moins, on change
145	**En**	Après il y a une parenthèse précédée d'un signe moins, alors tu changes les signes. (**Cha** écrit : $-1x - 3x^2 + 4 - 10x + 2 - 5x^2 - 1x$) Alors, ensuite
146	**Cha**	Après, on met les x ensemble là (elle montre 10x et 1 x)
147	**En**	Donc, moins dix x moins un x, ça fait moins onze x. Est-ce qu'il y a d'autres choses qu'on peut grouper ?
148	**Cha**	(Elle regarde l'expression qu'elle vient d'écrire) Euuuh, non !!!
149	**En**	Oh !! Je crois que oui
150	**Cha**	Ah !!, Si, il y a ceux là (elle montre 1x et 11x dans $-1x - 3x^2 + 4 - 11x + 2 - 5x^2$)
151	**En**	Oui, le moins un et moins onze x, ça fait
152	**Cha**	Moins douze
153	**En**	Moins douze x, oui (**Cha** écrit $-12x + 2x^2 + 6$) Donc moins douze x, puis tu as fait moins trois x carré plus cinq x carré, ça fait deux x carré, oui. Et enfin, plus quatre, plus deux, ça fait six. D'accord. Des questions ? **Pa**, oui
154	**Pa**	Non, rien

155	**Es**	Monsieur
156	**En**	Oui
157	**Es**	On ne peut pas enlever ce x là ?
158	**En**	Qu'est ce qu'on peut pas enlever ? Qu'est ce qu'on pourrait enlever ?
159	**Es**	Ce x, deux au carré.
160	**Si**	Non, on ne peut pas l'enlever
161	**En**	L'enlever ? Comment l'ajouter? Tu veux dire quoi ?
162	**Es**	Eh, ben, l'ajouter avec ce moins douze x
163	**En**	Est-ce qu'on peut ajouter le moins douze x et le, deux x au carré ?
164	**Liz**	Non, non pas possible
165	**En**	**Liz** tu dis non, non parce que
166	**Liz**	Parce que comme si c'était pas la même unité
167	**En**	En gros c'est pas les mêmes unités, on ne peut pas les mettre ensemble, c'est ça ce que tu dis ?
168	**Els**	Inaudible
169	**En**	Deux x au carré, c'est quoi comme opération ? (il s'adresse à **Es**)
170	**Es**	Je ne sais pas
171	**En**	Deux x au carré, c'est multiplier deux x par quoi ?
172	**Es**	Par lui-même
173	**En**	Est-ce que deux x au carré, c'est multiplier deux par deux ? C'est ça ce que tu poses comme question ?
174	**Si**	Non, c'est x carré plus x carré
175	**En**	Ah !! Est-ce que c'est x carré plus x carré ?
176	**Ti**	Non, c'est deux au carré (tout le monde rie)
177	**En**	On va faire le marché là. Alors, tu as dit, c'est deux au carré
178	**Ti**	Non, en fait, c'est euh !
179	**En**	Alors, là, il y a quelque chose d'important dans le deux au carré. C'est une erreur qu'on fait souvent. Comme opération, vous avez, si je reprends l'expression deux au carré. Normalement, c'est deux x fois x au carré (il écrit $2x^2 = 2 \times x^2$) Ecrit comme ça ($2x^2$) ou écrit comme ça ($2 \times x^2$), c'est la même chose. Alors, maintenant, qu'est ce que vous avez comme opération ? Vous avez une multiplication, et vous avez un carré. Donc, il y a deux opérations, il faut savoir laquelle des deux est prioritaire
180	**Si**	C'est le carré
181	**En**	Oui, voilà. Donc, quand vous avez un carré et une multiplication, c'est le carré qui est prioritaire, à moins qu'on mette des parenthèses, d'accord. Donc, là quand vous avez deux au carré, c'est deux fois x au carré (il explique $2x^2 = 2 \times x^2$). Donc, ce que vous faites en priorité, c'est le carré, et ensuite vous multipliez par deux. Donc, x au carré, c'est x fois x, et une fois que vous avez fait x fois x, vous multipliez par deux (il écrit = 2.x.x). Donc, en tête, ça va être deux fois x Maintenant, la difficulté, et ce sera peut-être utile, on en parlera plus tard, c'est que, si vous confondez deux x au carré ($2x^2$) avec deux fois deux ($2x \times 2x$), ça veut dire quoi ? Ça veut dire que vous faites, en priorité, deux x une première fois, deux x une deuxième fois, et que enfin, vous faites la multiplication Donc, là, vous êtes en train de chaaaaan ger la priorité. C-à-d que, c'est pas ce calcul là (2.x.x) que vous faites, mais c'est deux xxxxxxxxxxx entre parenthèses (il écrit $(2x)^2$). Donc, deux x entre parenthèses au carré, c'est deux fois deux x, je fais la multiplication, deux fois x en priorité, et puis, je l'élève au carré. Tandis que, quand j'écris deux fois x au carré ($2x^2$), je fais le x au carré en priorité et ensuite, je fais la multiplication. Ok !! Donc, retenez bien cette remarque qu'on vient de faire, que vous avez suggérée, c'est que deux au carré ($2x^2$) et deux x entre parenthèses au carré ($(2x)^2$), c'est pas la même chose Effectivement, on fait souvent la confusion entre les deux, et on verra la difficulté que ça peut engendrer dans certains calculs. Alors, ce qui veut dire par là, si tu écris, euh **Es**, moins douze x plus deux x au carré, c-à-d deux x fois x (il écrit -12x + 2x.x + 6) plus six, tu pourras pas grouper le moins douze x avec deux x, parce que t'as une priorité d'opération qui est la multiplication ici. Donc, ça rejoint un peu l'idée de **Liz**, elle dit « ce ne sont pas les mêmes unités ». Pour l'un, ce sont des x, pour l'autre sont des x carré. C'est comme si j'ajoute des mètres avec

		des mètres, et puis des mètres carrés et des mètres carrés. J'ajoute pas des mètres et des mètres carrés. C'est un peu l'idée de **Liz**, c'est à ça que tu pensais ? Enfin, moi je l'ai compris comme ça Bon, ceci étant dit, il nous reste cinq minutes, on a pris le temps pour corriger, mais on a fait pleins de choses à mon avis Alors ce que je voulais vous donner, vous faire réagir, réfléchir, c'est que, ici, je reviens sur la formule que **Er** nous a donné au départ (il montre (a + b)(c + d)), ici, c'est effectivement un bon développement, une bonne factorisation, c'est la bonne formule, mais c'est un tout petit peu difficile, il me semble que vous avez vu, en cinquième, une formule qui était quand même plus simple que ça. C'était de la forme, (il écrit en même temps qu'il dicte) k fois entre parenthèse a plus b. Est-ce que vous vous souvenez de cette formule là ?
182	**Els**	Oui
183	**En**	Alors, **Er**, lui il s'en souvient
184	**Er**	Ça fait ka plus kb
185	**En**	Donc cette formule là, elle est, c'est un cas particulier de la formule précédente, où il y a euuuh, où il y a un seul terme, à la place de c plus d, on a simplement le coefficient k. Et, vous voyez qu'on le distribue, comme tout à l'heure, on peut remettre les mêmes flèches (il trace les flèches de distribution k(a + b) = ka + kb) Et là, on voit facilement, je dirais plus facilement, le développement (il trace la flèche par-dessus la formule dans le sens du développement et écrit DEVELOPPEMENT) ka plus kb, et puis la factorisation (il trace la flèche par-dessous la formule dans le sens de la factorisation et écrit par dessous FACTORISATION). Qui est dans l'autre sens, et qui se fait en recherchant le facteur commun à tous les éléments, à tous les termes qui apparaissent ici (il montre la formule). Ce qui est beaucoup plus claire dans la deuxième formule ici (k(a + b)), que dans la première, la première que **Er** nous a donné, on n'a pas de facteur commun partout, on ne l'a que partiellement, sur les deux premiers, c'est a et sur les deux seconds, c'est b (il travaille sur ac + ad + bc + bd). On pourrait aussi grouper le premier et le troisième et puis le deuxième et le quatrième. La recherche est plus difficile. Bon Est-ce que vous avez une illustration de ça ? (il montre la formule k (a + b)) Est-ce que ça correspond pour vous à quelque chose ? (Il attend une réponse) Une illustration qu'on pourra donner à ça, à cette formule, qu'est ce qu'elle peut illustrer ? qu'est ce qu'elle peut dire ? (Il attend 10sec) Pas d'idée ? Alors, je dessine un rectangle là
186	**Si**	La formule de l'aire
187	**En**	Ah !! La formule de l'aire. C-à-d de l'aire de quoi ?
188	**Si**	C'est a et b, a est un côté duuu
189	**En**	Ah , oui!!! Donc, je dessine un rectangle et puis effectivement, je vais calculer l'aire de ce rectangle. Alors, l'aire d'un rectangle, qu'est ce que c'est ? **Pal** qui parle beaucoup, alors **Pal,** l'aire d'un rectangle
190	**Pal**	Euh, je ne sais pas
191	**En**	Oh **Pal** !!!
192	**Be**	C'est longueur fois largeur
193	**En**	Oui, c'est la lonnnngueur (qu'il montre sur le dessin) fois la largeur (il le montre sur le dessin) Alors, quand on a ce rectangle là, si une des dimensions est k (il écrit k sur la largeur du rectangle), et l'autre dimension, c'est petit a (il écrit a sur la longueur), qu'est ce que euh, comment exprimer l'aire en fonction des deux données k et a) ?
194	**Els**	k fois a
195	**En**	Donc, c'est k fois a. Donc, j'écris ici k fois a (il écrit dans le rectangle ka) A côté, je vais mettre un deuxième rectangle (il trace un deuxième rectangle collé au premier en largeur) dont les dimensions sont pour l'un k (la largeur) et pour l'autre b (la longueur). Quelle est l'aire du deuxième rectangle ?
196	**Els**	Kb
197	**En**	C'est kb. Bon, maintenant, j'ai deux rectangles, l'un c'est ka, l'autre c'est kb. Et j'ai un grand rectangle, est ce que vous pouvez me calculer l'aire de ce grand rectangle ?
198	**Mar**	C'est ka plus kb

199	**En**	L'aire du rectangle hachuré (il hachure le premier rectangle tracé de dimensions k et a) plus kb. Mais est ce que vous pouvez me l'écrire autrement cette aire là ? (il écrit ka + kb)
200	**Cha**	C'est k facteur de a plus b
201	**En**	C'est k
202	**Es**	k foiiis a pluuuus b
203	**En**	Donc, c'est k fois a plus bbb (il écrit k × (a + b)
204	**Els**	Entre parenthèses
205	**En**	Entre parenthèses. Pourquoi a plus b ?
206	**Ti**	Parce que c'est la longueur
207	**En**	Parce que c'est la longueur. C'est la longueur du grand, c'est la longueur a plus la longueur b On est bien d'accord, que quelque soit la méthode, quelque soit le calcul qu'on fait, on est bien d'accord que k fois a plus k fois b c'est k fois entre parenthèses a plus b. donc ça, (il encadre les deux expressions ka + kb et k (a + b), c'est une formule que vous avez vu en cinquième, qui vous dit que, en quelque sorte que, pour calculer l'aire d'un rectangle, et je pense qu'il faut avoir toujours ça en tête , c'est, on a deux façons : Soit vous calculez l'aire de ces deux rectangles, ka d'une part et kb d'autre part. Soit vous calculer la longueur du grand et la largeur qui est commune, et c'est k fois a plus b Alors on va s'arrêter là, je vais vous distribuer une fiche (doc 1) **La cloche a sonné** Dans cette fiche il y a ces formules là et je vous demanderai de faire l'exercice un pour demain

Quatrième séance d'enseignement, période 1
Enseignant : EnF2

1	**En**	Donc, on va commencer cette séance du mardi matin, on est le quatre janvier On s'est arrêté hier, sur un travail concernant la factorisation et le développement. Alors, nous avons vu une propriété qui est importante, que je vais renoter, et qui était mise sue le document que je vous ai donné (il parle du doc 1). Alors que dit cette propriété **Cha**
2	**Cha**	On a parlé de l'aire
3	**En**	Oui, c-à-d concrètement tu penses au rectangle
4	**Cha**	Il y a un grand rectangle et un petit
5	**En**	(Il trace les deux rectangles collés) Oui, un grand, un petit à côté
6	**Cha**	Et puis, k, euh, k, k
7	**En**	Oui, k
8	**Cha**	k plus a
9	**En**	k plus a ?
10	**Cha**	Fois a
11	**En**	(Il écrit ce que dit **Cha**) Oui, k fois a
12	**Cha**	Plus k fois b
13	**En**	Oui, k fois b
14	**Cha**	Egal k entre parenthèses a plus b
15	**En**	(Il a écrit k × a + k × b = k(a + b) Donc cette égalité que l'on vient d'écrire, d'ailleurs hier on l'a écrite dans l'autre sens, c'est une égalité qui traduit, vue le dessin qui est ici, les deux façons de calculer l'aire duuuu rectangle, du grand rectangle : Soit vous calculez les aires des deux rectangles qui composent le grand, k fois a plus k fois b. Soit vous calculez, puisque les deux rectangles ont en commun une dimension, la dimension qui correspond à k, vous calculer l'autre, donc la longueur, l'autre dimension, c-à-d a plus b, et donc au niveau des aires, vous avez l'aire du grand rectangle que vous pouvez calculer, soit sous la forme k facteur de a plus, soit sous la forme ka plus kb. D'accord Donc, ayez bien en tête cette forme là. Donc, dans la façon dont ça a été fait ici, dont ça a été écrit, donc, quand on écrit ka plus kb égal k facteur de a plus b, ça donne la forme factorisée, et dans l'autre sens, la forme développée (il trace les flèches des sens en indiquant DEVELOPPEMENT, et FACTORISATION), ok ! Donc quand vous voulez factoriser, il faut que vous recherchiez, ce qu'on appelle en langage mathématique, le facteur commun, et si on se réfère au calcul de l'aire, on

		recherche la dimension k qui est commune aux deux rectangles. D'accord Ceci étant, on avait un petit exercice à corriger pour aujourd'hui. C'est un exercice où on demande de développer. On ne va pas peut-être tout corriger, on va peut-être le faire oralement **Si** tu nous donnes le numéro un, il y a, à savoir, des numéros blancs et des numéros noirs. Ceci, n'a aucune importance, c'est juste une présentation de typographie. Alors, **Si** la première (la correction est oral)
16	**Si**	Un blanc : six x plus quinze. $(3(2x + 5) = 6x + 15)$
17	**En**	Au lieu de dire un blanc, tu dois nous lire la donnée. Ensuite, **Si**, tu vas faire le deuxième
18	**Si**	Moins deux facteur de x carré moins cinq x plus deux, fermez la parenthèse, est égal à moins deux x carré, plus dix x moins quatre $-2(x^2 – 5x + 2) = -2x^2 + 10x - 4$
19	**En**	Merci, **Ti**
20	**Ti**	J'ai pas fait
21	**En**	Merci, **Ti**
22	**En**	**Bj** était absent. **Pal**, à toi
23	**Pal**	Moi j'ai comme ça (elle dit qu'elle a travaillé horizontalement, par contre **Si** a corrigé verticalement.
24	**En**	Oh ! Ça n'a pas d'importance. Tu commences par le deux blanc.
25	**Pal**	Moins cinq entre parenthèses trois moins sept x est égal à moins quinze plus trente cinq x. $-5(3- 7x) = -15 + 35x$
26	**En**	Oui, alors ensuite le suivant, vas-y **Pal**
27	**Pal**	Moins cinq entre parenthèses moins deux moins cinq x égal dix plus vingt cinq x $-5(-2-5x) = 10 + 25x$
28	**En**	Oui
29	**Pal**	Je continue
30	**En**	Oui, vas-y
31	**Pal**	Moins deux entre parenthèses moins trois x plus quatre, ça fait, six x moins huit $-2(-3x + 4) = 6x – 8$
32	**En**	Heu heu ! Monsieuuuur **Er**
33	**Er**	Je fais le deux noir
34	**En**	Oui, donc tu fais la deuxième ligne, on commence le numéro deux puisque le un on l'a fait
35	**Er**	Deux x facteur de trois moins huit x est égal à six x moins seize x au carré $2x(3 – 8x) = 6x -16x^2$
36	**En**	Six x moins seize x au carré. Oui
37	**Er**	Trois, noir. Cinq x moins quatre facteur un moins dix x égale, alors là il faut encore réduire, est égal à cinq x moins quatre plus quarante x, est égal à quarante x moins quatre $5x – 4(1 – 10x) = 5x – 4 + 40x = 45x – 4$
38	**En**	Oui, voilà. C-à-d il y a un premier développement, c'est ça, et puis, il y a le cinq x
39	**Er**	Oui
40	**En**	C'est pour ça que tu faisais ceci. Le quatrièmement tu veux le faire (il s'adresse à **Er**)
41	**Er**	Oui
42	**En**	Tu viens nous l'écrire au tableau, pour queee, pour qu'on voit un peu plus (**Er** passe au tableau, son cahier en main) Donc le quatre, noir. C'est deux x facteur de x moins neuf, moins trois facteur de x carré, moins cinq x plus un. Alors, qu'est ce que ça donne ?
43	**Er**	Je montre les étapes ?
44	**En**	Oui, oui, montre nous la première étape, puis tu nous donne le résultat, le résultat final.
45	**Er**	Ben, euh ! (il trace toutes les flèches de distribution, puis il copie de son cahier) $2x(x – 9) – 3(x^2 – 5x + 1) = 2x^2 – 18x – 3x^2 + 15x – 3 = -1x^2 – 3x – 3$
46	**En**	Alors, tu nous indiques avec des flèches, bien. Donc ça nous donne, (il dicte les écrits de **Er**) Alors, moins un x carré, est ce qu'on peut l'écrire d'une façon pluuus
47	**Er**	(Il efface le un devant x carré) Moins x carré
48	**En**	Voilà, on peut l'écrire moins x carré, puisque là multiplier par moins un ça devient l'opposé, donc moinnnns, x carré. Le carré ne porte que, faites bien attention, quand il a écrit moins x carré, c'est un peu ce qu'on a dit hier, ça ne porte, le carré ne porte que suuur leee x. C'est moins, et un peu plus loin x fois x. C'est comme hier, quand on a écrit deux x carré, c'est deux fois x fois x. D'accord. **Se**, euhhhh !!(**Se** ne passe au tableau, il

		parle de sa place) Alors, on en est sur le cinq. Alors, qu'est ce que tu as trouvé pour le cinq ?
49	**Se**	Lequel ?
50	**En**	Ben, la troisième ligne, celui qui est numéroté cinq blanc.
51	**Se**	Entre parenthèse deux plus un, fermez la parenthèse (**En** écrit en même temps qu'il dicte)
52	**En**	Oui
53	**Se**	Ouvrez la parenthèse, sept x plus neuf, fermez la parenthèse
54	**En**	Oui, alors qu'est ce que tu as trouvé ?
55	**Se**	Quatorze x au carré
56	**En**	Oui
57	**Se**	Plus dix huit x
58	**En**	Plus dix huit x
59	**Se**	Plus sept x
60	**En**	Plus sept x
61	**Se**	Plus neuf
62	**En**	Plus neuf, donc c'est quatorze x carré, plus vingt cinq x, c'est ça ? Plus neuf $(2x + 1)(7x + 9) = 14\ x^2 + 18x + 7x + 9 = 14\ x^2 + 25x + 9$ (il fait la réduction tout seul) Alors, ensuite, qu'est ce que tu as trouvé pour le suivant ?
63	**Se**	Le suivant, j'ai pas fait
64	**En**	Ah !!
65	**Se**	Mais j'ai fais la moitié
66	**En**	Alors, qu'est ce que tu as fait ?
67	**Se**	Alors, c'est moins cinq, ouvrez la parenthèse, deux moins un, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse, trois moins quatre, fermez la parenthèse (**En** écrit en même temps que **Se** dicte : $-5(2x – 1)(3x + 4)$)
68	**En**	D'accord, tu as fait celui-ci. D'accord, ok. Donc, tu as fait le cinq qui est en dessous, le cinq noir (la correction était jusqu'à maintenant en horizontal et **Se** passe à une correction en vertical) Alors, tu as été gêné par quelque chose ?
69	**Se**	Oui, je suis allé jusqu'à, ouvrez la parenthèse, moins dix plus cinq, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse, six x au carré
70	**En**	Attends, jeeee, moins dix x plus cinq, d'où vient le moins dix x plus cinq ?
71	**Se**	C'est moins cinq fois deux xxx
72	**En**	Moins cinq fois moins deux moins un, c'est ça ? Bon !! Et après tu as ouvert les parenthèses et j'étais surpris, On a réagi euhh !!
73	**Si**	Ah !! J'ai compris, il a mélangé tout. Il a tout fait
74	**En**	Alors, c'est ça, c'est que tu as fait comme ça (il trace des flèches de moins cinq à la première parenthèse et de celle-ci à la deuxième). Tu as développé, moins cinq fois deux moins un, et après tu as développé
75	**Si**	Deux x fois trois, et deux x fois quatre
76	**En**	C'est bien, que tu as développé deux moins un facteur de trois x plus quatre, d'accord. C'était bien, ce que tu as écrit deux fois trois, six x carré, plus huit x, moins trois x et moins quatre (il écrit ; $(-10x + 5)(6x^2 + 8x – 3x – 4$, je vais l'appeler E1).C'est ça, ok ! Et après, qu'est ce que tu voulais faire ?
77	**Se**	Après, je me suis perduu, eeett
78	**En**	Et après, tu t'es perdu et tu t'es dit : « Ohlala, quelle ampleur dans le ? » Ah !! Qu'est ce que vous en pensez de ça ? (il s'adresse à l'ensemble classe). Je résume un peu la situation, il y a trois multiplication, il y a moins cinq, multiplié par deux x moins un, multiplié par trois x plus quatre. Et donc, **Se** est parti sur l'idée qu'il fallait distribuer, et donc il a distribué le moins cinq sur deux moins un, et puis après, il a distribué le deux moins un, au trois x plus quatre, et ça lui donne l'expression qu'il a trouvé ici (il montre E1). Il dit : « j'ai pas fini, j'ai pas fini parce que il faut que je développe tout ceci (E1) » Alors, euhhhhhhhhhh !!, Comment vous réagissez, euhh ! **Si**
79	**Si**	Il faut d'abord faire la première multiplication, et puis multiplier le tout par la deuxième parenthèse (l'**En**, le regarde comme s'il lui dit, explique toi, alors **Si** anticipe en disant) Il faut d'abord, multiplier moins cinq par deux moins un
80	**En**	Oui

81	**Si**	Et puis après le nombre entre parenthèse, on le fait multiplier par trois x plus quatre.
82	**En**	Donc, toi tu proposes de faire moins dix x plus cinq fois trois x plus un (il écrit (-10x + 5)(3x + 4), plus tard cette expression sera appelée par l'**En** (1)), tu proposes ça. Ça c'est ce que propose **Si** **Ti**
83	**Ti**	Je propose, il faut d'abord, faire les parenthèses, puis on multiplie le tout par moins cinq.
84	**En**	Donc, toi tu dis, en gros je, je traduis, les parenthèses sont prioritaires, donc je fais les calculs entre parenthèses, donc je développe les parenthèses, et après, je multiplie par cinq. C-à-d tu feraiiis. Alors, on pourrait ajouter à ça des crochets pour dire ce que tu feras en premier (il écrit et il dicte -5[(2x – 1)(3x + 4)], plus tard cette expression sera appelé par l'**En** (2)). Donc, tu proposerais ça ?
85	**Ti**	Oui
86	**En**	C'est ça, hein ? Est-ce qu'il y a d'autres euuuh, d'autres propositions ?
87	**Si**	Quand il y a des signes de multiplication, il faut les prendre dans l'ordre
88	**En**	Quand il y a des multiplications, il faut les prendre dans l'ordre. C-a-d
89	**Si**	On peut faire les deux, les deux parenthèses avant le premier
90	**En**	Ah !! Est-ce que quand, est ce que quand on a plusieurs multiplications, il faut respecter un ordre ou pas ?
91	**Ti**	Là, ça revient au même
92	**Si**	Ça reviendra peut-être au même, finalement c'est le même !
93	**En**	Ah !! Prenons des nombres, par exemple sept fois. Si j'avais sept fois trois fois deux (il écrit $7 \times 3 \times 2$)
94	**Si**	Ça reviendra au même, peut-être avec les x dedans, c'est pareil
95	**En**	Le fait que ça soit, alors, ça revient au même, c-à-d, ou peut-être, s'il y a des x c'est pas pareil, c'est un peu ce que tu dis ? Quand je fais sept fois trois fois deux, comment je peux conduire l'opération ?
96	**Ch**	De n'importe quelle manière
97	**En**	De n'importe quelle manière. En d'autre terme je peux faire (il regarde le groupe classe pour une réponse)
98	**Els**	Trois fois deux
99	**En**	Je peux faire, trois fois deuuux, fois sept (il écrit $(3 \times 2) \times 7$), ou je peux faire
100	**Si**	Sept fois trois fois
101	**En**	Je peux faire sept fois troiiis, fois deux (il écrit $(7 \times 3) \times 2$), d'accord Ou sept fois deux fois trois (il écrit $(7 \times 2) \times 3$). Donc, on peut faire dans n'importe quel ordre, parce que ce ne sont que des multiplications. Ok !
102	**Ti**	Alors là, il y a des parenthèses
103	**En**	Alors là, il y a des parenthèses, effectivement il y a des parenthèses et les multiplications se situent et entre le moins cinq et la première parenthèse, et entre le deux moins un et le trois x plus quatre (à cet instant il trace des signes $\times$ entre les termes de l'expression initiale : $-5 \times (2x – 1) \times (3x + 4)$), on est d'accord ? Oui ! Alors, quand vous avez ça, il faut bien voir, ça pourrait être une lettre, souvenez- vous dans les premières heures dans lesquelles on a
104	**Si**	C'est un nombre
105	**En**	C'est un nombre. Donc, en gros, vous prenez le nombre, vous le multipliez par deux, vous lui enlevez un. Donc, c'est un nombre qui peut-être vous donnera un résultat numérique si je vous donne une valeur de x, pour x. Vous avez un deuxième nombre, vous le multipliez par trois, c'est trois x et puis vous ajoutez quatre, donc, vous avez un deuxième nombre. Si je vous donne la valeur de x, vous allez pouvoir trouver la valeur de deux moins un, trouver la valeur de trois x plus quatre. Et à ce moment là, vous allez, vous allez pouvoireee, à ce moment là faire le calcul dans l'ordre que vous voulez, Ok ! C-à-d que là, en d'autre terme, ce que je veux vous faire comprendre, ce que je veux vous faire réactiver, c'est que vous avez des multiplications, les multiplications vous les faites dans l'ordre que vous voulez. C-à-d vous commencez par faire moins cinq fois deux moins un, donc écrire moins dix plus cinq fois trois x plus quatre. voir, vous pouvez faire deux moins un fois trois x plus quatre et le résultat vous le multipliez par moins cinq. Ok ! Donc on a la proposition ici (il montre (1) TP 82), et la proposition qui est là (il montre (2) TP 84), ou bien, vous pouvez faire moins cinq fois trois x plus quatre, c'est une troisième proposition qu'on peut faire, facteur de deux moins un, d'accord. C-à-d on pourrait avoir une troisième proposition qui aurait été mois cinq fois trois x plus quatre,

		c-à-d moins quinze x plus, pardon, moins vingt, facteur de deux x moins un (il écrit et il dicte (-15x – 20)(2x – 1) que j'appelle (3)), ok, moins cinq fois trois x, moins cinq fois plus quatre, d'accord. Vous voyez, au passage, que l'ordre dans lequel je les ai mis, euh, j'ai écrit moins cinq fois trois x plus quatre, j'ai changé l'ordre dans les opérations. Comme là, j'ai écrit sept fois deux fois trois, je peux écrire trois fois sept fois deux. Ok ! Alors, maintenant se pose de la première proposition, celle de **Se** (E1 TP 76)
106	**Si**	Il fait la première, il la multiplie par la première parenthèse, puis il la garde, et il fait les deux autres
107	**En**	C-à-d si on procède parrr, oui il fait des choses en trop. Hein, c'est un peu ce qu'on peut dire, alors, il commence à bien distribuer, le moins cinq, il est parti, en quelques sorte, sur l'idée d'écrire moins dix x plus cinq facteur de, euuhh, trois plus quatre, on pourrait croire qu'il part dans cette direction là. Mais, à mon avis, il est dans l'idée, et ça c'est **Se** qui pourra nous le dire, de distribuer celui qui est à gauche sur celui qui est à droite. Donc, le moins cinq, il le distribue à deux x moins un, et le deux x moins un, il le distribue à trois x plus quatre. Non, il faut que tu respectes bien l'idée que ce ne sont que des multiplications, d'accord. Donc, on les fait dans l'ordre, dans un certain ordre, alors l'ordre, quand je dis je les fait dans un certain ordre, je veux dire, on les fait dans l'ordre que l'on veut, mais de la gauche à la droite, si tu veux. Donc, tu peux faire, deux fois trois fois sept (il retourne à l'exemple numérique qu'il a proposé au TP 93), sept fois trois fois deux, sept fois deux fois trois, à la limite, on ne vous met plus de parenthèses, vous faites dans l'ordre que vous voulez, hein ! Donc, ici, tu commences à distribuer, ça, le moins cinq sur moins dix x plus cinq, et après tu le distribues, le moins dix x plus cinq, à trois x plus quatre, tout simplement (ici, l'**En** a mélangé les choses sans se rendre compte, et aucun élève n'a fait attention), d'accord Une autre façon, mais ça on ne le feras pas, une façon, je dirai radicale, serait par exemple pour s'assurer que c'est, euuh, qu'est ce qui peut être correct, et qu'est ce qui peut être faux, en tout cas? Eh, ben, c'est de se dire je donne à x une valeur particulière, puisqu'on a dit x remplaçait n'importe quel nombre, on donne à x une valeur particulière , on essaye de voir, c'est une façon de faire les choses, on essaye de voir si les différentes propositions qui sont ici (il parle de (1), et (E1)) donnent le même nombre ou pas, d'accord, et on s'apercevrait que l'expression que donne **Se** (E1), ça ne marche pas. Donc, pour résumer, le seul calcul que vous pouvez faire, pour conduire ce résultat là, ce sont ces trois derniers, à savoir, moins quinze x moins vingt facteur de deux moins un, ou bien, moins dix x plus cinq facteur de trois x plus quatre, ou bien deux x mois un facteur des trois x plus quatre et on multiplie le résultat par moins cinq (il encadre ces trois expressions). Oufff !!! Je dirais que l'usage, euuuhh, ou souvent ce qui est fait, c'est un peu la démarche de **Ti**, c-à-d que les gens, enfin ce que j'observe, en général, les gens commencent par les multiplications, un peu comme disait **Ti**, il y a des parenthèses, donc, il y a une question de priorité, il commence par les multiplications et puis après, il multiplie le résultat par moins cinq. C'est souvent, moi, j'ai observé celle-ci (il montre l'expression (3)), cette dernière, qui est la plus utilisée. Et les deux autres, sont tout à fait convenables, hein, c-à-d il n'y a pas de Bon, alors, troisième chose importante, l'erreur n'a pas été, la proposition n'a pas été faite, mais, euuuhh, je vais quand même vous la signaler, c'est une démarche qui est fausse, c'est qu'il y en a qui aurait tendance à distribuer le moins cinq, ça c'est faux. Le moins cinq, vous le dis, comme c'est une multiplication, ben vous faites les multiplications, il y a le moins cinq qui n'y est qu'une fois, vous n'allez pas le distribuer partout, d'accord. Le moins cinq multiplie soit le deux moins un, soit le trois plus quatre, mais c'est l'un ou l'autre
107	**Si**	Et s'il y a une deuxième parenthèse qui prenait, euh, qui commençait au début de la première et qui finissait après la deuxième ?
108	**En**	Comme ça (il trace une grande parenthèse pour grouper les deux binômes de l'expression donnée [-5((2x – 1)(3x + 4))]. Qu'est ce que ça changerait ?
109	**Si**	Rien
110	**En**	Ça ne changerait rien, c'est comme ci je mettais entre parenthèses sept, fois trois fois deux (il écrit $7 \times (3 \times 2)$). Les parenthèses, en fait, comme ce ne sont que des opérations identiques là, pour la multiplication, et bien, je peux mettre, en gros, les parenthèses là où je veux d'une part, et d'autre part, comme ce ne sont que des multiplications, je peux changer l'ordre, c'est ce qu'on a fait ici (il montre $7 \times (3 \times 2)$),

		ok Donc, je ne sais pas si ça c'est éclairci un peu dans votreee, dans votre tête, donc si on reprend, on peut faire moins cinq facteur dee, je vais l'écrire ici, (il efface une partie du tableau pour écrire l'expression de nouveau) facteur de deux x moins un, facteur de trois x plus quatre, alors, si on veut utiliser la méthode la plus répandue, selon moi mais je me trompe peut-être, donc, vous écrivez que ça c'est égal à moins dix x plus cinq, facteur de trois x plus quatre, alors je prends l'idée, l'idée, euhh
111	**Ti**	Non
112	**En**	Non !! J'ai pas pris celle qui est la plus répandue. Alors, j'ai pris la première que, qui, celle de **Se** qui a été proposée. Donc, moins dix x plus cinq facteur de trois x plus quatre, si je développe, (il écrit en même temps que ses dictions) ça fait moins trois x au carré, moins dix x fois trois x, ensuite moins dix x fois plus quatre ça fait moins quarante x, ensuite plus cinq fois trois x plus quinze x et plus cinq fois plus quatre, ça fait plus vingt. Si je fais mon calcul, c-à-d si je réduis, ça fait moins trente x carré, et puis moins quarante x plus quinze, ça fait
113	**Pal**	Moins vingt cinq (elle répond sans que l'**En** lui adresse la parole)
114	**En**	Vingt cinq, moins vingt cinq, merci **Pal** et plus vingt. Imaginons que j'ai pris une autre situation, celle de **Ti**, qui dit : « moi je fais en priorité la multiplication de deux x moins un facteur de trois x plus quatre ». Donc, ça vient, c'est un tout petit peu remettre les parenthèses, hein, ça revient à faire quoi ? Deux x fois trois x, ça revient à écrire six x carré, deux x fois plus quatre, plus huit x, moins un fois trois x, ça fait moins trois x, et moins un fois plus quatre, ça fait moins quatre, d'accord (il a écrit $6x^2 + 8x – 3x – 4$) Alors, si on conduit ce calcul, ça fait moins cinq facteur de six x carré, plus huit x moins trois x, ça fait plus cinq x, et puis moins quatre (il écrit en seconde ligne = $-5[6x^2 + 5x – 4]$), et si vous développez, maintenant si vous distribuez le moins cinq, moins cinq fois six x carré, ça fait moins trente, x carré, et puis moins cinq fois plus cinq x, ça fait moins vingt cinq x, et moins cinq fois moins quatre, ça fait plus vingt (il écrit en troisième ligne = $-30x^2 – 25x + 20$) Vous voyez bien que sur ces deux exemples, on va pas faire le troisième, et bien si on veut s'assurer que c'est bien la même chose, on compare les écritures réduites (il souligne les deux réponses), et on voit que dans les deux cas, on obtient moins trente x carré, moins vingt cinq x, plus vingt. D'accord, et la troisième qu'on n'a pas faite, conduirait au même résultat. **Be** je te voiiis (elle hausse la tête), non ? Je ne te vois pas
115	**Be**	Ça va
116	**En**	C'est bon ? Allez, on continue, euhhh ! Donc, tu as fait **Se** la même bêtise partout, ou non, c'était
117	**Se**	C'est la seule
118	**En**	C'est la seule ? Ah ! Ben, mince, alors je suis mal tombé alors. Alors, on en est au numéro six, on va demander à **Ch** (celui-ci passe au tableau), je ne sais plus sur quelle ligne on est ? (il y a un six blanc et un six noir sur deux lignes successives). On est à cinq x moins six facteur de deux x plus huit, on n'a pas fait celui là, hein ?
119	**Ch**	Non (il a son cahier en main et il a déjà écrit l'expression au tableau) $(5x – 6)(2x + 8 = 10x^2 + 40x – 12x – 48)$
120	**En**	Alors, qu'est ce que ça donne ?
121	**Ch**	Ça donne, dix x au carré, plus quarante x moins douze x ça donne vingt huit x (il écrit = $10x^2 + 28x – 48$)
122	**En**	Vingt huit x plus quarante huit
123	**Ch**	Non, moins quarante huit
124	**En**	Moins quarante huit, oui, tu as raison, moins quarante huit, d'accord Ensuite le ss, l'autre, tu fais celui de la même ligne ?
125	**Ch**	Le sept
126	**En**	Sept
127	**Ch**	Entre parenthèses, moins x plus trois, fermez la parenthèse, ouvrez la parenthèse, sept x moins quatre, est égal à moins sept x au carré plus quatre x plus vingt un x
128	**En**	Oui
129	**Ch**	Moins douze (il a écrit $(-x + 3)(7x – 4) = -7x^2 + 4x + 21x – 12$)
130	**En**	Oui
131	**Ch**	Egal à moins sept x au carré, plus vingt cinq x moins douze ($=-7x^2 + 25x – 12$)

132	**En**	Moins douze, d'accord. Enfin le, le dernier, on va te remettre à contribution, après il en reste trois et il y a trois élèves. Donc, le dernier, le huit (il regarde **Es** pour qu'il passe au tableau)
133	**Es**	Ah ! Non !!, je ne suis pas arrivé
134	**En**	Qu'est ce qui, ben, justement tu n'es pas arrivé, c'est intéressant. Alors, dis-moi, qu'est ce qui t'as gêné dans le moins parenthèse, trois moins x, euh, moins cinq x, fermez la parenthèse, facteur de x plus neuf (il écrit –(3 – 5x)(x + 9)) Alors, qu'est ce qui te gêne ?
135	**Es**	C'est ce moins (il parle du moins devant la parenthèse)
136	**En**	Ah ! Il n'y a pas un exercice qui ressemble à ça ? (il regarde toute la classe, pas de réponse) Ben, c'est un peu comme le moins cinq de tout à l'heure, de **Se**
137	**Es**	Mais il n'y a pas, il n'y a pas de numéro (il voulait dire qu'il n'y a pas un coefficient numérique avec le (-))
138	**En**	Il n'y a pas de numéro.
139	**El**	Moins un
140	**En**	Alors, soit s'il y a un numéro que tu mettes comme tu dis, s'il y a un nombre que tu voudrais avoir, tu peux mettre moins un, ou alors, il y a **Cha** qui se souvient de ce qu'elle a fait hier, comme il y a un signe moins
141	**Cha**	Changer les signes
142	**En**	Voilà, ça revient à changer les signes quand on va distribuer le signe moins. Alors, là encore, c'est la même démarche que tout à l'heure. Soit vous décidez de faire comme **Ti** en priorité, les calculs entre parenthèses, (il trace ceci – (( )( ))), et après vous distribuez le moins un, vous distribuez le signe moins, ou alors vous faites comme, comme **Cha**, vous dites : « Eh ben voilà, j'ai fait un produit, j'ai développé, c'est précédé du signe moins, je supprime les parenthèses ». Donc, précédé du signe moins, j'ai la règle qui me dit que je change tous les signes qui sont à l'intérieur. Ou bien vous décidez de distribuer le moins à trois moins cinq x, donc vous écrivez moins trois plus cinq x facteur de x plus neuf (et il écrit en même temps (-3 + 5x)(x + 9))
143	**Er**	C'est toujours entre parenthèses
144	**En**	Voilà, c'est toujours entre parenthèses, c'est comme le moins cinq de tout à l'heure. Ou bien, vous décidez que le signe moins vous le mettez, vous le distribuez à x plus neuf, c-à-d x, ah pardon, trois moins cinq x facteur de moins x moins neuf ((-3 + 5x)(x + 9)). Ou bien, donc, vous faites comme **Cha**, vous disss, vous faites le produit au milieu, entre parenthèses, les deux parenthèses, et vous dites que c'est précédé du signe moins. D'accord. Donc, au choix, ça donne la même chose, hein, vous faites la méthode que vous voulez, mais vous ne distribuez qu'une seule fois le signe moins, vous ne le faites pas trente six fois. D'accord. Alors, tu viens nous le faire, **Es**, maintenant qu'on t'aaaas, dit dans quelle direction il faut, il faut aller (**Es** passe au tableau) **Liz** ça va ? Je te sens perplexe, non ?
145	**Liz**	Non, ça va, je n'arrivais pas à comprendre dans quel sens on corrige ?
146	**En**	Dans quel sens on va ? Oui, on est parti, un peu, dans tous les sens dans notre tableau, il y en a qui ont pris en ligne, et d'autre en colonnes. Alors (il s'adresse à **Es** qui est au tableau)
147	**Es**	Alors (il est confus, et ne sait quoi faire, il efface tous ce qui est au tableau, sauf l'expression donnée écrite déjà par l'**En**)
148	**En**	Alors, qu'est ce que tu décides de faire ? Tu écris égal
49	**Es**	Moins trois plusss
150	**En**	Donc, il écrit moins trois plus cinq xxx, entre parenthèses, facteur de x plus, plus neuf, d'accord, alors après
151	**Es**	Ben, je distribue
152	**En**	Ben, tu distribues, ben, vas-y, fais une bonne distribution
153	**Es**	Moins trois x
154	**En**	Moins trois x, tu écris ensuite, moins vingt sept
155	**Es**	Ensuite, je fais cinq x carré (il écrit (-3 + 5x)(2 + 9) = -3x – 27 + 5x^2 + 45x)
156	**En**	Oui, et ensuite quarante cinq. Qu'est ce qu'on fait ensuite ?
157	**Es**	Quarante cinq x

158	**En**	Quarante cinq x, oui, et qu'est ce qu'on fait ensuite ? (**Es** écrit sans répondre, = 42x – 27 + $5x^2$) Quarante deux x, je n'ai jamais eu l'occasion de vous dire jusqu'à maintenant, quand on écrit le résultat final, on a l'habitude de l'écrire dans l'ordre, cinq x carré, les carrés et après les termes conss, les termes avec des x, et puis le terme qui n'a pas de x. Donc tu vas écrire cinq x carré plus quarante deux x, ça c'est juste, juste une question de rédaction au niveauuuu deee, et , voilà (**Es** avait déjà écrit $5x^2 + 42x – 27$) Voilà, cinq x carré plus quarante deux x moins vingt sept. D'accord Euhh !!! **Liz** tu viens nous faire leeeeeee, le six noir, ensuite on va demander, on va diviser le tableau en trois, **Cha** tu viens nous faire le sept, et puis **Be** nous fait le, le dernier (les trois filles passent au tableau munies de leur cahier, et l'**En** efface le tableau)
159	**Cha**	Mais moi je ne sais pas comment faire
160	**En**	Eh, ben, vas-y essaye. (**Cha** s'approche de **Be** pour avoir des indications de faire, et l'**En** partage le tableau en trois parties, indique à chaque fille sa partie et lui passe une craie, il s'éloigne du tableau et passe dans les rangs pendant que les filles travaillent en silence au tableau) Alors, on va prendre celui de **Cha**, Ah !! pardon celui de **Liz** qui vient en premier. Alors deux x plus 7 facteur de x plus un, fermez la parenthèse, moins, ouvrez la parenthèse cinq x plus huit. Tu développes, donc tu écris, deux x carré, plus deux x, plus sept x, plus sept, moins cinq x, moins huit. Donc, qu'est ce que tu as fait pour passer de la première à la deuxième ligne, grosse modo, tu aas (il cède la parole à **Liz**)
161	**Liz**	Développé
162	**En**	Tu as développé
163	**Liz**	J'ai fait une multiplication
164	**En**	Oui voilà, et puis pour cette partie là, cinq x moins huit, qu'est ce que tu as fait par la suite ?
165	**Liz**	Et puis après, j'ai soustrait le
166	**En**	Oui, tu as soustrait et donc tu as supprimé les
167	**Liz**	Parenthèses
168	**En**	Alors **Pal** réagit sur ce que tu as écrit
169	**Liz**	Oui, c'est plus huit (**Liz** se hâte pour changer le moins huit en plus huit)
170	**En**	C'est plus huit, pourquoi alors, ça serait plus huit ?
171	**Liz**	Parce que ça, ça inverse les signes
172	**En**	Ça inverse les signes, on prend le signe opposé, parce que, on supprime les parenthèses, et il y a un signe moins, donc le plus cinq x, qui est ici (il montre le 5x dans la parenthèse) devient moins cinq x
173	**Liz**	Le moins huit, plus huit
174	**En**	Voilà
175	**Liz**	(Elle refait la réduction des termes constant) plus dix sept
176	**En**	Dis sept, tu crois que c'est dix sept, huit et sept c'est quinze, donc c'est plus quinze (elle hésite un peu avant d'écrire plus quinze) plus sept, plus huit ça fait plus quinze, donc avec un signe plus. (il vérifie le calcul) Alors deux x carré plus deux x plus sept x, neuf x et moins cinq x, ça fait plus quatre x et plus quinze. On va dire que c'est bon pour **Liz** Alors, notre chère, c'est toi qui fait le suivant **Cha**, hein ! Alors, **Cha** est toujours avec beaucoup de précaution. Toujours avec beaucoup de précaution, elleeee, elle nous écrit toute les multiplications, d'accord. Alors, deux x fois un, moins deux foiiis, ça vient d'où vient ça ce (il s'arrête devant $– 1 \times 3x$)
177	**Cha**	Oulah !! (elle efface le 1 pour le remplacer par 2x)
178	**En**	Oui, tu t'es trompée là, c'est moins deux fois trois x, alors deux fois trois x, plus un fois un et moins un fois trois x. ensuite, plus x fois cinq, moins xxxx fois six xxx
179	**Cha**	Il faut là que je corrige (elle efface le trois x que j'ai souligné et tout le reste de son travail)
180	**En**	Donc, là il faut que tu corriges, ça fait, deux x fois un ça fait deux x, deux fois trois x, ça fait, combien ? Deux fois trois x
181	**Cha**	Ça fait, euh ! Six x au carré (et elle continue à écrire)

182	**En**	Six x carré, plus un fois un ça fait un, moins un fois trois x, cinq x moins six x carré, oui (**Cha** a écrit $2x - 6x^2 + 1 - 3x + (5x - 6x^2)$), ça donne donc (elle continue son travail $-1x - 6x^2 + 1 + 5x - 6x^2$) Moins un fois x, moins six x carré, plus un et ensuite tu supprimes les parenthèses, il y a un signe plus, donc ça fait plus cinq x moins six carré. Donc ça donne (**Cha** barre le premier $- 6x^2$ et regarde l'**En**) Oui, ouioui
183	**Cha**	Non, ça ne s'annule pas (elle écrit $-12x^2 + 4x + 1$)
184	**En**	Oui, ce ne s'annule pas, donc moins douze x carré, plus quatre x comme tu le proposais et plus un, voilà ! Bien, alors, euhh !!(silence de 5 sec en regardant le tableau)Vous avez bien un petit détail, ce que **Cha**, alors **Cha** s'est, je dirais elle prend beaucoup de précaution, mais par moment, même pour elle, j'ai l'impression que ça la gêne un tout petit peu, elle écrit toutes les opérations, elle les fait pas mentalement, elle écrit toutes les opérations, et alors, **Cha**, à mon avis, moi je te donne un conseil, il faut que tu essayes quand même de conduire des calculs de tête, parce que j'ai observé tout à l'heure, elle ne savait plus, le un moins deux x, s'il fallait paaas, euh !` Quelle opération il fallait faire ici ? (il s'adresse à **Cha**) Donc, s'il y a quand même des opérations que tu peux mener de tête, (inaudible), essaye de mener des opérations de tête, hein, comme le fait, par exemple, **Liz**, ou comme le, par exemple, hein, parce que, bon, ça mène au bon résultat, mais je veux dire c'est un peu difficile à mener, ça fait beaucoup de choses, d'accord Vous avez vu, devant plus, elle a mis des parenthèses là (il parle de $+x\ (5 - 6x)$, parce que c'est plus, toute cette multiplication là, elle l'a mise entre parenthèse. Ok. Bon, ici c'était superflu, mais c'était un bon réflexe quand même, je dis que c'est superflu parce que la parenthèse est précédée du signe plus, mais si c'était un signe moins, elle aurait bien géré, je pense, les choses. Donc, voilà le résultat qui est écrit ici, moins douze x carré plus quatre x plus un. Alors, une petite remarque au niveau de la rédaction, il faut bien mettre le signe égal entre chaque ligne, hein, comme ne l'a pas fait **Liz** aussi, hein, mettez bien le signe égal (il ajoute les signes dans les deux calculs) pour dire que cette ligne là, c'est la même chose que celle là (il montre les deux premières lignes du travail de **Liz**), que celle-ci, etc. Euhhh !!!donc, voilà ce que je peux en dire. On va peut être passer au dernier, celui de **Be**, quiiiiiii semblait impressionnant, hein, au départ quand on le voit. Alors, **Be** comment tu as fait ? Tu peux nous commenter un tout petit peu ?
185	**Be**	Du moment, j'ai, j'ai
186	**En**	Chut,chchchut
187	**Be**	J'ai fait ces deux là dans les grandes parenthèses (elle montre les parenthèses du second crochet)
188	**En**	Donc, tu as dev, tu as, dans le grand crochet, ce que t'as appelé grandes parenthèses, pour la deuxième surtout, tu as supprimé
189	**Be**	Oui
190	**En**	Tu as supprimé les parenthèses en faisant attention qu'il y a une précédée par (il s'adresse à **Be**)
191	**Be**	Moins
192	**En**	Par moins. Donc t'as écrit moins deux moins sept. La première, t'as pas supprimé, t'as sous-entendu que ça ne posait pas problème, c'est ça ? (il parle de $(2x + 7)$ dans le premier crochet)
193	**Be**	Oui
194	**En**	Et alors après, comment tu as fait ? tu as mené un calcul trèèès, très compliqué, hein, c-à-d tu as développé quatre x fois cinq x, quatre x fois moins un, quatre x fois moins deux x, quatre x fois moins sept, donc ça donne ce calcul qui est ici (il montre les quatre premiers termes de la ligneL1). Ensuite deux x fois cinq x, dix x carré, deux x fois moins un moins deux x, deux x fois moins sept ça fait moins quatorze x, et deux x fois moins deux ça fait moins deux x carré. Ensuite, t'as conduit le sept, sept fois cinq x ça fait trente cinq x, sept fois, euhhhh, sept fois moins un ça fait moins sept, sept fois moins deux x ça fait moins quatorze x, sept fois moins sept ça fait moins quarante neuf. Alors, chaque
195	**Er**	Monsieur
196	**En**	Attends que je termine et je te donne la parole. Chaque calcul qui a été fait, chaque distribution qui a été faite est précédée d'une parenthèse, hein une petite parenthèse, etc.

		Donc, ensuite, qu'est ce que tu as fait ? Tu as supprimé les parenthèses, alors, tout se passait bien, parce que toutes les parenthèses sont précédées du signe plus, donc, il suffisait de recopier, et ensuite, tu as fait les calculs, donc ça fait vingt x moins quatre x moins huit x carré moins vingt huit x, alors tu as fait dix carré moins quatre x carré ça fait moins six x carré, euhh, ensuite tu as fait moins deux x moins quatorze x, qu'est ce que tu nous a fait là ? (Elle a -12x) alors moins quatorze x moins deux x ça devrait faire moins douze x ici, tu nous a fait une bêtise là. Et puis, ensuite, trente cinq moins quatorze, ça fait vingt et un, vingt et un x, et puis moins sept moins quarante neuf ça fait moins cinquante six Donc, ça va changer ici ton résultat, tu reviens faire la, donc ça c'est bon ($20x^2$), ça c'est bon (– 4x), ça c'est bon (– $8x^2$), (il lit ligne L2), moins vingt huit x et plus six x carré, donc ça donne combien, moins cinquante six et là on a neuf, hein, plus neuf, plus neuf x, et enfin ça va donner si on regroupe tout leee, qu'est ce que tu nous as fait ici ? donc (il lit la ligne L3) t'as groupé les x carré d'accord, donc t'as groupé les x carré, donc vingt x carré moins huit x carré plus six x carré, moins quatre x moins vingt huit x plus neuf x, donc ça fait dix huit x carré, moins vingt sept, et moins cinquante six. Donc ça c'est bon ($18x^2$), moins trente deux x plus neuf x , ça fait trente deux x non ? Ohh !! Je, jeje, je suis perdu là. Euhhh !! Trente deux, c'est ça, trente deux ? Attendez, qu'est ce qu'on a au niveau des x ?Ahh !! Je suis perdu !!! **La cloche a sonné** Alors ça donne (on entend des réponses de partout et différentes) Bon, on va le reprendre, on va le reprendre, on fait la pause là

Quatrième séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF2

1	**En**	Alors, on fatiguait, je fatiguais un peu au niveau du calcul du dernier, donc avecc queee, j'ai profité pendant la pause pour reprendre les calculs, et puis je vous donnerai un petit conseil, même moi, entre guillemets, je suis expèèreee, on est des fois un petit peu euh, j'allais dire coincé dans ces calculs un peu compliqués. Donc votre camarade a effectué les calculs comme ceci, donc cette ligne là est correcte (il montre la ligne qui suit L1), alors ensuite, elle a commencé a regroupé les calculs entre parenthèses, alors là, il y a des nombres que je n'ai pas vu tout à l'heure. Donc, le dix x carré moins quatre x carré ça fait six x carré, ça c'est bon. Après, moins deux et moins quatorze x ça fait moins seizeee, j'avais annoncé moins douze tout à l'heure, c'est moins seize x. Ensuite, le trente cinq et moins quatorze ça fait vingt et un et on a moins cinquante six. ($20x^2 – 4x – 8x^2 – 28x + (6x^2 – 16x + 21x – 56)$ Pour ce qui suit, donc, le calcul est bon en tenant compte de ce moins seize. Donc, (il travaille dans la ligne L2), on a moins quatre moins vingt huit moins seize et plus vingt et un, donc moins seize x et plus vingt et un x ça fait cinq x (L2 : $20x^2 – 4x – 8x^2 – 28x + 6x^2 + 5x – 56$) Ce que votre amie a fait, c'est qu'elle a donc supprimé les parenthèses, regroupé les x carré, avant de les regrouper, elle les a rapprochés (il parle de la ligne L3), donc vingt x carré moins huit x carré plus six x carré, ensuite, on a notre moins quatre moins vingt huit plus cinq et ensuite, on a notre moins cinquante six, ce qui nous donne comme calcul final, dix huit x carré, et ensuite moins vingt sept parce que moins quatre plus ça fait plus un, plus un moins vingt huit ça fait donc moins vingt septtte, et on a notre moins cinquante six ($18x^2 – 27x – 56$). D'accord, donc le résultat final qu'il faut donner pour ceci c'est dix huit x carré moins vingt sept x moins cinquante six x. Alors, est-ce que vous avez un commentaire à faire à ce calcul qui est ici ? (il parle du travail de **Be**)
2	**Pal**	Il y avait une méthode plus simple
3	**En**	Il y avait unnne méé thode, c-à-d
4	**Pal**	J'ai développé chacun des crochets
5	**En**	Quand tu dis développer, tu veux dire quoi ?
6	**Pal**	J'ai fais dans le crochet, quatre x plus deux x, six x et plus sept, et puis j'ai fait, dans le deuxième, cinq x moins deux x ça fait trois x
7	**En**	C-à-d que, dans les crochets, contrairement à ce qu'a fait **Be**, euhh, tu as effectué les calculs dans les crochets, c-à-d tu as écrit dans quatre x plus deux x plus sept, t'as écrit six x plus sept (il écrit au tableau en même temps), et tu as effectué cinq x moins deux x moins un moins sept, c-à-d t'as effectué, ça donne trois x et moins un moins sept ça fait

		moins huit ((6x + 7)(3x – 8))
8	**Ti**	Ça réduit les nombres
9	**En**	Ça réduit le nombre de termes, ça réduit les nombres comme tu dis, donc ça réduit le nombre, on retrouve quelque chose à développer qui est beaucoup plus simple. Ok Donc, à mon avis c'est une méthode qui est quand même, vous avez vu, c'est assez lourd à gérer. **Cha**, nous montre, que des fois il faut peut-être mieux, ce serait plus efficace ou plus rapide, mais toi tu préfères la sûreté (il s'adresse à **Cha**), peut-être qu'il y a certains calculs qu'il faut gérer de tête. Là, il y a peut-être des techniques à adopter qui sont peut-être plus, plus rapides, et plus efficaces. Alors, vous voyez, ça va donner la même chose si je développe, six fois trois x, (il trace les flèches de distribution en l'air), ça fait moins dix x carré, euh, six x fois moins huit ça fait moins quarante huit x, sept fois trois x ça fait moins vingt et un x, et sept fois moins huit ça fait moins cinquante six, égal, et si on fait moins quarante x plus vingt et un ça fait moins vingt sept x , moins cinquante six et on a dix huit x carré (il écrit = $18x^2 - 48x + 21x - 56 = \quad - 27x - 56$ et à la fin il écrit $18x^2$ après l'=) Donc, vous voyez, c'est quand même beaucoup plus efficace comme calcul, Ok ! Alors, comme je dis souvent, si vous respectez les règles de calcul, les priorités, le rôle des parenthèses, les crochets, si vous ne confondez pas deux avec x au carré, si comme dit **Liz** vous n'ajoutez pas les x et les x au carré, c-à-d (un sonnerie d'un téléphone portable d'un des élèves lui coupe la parole et 25 sec sont perdues pour les commentaires) Je racontais quoi ? Oui, en gros, ce que je veux dire (**Cha** et **Liz** discutait entre elles, et leur voix s'élève sans qu'elles s'en rendent compte, l'**En** les regarde pendant 5 sec puis il dit) Explique **Liz**, qu'est ce qui ? Chuchuchu
10	**Liz**	Je ne sais d'où vient ce sept (elle montre L1 de **Be**, dans le second crochet, le 1 ressemblait à un 7, alors **l'En** réécrit le 1 lisiblement)
11	**Cha**	A quoi sert les parenthèses en haut ? (elle parle aussi de L1, et des parenthèses du premier crochet)
12	**En**	Là ? Les parenthèses ?
13	**Si**	Elles ne sert à rien
14	**En**	Elles ne servent à rien en fait. C-à-d en gros, elles servent, elles ne servent, chuchcuchu, elles ne servent à rien dans le sens qu'on peut s'en débarrasser, je peux me débarrasser en écrivant ce que me proposait, euhh, ce que vous proposez ici (il montre le dernier travail qu'il vient de faire). Je peux m'en débarrasser toujours lorsque, si je prends le propos avant d'être interrompu par la sonnerie, je peux m'en débarrasser, elles ne servent à rien, à condition que je les enlève en respectant les règles. C-à-d je les enlève ici (il montre L1) précédé du signe plus, bon je peux le faire sans problème, précédé du signe moins, ce qui a été bien fait ici par **Be**, il faut que je corrige juste qu'il faut. Dons, si vous respectez les règles, vous pouvez faire comme **Be**, vous pouvez faire comme l'autre proposition, je dirais il n'y a pas de problème. Mais simplement, vous voulez être efficace, donc, vous allez quand même faire un choix de telle sorte que le calcul à effectuer va être le plus efficace et le plus rapide possible et le plus sûr, vous avez vu, même moi, euh, avec ce calcul grand comme ça, on se trompe assez facilement
15	**Ti**	Et si on s'est pas débarrassé des parenthèses, comment on aurait pu faire ?
16	**En**	Quelles parenthèses ? Celles entre deux x plus sept
17	**Ti**	Oui
18	**En**	Ben, si c'est une opération avec des additions ou des soustractions, on pourrait se débarrasser des parenthèses
19	**Ti**	Mais avant vous disiez qu'il vaut mieux ne pas enlever les parenthèses dans un calcul dur.
20	**En**	Pour un calcul dur, on ne pourrait pas se débarrasser des parenthèses, c'est ça ? Oui, mais à ce moment là, si tu dis, on prend les racines carrés ou bien si on prend un multiplication par exemple ici à la place du plus (il montre le plus dans le premier crochet de L1), à ce moment là on ne peut plus s'en débarrasser mais le calcul on le conduit comme celui de **Se** ou d'**Es** avec le signe moins. Mais, comme il y a des plus, d'addition ou de soustraction, on peut toujours s'en débarrasser en respectant les règles qu'on a rappelées au cours des exercices. C'est bon, ça va Bon alors, voilà tout ce qui est développement, donc, vous voyez bien, un peu, toutes les idées dee, qu'il y a derrière Ce qu'on va peut-être faire maintenant, c'est un exercice le 3 (doc 1), qui va concerner alors de façon systématique la, la factorisation. Alors, on va peut-être pas tout faire, parce

		que je voudrais aborder après les identités remarquables. D'accord, on va peut-être faire cet exercice, numéro trois, alors, **Li**, qui vient d'arriver, va peut-être nous faire la première factorisation Donc, je rappelle la formule, je rappelle ce qu'on a vu, c'est k fois a plus k fois b, égal, k facteur de a plusss, a plus b (il écrit en même temps qu'il dicte ka + ka = k(a + b)), d'accord Donc, **Li** tu veux bien venir nous faire le premier (elle ne passe pas au tableau) Donc, on est sur l'exercice numéro trois, donc tu viens **Li** s'il te plait !! (elle passe au tableau insatisfaite et l'**En** lui écrit la donnée 25x + 35)
21	**Li**	Je vais faire quoi ?
22	**En**	Eh, ben ! Tu, tu factorises (elle reste stupéfaite, elle n'a pas compris le sens du mot factorise, peut être par ce qu'elle est anglophone, il lui montre la formule)
23	**Li**	Ah ! Oui (elle écrit 5(5x + 7) sans rien dire)
24	**En**	Alors propose dans vingt cinq x plus trente cinq, elle propose cinq facteur de cinq x plus, plus sept. Alors, est ce que **Li**, tu peux nous dire dans ta tête comment tu as fonctionné ? En Français.
25	**Li**	J'ai, j'ai fait
26	**En**	Chuchuchu
27	**Li**	(on lui souffle facteur commun) facteur commun qui est cinq
28	**En**	Oui
29	**Li**	Et j'aiii, écrit cinq et dans ma tête j'ai trouvé combien de fois vingt cinq x et c'était cinq, et combien de fois cinq
30	**En**	Cinq dans trente cinq, il y a sept fois, d'accord, ok. Elle a essayé donc de trouver un nombre, alors comme on a des nombres entiers, vous restez avec des nombres entiers, mais a priori on peut, peut-être, prendre d'autres choses mais, disons que la réponse attendue c'est cinq, cinq facteur deee, de cinq x, plus, plus euh, sept Euhhh ! **Mar** tu viens nous faire, tu nous dis ce que tu penses, jeunes gens, s'il vous plait. Veux-tu nous dire ce que tu penses du deuxième ? (**Mar** passe au tableau et l'**En** lui dicte la donnée) sept x au carré plus cinq x (elle écrit $7x^2 + 5x = x(7x + 5)$ Alors **Mar**, est ce que tu peux nous dire comment tu as réagi ? Comment tu as fait ? (elle vient du Venezuela)
31	**Mar**	(elle rit puis dit avec un français approximatif) euh, j'ai trouvé un facteur commun, puis j'ai multiplié euh, par euheuh
32	**En**	C'est dur
33	**Mar**	Oui
34	**En**	Tu as multiplié donc, le facteur commun c'est x, puis après, tu as essayé de multiplier le x pour retrouver sept x au carré
35	**Mar**	Henhen
36	**En**	Donc, tu as vu que c'est sept x, et puis cinq x, c'est cinq fois x. D'accord, je ne veux pas t'embêter plus que ça Euuuuuh ! Qui est ce qui pourrait passer au tableau ? Monsieur **Ma** Alors, Monsieur **Ma** va nous factoriser troisixxxxx plus trois (**Ma** écrit 3x + 3)
37	**Cha**	Trois x plus un (**Ma** écrit 3(x + 1))
38	**En**	Alors **Ma**, ça fait trois facteur de x plus un. Euuh ! Rapidement, un petit commentaire. Pourquoi ? Comment tu as réagi ? Comment tu as fait ? En Français (**Ma** est Irlandais, il regarde l'**En** ne comprenant rien) Comment tu, tu (on entend un élève s'adresser à **Ma** en Anglais, mais **Ma** ne réagi pas et s'abstient de répondre, vingt secondes en attente d'une réponse) Bon je ne veux pas l'embêter plus, la réponse, la réponse de **Ma** c'est trois facteur de x plus un, d'accord **Eq** (demande à passer au tableau) eh ben, viens faire le suivant
38	**Cha**	Lequel ?
39	**En**	C'est six x au carré plus dix huit x. (**Eq** écrit en même temps que l'**En** dicte)
40	**Eq**	Ça fait (et elle écrit x(6x + 18))
41	**En**	Alors, tu nous écris x facteur de six x plus dix huit. Donc, c'est une factorisation. On peut,

		peut-être pousser l'élégance ? En allant un tout petit peu loin ! (il regarde l'ensemble de la classe) (deux secondes après **Be** lève le doigt) Oui
42	**Be**	C'est deux x entre parenthèses
43	**En**	Alors, on propose deux x
44	**Be**	Deux x, entre parenthèses trois x plus six (elle dicte et **Eq** écrit : 2x (3x + 6))
45	**En**	Plus six, je ne vous vends pas six, hein ! Neuf, plus neuf
46	**Eq**	Ah ! Oui
47	**El**	Six
48	**En**	Alors, on propose une autre factorisation, on propose ça et j'entends une autre proposition
49	**Er**	Six x
50	**En**	On propose avec six. Six x
51	**Er**	Six x entre parenthèses
52	**En**	Alors, si tu mets six x en facteur
53	**Er**	Six x entre parenthèses x plus deux
54	**En**	Alors, six x on propose, après qu'est ce qu'on va mettre ?
55	**Be**	Euhh !! x plus dixx huit ?
56	**En**	x plus dix huit ?
57	**Be**	Non, (**Mar** lui souffle troiiis) Trois
58	**En**	Trois ! Oui Ahh !! Alors là, on va s'arrêter là, se pose un petit problème, mais j'avoue, je ne sais pas leee, donc, on peut mettre x en fac, bon ce sont trois factorisations. Les trois factorisations sont correctes, d'accord Alors, euuhh ! On est toujours, un tout petit peu, embêté quand on est à ça, je ne crois au Liban on est très clair au niveau de la question, on attend, je crois, la dernière (il parle de la factorisation par six). La question est très claire, ce qu'on attend au Liban c'est six x facteur de x plus trois (6x(x + 3)). Je dirais, me semble-t-il, j'ai pas lu les textes en France, on est moins clair à ce niveau là. Mais, disons qu'on va plutôt privilégier cette écriture là (il parle de 6x(x + 3)), c-à-d on va essayer de mettre en De mettre en facteur le plus, la plus grande quantité, lele, le terme le plus grand possible, d'accord, mais néanmoins, les trois réponses sont des factorisations qui sont corr, sont des factorisations, on a factorisé, vous comprenez. Alors là (x (6x + 18)) on a mis x en facteur. Là, (2x(3x + 9)) on s'est rendu compte qu'il y avait des facteurs communs, donc j'ai bien aimé qu'on trouve le deux, on l'a pas trouvé tout de suite. On aurait pu mettre le trois aussi, hein, trois x facteur de deux plus six (il le dicte mais ne l'écrit pas au tableau), on aurait pu mettre ça aussi. Donc différentes factorisations, disons que l'usage veut qu'on mette, qu'on essaye de mettre en facteur le plus grand, le nombre le plus grand possible, d'accord C'est plutôt, je dirai c'est plutôt un usage, car plus tard quand vous factorisez, vous factoriserez, vous essayeriez deee, deeee, ben ça sera pour étudier les équations, donc je dirai, les trois fonctionnent, même si on veut résoudre des équations du genre six au carré plus dix huit égal à zéro, on peut prendre les différentes expressions. Mais ce qu'on attend plutôt, c'est de mettre, ce qu'on va privilégier c'est le six x facteur de x plus trois (6x(x + 3))
59	**Ti**	[Inaudible]
60	**En**	Là, il y a une petite ambiguï, enfin, pas une ambiguïté, il y a un petit, bon, un usage qui est presque une obligation, alors si je comprends (il s'adresse à l'observateur, qui lui explique qu'au Liban, on cherche le plus grand commun diviseur des termes de l'expression à factoriser, car on fait intervenir du PGCD) Nous on n'a pas leeee, si, le PGCD on l'a, mais, on ne le fait pas intervenir dans cette, dans cette direction là. Donc ça sera une différence entre le Liban et la France
61	**Si**	Mais là, comment ils savent que c'est six
62	**En**	Ils cherchent le PGCD, par décomposition en facteur premiers, c'est ça (il regarde l'observateur pour être sûr de ses paroles)

		Mais, on pourrait mettre en facteur douze x aussi, facteur de x sur deux, enfin bon. Je veux dire, on peut mettre le coefficient qu'on veut à la limite. Ceci, permet à tout le monde d'avoir la même réponse, d'être sur le même modèle. Donc, donc le PGCD se fait systématiquement avant
63	**Si**	Et nous, qu'est ce qu'on met ?
64	**En**	Si vous mettez ça, ça ou ça (il montre les trois réponses, x en facteur, ou 2x ou 6x), je vous compterai juste, mais je mettrais une petite remarque : « on peut mettre six x en facteur » Bien, je ferme la parenthèse. Euh !! Allez, encore deux ou trois petits et puis après ooon, vous, vous terminerez le reste en exercice chez vous (**Es** lève le doigt) Euuuh ! **Es** allez, **Es** qui est volontaire
65	**Es**	x au carré
66	**En**	Alors, c'est x au carré moins x (**Es** écrit $x^2 - x = x(x - 1)$). x carré moins x, donc tu nous proposes x facteur de x moins un. **Bj,** s'il te plait ! Voilà très bien, merci, je vais encore faire deux autres, je vais faire les deux cinq, les deux numéros cinq. **Ch** (il passe au tableau) Les deux numéros cinq, et puis le reste vous le ferez à la maison Donc, quatre x moins cinq, parenthèses. Quatre x moins cinq facteur de deux plus trois, plus, c'est un plus, il n'est pas très clair sur la photocopie, plus facteur de, ouvrez une parenthèse, pardon, quatre x moins cinq (**Ch** écrit au tableau) (15 sec de silence et **Ch** travaille seul : $(4x - 5)(2x + 3) + (4x - 5) = (4x - 5)[(2x + 3) + 1]$) Donc, tu nous écris. Alors, est ce que tu peux juste nous expliquer pourquoi tu arrives juste à ce résultat ? A savoir, quatre x moins cinq, facteur de deux x plus trois, plus, un
67	**Ch**	Quatre x moins cinq, c'est un facteur commun
68	**En**	Donc, quatre x moins cinq c'est un facteur commun
69	**Ch**	Et là (il montre le second terme de la somme), on considère qu'il y a fois un (il écrit devant $1 \times (4x - 5)$)
70	**En**	Le quatre x moins cinq, qui est tout seul, tu considères qu'il y a fois un Donccc euh ! Tu as donc, si je reprends la formule qui est donc, k fois a plus k fois b, le k c'est quatre x moins cinq, fois deux x plus trois, plus quatre x moins cinq, il nous manque un fois quelque chose, il dit c'est fois un. Donc, il y a un un qui va apparaître, comme dans l'exemple d'Es, le x carré et le x ici (il montre l'expression $x^2 - x$). Donc, ça nous donne, deux x plus trois entre parenthèses, plus un. Ensuite, il y a une petite étape supplémentaire (**Ch** écrit $= (4x - 5)(2x + 4)$ (R1)). Ça nous donne, quatre x moins cinq, facteur de deux plus quatre, voilà !! D'accord Bon, alors, on aurait poussé au Liban, ils s'aperçoivent que, alors entre deux x et quatre, on peut mettre deux en facteur, d'accord. C-à-d, ils écrivent deux facteur de quatre x moins cinq, facteur de x plus deux, et j'imagine que le deux ils le mettent devant (il écrit en dictant, $2(4x - 5)(x + 2)$ (R2)). Ils poussent l'élégance, jusqu'à vers ça. Donc, si vous écrivez ça, nous, nous, on est, on est content. Tout le monde a compris pourquoi il y a le deux ?
71	**Es**	Non
72	**En**	Non !!! Mais si vous avez à factoriser deux x plus quatre ? (il écrit dans un coin du tableau $2x + 4$) Comment vous factorisez deux x plus quatre ?
73	**Er**	Deux
74	**En**	Deux (il écrit 2)
75	**Er**	Entre parenthèses, x plus deux
76	**En**	x plus deux (il écrit $x + 2$) Donc, c'est ce que j'ai écrit ici (il montre (R2)) et ça fait quatre x moins cinq, fois deux, fois parenthèses x plus deux. Donc le deux, on le passe devant, puisque c'est des multiplications. Hein, les multiplications, je les fais dans l'ordre, comme j'ai dit tout à l'heure. Donc, deux fois quatre x moins cinq, fois x plus deux. D'accord
77	**Cha**	J'ai pas compris
78	**En**	Si t'as pas compris, tu t'arrêtes là (il lui montre (R1))
79	**Cha**	Non, non, c'est, c'est
80	**En**	Qu'est ce qui te gêne ?
81	**Cha**	C'est, c'est, le quatre x moins cinq, comment ça devieeent, d'ailleurs je ne vois pas
82	**En**	Mais, vas, vas jusqu'au bout, je ne comprends pas ce que tu dis ? Bon !!.

83	**Cha**	C'est la dernière partie. (elle parle de [(2x + 3) + 1])
84	**En**	Là ? (il lui montre le crochet)
85	**Cha**	Ouieh !!
86	**En**	Alors, qu'est ce qui te gêne ?
87	**Cha**	Je ne comprends pas
88	**En**	Ce sont les crochets ?
89	**Cha**	Non
90	**En**	C'est le quatre x moins cinq ?
91	**Cha**	Non
92	**En**	Alors, c'est quoi ?
93	**Cha**	C'est, comment ça devient
94	**Es**	Un
95	**Cha**	Deux x plus troiiis
96	**En**	Alors, je vais simplement réécrire ce qu'il a dit (il écrit (4x – 5) × (2x + 3) + (4x – 5) × 1 ®). **Ch** a dit que le facteur commun c'est quatre x moins cinq. Là, je crois que, chacun pourrait partir dans cette direction là. Ensuite, il a dit la chose suivante, il a dit : « quatre x moins cinq fois deux plus trois, donc, j'ai bien le fois, tandis que là, j'ai le quatre x moins cinq qui est tout seul ». Et **Ch** nous a dit : « ben, je peux dire que quatre x moins cinq, c'est quatre x moins cinq fois un ». Comme ça, je suis bien dans le modèle k fois a plus k fois b (il écrit en rouge sous chaque terme de l'expression ® k a + k b) Il y a des fois (il montre le signe × dans ®), des multiplications, à chaque fois si j'ose dire, il y a des fois les deux fois. Donc, comme il y a multiplié ici, il y a multiplié ici, euhh, **Ch** applique tout bêtement, si j'ose dire, la factorisation, le facteur commun c'est le coefficient k, c-à-d quatre x moins cinq, le coefficient petit a c'est deux x plus trois et le coefficient petit b c'est un. Donc, ça donne, quatre x moins cinq entre les parenthèses, et puis dans les crochets, on a le facteur deux x plus trois, pluuus, le facteur un. Donc, c'est pour ça, on a deux x plus trois plus un, et le deux x plus trois plus un, ça fait deux x plus quatre. D'accord Est-ce que ça éclairciiit, j'ai fait que relire, hein ! C'est pas encore ça ? (il s'adresse à **Cha** qui est toujours perdue). Bon, je te laisse un peuuu
97	**Ti**	Là, vous avez parlé de PGCD, et si le PGCD c'est un ?
98	**En**	Ben, si tu avais six x carré plus, plussseuh dix sept x, ben t'aurais mis, x facteur de six x plus dix sept (il écrit $6x^2 + 17x= x(6x + 17)$) La réponse attendue dans ce cas là, ça aurait été ça
99	**Ti**	Oui, mais, s'il y a des nombres sans x ? On va mettre un devant la parenthèse ?
100	**En**	S'il y a des nombres sans x, par exemple
101	**Ti**	Plus cinq
102	**En**	Plus cinq (il ajoute + 5 à $6x^2 + 17x$). Alors, à ce moment là, est ce que t'aurais pu factoriser ici
103	**Si**	Ah, non !
104	**En**	Non. T'aurais pas pu factoriser puisque le x qui est facteur commun là et là (il montre $6x^2$ et17x) ne l'est pas pour le cinq qui est tout seul C'est bon ? Bon, allez, le dernier que je vous propose, qui est ce qui veut venir le faire ? Euh, c'est le dernier, je ne sais pas si c'est, on va vérifier, qui est ce qui veut venir le faire, donc c'est le dernier, qui est ce qui vient au tableau, **Be** ? (il recherche un élève en faisant de ses yeux le tour de la classe, puis choisit **Be** qui regardait le doc 1)
105	**Be**	Lequel ?
106	**En**	Le cinq, le cinq, le deuxième cinq. (**Be** passe au tableau) Le deuxième cinq. x moins cinq au carréééé, moins x moins cccinq facteur de moins deux moins trois (**Be** écrit $(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x - 3)$)
107	**Cha**	Plus
108	**En**	Je me suis trompé ? c'est un plus ou un moins ? un plus, donc plus trois (**Be** corrige et factorise ainsi : $(x – 5)^2 – (x – 5)(-2x + 3)= (x – 5)[(-2x + 3) – 1^2]$) Alors, là, il se passe des choses intéressantes. Alors, **Be,** tu as mis en facteur x moins cinq qui me parait une bonne démarche, puis tu as mis entre crochet moins deux plus et puis moins un au carré. Alors, est ce que tu peux nous faire part ?
109	**Be**	Euh, peut être, non, x moins cinq facteur commun

109	**En**	Oui
110	**Be**	Alors, on multiplie, non, je ne sais pas comment expliquer ?
111	**En**	Le moins deux plus trois, je dirai, je comprends pourquoi il est là. Le un au carré, tu peux nous dire d'où vient le un au carré ? C'est ça quiii
112	**Be**	Euh, euh, parce que x moins cinq au carré est égal à x moins cinq fois un au carré
113	**En**	Ah !! Donc, parce que x moins cinq au carré c'est x moins cinq fois un au carré ? C'est ce que tu as dit ?
114	**Ti**	Entre parenthèses
115	**En**	Entre parenthèses. Qu'est ce que c'est x moins cinq au carré ?
116	**Er**	C'est une identité remarquable
117	**En**	Alors, vous parlez d'une identité remarquaaableee, euh, oui, on pourrait utiliser l'identité remarquable, mais là on essaye de factoriser, hein !
118	**Er**	Oui, euh !
119	**En**	Oui, comment tu sais que c'est une identité remarquable ? Chuchuchut
120	**Er**	Euh, ben, si on pouvait mettre les inconnues, ça serait ab entre parenthèses au carré (il avait son livre ouvert à la p.35, sur la factorisation d'une expression algébrique)
121	**En**	Je crois qu'il a ouvert son livre
122	**Er**	J'ai vu ça ce matin avec maman
123	**En**	Tu as eu un cours particulier, t'as discuté avec ta maman. Donc à partir de ça tu récupères une identité remarquable. C'est effectivement une identité remarquable, mais les formules que tu veux utiliser sont pour développer. Mais là, on essaye de factoriser. Et pour factoriser, si tu veux, on va, on va être un peu, un peu gêner, parce que là, l'identité remarquable ne va pas nous être utile. Par contre **Er** et peut-être **Be,** qu'est ce que ça veut dire x moins cinq au carré ? Qu'est ce que c'est par définition ?
124	**Si**	C'est x moins cinq fois x moins cinq
125	**En**	C'est x moins cinq fois x moins cinq. Essaye, essaye de l'écrire comme ça (il s'adresse à **Be** qui est toujours au tableau, qui ne bouge pas, alors il continue en écrivant $(x-5)^2-(x-5)(-2x+3)=(x-5)(x-5)-(x-5)(-2x+3)$ (A)) Donc, c'est x moins cinq au carré moins x moins cinq facteur de moins deux x plus trois c'est donc, x moins cinq fois x moins cinq moins
126	**Be**	Moins x moins cinq
127	**En**	Moins deux plus trois. Alors
128	**Liz**	C'est a puissance deux
129	**En**	On va revenir à a puissance deux, on va y revenir, on va y revenir. Chucchut, s'il vous plait Donc, vous êtes d'accord sur x moins cinq au carré, c'est x moins cinq facteur x moins cinq. A ce moment là, **Be** est ce que tu vois un facteur commun ?
130	**Be**	Oui
131	**En**	Oui, c'est x moins cinq. Est-ce que tu peux factoriser une expression qui est comme ça ? (il montre (A))
132	**Be**	Euh, euh !! On peut faire
133	**En**	Mets d'abord le facteur commun
134	**Be**	C'est x moins cinq (elle écrit en même temps), euuuh
135	**En**	Alors, entre crochet
136	**Be**	(elle écrit $(x-5)[(-2x+3)-$ (A1) et s'arrête en disant) Ça revient au même que là bas (elle s'arrête hésitante)
137	**En**	Où il est ton facteur commun ? Est-ce que tu peux le souligner ton facteur commun ? (elle souligne dans (A) les $(x-5)$: $\underline{(x-5)}\ \underline{(x-5)}-\underline{(x-5)}\ (-2x+3)$)
138	**Es**	Ahhhh !!!
139	**En**	Il y en a, il y en a un peu trop là, non. T'as tout, t'as tout souligné les x moins cinq. Donc, il faut que tu choisisses.
140	**Be**	Ah, Ok !! En fait, c'est, non (toujours hésitante et même perdue)
141	**En**	Bon, le facteur com, le facteur commun, c'est bien x moins cinq, on est d'accord là-dessus, tous même **Bj** qui n'écoute pas, c'est x moins cinq le facteur commun (il efface le trait sous le premier $(x-5)$).

		Donc, ici dans x moins cinq facteur de moins deux x plus trois, il n'y a pas de problème. Là, (il montre (x – 5)(x – 5)) il y a une petite ambiguïté, ou il y a une petite hésitation de ta part (il s'adresse à **Be**), c'est que le x moins cinq apparaît aux deux endroits, x moins cinq fois x moins cinq, donc, il faut retrouver la somme k fois a et k fois b avec le k qui est x moins cinq. Alors, le k fois b, je crois, c'est bon. Maintenant, le k fois a, c'est quoi ? (il s'adresse toujours à **Be**)
142	**Be**	k fois a c'est, c'eeeest, on peut faire x fois ça (elle montre (A1))
143	**En**	Attends, attends, oui, c'est ça, mais alors, tuuu, il faut que tu le fais dans le bon ordre
144	**Be**	Ok
145	**En**	Il faut que tu l'écris dans le bon ordre Bon, voilà, crochet
146	**Be**	x moins cinq (elle écrit (x – 5)[(x – 5))
147	**En**	Oui, x moins cinq qui est le, le a
148	**Be**	Plus, non
149	**En**	Non, moins, voilà, moins moins deux x plus un, et tu fermes le crochet puisque tu as mis un crochet au départ. (elle a écrit (x – 5)[(x – 5) – (-2x + 3)] Alors là, il faut bien voir que, il y a x moins facteur de x moins cinq, le k, le ka kb, donc le k c'est mettons celui-ci le x moins cinq (il montre le premier (x – 5) de (A)) et l'autre, l'autre va jouer le rôle de b. Ici, il y a une petite difficulté, si on peut dire, c'est que le k et le a sont des expressions identiques
150	**Es**	Monsieur
151	**En**	Il y en a un qui va jouer le rôle de k et l'autre le rôle de, de petit a de notre formule. Si on revient à notre formule de départ k fois a plus k b, c'est comme si on avait des rectangles, si vous mettiez k fois k plus k fois b, c'est comme si vous aviez un carré. (il écrit au tableau ka + kb = k(a + b) k × k + kb) Donc, qu'est ce que ça va donner à ce moment là ? x moins cinq facteur de, on peut continuer le calcul, hein, x moins cinq, dans le crochet tu supprimes les parenthèses (**Be** écrit (x – 5)[x – 5 + 2x – 3]) Voilà, alors, là, on a comme coutume d'effectuer dans les crochets les petits, la la petite réduction classique, donc x moins cinq facteur de
152	**Be**	Euh, trois x moins huit (elle écrit (x – 5)(3x – 8))
153	**En**	Trois x moins huit. D'accord. Alors, quand il y a x moins cinq au carré, on décompose comme ça, alors, c'est, c'est pas du tout x moins cinq au carré, c'est pas x moins cinq fois un au carré, parce que un au carré c'est un, et x moins cinq au carré, c'est pas x moins cinq fois un, c'est pas la même chose. Donc là (il montre ce que **Be** a écrit au début le 1^2) c'est une écriture qui est, qui n'est pas bonne, donc c'est une écriture qui n'est pas bonne, hein (il regarde **Be**)
154	**Es**	Monsieur
155	**En**	Oui
156	**Es**	En haut, (il montre (A)) est ce que on ne peut pas enlever ce moins, moins x moins cinq entre parenthèse avec l'un des x qu'on a de l'autre côté ?
157	**En**	Là ?
158	**Es**	Oui
159	**En**	Alors, quand tu écris x moins cinq facteur de x moins cinq moins x moins cinq facteur de moins deux plus trois, est ce qu'on peut enlever les x moins cinq et les x moins cinq qui sont de chaque côté du signe moins ? Si tu fais ça, tu ne respectes plus la priorité des opérations, c-à-d tu es en train de faire la soustraction avant de faire les multiplications. Donc, c'est pas possible là. **Be** (qui lève son doigt)
160	**Be**	Monsieur, j'ai pas compris pourquoi ça ne peut pas être un au carré comme j'ai fait x moins cinq par un au carré, c'est x moins cinq au carré
161	**En**	Non, parce que, parce que, ce que tu penses ici, c'est toujours une question de priorité.
162	**Be**	Ah !!
163	**En**	C'est, je prends le carré de un, il y a une multiplication et un carré. Je prends le carré de un, d'accord, et ensuite je fais la multiplication. (Il écrit (x – 5) × 1^2) dans ta tête, dans ta tête ce que tu fais comme calcul, c'est ça, c-à-d ce que tu fais, x moins cinq fois un c'est bien x moins cinq avec le carré, mais si je fais x

		moins cinq fois un et je prends le carré après, ça veut dire je mets des parenthèses, ben des crochets en occurrence. Alors, ça, c'est une démarche, c'est, enfin ça c'est faux, ça c'est complètement faux (il barre en croix $(x – 5) \times 1^2$) Alors, je veux dire, tu t'es mal exprimée, dans le sens que tout à l'heure, quand on avait notre x euuuh, si on avait x moins cinq facteur de deux plus trois plus x moins cinq (il écrit $(x – 5)(2x + 3) + (x – 5)$), je dirai, tu es moins pardonnée, dans le sens, que tu avais pensé à la remarque, je ne sais plus qui l'a fait, je crois que c'est Ch qui a dit : x moins cinq qui est tout seul ici je peux le multiplier par un (il ajoute $\times\ 1$: $(x – 5)(2x+ 3) + (x – 5) \times 1$), c'est un peu à ça que tu as pensé à mon avis. Ça, ça marche parce qu'il n'y a pas un carré, justement. Quand il y a des carrés, il ne faut pas confondre l'interprétation, mais je dirai, à la limite, elle n'a même pas besoin, tu ne risques pas, parce que x moins cinq au carré c'est x moins cinq fois x moins cinq, tu as, tu as les deux termes de ta multiplication, tu les a, donc, t'as pas de souci à voir, mais tu as bien un problème de priorité à ce niveau là
164	**Be**	Oui, je ne savais pas comment faisant avant leee, leee
165	**En**	La puissance est prioritaire sur la multiplication, d'accord Il nous reste combien de temps ? Peut être cinq minutes
166	**Ti**	Quatre minutes
167	**En**	Quatre minutes, alors bon, je vous propose un autre Euh ! le sept noir, le sept noir. Le sept noir à savoir, x plus cinq au carré, plus 2x plus dix, c'est plus ou un moins, je n'arrive pas (il écrit : $(x + 5)^2 + (2x + 10)$ (E1))
168	**Si**	Plus
169	**Els**	Non, c'est moins
170	**En**	On va mettre plus partout, hein. De toute façon la difficulté (15 sec perdues pour la lecture des signes qui ne sont pas clairs sur les photocopies) Bon, on mettra plus partout. (il passe dans les rangs)
171	**Cha**	(2 min plus tard, il se trouve devant **Cha**) Impossible
172	**En**	Alors, alors, alors, pourquoi c'est impossible **Cha**
173	**Cha**	Eh, ben parce que j'ai rien compris.
174	**En**	Elle dit, j'ai rien compris
175	**Si**	Monsieur
176	**En**	Oui
177	**Si**	On n'a jamais fait de ça en quatrième
178	**En**	Oui, mais **La cloche sonne** (**Mar** insiste à parler) oui **Mar**
179	**Mar**	Le facteur commun, c'est x plus cinq
180	**En**	Oui, pourquoi ?
181	**Mar**	Si on multiplie par deux c'est égal deux x plus dix.
182	**En**	Alors, elle dit, écoutez bien ce que dit **Mar** Le facteur commun c'est x plus cinq, parce que si je multiplie par deux, c'est deux x plus dix, c'est ce qu'elle a dit. Alors, **Mar**, et d'autre peut-être, je sais que ça a sonné, mais je vous demande deux minutes. **Mar** a eu une idée géniale, parce que le facteur commun ne saute pas aux yeux et **Cha** a dit : je ne comprend pas. J'aurai aimé qu'elle nous dise pourquoi elle ne comprend pas. L'idée, c'est que le facteur commun ne nous saute pas aux yeux, comme ceux qui étaient avant. Par contre, comme **Mar** et d'autres d'entre vous, vous avez remarquez que deux plus dix c'est deux fois x plus cinq (il écrit sous $(2x + 10)$ dans (E1), $2(x + 5)$). Parce que, comme dit **Mar** quand je multiplie x plus cinq par deux ça fait deux plus dix Donc, comme **Mar** et comme d'autres d'entre vous, vous pouvez remplacer l'énoncé par x plus cinq au carré plus deux facteur de x plus cinq. Et à ce moment là, vous avez le facteur commun qui est effectivement écrit. Alors, pour ne pas allez vite, et pour faire plaisir à **Be**, je vais écrire que x plus cinq au carré, c'est x plus cinq fois x plus cinq (il écrit sous $(x + 5)^2$ dans (E1), $(x + 5)(x + 5)$) pour ceux qui veulent raisonner comme **Be**. Et ensuite, le facteur commun on le voit, c'est x plus cinq, donc x plus cinq facteur de, le a, c'est x plus cinq à nouveau, plus deux. Et la factorisation attendue, c'est x plus cinq facteur de x plus cinq plus deux, x plus sept (il écrit : $(x + 5)(x + 5) + 2(x + 5) = (x + 5)(x + 5 + 2) = (x +$

		5)(x + 7)) On va s'arrêter là, je vous remercie, on se revoie je ne sais plus quand, mais la prochaine fois qu'on se revoie, vous terminez cette série d'exercices (il leur demande de finir l'exercice 3 du Doc 1)

Cinquième séance d'enseignement
Enseignant : EnF2

1	**En**	Donc, nous allons commencer, nous allons commencer !!Nous allons poursuivre nos pérégrinations, donc, nous avons parlé de la factorisatiooon, nous avons fait des développements, donc, là ce matin, je sais qu'il nous reste une série d'exercices à corriger, mais, je voudrais néanmoins continuer sur les, ce qu'on appelle, le i den ti tés remarquaables Alors, groossomodo, ce sont trois formules qu'il fau dra apprendre par cœur, et ces trois formules vous serviront à développer de façon rapide, et surtout à factoriser de façon efficace Pourquoi je dis ça ? Parce que souvent, les factorisations que l'on vous propose, quand on veut factoriser, on recherchche un facteur commun, et une fois qu'on a repéré ce facteur commun, on a une technique qui nous permet de transformer, de transformer l'écriture Alors, il arrive parfois dans un certain, certain contexte, que le facteur commun ne soit pas tout à fait évident à trouver. Donc, un des outils, quand vous aurez à rechercher des factorisations, un des outils sera, est ce que l'expression qui est écrite devant moi, est ce que c'est une expression qui peut être, qui ressemble à une identité remarquable ? Je vais donner juste un exemple, si je prend l'expression x au carré plus deux x plus un (il écrit $x^2 + 2x + 1$), alors si on prend cette expression qui est ici, si on cherche, n'est ce pas **Cha** (elle ne suivait pas), à la factoriser, je dirai, ça nous parait, un enjeu assez difficile, parce que si on voit dans x carré plus deux x plus un, le facteur x qui est répété deux fois, il est commun au deux premiers termes, mais il n'apparaît comme, enfin il n'apparaît pas avec le un qui est tout seul à la fin. D'accord Néanmoins, l'objectif serait pour vous de dire à ce moment là, et bien, dans x carré plus deux x plus un je vais reconnaître, dans quelque temps vous saurez tout de suite reconnaître que x carré plus deux x plus un n'est pas autre chose que x plus un au carré (il écrit à la suite de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$). C-à-d, vous allez, j'allais dire réagir pratiquement du tac au tac, quand je vous dirai x carré plus deux x plus un, vous pouvez le factoriser, vous me répondrez : « oui, entre parenthèses, c'est x plus un au carré » Alors, oui, parce que vous connaîtrez les identités remarquables, Ok Alors, les identités remarquabbles, on dit i.den.tités remarquables (il l'écrit au tableau), on dit aussi, dans certains pays, même dans certaines écoles, on dit aussi égalités remarquables (il l'écrit en dessous des identités) Alors, ça ne s'invente pas, ça ne s'invente pas, il faut donc bien les connaître et partir de ce que nous avait dit **Er,** souvenez-vous, il nous a dit, eueuh, j'ai a plus b facteur, tu nous a parlé de ça (il regarde **Er**), facteur de c plus d (il écrit (a + b)(c + d)), et tu nous avais développé ceci. Tu te souviens, c'est toi **Er** qui nous a fait ça. Tu nous a dit, c'était aaacc fois (il trace les flèches de distribution à chaque qu'il multiplie et écrit le développement en même temps qu'il dicte), ac plus a fois d plus bc plus bd. D'accord, alors, souvenez-vous, qu'à chaque fois qu'on fait une multiplication, on peut toujours avoir en tête le calcul de l'aire d'un rectangle, hein, ab, a plus b pardon, ça serait une des dimensions du rectangle et c plus d ça serait l'autre dimension, longueur et largeur Alors, si on fait ce petit schéma (il trace un rectangle de dimensions, a et b pour les largeurs et c et d pour les longueurs), donc je dessine un rectangle, une des dimensions a pour longueur a plus b, donc, je mets un côté a et au dessus je rajoute b, et sur l'autre dimension, j'ai le a, ah pardon, le c et le d. donc, si je veux calculer l'aire de ce rectangle, soit on me donne a et b, et je fais a plus b, soit on me donne c et d, et je fais c plus d, et je fais le produit des deux dimensions. Ou bien, c'est ça qu'il faut avoir dans la tête, si je prends la forme développée, la forme développée, c'est ac, c'est tout simplement, et si je trace les côtés parallèles, ici, aux côté du grand rectangle (il trace les parallèles aux longueurs et aux largeurs) eh bien, je vois apparaître ici, a fois c c'est l'aire du rectangle qui est ici (il écrit dans le rectangle correspondant ac et fait de même pour le reste), a fois d c'est l'aire du rectangle qui est là, b fois c on le voit apparaître ici, et b fois d on le voit apparaître là
2	**Ti**	C'est plus simple d'avoir la première écriture, non ? (il parle de (a + b)(c + d))

3	**En**	Je ne sais pas si c'est le plus simple ou pas le plus simple, mais que je fasse le calcul de gauche ou le calcul de droite (il montre la formule de la distributivité) c'est la même chose, simplement, je, je calcule l'aire d'une façon un peu différente. C'est sûr que, écrit peut être sous forme factorisée, ça va permettre d'être un peu plus efficace, peut être, au niveau de certains calculs. Mais, il faut savoir, qu'un calcul, alors ici c'est avec des lettres, qu'un calcul peut se présenter sous deux formes. Ou s'il se présente sous une forme, ici la forme développée, vous pouvez le présenter sous la forme factorisée D'ailleurs, en cinquième, vous en avez abusé un peu de ce genre de choses (il mime), par ce qu'en cinquième, en factorisant, vous aviez des additions qui donnaient des résultats très simples. On aura peut être l'occasion de revoir ça Alors, les égalités, les identités remarquables, elles vont se placer dans un cas très particulier, c'est dans le cas où au lieu d'avoir un rectangle, on va se placer dans le cas où l'on a
4	**Si**	Un carré
5	**En**	Un carré. C-à-d que on va avoir a et c qui vont être identiques, b et d qui vont être identiques Alors, quelles sont les combinaisons possibles qu'on peut avoir ? On peut avoir, a plus b fois a plus b, qu'on note, je dirai de façon avantageuse, sous la forme, a plus b au carré (il écrit $(a + b)(a + b) \quad (a + b)^2$, (E1), il laisse un espace entre les deus formes d'écriture) On va avoir une deuxième forme, qui va consister, au lieu de prendre l'addition, plus et plus, on va prendre la soustraction, donc a moins b, a moins b, bien sûr qu'on écrit sous la forme a moins b au carré (il écrit en dessous de (E1), $(a – b)(a – b) \quad (a – b)^2$) Et puis, une troisième, une troisième disposition, qui va être le ça où l'un des facteurs va être avec un plus et l'autre avec le coeff, enfin avec un moins. Donc, on va avoir du genre a plus b facteur de a moins b, ou a moins b facteur de a plus b. Ce qui veut dire que, si on pense cette écriture particulière avec toutes les combinaisons possibles d'addition et de soustraction, on ne voit apparaître que, trois, styles, de développement, trois styles d'expressions, donc, trois identités remarquables La première. Ça va être a plus b au carré, la deuxième, ça va être a moins b au carré, et la troisième ça va être a plus b facteur de a moins b, d'accord Alors, si je reprends mon schéma de tout à l'heure, alors, on va avoir, je vais le faire pour a plus b facteur de a plus b, on a donc au départ un grand carré (il le trace), d'accord, qui a comme dimensions a puis b, je vais prendre a plus grand que b (il écrit les dimensions sur le dessin et trace les parallèles aux côtés), et puis, on a sur l'autre dimension, on a, a ici et on a b. Comme j'ai tracé les parallèles
6	**Ti**	Si on a un carré
7	**En**	Oui
8	**Ti**	Si on a un carré, le périmètre c'est
9	**En**	On parle de l'air, hein
10	**Ti**	Si on peut faire a plus b euh
11	**En**	On peut faire de façon simple comme ça, je calcule la longueur du côté a plus b, et je fais a plus b fois a plus b. Ok Mais, comme tout à l'heure, dans a plus b facteur de c plus d, je vois apparaître à l'intérieur quatre morceaux. Ces quatre morceaux sont celui-ci, celui là et les deux qui sont ici (il montre le dessin du rectangle). Alors, ces quatre morceaux, vue que j'ai tracé des droites parallèles, vue que j'ai mis des dimensions petit a, etc, il y en a qui ressemblent à des choses connues. Ce sont des rectangles, on peut qualifier un peu plus, à savoir celui qui est ici, c'est un carré, donc si je veux calculer son aire, ça fait Ce sont des rectangles, on peut qualifier un peu plus, à savoir celui qui est ici, c'est un carré, donc si je veux calculer son aire, ça fait
12	**Si**	a carré
13	**En**	a fois a, c-à-d a au carré. Le petit qui est là
14	**Ch**	b carré
15	**En**	C'est b au carré, d'accord Vous serez peut être tentés de dire que a plus b au carré, c'est a au carré, plusss b au carré
16	**Els**	Non
17	**Ti**	Non, il y a les deux rectangles
18	**En**	Voilà, alors, ce qu'il faudra faire bien attention. Ça c'est ce que souvent vous me répondrez, et je vous dirai : « non, vous oubliez quelque chose » Vous oubliez que dans

		l'aire, il y a ces deux rectangles ici (il montre les deux rectangles découpés dans le carré) Donc ça va être a au carré, il va y avoir le b au carré (il écrit $(a + b)^2 = a^2 \quad + b^2$; E2), mais il y a quelque chose d'autre qu'il va falloir ajouter. Ce quelque chose d'autre c'est quoi ? Ce sont deux rectangles **Er** (qui lève le doigt)
19	**Er**	a fois b
20	**En**	Voilà! Chaque rectangle a pour dimension, ici c'est b fois a, donc b fois a et ici c'est a (il hachure les deux rectangles)
21	**Es**	Fois b
22	**En**	a fois b. donc les deux rectangles que j'ai hachuré en vert ont la même aire, d'accord, c'est a fois b. Donc, il faudra bien penser et c'est l'erreur que vous faites, c'est que, c'est l'oubli que vous faites, il faudra bien penser à tenir compte des deux parties que j'ai hachuré en vert. C-à-d l'aire du grand carré, a plus b fois a plus b c'est a carré, ça d'accord, b carré, ça vous ne l'oublierez pas, mais il faudra pas oublier l'aire des deux rectangles, c-à-d a fois b multiplié par (il ajoute en vert 2ab dans le trou qu'il a laissé dans E2) Par deux, d'accord. Alors, si on reprend, si on reprend la forme a plus b facteur de c plus d, je vais le faire ici (il choisit le coin gauche du tableau pour écrire $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$), a plus b facteur de a plus b, puisque a plus b au carré c'est pas autre chose que ça. Vous faites a fois a, c-à-d a au carré, vous faites a fois b, donc plus ab, plus b fois a, plus ba, plus b fois plus b, plus b au carré (il développe en mimant les flèches de la distribution), d'accord. Ab plus ba ça fait deux ab que j'ai expliqué tout à l'heure, le a carré et le b carré, d'accord Alors, il ne faudra pas oublier ce que j'ai écrit en vert ici le deux ab. Alors, comme on l'oublie souvent, on parle ici qu'on a, alors deux fois ab, on parle du douuubbble pro, duit, et je dirai : « Ah !! **Er**, tu as oublié le dou, ble produit ». Donc, vous allez, mais comme je suis un professeur formidable, vous n'allez pas le faire. Mais, en gros, quand vous développez, vous allez souvent oublier le, le double produit Donc, a plus b au carré c'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré. Alors, développons maintenant, **Er** qui connaît la formule pour l'autre, a mois b au carré
23	**Er**	C'est a au carré, moins deux a b, plus b au carré (l'**En** écrit en même temps)
24	**En**	Voilà, a au carré, moins (il efface 2ab pour l'écrire en vert) deux ab plus b au carré. Alors, ça on peut le développer aussi, où est ce que je vais le mettre ? Je vais le mettre ici pour que tout le monde le voit bien (il prend la partie droite du tableau). Donc, a moins b facteur de a moins b, c'est a fois a, a au carré, a fois moins b avec des signes ça fait moins ab, moins b fois a, ça fait moins ba et moins fois moins b, ça fait
25	**Si**	plus
26	**En**	Plus b au carré. Donc, vous retrouvez le a au carré, vous retrouvez le moins ab moins ba, ben, c'est moins deux fois ab, et plus b au carré
27	**Es**	Donc, on trouve tout le temps a carré et b carré
28	**En**	Alors, oui, **Es** fait une remarque, que je fasse a plus b au carré, ou que je fasse a moins b au carré, dans les deux cas je trouve a au carré plusss b au carré. Qu'est ce qui change par contre ? Qu'est ce qui change ?
29	**Er**	Le double produit
30	**En**	C'est le deux ab. Quand vous avez a plusss, on écoute bien, quand vous avez a plus b au carré, vous allez aaajouter le double produit, plus deux ab. Et quand vous allez avoir a moins b au carré, le seul indiccce du signe moins, vous allez le retrouvez sur le double produit, moins deux ab Là, l'erreur que vous faites, que vous ferez souvent, c'est que des fois vous oublierez le double produit, je dirai : « Attention au double produit, vous avez oublier le double produit ». vous direz : « Oui, oui c'est un oubli ». Et puis, souvent, il vous arrivera de faire une erreur sur le signe, devant le b au carré Vous allez voir pourquoi j'insiste bien, par ce qu'il y en a une troisième, il y en a une troisième, alors **Er** (qui lève le doigt)
31	**Er**	C'est a carré moins b carré
32	**En**	Alors, c'est a au carré moins b au carré. Alors celle-ci, elle est toute simple. Alors, développons le rapidement ici (il écrit sous le développement de $(a – b)^2$) Alors, a moins b facteur de a plus b, ou a plus b facteur de a moins b, donc a fois a ça fait a au carré, a fois plus b ça fait plus ab, moins b fois a ça fait moins ab, moins b fois plus b ça fait moins b au carré. Ce que vous constatez ici, c'est que vous avez moins ab et plus ab qui disparaissent, alors, il vous reste a au carré, alors attention, moins b au carré.

		(il écrit $(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$)
33	**Ti**	Ç'est jamais plus ?
34	**En**	Ç'est jamais plus, d'accord Alors, vous voyez, si je reprends la réflexion d'**Es,** a plus b au carré, a moins b au carré, c'est à chaque fois a au carré plus b au carré, et la différence se fait sur le signe qui est devant le double produit. Si c'est a plus b, ben ça sera plus deux ab, et si c'est a moins b ça sera moins deux ab. La troisième identité remarquable, c'est a plus b facteur de a moins b, là, c'est tout simplement, je dis il y a plus de double produit, c'est a au carré moins b au carré Alors, les confu, les oublis sont au niveau du double produit et une confusion entre ce que je vais appeler la deuxième identité remarquable, au niveau du développement, entre la deuxième et la troisième. Ceux qui n'auront pas bien intégré le double produit font une confusion entre a moins b au carré et a au carré moins b au carré et entre a plus b au carré et a au carré plus b au carré. Donc, il faut bien intégrer le double produit
35	**Es**	Monsieur
36	**En**	Oui
37	**Es**	Mais, mais si dans un calcul on a par exemple moins un au carré, moins a, on ne peut pas avoir moins a ? Vous comprenez (**Es** est du Chili, parfois il a des difficultés à s'exprimer)
38	**En**	Répète moi ta question
39	**Es**	Est-ce qu'on peut avoir, dans un, pour la quelle a carré
40	**En**	Attends un moment, au fond, on peut se taire là, s'il vous plait, **Ma**. Merci Alors, **Es**
41	**Es**	Est-ce qu'il se peut que a carré soit, soit négatif ?
42	**En**	Qu'on ait des nombres négatifs ici, à la place de a ? A la place de a, qu'on ait des nombres négatifs. Bon, on va faire des exemples, oui, ouioui. On pourrait avoir moins cinq moins sept
43	**Ti**	Ce ne serait plus une identité remarquable
44	**En**	Si, alors, j'y viens, j'y viens C'est que, quand vous avez, quand vous repérez une identité remarquable, votre, votre rôle à vous, ça va être de bien identifier qui va jouer le rôle de a, et qui va jouer le rôle de b ? Une fois que vous avez bien identifié le a et le b, et bien vous aurez identifié en gros l'identité remarquable dont il s'agit, donc vous n'aurez plus qu'à remplacer la lettre a par le nombre que vous avez identifié, la lettre b par le nombre ou l'expression que vous avez identifié Alors, ta question, ta question **Es** est la suivante : si à la place d'avoir a moins b, j'ai moins a moins b le tout au carré
45	**Es**	heinhein
46	**En**	On va faire des petits exemples et j'espère que vous avez noté, non, vous avez noté ça sur votre cahier ? (il parle des formules des identités remarquables)
47	**Els**	Cahier de cours ?
48	**En**	Le cahier de cours, ouioui, à la suite de ce qu'on a fait. Je dirai ce qu'il faut retenir, ça, ce qui est dans le cadre (il encadre les trois identités que les élèves doivent recopier sur leur cahier de cours) Alors, dans certain pays, je crois que **Mar** (elle vient de l'Espagne) m'a dit : eh, ben, nous ce n'est pas difficile, en Amérique du Sud, on apprend ça en quatrième, c'est ça ? Vous l'aviez déjà appris **Li** (elle vient des Etats-Unis), tu l'avais déjà appris ?
49	**Li**	L'année dernière
50	**En**	L'année dernière, donc on a des experts (10 sec de silence) Alors, j'ai en suspend là, enfin, j'ai pas oublié la question d'**Es** avec des signes moins partout, elle n'apparaît pas là dedans On peut, peut être préciseeeeer, puisque je parle de factorisation et de développement, siii jeee, j'écris a plus b au carré égal a au carré, plus deux ab, plus b au carré, j'ai fait quoi ? Développement ou une factorisation ? dans l'ensemble des écritures ici (il montre le cadre)
50	**En**	..//..

51	**Si**	Développement
52	**En**	C'est un développement (il trace une flèche vers la droite par-dessus, il écrit : développement)
53	**Ti**	A quoi ça sert d'aller plus vite ?
54	**En**	Oui !!
55	**Ti**	Si on, on peut faire comme avant, comme on est habitué à faire, sans utiliser les identités remarquables, non ?
56	**En**	Tu peux effectivement faire le développement sans utiliser l'identité remarquable. Donc tu perdras un peu de temps, mais à la limite, tu trouveras le résultat. D'accord. Par contre, si tu fais, si tu fais l'abstraction, ou l'économie d'apprendre ça, tu auras beaucoup de difficultés à faire la démarche en sens inverse (il trace une flèche vers la gauche par-dessous il écrit : factorisation). C-à-d à faire la factorisation. Si tu n'as pas en tête le modèle a carré plus b carré plus deux ab, si tu n'as pas dans la tête a carré moins deux ab plus b carré, si tu n'as pas dans la tête a carré moins b carré, tu auras beaucoup de difficultés à faire une factorisation. Entre nous, soit dit, pour le brevet vous en avez une forcement, qui, qui utilise les identités remarquables. Donnons quelques petits exemples. Et puis je vais faire passer. Bon, ben, je ferai les premiers, puis on fera quelques petits exercices. Bon, votre objectif, votre objectif, en tant qu'élèves, sera, je disais tout à l'heure, à bien repérer le, a, et à bien repérer le, b. Une fois que vous avez bien repérer le a et vous avez bien repérer le b, vous n'avez plus qu'à, je dirai appliquer l'identité remarquable convenable. Alors je vais donner trois exemples. Alors, première, première expression que je vous donne. Je vous demande de développer x plus trois entre parenthèses au carré (il écrit $(x + 3)^2$. (6 sec de silence, il passe dans les rangs et regarde les cahiers) Alors, je vois que vous écrivez tous, tas de choses, alors on développe (après 10 sec de silence, **Es** lève son doigt) Oui
57	**Es**	Si on a ça, on ne peut pas calculer normalement
58	**En**	Attends, c'est quoi calculer normalement ?
59	**Es**	Ben, deux plus trois cinq (il a vu le x, deux, pour lui l'expression était $(2 + 3)^2$)
60	**En**	Attends, pourquoi deux plus trois ?
61	**Es**	C'est pas deux plus trois
62	**En**	C'est x plus trois au carré
63	**Es**	Ah ! je me suis trompé
64	**En**	C'est x, x plus trois au carré. C'est x hein ! C'est un x (5 sec de silence) Alors, **Liz** comment tu as procédé ? Est-ce que tu peux nous dire comment tu as fait dans ta tête ?
65	**Liz**	Ben, j'ai copié le modèle ?
66	**En**	Tu as copié le modèle. Lequel alors ?
67	**Liz**	Le tout premier
68	**En**	Le tout premier, parce que tu. Comment tu as su que c'est le premier ?
69	**Liz**	Par ce qu'il s'agit d'une addition
70	**En**	Voilà, il s'agit d'une addition, x plus trois et d'une puissance
71	**Liz**	Deux
72	**En**	Enfin au carré. Donc tu as identifié le a et tu as identifié le b. Donc le a c'est quoi ?
73	**Liz**	C'est le x
74	**En**	Le a c'est le x, et le b c'est (il écrit sous le x, a et sous le 3, b et trace des flèches ascendantes entre eux)
75	**Liz**	Le trois
76	**En**	Le trois. On lira en gros, si on identifie le a et le b on sait qu'est ce que c'est ? Hein ! Donc, après qu'est ce que tu as dit ? Tu as dit, tu as identifié la première, donc, tu as fait comment ?
77	**Liz**	Ben, puisque le x c'est le a, donc c'est x au carré
78	**En**	Donc, comme x c'est le a, on recopie le modèle, donc c'est x au carré. Alors, ensuite
79	**Liz**	Après, deux fois x plus trois
80	**En**	Deux fois, x plus trois ?
81	**Els**	Fois trois
82	**En**	Chut, alors plus trois ou fois trois ? j'ai entendu plus, c'est pour ça

83	**Liz**	J'ai bien dit plus trois
84	**En**	Alors qu'est ce qu'on a écrit sur la formule là ? (il lui montre le 2ab de la formule qui est toujours au tableau). Les aires des petits rectangles, c'est a fois b (il lui montre le carré) Donc c'est (il regarde **Liz** pour retirer la bonne réponse de sa bouche) x, fois (2 sec de silence) trois
85	**Liz**	Fois deux
86	**En**	Fois deux, alors ça fait quoi ça ?
87	**Liz**	Six x
88	**En**	Ça fait six x, plus six x et ensuite plus
89	**Liz**	Trois au carré
90	**En**	Trois au carré et trois au carré ça donne
91	**Liz**	Neuf
92	**Els**	Neuf
93	**En**	Neuf
94	**Es**	On ne peut pas laisser trois au carré
95	**En**	On doit pas garder trois au carré, on doit effectuer le calcul, d'accord, sans se tromper, en calculant bien que trois au carré ça fait bien neuf. Donc x au carré plus six plus neuf. Donc, pour ceux qui ont sollicitations x plus trois, x fois trois, je vais refaire un petit dessin. J'ai un carré dont les dimensions sont x et trois (il trace un carré, puis le partage par des parallèles à deux carrés et deux rectangles de dimensions x et trois), x plus trois, donc x et trois ici, donc j'ai bien mon x au carré ? (il écrit x^2 dans le carré de côté x). J'ai bien mon trois au carré c-à-d neuf (il écrit 9 dans le petit carré de côté 3). Et j'ai bien x fois trois, trois x ici et trois x là (il écrit 3x dans les deux rectangles de dimensions x et 3) et je l'ai deux fois, donc deux fois trois x ça fait six, six x, d'accord Deuxième calcul, on va essayer maintenant de, on va apprendre comment ça fonctionne ? Euh !! x moins sept au carré. Alors **Cha** qui ne disant rien, va dire quelque chose maintenant. (il écrit $(x – 7)^2$)
96	**Cha**	Ça fait, x euuuh, x au carré
97	**En**	x au carré dis-tu ?
98	**Cha**	Euhh, euuhhh !! Moins quatorze x
99	**En**	Moins quatorze x Chutt, allez
100	**Cha**	Plus quarante neuf
101	**En**	Plus quarante neuf. Alors, tu peux nous dire rapidement comment tu as procédé ?
102	**Cha**	Ben, ça fait x fois x
103	**En**	Alors, pourquoi il faut faire x fois x ?
104	**Cha**	Parce que, en fait il y a deux x
105	**En**	C'est si tu avais x moins sept facteur de x moins sept. Donc, tu n'as pas du tout utilisé la, le, les deux formules, pas du tout. Donc t'as développé dans ta tête. D'accord, je dirai pourquoi pas à la limite, hein ! Euh ! Donc, dans ta tête tu as vu que c'était moins, x moins sept facteur de x moins sept, que tu as développé dans ta tête, pour obtenir ceci, pourquoi pas ? Si ça marche Euh !! La dernière pour s'assurer qu'on est bien d'accooord. Deux x moins trois facteur de deux x plus trois (il écrit (2x – 3)(2x + 3)) . alors, qu'est ce que ça donne ça ? **Mar**
106	**Mar**	Quatre x carré
107	**En**	Quatre x carré
108	**Mar**	Moins
109	**En**	Moins
110	**Mar**	Neuf
111	**En**	Neuf. Quatre x carré moins neuf. Alors, euuuh ! Tu as donc repéré quelle identité remarquable **Mar** ? La première, la deuxième ou la troisième ?
112	**Mar**	La troisième
113	**En**	La troisième. A la place de a, j'ai mis quoi ? Et à la place de b, j'ai mis quoi ?
114	**Mar**	a c'est deux x
115	**En**	a c'est deux x
116	**Mar**	Le b, c'est trois
117	**En**	Et b c'est trois. Donc a moins b, deux x moins trois, a plus b deux x plus trois, c'est a au

		carré, donc deux x fois deux xxxxxxx , deux fois deux quatre, quatre x carré, moins trois au carré, moins neuf. D'accord Un exemple en pensant à M. **Es**. Moins sept, moins x, au carré. M. **Es** se posait la question, il a dit, je sais si tout le monde a entendu, peut être pas **Cha**, par ce qu'elle discutait à ce moment là. Mais **Es** a dit : « vous avez fait avec des plus et avec des moins, mais vous n'avez mis qu'un signe moins, et s'il y avait des signes moins partout, comme ça, comment est ce qu'on peut faire ? » (il montre l'exemple $(-x-7)^2$) Çççça ne ressemblait pas disais-tu à une des identités qu'on, qu'on a vu, alors **Cha**
118	**Cha**	On applique les règles de multiplication quand il y a des moins ça fait plus
119	**En**	Les règles de multiplication quand il y a des signes moins ça fait plus, c-à-d tu veux dire quoi là ?
120	**Er**	Parce que moins sept au carré, ça fait moins sept fois moins sept, ça fait plus quarante neuf
121	**Els**	Inaudible
122	**En**	Alors, ne parlait pas tous en même temps
123	**Cha**	En fait, si on fait moins sept fois moins sept ça fait plus
124	**En**	Ah !! Parce que vous dites un peu la même chose tous les deux. Parce que vous faites moins sept fois moins sept. C-à-d qu'ici, alors **Er** tu écoutes bien et les autres aussi. Euuh ! quelle identité remarquable allez-vous prendre ?
125	**Es**	La première ?
126	**En**	Alors, la première, la deuxième, avec, avec qui est dans le rôle de a ? qui est dans le rôle de b ?
127	**Si**	Un carré c'est toujours positif de toute façon
128	**Mar**	Ouieh !!
129	**En**	Un carré c'est toujours positif, d'accord. Alors, qu'est ce quiii, **Cha** ou **Er** puisque vous aviez la même idée tous les deux
130	**Cha**	En fait, si on fait moins a fois moins a, ça fait a carré
131	**En**	Moins a fois moins a, moins sept fois moins sept ça fait
132	**Er**	Quarante neuf
133	**Cha**	Quarante neuf
134	**En**	C-à-d que ton, dans la formule qui est ici, dans mes trois identités remarquables qui sont ici, j'ai envie, si j'ai bien compris, mais je vais pousser un tout petit peu le bateau dans, dans le sens qui m'intéresse. J'ai l'impression que **Cha** et **Er** ont envie de dire que a c'est moins sept. Et j'ai l'impression qu'ils ont envie de dire que le b c'est x. Et donc moins sept moins x, c'est a moins b. C'est pour ça, j'ai entendu nos deux, nos deux compères dire que c'était, en quelque sorte, la deuxième identité remarquable, que je pourrais mettre en œuvre. Et la deuxième identité remarquaaable, donc a moins b au carré, c'est a au carré, moins deux ab, plus b au carré, je n'oublie pas le double produit.
135	**Es**	C'est la première identité
136	**En**	Attends, on termine puis tu donneras ton point de vue. Alors, après, donc ça va donner, **Cha** et **Er** ont dit : « ça fait à la place de a j'avais moins sept, et moins sept au carré, moins sept fois moins sept
137	**Es**	Quarante neuf
138	**En**	Ensuite, moins deux fois moins sept fois x, c'est les grands détails, après quand vous aurez l'habitude, vous pourrez foncer. Et puis, plus x au carré (il écrit $(-7)^2 - 2(-7)x + x^2$). Alors, je vais pas le laisser sous cette forme là, je développe. Donc moins sept fois moins sept
139	**Els**	Quarante neuf
140	**En**	Ça fait plus quarante neuf, en d'autre terme, quarante neuf, d'accord. Moins deux fois moins sept fois x
141	**Es**	Plus, plus quatorze x
142	**En**	Ça fait plus quatorze x, et puis plus quatorze x au carré (il a écrit $(-7-x)^2 = (-7)^2 - 2(-7)x + x^2 = 49 + 14x + x^2$ (*) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$)
143	**Es**	Voilà c'est pour ça j'ai suggéré la première identité. Si c'est la deuxième, vous dites que dans la deuxième il faut moins deux ab, c'est négatif et pourtant il est positif, c'est pour ça j'ai dit la première
144	**En**	Ah ! Alors, on comprend pourquoi ? C'est que dans ta tête t'avais fait le calcul, et en faisant le calcul, tu t'étais aperçue que c'était, non pas moins quatorze, mais plus

		quatorze x. Donc, ça ressemblait à la première. C'est pour ça tu nous a suggéré la première
145	**Es**	Oui
146	**En**	Ok. Alors, on va revenir là-dessus. Est-ce que vous êtes d'accord sur, sur le, développement qui a été fait ici ? (il s'adresse à l'ensemble classe) En prenant le petit a égal à moins sept (il écrit a en rouge sous moins sept qu'il entoure aussi en rouge). D'accord, le petit a égal moins sept, et le x, le petit b égal à x (il écrit b en rouge sous x). En faisant ça, on reconnaît la deuxième identité Mais **Es** qui avait, qui avait fait son calcul quelque part, il avait dit : « mais ça, ça ressemble à quoi ? Quarante plus quatorze x plus x au carré, ça ressemble à quelle identité remarquable?»
147	**Si**	La première
148	**En**	Ça ressemble à la première. Alors, quarante plus quatorze x plus x au carré, ça ressemble à la première. C-à-d, ça serait quoi ? qu'est ce qu'on aurait développé ?
149	**Els**	a plus b au carré
150	**En**	a plus b. Alors qui serait à la place de a ? Et qui est à la place de b ? Je vous signale qu'on est en train de faire une factorisation là sans le dire
151	**Si**	A plus entre parenthèse, moins, c'est quoi, c'est moins x, moins x
152	**En**	Alors, regarder, il n'y a que des plus, vous avez ça, ça serait a, quelque chose plus quelque chose, qu'est ce qu'on mettrait ici ?
153	**Ti**	Ça serait a plus b
154	**Es**	On ne peut pas mettre x
155	**Ch**	Sept plus x
156	**En**	Ah !! Et si on mettait sept plus x ? (il écrit en même temps qu'il dicte) Sept plus x au carré, c'est sept au carré, quarante neuf, plus, plus deux fois sept fois x, ça fait bien plus quatorze, et puis plus b au carré, c-à-d plus x au carré. (il écrit $(7 + x)^2 = 49 + 14x + x^2$) (**) Alors regarder si je fais ceci (il leur montre (*) et il l'encadre en rouge), ou si je fais ça (il leur montre (**) et il l'encadre en rouge), j'obtiens la même chose
157	**Ti**	Monsieur
158	**En**	Oui
159	**Ti**	La première, en fait c'est la même. Puisque, il suffit de. Pour moi, j'avais fait moins sept plus entre parenthèses moins x
160	**En**	Alors, il y a encore quelqu'un qui voit comme ça, moins sept moins x au carré
161	**Es**	Monsieur
162	**En**	Attends que je termine. Il dit, c'est moins sept, plus, moins x entre parenthèses le moins sept et le moins x (il écrit : $(-7 - x)^2 = [(-7) + (-x)]^2$) (***) Donc, alors là, on aborde quelque chose d'important. C'est que suivant l'analyse de l'énoncé que vous faites, vous pouvez identifier le a et le b, quand vous avez moins sept moins x, vous pouvez dire que c'est moins sept plus moins x. Donc, à la place du a, c'est moins sept, à la place du b, c'est moins x. Vous reconnaissez ici la première identité remarquable Si je prends la première analyse (*), a égal moins sept, b égal x, euh, x égal b, vous reconnaissez la deuxième identité remarquable. Alors, on va toujours laisser le moins du milieu, lààà, euuuuh, on va y revenir Alors, là, je suis content d'arriver là- dessus, parce que je vous dit souvent. Vous me poserez : « Est-ce que j'ai le droit de faire ceci, est ce que j'ai le droit de faire ça ? » Moi je vous réponds souvent : « quoi, est ce que j'ai le droit de le faire ? Comme ça ou comme ça ? Eh, ben, bien sûr que oui, vous avez le droit de le faire. Vous avez le droit de faire. Vous pouvez faire soit la première démarche (*), soit la troisième (***), je reviendrais sur la deuxième. Soit la troisième, à partir du moment où vous respectez les règles. C-à-d, si vous identifiez, a égal à moins sept, b égal à moins x, vous faites correctement en disant c'est la première identité remarquable. Si vous faites moins sept x avec le signe moins, c'est la deuxième identité remarquable Alors, si vous développez ici (il parle de $[(-7) + (-x)]^2$), ça vous donne moins sept au carré, mais moins sept au carré, qu'est ce que c'est ? C'est quarante neuf. Plus, alors, je vais faire en détail, deux fois moins sept, le double produit, fois moins x, mais moins sept fois moins x, ça fait sept x plus, et fois plus deux, ça fait bien notre quatorze. Donc, on a bien quarante neuf plus quatorze x et plus moins x au carré, et moins x au carré ? (il demande par ses regards à toute la classe une réponse, il a écrit en même temps qu'il

		parlait : $[(-7) + (-x)]^2 = 49 + 2(-7)(-x) + (-x)^2 = 49 + 14x + x^2$
163	**Si**	x au carré
164	**En**	C'est la même chose que
165	**Es**	Deux x
166	**En**	Voilà, pas deux x, c'est la même chose que x au carré. Donc, vous voyez qu'on obtient encore la même, enfin heureusement, la même chose, quarante neuf plus quatorze x plus x au carré Alors, maintenant reste, alors en gros, est ce que j'ai droit de faire celle du milieu ? (il parle de (**)). Est-ce que j'ai le droit de faire celle du milieu ?
167	**Si**	Il faut changer les signes dans ce cas là
168	**En**	Alors, j'ai changé tous les signes, c-à-d que, je suis en train de dire que, moins sept moins x. alors, changer tous les signes, c'est faire quoi ?
169	**Ti**	Il faut inverser quoi ?
170	**En**	Oui, c-à-d, j'ai mis sept plus x entre parenthèse si je veux que ça soit égal (il écrit : $-7 – x = -(7 + x)$), voilà, j'ai mis moins en facteur devant. Moins facteur de sept moins, sept plus x entre parenthèses Accrochez vos ceintures, now. J'ai mis moins en facteur, on sait faire ça, moins trait de frac, euuh, moins parenthèses etc. si j'élève tout ça au carré (il met l'exposant 2 pour $-7 – x$: $(-7 – x)^2$). Comme moins sept moins x est égal à moins parenthèse sept plus x, fermer la parenthèse, moins sept moins x au carré (il ajoute des crochets : $[-(7 + x)]^2$) (1), c'est égal à moins sept plus x au carré, le tout au carré. Ok
171	**Si**	Ah !!! j'ai compris
172	**En**	Mais, euhhh !
173	**Si**	Comme si vous voulez dire que c'est moins un, et là c'est multiplier par sept plus x
174	**En**	Ben oui, parce que là (il montre (1)) j'ai un signe moins, les deux nombres ici, quand j'ai un carré, moins parenthèse sept plus x parenthèse le tout au carré, le signe moins je peux le faire, que c'est moins parenthèses sept plus x fois moins parenthèses sept plus x, le signe moins je peux le faire (il s'adresse à l'ensemble classe)
175	**Si**	Disparaître
176	**En**	Je peux le faire disparaître. Donc ça, c'est la même chose que sept plus x entre parenthèses, entre parenthèses (il écrit $(1) = ((7 + x)^2)$)
177	**Ti**	Pourquoi on est obligé de mettre un moins là (il parle de (1))
178	**En**	Ben, je mets un moins là, pour montrer que moins sept moins x c'est moins parenthèses sept plus x, c'est bien la même chose. Mais moins parenthèses sept plus x c'est l'opposé de sept plus x. Et vous savez que quand on a deux nombres qui sont opposés, dix et moins dix, si je prends les carrés de dix et de moins dix, ils sont
179	**Si**	Ils sont les mêmes
181	**En**	Ils sont identiques. Donc le signe moins je peux l'enlever. Ok, donc en d'autre terme, je peux identifier moins sept moins x au carré à sept plus x au carré, d'accord. C'est pour ça, que ça donne la même choseAlors, ce que je voudrais vous dire, ce qui me parait important, Oh, les calculs ici sont simples, On a abordé à mon avis pas mal de choses, c'est que, bon, il y a trois identités remarquables à bien connaître sur le bout du doigt. a plus b au carré c'est a au carré plus deux ab plus b au carré, a moins b au carré c'est a au carré moins deux ab plus b au carré, a moins b facteur de a plus b c'est a au carré moins b au carré. Donc, ça, il faut que vous les connaissiez sur le bout du doigt. Ensuite quand vous allez développer ce genre d'expressions, vous allez dire : « tiens, ça ressemble à une identité remarquable, je vais mettre en œuvre une identité remarquable ». Vous allez, donc, identifier clairement le petit a, identifier clairement le petit b, et une fois que vous avez identifié le petit a et le petit b, vous allez associer une identité remarquable qui convient. Mais vous avez vu qu'on peut, comme le montre l'exemple ici (il montre $(-7 – x)^2$), faire je dirai presque trois analyses différentes. La première moins sept et x, la deuxième identité remarquable. Euuhhh, la troisième analyse, moins sept plus moins x, j'utilise donc la première identité remarquable. Et puis l'analyse du milieu, c'est de se dire moins sept moins x c'est l'opposé de sept plus x, donc comme c'est au carré ça ne changera pas le résultat, donc je peux prendre sept plus x et à ce moment là, je tombe sur la première identité remarquable Ce qui veut dire, M. **Es** avec ces trois là, on peut répondre dans tous les cas. D'accord, on peut répondre, tous les cas y sont
182	**Si**	Comment on peut changer les signes ? Si on prend a plus b au carré, on ne pourra pas

		faire a moins b au carré
183	**En**	Alors, j'allais y venir. J'ai deux remarques à faire. Il y a M., M. **Si** qui dit : « économie, économie, si je connais a plus b au carré, je connais a moins b au carré », c'est ça ?
184	**Si**	Non, si je prends a et b c'est bon, mais comment changer les signes ?
185	**En**	C-à-d le a moins b au carré c'est a plus b caché, c'est ça ?
186	**Si**	Non
187	**En**	C-à-d, est ce que tu peux préciser ta pensée ? Chuchuchu
188	**Si**	a moins b au carré ça fait a plus moins b au carré
189	**En**	a plus entre parenthèse moins b le tout au carré (il écrit $(a – b)^2 = (a + (-b)^2)$. Ok, donc, une remarque, on
190	**Si**	Autrement, on peut écrire moins a plus b carré
191	**En**	Oui, on peut aussi écrire moins a plus b au carré puisque c'est l'opposé. Alors, on ne va pas peut être compliquer les choses, on pourrait l'écrire comme ça. Donc ça donnerai quoi ? Là c'est la deuxième (il montre $(a – b)^2$), écrit sous cette forme là (il montre (a + (-b)^2), c'est la première. Quelque soit l'analyse que je fais, ça doit donner le même résultat. A partir du moment que je respecte bien les règles. Donc, là, je suis dans le cas de la première, ça va donner a au carré plus deux fois a fois moins b et plus entre parenthèses moins b au carré, si je fais mon calcul, a au carré plus deux fois a fois moins b, plus deux fois a fois moins b, règle des signes
192	**Els**	Moins deux a
194	**En**	Plus deux fois moins b, moiiins deux ab, et, moins b fois moins b
195	**Els**	Plus b carré
196	**En**	Plus b carré (il écrit $(a + (-b)^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 – 2ab – b^2)$. D'accord, donc **Si** est en train de vous dire : « en fait, on peut économiser et apprendre seulement la première et la troisième ». C'est ça ?
197	**Si**	Ben, oui
198	**En**	Il y a une autre remarque qui m'a été faite, c'était, je crois **Ch** qui m'a dit, euuhhh, je crois qu'il a confondu le x avec leee, le deux, je ne sais plus quoi ? Du genre quand j'ai trois plus deux au carré (il écrit $(3 + 2)^2$), euh, qu'est ce que tu posais comme question **Ch** ? Quand j'ai trois plus deux au carré, comment il faut que je conduise ce calcul. C'était ça tout à l'heure, il me semble
199	**Ch**	Ouieh !
200	**En**	Oui, tu me posais quoi comme question ?
201	**Ch**	Comment on calcule
202	**En**	Oui, alors, quand je vais avoir, chuchuchu s'il vous plait, **Liz** (il tape quelques coup sur le tableau avec son crayon pour faire taire la classe), **Ti** **Ch**, **Ch** et le bon conseil, là, quand vous avez trois plus deux entre parenthèses au carré, on ne va sûrement pas s'amuser à, à montrer que c'est une identité remarquable. On va pas dire que c'est trois au carré, plus deux fois trois fois deux, plus deux au carré. Je vous en conjure si vous avez trois plus deux au carré, vous faites en priorité, enfin vous faites les opérations dans l'ordre des priorités, c-à-d, l'addition entre parenthèses, donc trois plus deux ça fait cinq et vous faites cinq au carré et vous me répondez vingt cinq (il écrit à la suite de $(3 + 2)^2= 5^2 = 25$) Vous n'allez pas faire trois au carré plus deux fois deux fois trois, plus, plus deux au carré, vous allez trouver vingt cinq, mais, à mon avis c'est quand même plus simple d'écrire ça comme ceci (il montre $(3 + 2)^2= 5^2 = 25$). Ok
203	**Ti**	Donc seulement quand il y a des x
204		Disons que ça n'a (**la cloche a sonné**) de sens, ou ça n'a d'intérêt que, que quand on a que des x daaaans, dans
205	**Si**	Pas de lettres
206	**En.**	Pas de lettres. Avec seulement des nombres. Alors, on se revoit lundi. Pour lundi, je vais vous donner, ah, non, je vous ai pas donner la fiche. Je vais vous donner une fiche, j'ai oublié, et vous me ferez le, je crois c'est l'exercice le premier exercice qui suit les identités remarquables (il parle de l'exercice cinq de Doc 1)

Sixième séance d'enseignement

Enseignant : EnF2

1	**En**	Bien, alors, tout de suite, j'ai peur d'oublier, je ferai une toute petite interro demain matin.
2	**Es**	Surprise, hein
3	**Els**	(Des cris de mécontentement)
4	**En**	Alors, surprise sur tout ce qui est factorisation/développement, mais, chuchuchu
5	**Els**	(Tout le monde parle en même temps et on entend trop de bruit)
6	**En**	Chut, donc vous noter sur votre cahier deeee
7	**Es**	Texte
8	**En**	De texte
9	**El**	Contrôle, surprise
10	**En**	Donc contrôle surprise, euuuh, sur la factorisation/développement
11	**Ti**	Pour une heure
12	**En**	Oui, mais on ne fera pas sur une heure complète. On fera sur, euuh, sur vingt minutes
13	**Es**	Ah, ben alors ça va être cool
14	**En**	Oui, on fera peut-être sur la première, oui, vous ne serez pas là, vous à la première heure (les anglophones ont un cours de Français chaque mardi à la première période) Donc que, donc développement/factorisation, identités remarquables. Alors, je, je donne une consigne, c'est que je vous demanderai demain d'écrire lisiblement parce que, je, je photocopierai peut-être des documents pour notre (il parle de moi), hein, on fera comme ça Chuchu, c'est bon, interro surprise, etc. Allez, on corrige
15	**Si**	Monsieur
16	**En**	Oui
17	**Si**	On fera d'autres euuuh
18	**En**	Ouioui, on en fera d'autres, on fera d'autres, on fera un sur la factorisation, développement. (le bruit augmente de plus en plus) Ohlala !!! Je sais que c'est la dernière heure de l'après midi, mais ce n'est pas une raison pour être si bavard et si peu enclin à l'attention. Ok Donc, on va corriger une partie des exercices à faire pour aujourd'hui. Par exemple une question que j'aurai dû vous poser sur euuuh, sur l'interro surprise, euh, question à laquelle **Cha** pourrait répondre. C'est par exemple, au niveau des identités remarquables. Quelles sont les identités remarquables que tu connais, **Cha** ?
19	**Cha**	(Elle hausse sa tête)
20	**En**	T'as pas appris ta leçon ? (**Cha** ne bouge pas) Bien, **Er**
21	**Er**	Il y a trois identités
22	**En**	Alors, tu peux nous réciter la première (il se prépare pour écrire ce qu'**Er** va dire de sa place). Alors, vas-y, une des trois
23	**Er**	Ben, euh, la première, entre parenthèses, a plus b, et au carré, égal a au carré, plus deux ab, plus b au carré
24	**En**	b au carré. Bien, la deuxième, **Eq**
25	**Eq**	Entre parenthèses, a moins b le tout au carré, égal à deux a moins ab plus deux b
26	**En**	Alors, tu dis, deux a, comment tu l'écris ton deux a ?
27	**Eq**	Ben a au carré
28	**En**	Ah !! a au carré, moins deux ab plus b au carré (elle se corrige car elle a lu la formule dans le Doc 1 qui est devant elle)
29	**En**	Plus b au carré (il écrit en même temps qu'**Eq** récite). Ça, c'est a moins b au carré, d'accord. Alors, tu t'es rectifiée en regardant sur ta feuille, c'est ça ?
30	**Eq**	Oui
31	**En**	Alors, fais attention, **Eq**, de ne pas confondre a au carré avec deux fois a, d'accord La troisième identité remarquable, alors, **Cha** qui dit : « Ah ! C'est ça » Oui, **Cha** la troisième
32	**Cha**	a moins b, entre parenthèses, et entre parenthèses a plus b
33	**En**	a moins b facteur de a plus b, chuchuchu, s'il vous plait, et ça c'est
34	**Cha**	a au carré, plus euh, moins b au carré, euh (l'**En** attend qu'elle ajoute quelque chose). Et voilà
35	**En**	Et voilà !! D'accord

		Donc, les trois identités, je réécris la première que je n'avais pas eu le temps de faire. a au carré plus deux ab plus b au carré D'accord, ce sont les trois qu'il faut bien connaître, apprendre à reconnaître et connaître. Connaître dans le sens du développement, ça vous fait gagner du temps. Et reconnaître, je dirais dans le sens de la factorisation. Reconnaître a au carré plus deux ab plus b au carré, reconnaître a au carré moins deux ab plus b au carré, reconnaître a au carré moins b au carré
36	**Ti**	Il y aura dans le contrôle de passer du côté droit auauau
37	**En**	Ben, c'est en fonction de ce qu'on va faire aujourd'hui. Il y avait l'exercice numéro cinq qui est du développement. Alors, on ne va pas tous les corriger, parce que c'est, un tout petit peu fastidieux. On va, peut-être, en faire de façon orale les premiers. Alors, on a la première, le premier développement, c'est l'exercice qui est numéroté cinq. Alors, j'aimerai bien que vous me disiez quelle est l'identité remarquable que vous avez repérée ? La première, la deuxième ou la troisième, on va convenir comme ça. Et puis le résultat, que vous avez trouvé, ok. Alors, **Es** tu veux commencer (**Es** a levé son doigt)
38	**Es**	x, entre parenthèses x plus deux au carré (l'**En** se charge du tableau et **Es** parle de sa place)
39	**En**	Oui, x plus deux au carré (il a écrit $(x + 2)^2$). Donc, tu nous dis que c'est
40	**Es**	La première
41	**En**	La première, et ça donne
42	**Es**	x au carré plus quatre x plus deux x que j'élève au carré
43	**En**	C-à-d
44	**Es**	x au carré plus deux x plus quatre (il écrit $= x^2 + 4x + 4$)
45	**En**	Le deuxième, ben, euh, **Ch**
46	**Ch**	Entre parenthèses x moins trois au carré (l'**En** écrit $(x – 3)^2$)
47	**En**	Chuchuchu
48	**Ch**	C'est égal à x au carré, moins six x, plus neuf
49	**En**	x au carré, moins six x, plus neuf (il écrit $= x^2 – 6x + 9$) Ensuite, ben, euuuuh **Be,** la troisième
50	**Be**	Entre parenthèses x moins cinq, entre parenthèses, euh, x plus cinq
51	**En**	Oui (il écrit $(x – 5)(x + 5)$)
52	**Be**	Egal x au carré moins cinq au carré
53	**En**	C-à-d
54	**Be**	x au carré moins vingt cinq
55	**En**	Voilà, c'est quelle identité remarquable ?
57	**Be**	C'est la troisième
58	**Ch**	La deuxième
59	**En**	La deuxième. Ensuite, euuuh, qui est ce quiiii, euuuuh (il fait le tour de la classe, de ses yeux, pour choisir un élève) **Er.**
60	**Ti**	Est-ce qu'on fait dans l'ordre ?
61	**En**	Non, non il n'y a pas d'ordre. On les prend en ligne pour se retrouver. Donc trois x plus un, c'est celle-ci ? Trois x moins un.
62	**Er**	Trois x plus un facteur de trois x moins un (l'**En** écrit $(3x + 1)(3x – 1)$) C'est neuf x au carré moins un
63	**En**	Neuf x au carré moins un. (il écrit $= 9x^2 – 1$). D'accord Est-ce que vous avez de la peine à reconnaître la première, la deuxième ou la troisième ?
64	**Els**	Non
65	**En**	Ça va ?
66	**Es**	La troisième un peu
67	**En**	La troisième un peu. Pour quelles raisons ?
68	**Es**	Ouieh ! Je sais qu'il y a deux trucs
69	**En**	C'est quoi tes trucs ? Il y a deux trucs, c'est quoi ?
70	**Es**	Ben, ben, il y a ab, a moins b et c'est pas le tout au carré
71	**En**	Oui
72	**Es**	C'est pas ça la difficulté. Il y a des fois des moins, et ce que je ne comprends, c'est le moins b au carré (l'**En** reste inactif) Vous comprenez ?

73	**En**	Pas très. Tu confonds la deuxième et la troisième, c'est ça, non ?
74	**Es**	Nononnonon !! (l'**En** le regarde toujours étonné) Au niveau du résultat du signe moins, je mets le, je mets positif le b au carré
75	**En**	Ah !! Tu mets a carré plus b au carré.
76	**Es**	Ouieh !
77	**En**	Donc, tu te trompes des fois sur le signe, d'accord. Mais quand tu fais attention, tuuuu
78	**Es**	Ça va
79	**En**	Ça va ! Bon, on verra demain. Euhhh, **Liz** la première noire là, le trois
80	**Liz**	Donc trois x
81	**En**	Oui
82	**Liz**	En fait j'ai fait le quatre
83	**En**	T'as fait le quatrième
84	**Liz**	C'est ça
85	**En**	Fais nous le prochain que tu as fait alors, c'est lequel ?
86	**liz**	C'est l'exercice quatre
87	**En**	Ah ! T'as fait l'exercice quatre. Ah, ok, bon. Tu peux, quand même le faire de, de
88	**Ti**	C'est lequel ?
89	**En**	Trois x moins cinq au carré. Alors, quelle identité remarquable ? Première, deuxième, ou troisième ?
90	**Liz**	Ben, la deuxième
91	**En**	La deuxième. Oui.
92	**Liz**	Alors, neuf x carré
93	**En**	Parle un tout petit peu plus fort
94	**Liz**	Neuf x carré (elle hausse un peu sa voix).
95	**En**	Neuf x carré, c'est ça (il écrit au tableau)
96	**Liz**	Moins
97	**En**	Moins
98	**Liz**	Je sais pas
99	**En**	Tu sais plus. Alors, que, bon, la deuxième, on est d'accord. Que vaut a, que vaut b ?
100	**Liz**	a égal à trois x, et b
101	**En**	a égal trois x et b égal
102	**Liz**	Euh, cinq
103	**En**	Cinq a égal trois x et b égal cinq (il écrit a = 3x et b = 5). Quelle est la formule ? La deuxième tu as dis, donc, il faut que tu mettes quoi ?
104	**Liz**	Moins
105	**En**	Alors, il faut que tu mettes quoi ? tu as dit le a c'est trois x, le b c'est, euuh, cinq
106	**Liz**	Moins cinq
107	**En**	Alors, b c'est cinq ou moins cinq ?
108	**Liz**	Moins cinq
109	**En**	Alors, c'est moins cinq (il écrit $(3x – 5)^2 = (3x – (-5))^2$) Si c'est moins cinq, alors est ce que c'est la deuxièmmme ? Est ce que c'est la deuxième que tu utilises ?
110	**Liz**	[inaudible]
111	**Es**	C'est moins cinq
112	**En**	Ah !! Il faut faire bien attention. Si tu dis, que c'est moins cinq. Si tu dis que a c'est trois x et b c'est moins cinq. Il me semble qu'on a déjà eu cette discussion. Ça veut dire que le trois x moins cinq au carré, c'esst
113	**Liz**	Moins moins cinq
114	**En**	Voilà, c'est trois x
115	**Liz**	Moins moins ça fait plus
116	**En**	Donc, tu vois bien que ça peut pas être la deuxième, parce que ça ferait moins moins cinq, c'est ce que tu viens de dire, moins moins ça fait plus, donc ça colle pas. Le b, c'est bien cinq, d'accord, si tu veux appliquer la deuxième. On a déjà eu un discours, hein, vendredi dernier, sur ce, ce, c'est, c'est Er qui avait posé la question, euh, sur le signe.Alors (les élèves bavardent trop entre eux et à haute voix) Chuchuchu, s'il vous plait. Bj on n'entend que toi, hein. Alors, neuf, le a c'est trois x, le b c'est cinq, donc, la formule dit, a au carré moins deux ab plus b au carré. Donc le a

		c’est trois x, alors a carré ça va être (il regarde **Liz**)
117	**Liz**	Trois x au carré
118	**En**	Trois x au carré. Comment tu notes le carré ?
119	**Liz**	Pardon
120	**En**	Comment tu écris trois x au carré ?
121	**Liz**	Avec un deux
122	**En**	Avec un deux, comme ça (il écrit $3x^2$)
123	**Es**	Et alors
124	**En**	Et ça, ça donnerait quoi ?
125	**Liz**	Neuf x
126	**En**	Neuf x. alors, qu’est ce que vous en pensez ? (Il écrit $3x^2 = 9x$ (*) et s’adresse maintenant à toute la classe)
127	**Si**	Le carré ne peut pas disparaître comme ça
128	**En**	Le carré, il ne peut pas disparaître comme ça, dit, dit **Si**
129	**Ti**	Le carré s’applique sur neuf et il faut l’appliquer sur x au carré aussi
130	**Els**	[Brouhaha]
131	**En**	Qu’est ce qu’il y a comme opération ici ? (il parle de $3x^2$)
132	**Ti**	Ah, là, il ne faut pas changer
133	**Es**	Vous l’avez déjà dit
134	**En**	Ah !! **Es** écoute bien, il dit : « on en a déjà parlé, vous avez parlé de ça ». Alors qu’est ce qu’on a dit de ça ?
135	**Es**	Trois, euuuh, entre parenthèses, attendez, je me souviens. Voilà, c’est x au carré qui est égal à, est ce que je me souviens ?
136	**Ti**	Mais trois x au carré, c’est égal à neuf x ?
137	**En**	Alors trois x au carré, tel que c’est écrit comme ça (il montre $3x^2$), c’est pas neuf x.
138	**Es**	Non, non
139	**Ti**	<u>Nonnon, on sait pas la valeur. Mais si on prend une valeur, ben, si on prend par exemple deux, ça fait trois fois deux au carré, ça fait trois fois quatre, alors que neuf fois deux, ben c’est pas la même chose.</u>
140	**En**	Voilà. Vous avez compris. **Ti** vous donne un exemple, il vous dit, voilà, trois x au carré c’est pas la même chose que neuf x. Prenez x égal deux, le calcul de gauche (*) donne douze et le calcul de droite donne dix huit, et douze, on sait que c’est pas la même chose que dix huit. Donc, ça peut pas être ça. Alors, quand vous avez à faire
141	**Es**	Ah !!! Je sais, je sais (qui essaye de se souvenir de la remarque qui lui a été faite plus qu’une fois sur le carré d’un nombre)
142	**En**	Alors, Es
143	**Es**	Je sais, c’est trois fois
144	**En**	Chuchutt
145	**Es**	Trois x au carré c’est égal à trois fois x, euhh, le tout euuhhhh
146	**Si**	Au carré
147	**En**	Alors, il faut pas confondre. Alors, on va avancer un petit peu, il ne faut pas confondre et c’est ce que je vous avais déjà dit, et je m’aperçois que c’est pas inutile de le redire et je pense que **Liz** va être très attentive sur ce coup là Pas confondre, trois x au carré et entre parenthèse trois x, je ferme la parenthèse au carré. Parce que vous avez dans l’écriture trois x au carré, vous avez une multiplication, trois fois x et un carré (il parle de $3x^2$). Le carré est prioritaire par rapport à la multiplication. donc, quand vous écrivez trois fois x au carré ($3x^2$), vous faites le carré en priorité, donc x fois x, et vous multipliez le résultat par trois. A ne pas confondre avec trois fois x entre parenthèses au carré ($(3x)^2$). Là, vous faites en priorité trois fois x, une fois que vous avez fait ce calcul là, vous élevez au carré. L’une des propriétés des puissances, alors, je dirais, **Liz** a fait le chemin entre les deux. Elle a fait, elle a bien vu que trois au carré, ça faisait neuf, mais quand j’ai a, enfin trois fois x le tout au carré, c’est trois au carré, fois x au carré. Donc neuf fois x au carré, **Liz.** Il faut pas oublier le x au carré, le carré de x. Donc, ça fait neuf x au carré. Ensuite **Liz,** plus, moins à toi de suivre, de poursuivre
148	**Liz**	Moins (et elle se tait)
149	**En**	Moins, alors, la formule dit deux ab (il attend une réponse de **Liz** pendant 7 sec) Alors, deuuuuuux, fois, trois xxxxxx, fois cinq. Alors, deux fois trois fois cinq
150	**Liz**	Trente
151	**En**	Trente, donc moins trente x et puis ensuite

152	**Liz**	Cinq au carré
153	**En**	Au carré, c-à-d
154	**Liz**	Vingt cinq
155	**En**	Alors, théoriquement, **Liz** il faut que ça soit automatique tout ça, hein C-à-d, si vous vouliez gagner du temps, il faut répondre pratiquement du tac auuu, au tac Bien on poursuit, on essaye de reprendre le rythme, euuuh, **Ad,** sept x plus un au carré
156	**Ad**	Sept x plus un au carré égal quatorze x au carré, moins, non
157	**En**	Quatorze x au carré
158	**Ad**	Quatorze x au carré, plus quatorze x, plus un (il donne la réponse en vitesse, comme s'il le récitait)
159	**En**	Quatorze x plus un (il écrit $(7x + 1)^2 = \mathbf{14x^2} + 14x + 1$). Qui réagit sur cette réponse là ?
160	**Se**	Sept fois sept
161	**En**	Sept fois sept alors, tu, tu veux préciser quoi ?
162	**Els**	Quarante neuf
163	**En**	C'est, c'est
164	**Se**	Quarante neuf
165	**En**	Quarante neuf
166	**Se**	Sept au carré, c'est pas sept fois deux
167	**En**	Voilà, sept au carré, dit euuuh, **Se**, sept au carré c'est pas sept fois deux. D'accord. Tu n'es pas le premier à faire l'erreur (il s'adresse à **Ad**), mais tu ne seras pas sûrement le dernier à faire cette erreur là, hein Monsieur **De,** cinq x moins deux, cinq x plus deux (il écrit en même temps qu'il dicte $(5x – 2)(5x + 2)$). Alors, on oubliait à chaque fois de dire quelle identité ? Alors, c'est la première, deuxième ou troisième ?
168	**De**	Troisième
169	**En**	Troisième, ça donne
170	**De**	Euh, vingt cinq x au carré moins quatre
171	**En**	Vingt cinq x au carré moins quatre. Bien, merci Euuh, **Li,** dix d plus cinq au carré (il écrit $(10d + 5)^2$) qu'est ce ça donne ?
172	**Li**	C'est quel numéro ? (elle fait rire toute la classe)
173	**En**	Ouffff ! C'est par ce qu'on vient des Etats-Unis, qu'il faut pas suivre. Alors, vous êtes sympa, vous faites perdre du temps à tout le monde. Euuh, **Se** tu nous réponds s'il te plait ?
174	**Se**	Euh, c'est égal à cent d au carré
175	**En**	Oui
176	**Se**	Cent d plus cinq au carré, est égal à cent au carré, plus cent d plus vingt cinq (l'**En** écrit 1)
177	**En**	Ben, voilà, donc dix d au carré, dix d fois dix d, cent d au carré, dix fois cinq, cinquante d fois deux, ça fait encore cent, cent d plus vingt cinq Miss **Li** êtes-vous prêtes ? x plus un demi au carré (il écrit $(x + \frac{1}{2})^2$ (7 sec d'attente) alors, x plus un demi au carré (4 sec d'attente) tu développes
178	**Li**	x plus carré
179	**En**	Attends
180	**Es**	Ça fait x au carré
181	**En**	Quand on développe, avec la formule qui est là (il lui montre les formules des identité qui sont toujours au tableau), première, deuxième ou troisième ?
182	**Li**	x carré (10 sec de silence), plus (4 sec de silence pour **Li**, en revanche on entend des réponses de tous les côtés)
183	**En**	Plus, chuchuchu, (attente de 5 sec) Alors Miss **Li**, la reine de la factorisation, du développement.
184	**Li**	Ben
186	**En**	**Mar**, tu veux lui venir au secours ?
187	**Mar**	Deux sur deux x
188	**En**	Chhuuttt. Plus deux sur deux fois x. C'est ça ce qu'elle a dit ? Oui, plus
189	**Mar**	Plus un sur quatre (l'**En** écrit $= x^2 + \frac{2}{2}x + \frac{1}{4}$)

190	**En**	Est-ce que, on peut pas le dire un tout petit peu plus sim plement ?
191	**Li**	Un x
192	**En**	Un x ?
193	**Li**	Ouieh !
194	**En**	Et le un x, est ce que, on ne peut pas encore l'écrire plus simplement ?
195	**Li**	x
196	**En**	Donc x, donc on peut l'écrire x au carré plus x plus un quart. Merci Alors, est ce queeee, on cooontinuuue avec **Eq** ? x sur quatre moins trois au carré première, deuxième, troisième ? Identité (il écrit ($\frac{x}{4}$ - 3)^2)
197	**Eq**	Deuxième
198	**En**	Deuxième, alors
200	**Eq**	J'ai pas pu le faire, je me suis perdue avec dans x sur quatre
201	**En**	Qu'est ce tu as fait, alors ? Dis-nous ce que tu as fait
202	**Eq**	J'ai mis x sur deux moins neuf
203	**En**	x sur deux moins neuf (il recherche en regardant l'expression comment elle a pu avoir cette réponse)
204	**Eq**	Mais c'est pas juste
205	**En**	Maintenant, si tu vois que c'est pas juste, alors qu'est ce que tu devrais faire pour que ça soit juste, alors ?
206	**Eq**	Je fais x sur quatre au carré
207	**En**	x sur quatre au carré, comment tu écris le x sur quatre au carré ? J'aimerais
208	**Eq**	x sur quatre entre parenthèses
209	**En**	Ah !! x sur quatre entre parenthèses au carré (il écrit en même temps qu'**Eq** dicte)
210	**Eq**	Moins
211	**En**	Moins
212	**Eq**	Deux entre parenthèses x sur quatre moins trois
213	**En**	Deux x sur quatre, après, j'ai pas entendu
214	**Eq**	Deux, (elle parle fort) entre parenthèses x sur quatre moins trois
215	**En**	Moins trois ?
216	**Eq**	Ouieh !
217	**En**	Deux a b, non
218	**El**	Oui, deux ab
219	**Eq**	En fait, la parenthèse se ferme après trois
220	**En**	La parenthèse se ferme après trois, comme ça (il écrit (($\frac{x}{4}$)^2 - 2($\frac{x}{4}$ - 3))
221	**Eq**	Plus trois au carré
222	**En**	Plus trois au carré. Alors, euuuh, on a hésité un tout petit peu. Bon, a au carré, b au carré, oooon, t'étais sûre de toi. On a hésité, on s'est pas bien compris sur le deux fois, alors tu as écris, deux entre parenthèses x moins quatre moins trois
223	**Eq**	x sur quatre moins trois
224	**En**	x sur quatre, pardon, moins trois. Et tu dis, ça, ça correspond à deux ab, c'est ça ?
225	**Eq**	Oui
226	**En**	Alors, quel est le a et quel est le b ?
227	**Eq**	C'est fois trois
228	**En**	Pourquoi ? Parce que **Si** t'as soufflé. Mais, mais, alors, est ce que tu peueueux, nous dire le raisonnement que **Si** avait fait, que toi, tu as fait finalement
229	**Eq**	C'est en fait a fois b, non pas a moins b
230	**En**	C'est a fois b, non pas a moins b. Hein, donc, c'est x sur quatre fois trois. Alors, est ce que ça peut s'arranger ça comme calcul ? (il attend une réponse d'**Eq, 3** sec après) **Eq,** x sur quatre entre parenthèses au carré, c'est tout simplement (pas de réponse d'**Eq**) Si j'ose dire, x (il regarde **Eq** de manière à l'encourager à parler)
231	**Eq**	au carré
232	**En**	Sur
233	**Els**	Seize
234	**En**	J'ai pas entendu (il voulait entendre **Eq**)
235	**Els**	Seize (plus fort)

236	**En**	Sur seize, voilà, excusez-moi. Ensuite, moins, alors, deux fois x sur quatre fois trois
237	**Eq**	Alors, c'est x sur quatre au carré
238	**En**	Ça fait x carré sur seize, bon ça c'est réglé. Ensuite (pas de réponse d'**Eq**) Ben, deux fois x sur quatre fois trois, il faut faire ce calcul là (il avait écrit $(\frac{x}{4})^2 - 2(\frac{x}{4})3 - 3^2$)
239	**Eq**	Tout d'abord, on fait ce qui est entre parenthèses
240	**En**	Bon, alors, d'accord, faisons ce qui est entre parenthèses
241	**Eq**	Deux fois trois x sur douze
242	**En**	Trois x sur douze ? (avec un ton très fort) Quand on multiplie une fraction par trois, on fait trois x sur douze
243	**Eq**	En fait, c'est trois sur un
244	**En**	Alors, x sur quatre, fois trois (il écrit de côté en même temps qu'il parle) Tu dis, c'est x sur quatre fois
245	**Eq**	Trois sur un
246	**En**	Trois sur un. Ah, oui, c'est pas la même chose effectivement, et ça donne quoi ? (**Eq** a l'air de ne pas comprendre ce que l'**En** attend d'elle) Ben, si tu as écrit cette multiplication, c'est pour écrire quoi ?
247	**Eq**	Ben, ça fait trois x sur quatre
248	**En**	Ça fait trois x sur quatre. Trois x sur quatre (il l'écrit), et une fois que t'as fait trois x sur quatre, il faut que tu le multiplies par deux.
249	**Eq**	Six x sur huit
250	**En**	Six x sur huit. Donc trois x sur quatre fois deux, ça fait six x sur huit (il écrit $\frac{3x}{4} \times 2 = \frac{6x}{8}$)
251	**Eq**	Sur quatre
252	**En**	Tu me le fais à huit ou tu me le fais à quatre ? (on entend des rires dans la classe)
253	**Eq**	Quatre
254	**En**	Alors, pourquoi ce serait sur quatre tout d'un coup ?
255	**Eq**	Parce que c'est deux sur un
256	**En**	Aaah !! C'est la même chose que tout à l'heure, deux sur un (il trace sous le 2 le tiret de fraction et écrit en dessous 1). Donc, ça fait
257	**Eq**	Six x sur quatre
258	**En**	Six x sur quatre, on y arrive. Donc moiiins. Donc, six x sur quatre et puis
259	**Eq**	Neuf
260	**En**	Plus neuf (il écrit $\frac{x^2}{4} - \frac{6x}{4} + 9$) Ok. Alors, attention au niveau de tes écritures et des problèmes d'opération sur les fractions. J'ai l'impression que, oufff Ben, enfin, c'est pas une impression, ça, ça coince un peu. Alors, ça c'est fait **Pal**, x sur quatre pluus, trois quart au carré (il écrit $(\frac{x}{4} + \frac{3}{4})^2$)
261	**Pal**	Entre parenthèses euuh, x
262	**En**	Quelle est l'identité remarquable ? La première, la deuxième, la troisième ? (Il parle en toute vitesse)
263	**Pal**	Euhhh
264	**Es**	Première, première.
265	**En**	Première. Le a c'est quoi, le b c'est quoi ? (aussi il parle en toute vitesse en regardant **Pal**, qui ne réagit pas) Hein, le a c'est quoi, le b c'est quoi ? Tu dis c'est a plus b au carré, à la place de a on a mis quoi, à la place de b on a mis quoi ?
266	**Pal**	Euuhh ! (on lui souffle, mais toujours sans aucune réaction)
267	**En**	(après 8 sec d'attente d'une réponse de **Pal**) La solidarité des Hispanophones, alors qu'est ce qu'elle, ça donne ? (tous les élèves concernés rient, et ils parlent à **Pal** en Espagnol) Alors **Mar** tu viens au secours de teees coooo, je ne veux pas compatriotes. Mais à la place de, chutt, on écoute, **Mar** parle fort s'il te plait

268	**Mar**	x sur quatre
269	**En**	x sur quatre, c'est qui ?
270	**Mar**	C'est le a
271	**En**	C'est le a, et puis
272	**Mar**	Le b
278	**En**	Et le b, c'est qui ?
279	**Mar**	Trois sur quatre
280	**En**	Trois sur quatre. Alors, **Pal** est ce que ça t'aide ça ? elle t'a tout dit là. a plus b au carré, qu'est ce que c'est la formule ? **Pal** la formule c'est quoi ?
281	**Pal**	Pardon
282	**En**	a plus b au carré. La formule, c'est quoi ?
283	**Pal**	C'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré.
284	**En**	Bon, à la place de a, **Mar** t'as dit c'est (il la regarde pour la pousser à répondre)
285	**Pal**	x sur quatre
286	**En**	Donc, tu vas écrire quoi ?
287	**Pal**	Euuh, x sur quatre, enfin
288	**En**	Oui
289	**Pal**	Entre parenthèses au carré (l'**En** écrit ses dictions)
290	**En**	Oui, chuchutt
291	**Pal**	Plus deux fois x
292	**En**	Donc, alors, plus deux fois (il écrit en même temps)
293	**Pal**	x sur quatre
294	**En**	x sur quatre, oui, fois
296	**Pal**	Trois sur quatre
297	**En**	Trois sur quatre, trois quarts. Oui, et puis ensuite, le b, il faut mettre le b au carré, plus, chuchutt
298	**Pal**	Ben sur quatre
299	**En**	Le b, c'est trois sur quatre, donc b au carré c'est
300	**Pal**	Trois sur quatre au carré
301	**En**	Trois sur quatre au carré. Alors ça donne quoi tout ça (il a écrit = $(\frac{x}{4})^2 + 2 \times \frac{x}{4} \times \frac{3}{4} + (\frac{3}{4})^2$)
302	**Es**	Ohlalalal !!
303	**En**	**Es** a fait un calcul plus ou moins, alors ça donne quoi?
304	**Pal**	x au carré
305	**En**	x au carré
306	**Pal**	Sur seize
307	**En**	Seize, chuuuuttt (il y a trop de bruit)
308	**Pal**	Plus six x
309	**En**	Six x, sur combien
310	**Pal**	Seize, non quatre ?
311	**En**	Ben, je sais pas, tu nous fais à quatre ou à seize ? Quand tu fais une multiplication de fractions, qu'est ce que tu fais ?
312	**Pal**	Sur quatre
313	**En**	Non, perdu, sur seize.
314	**Pal**	Ahhh !
316	**En**	On multiplie les dénominateurs, et on multiplie les numérateurs. Donc, c'est sur seize, quatre fois quatre seize, plusss
317	**Pal**	Neuf
318	**En**	Neuf
319	**Pal**	Au carré
320	**En**	Neuf au carré, attends, trois au carré c'est neuf, sur
321	**Pal**	Seize (l'**En** a écrit = $\frac{x^2}{16} + \frac{6x}{16} + \frac{9}{16}$)
322	**En**	Sur seize, tu fais bien quatre fois quatre là. D'accord.
323	**Es**	Excusez-moi Monsieur

324	**En**	Oui, **Es**
325	**Es**	Quand on a des difficultés, quand on a des fractions, par exemple en négatif, en négatif, on peut pas le mettre en positif et puis le remettre en négatif ?
326	**En**	Chuuuuch, s'il vous plait (le bruit augmente de plus en plus) Donc, tu dis quand tu as des nombres négatifs, est ce que je peux pas les transformer positifs, c'est ça ?
327	**Es**	Et puis après, quand on a fini tout
328	**En**	Où est ce que tu penses appliquer ça ici
329	**Es**	Ben, là, parce que au début j'ai pas bien compris et je ne sais pas
330	**En**	Le moins trois te gêne ? (il lui montre $(\frac{x}{4} - 3)^2$)
331	**Es**	Oui, non, mais en fait calculer ça, c'est pour ça, je me demande si on peut prendre en positif, et quand on a le résultat
332	**En**	En positif, c-à-d tu peux, tu peux Il y a plein de cours particuliers où on explique des formules (les élèves parlent par groupe et font trop de bruit) **Se, Cha** qui expliquent les identités remarquables ou je sais pas quoi ? On, On suit un tout petit peu. Alors, le moins trois, on peut le transformer en plus moins trois, c'est ce que tu veux dire ?
333	**Es**	Oui
334	**En**	Tu es toujours dans cette idée, je ne sais pas pourquoi tu es toujours dans cette idée là ? Oui, tu peux toujours remplacer le moins par plus moins trois, c-à-d au lieu de voir la deuxxxième identité, tu vois la première. Mais, à la place de voir trois pour b, tu vois moins trois. Alors, à mon avis, je ne sais pas si c'est plus facile ou pas, parce que là, il faut que tu fasses moins trois au carré. Il faut que tu fasses attention. Bon, hein, si tu es à l'aise avec les signes moins, etc. On continue. Euuuhhhh !!! Alors, Monsieuuuur **Si** Trois xxxx au carré, mois deux y au cube, alors là on délire ici sur ce qui est dit là, il y a pleine de lettres, il y a des puissances, alors (il écrit $(3x^2 – 2y^3)^2$)
335	**Si**	Neuf x, euuh, puissance quatre
336	**En**	Neuf x puissance quatre (il écrit en même temps que les dictions)
337	**Si**	Moins douze x carré, y cube,
338	**En**	y cube
339	**Si**	Plus quatre y puissance six
340	**En**	Quatre y puissance six.(il écrit = $9x^4 – 12x^2y^3 +4y^6$)
341	**Er**	**Puissance neuf**
342	**En**	Ah !! Puissance neuf ou puissance six ?
343	**Si**	Puissance six
344	**En**	Six
345	**Els**	**Oui**
346	**Els**	**Non**
347	**En**	(attends 10 sec puis enchaîne) Alors, **Si**, **Si**, est ce que tu peux nous donner le résultat final ? ça, ça interroge, ça questionne pas mal les, les personnes ici ? Quelle est l'identité remarquable ? Que vaut a ? Que vaut b ? (comme toujours, il pose cette question en vitesse)
348	**Si**	Euuhh, a vaut trois x carré
349	**En**	Donc, a c'est trois x carré.
350	**Si**	J'ai pris pour b, j'ai pris deux y cube
351	**En**	Deux y cube, donc t'as pris avec le signe, moins, donc c'est la deuxième identité remarquable (il a écrit en même temps que **Si** parlait a = $3x^2$ et en dessous b = $2y^3$ et entre les deux (-)) Donc, on peut conduire le calcul de tête, c'est ce qu'on vous demande. Maintenant, euh, pour ceux qui ont un petit doute. La formule c'est, a au carré, moins deux ab plus b au carré. Donc, si je remplace par la valeur de petit a trois x au carré, par la valeur petit b, deux y au cube, ça fait
352	**Si**	Trois x carré
353	**En**	Trois x carré (il écrit en même temps). Ensuite, deux, fois a, fois b, donc, deux fois
354	**Si**	Trois x carré

355	**En**	Trois x carré, fois
356	**Si**	Deux y cube
357	**En**	Deux y cube, chchchchu, ensuite plus le carré de qui ?
358	**Si**	Deux y cube
359	**En**	Deux y cube. Alors, maintenant on a des règles sur les puissances (il écrit : $(3x^2)^2 - 2 \times 3x^2 \times 2y^3 + (\ )^2$ (*))
360	**Si**	Monsieur
361	**En**	Oui
362	**Si**	Comme j'ai dit la dernière fois, deux y cube au carré, ça fait quatre yyy, euuuhhh, neuf, puissance neuf
363	**En**	Ah !! Justement on va voir, est ce que c'est y puissance neuf, ou est ce que c'est y, y puissance, puissance six ? (il écrit dans la parenthèse vide(*),$(2y^3)^2$)
364	**Si**	Ben, cube au carré, ça fait, euh, neuf
365	**Ti l**	Les règles, les règles
366	**En**	Alors, les règles, qu'est ce qu'elles
367	**Es**	Quand on a, quand on a des carrés
368	**En**	Attendez, pas tous en même temps, pas tous en même temps. On a, on a deux problèmes, bon. Le premier, donc, on a deux problèmes, le premier c'est, je ne me souviens plus du problème, mais le problème c'est (il éclate de rire et toute la classe l'accompagne) Le premier problème, c'est, appliquer les formules comme il faut. Donc, bien identifier le a, bien identifier le b, et appliquer la formule comme il faut. Et le second problème, me semble-t-il, qui me semble le plus, le plus important, c'est on a des carrés de puissance. On a trois x au carré, au carré, on a trois y au carré, le tout au carr, deux y au cube, pardon, le tout au carré. Donc, là, la question est de savoir, est ce que y, en gros la question est là. Est-ce que y au cube, au carré, euuuhhh, comment je calcule la puissance ? Alors, on a deux écoles, c'est là où sont mes deux problèmes. On a deux écoles en fait, il y en a qui vont dire c'est deux fois trois, six. Et il y en a qui vont dire, c'est trois au carré, c-à-d y exposant neuf. Alors regardant un peu en détail ici (il montre $(2y^3)^2$), deux y cube exposant deux. Alors, soit, il y en a qui se souviennent de la règle, alors, je sais pas s'il y en a qui se souviennent d'une règle
369	**Es**	En quatrième
370	**En**	Vue en quatrième nous rappelle **Es**. Soit il y en a qui se souviennent, on fait, ça c'est quoi ? Un produit, une multiplication, deux fois quelque chose, c'est, deux nombres, je vais les appeler petit a, petit b, si ça ne vous gêne pas. Petit a fois petit b au carré (il écrit $(a\ b)^2$), petit a fois petit b au carré, le carré d'un produit c'est (il regarde la classe en attente d'une réponse) Qu'est ce que je peux faire du carré ?
371	**Er**	a au carré
372	**En**	C'est a au carré fois
373	**Es**	b au carré
374	**En**	Fois b au carré (il écrit sous $(2y^3)^2$, $(a\ b)^2 = a^2 \times b^2$) Donc, je pense qu'on est d'accord sur une chose. Là, je tourne autour du pot, c'est donc deux au carré fois y au cube au carré (il écrit par-dessus de $a^2 \times b^2$ et à côté de $(2y^3)^2 = 2^2\ (y^3)^2$). Ok. Donc, jusque là, j'ai pas pris, j'ai pas pris de risque, Je dis pas c'est six, je dis pas c'est neuf, je dis qu'on peut calculer comme ça. Maintenant, qu'est ce que j'ai ? J'ai, y, au cube, au carré, il faut que je calcule ça. Alors, soit je me souviens d'une formule, vue en quatrième comme dit **Es**, soit j'essaye de revenir à la définition. Alors, y, est ce qu'il y en a qui se souvienne de la formule ?
375	**Si**	Ben c'est
376	**Li**	x fois
377	**En**	Ben, quand j'ai a exposant n le tout exposant m (il écrit $(a^n)^m$). Est ce que vous vous souvenez de la formule qui permet de calculer ça ?
378	**Els**	a exposant n fois m
379	**En**	Alors, un seul à la fois, **Cha** qui se réveille.
380	**Cha**	a n fois m
381	**En**	n fois m. Donc, on
382	**Es**	Entre parenthèses

383	**En**	On fait le produit n fois m, on fait le produit des puissances, d'accord. Donc, ça va faire (les élèves sont très agités, le prof fait des petits coups au tableau pour attirer leur attention) **Ma**, **Ma** Allez, ooon se prend trente secondes pour se calmer (il reprend 6 six sec plus tard) Donc, on fait n fois m (du doigt il montre en parlant les exposants 3 et 2 de $(y^3)^2$), donc deux fois trois, six. Si vous avez un doute, ça fait y au cube, fois y au cube (il écrit $(y^3)^2 = (y^3 \times y^3)$. Vous faites la somme, trois plus trois, c'est bien deux fois trois. D'accord, **Er**. Donc, la réponse, c'est deux au carré, c-à-d quatre, y exposant deux fois trois, six et non pas neuf. D'accord. Donc, ça donne, alors, je ne sais plus si **Si** est allé jusqu'au bout. Ça donne trois au carré, oui, oui tu l'as fait ici. (il montre $9x^4 – 12x^2y^3 + 4y^6$) Donc, neuf fois x exposant quatre, deux fois deux, quatre. Deux fois trois fois deux, ça fait douze x au carré y au carr, y cube. Plus, deux au carré, quatre, y exposant six. Ok. Bien, donc, vous voyez, que dans les identités remarquables, on peut voir apparaître des problèmes avec les puissances, quand on a des expressions qui ont déjà des puissances au départ. Ensuite, alors là **Ti**, le suivant
384	**Ti**	Moi
385	**En**	Oui. Alors, c'est trois r carré u, moins, quatre t, facteur de, trois r carré u, plus, quatre t (il écrit en même temps qu'il dicte $(3r^2u – 4t)$ $(3r^2u + 4t)$) Alors quelle identité remarquable vois-tu ici ?
386	**Ti**	La troisième
387	**En**	La troisième
388	**Ti**	Ça fait, neuf r exposant quatre, u carré, moins seize t exposant, euh, fois t au carré (l'**En** écrit en même temps $9r^4u^2 – 16t^2$)
389	**En**	Fois t au carré. Alors, est ce que ça mérite un détail ici, ou, est ce que tout le monde est d'accord. Troisième identité. Tout le monde l'a vu, la troisième ? Le a, c'est trois r carré u, donc, je donne quand même des petits détails, parce que, il y en a qui me regarde avec des yeux, surpris Donc, c'est a au carré, c-à-d, trois r carré fois u, tout ça au carré (il écrit $((3r^2u)^2)$, moins, quatre t au carré (il écrit - $(4t)^2$). C'est la troisième identité remarquable que votre camarade connaît, enfin a mis en application. Donc, ça donne, un carré d'un produit, trois fois r fois u, c'est donc le carré de trois, c-à-d neuf, le carré de r carré, donc, c'est r exposant deux fois deux, quatre, et le carré de u moins quatre fois t, c'est le carré de quatre, seize, et le carré de t, t au carré
390	**Ti**	Vous avez fait exprès de mettre ces lettres là
391	**En**	Ohh, oui !! Est-ce que les lettres ont une importance, quand on ?
392	**Els**	Non
393	**Els**	Oui
393	**Ti**	Je crois qu'ils l'ont fait exprès pour dire que les lettres n'ont pas d'importance
394	**En**	Je crois que ce, alors, pourquoi on l'a fait de mettre des lettres qui ont l'aire bizarre ?
395	**Si**	Pour nous déstabiliser
396	**En**	Pour vous déstabiliser, vous dites ?
397	**Ti**	Pour montrer que les lettres
398	**En**	Chchchuuttt, pas tous en même temps. Pour montrer que
399	**Ti**	Les lettres n'ont pas d'importance, ça marche avec n'importe quoi
400	**En**	Les lettres n'ont pas d'importance. Vous me dites, on a changé les lettres, mais les lettres n'ont pas d'importance. C-à-d, qu'est ce qui, qu'est ce qui est important en fait ?
401	**Si**	C'est ce qu'on symbolise
402	**En**	Tu dis, euh, c'est, ce qui est important, c'est que ça symbolise, c'est ça ?
403	**Si**	Voilà
404	**En**	Chchchutttt
405	**Si**	Ce qui est important, c'est ce que x représente, quoi
406	**En**	Oui, ce qui, ce qui est important, tu dis, en fait, tu me dis, si, si tu es d'accord, tu me dis, c'est pas important que ce soit r, u, trois, ce que vous voulez, ce qui est important c'est que ça représente, c'est ça
407	**Ti**	Moi, je suis pas d'accord. Je pense que les lettres sont importantes et que si on change les lettres, ça change le calcul
408	**En**	Si on change les lettres, ça change le calcul. Certes, si on change les valeurs, ça change le

		calcul, Certes. Mais ce qui ne change pas, c’est quoi ? Dans tous ce qu’on a fait, on a des formes différentes
409	**Si**	Mais, on arrive au même résultat
410	**En**	Mais, voilà, ce sont des formules, on arrivera au même résultat, c-à-d que derrière tout ça, vous reconnaissez des modèles, et moi je dis souvent, je dis souvent : derrière le mot formule, il y a le mot forme. Et vous reconnaissez les identités remarquables, bien qu’il y ait des habillages différents, bien qu’il y ait des valeurs différentes, des lettres différentes. Vous reconnaissez toujours l’une des ces trois (il montre les trois identités remarquables qui sont toujours au tableau), d’accord Chchchutttt Ça peut avoir des allures différentes, on peut vous les cacher, je dirais moi, en gros, je vous les cache, hein, on vous met des lettres bizarres. Mais, malgré tout, vous repérez une forme. Tiens c’est bizarre, mais ça se répète (il explique sur la donnée en identifiant les deux termes du produit), il y a un signe moins, il y a un signe plus, il y a quatre t, il y a quatre t Tiens, ça ne se ressemble pas, mais, parce qu’il n’y a pas a, il n’y a pas b, mais ça ressemble bien à une des identités remarquables. Donc, le fait d’avoir ça, vous autorise, si toutes les expressions sont prises, à pouvoir tout de suite remplacer a et b parce que vous avez identifié
411	**Es**	Monsieur, est-ce que dans la troisième
412	**En**	Attends, je voudrais qu’on soit attentif (3 sec de silence) Alors Es dans la troisième
413	**Es**	Est-ce que ça pourrait queee, a là, par exemple, il y a le sept, et que là bas, il y a un autre, mais par exemple quatre plus trois et queee
414	**En**	Attends, je ne comprend rien. Donne nous un exemple
415	**Es**	Entre parenthèses, sept
416	**En**	Oui
417	**Es**	Moiiiiins, moins trois
418	**En**	Sept moins trois (il écrit (7 – 3) (**))
419	**Es**	Et puis, quatre plus trois moins trois
420	**En**	Quatre plus trois, moins trois (il écrit en facteur de (**), (4 + 3 – 3))
421	**Es**	Est-ce qu’on pourrait faire, est ce qu’on pourrait reconnaître que c’est, c’est
422	**En**	Ahhh !! Tu veux dire si, c’est ça ce que tu voulais dire? (il montre ce qu’il vient d’écrire)
423	**Er**	Moi, je pensais qu’il y avait un nombre devant le signeeee
424	**En**	Ben, c-à-d, écrit comme ça, j’avoue que pour voir une identité remarquable cachée, il faut, il faut déjà faire fort. Hein, je veux dire quand on a ça, avec les nombres, on a vu l’autre jour, avec Ch, je crois que Ch qui a posé la question : « quand on a ça Monsieur, est ce qu’on a, est ce qu’il faut utiliser une identité remarquable quand j’ai à calculer, cinq plus deux, vous vous souvenez, entre parenthèses au carré, est ce qu’il faut que j’utilise une identité remarquable ? » Je lui ai répondu : « non » Bon, là, franchement, je ferai sept moins trois, c-à-d quatre, quatre moins trois plus trois, ça fait euuhhh, le moins trois et trois disparaissent. Alors, quatre fois quatre, bon seize. Mais néanmoins, ta question n’est pas idiote, chut, s’il vous plait. Ta question n’est pas idiote et à mon avis, vous en prendrez conscience dans les, dans vos années futures, en seconde, voire en première, c’est que un nombre, un nombre peut s’écrire de différentes façons, d’accord Et des fois, par exemple, si tu prends le nombre quatre, quatre tu peux dire que c’est sept moins trois, tu peux dire que c’est deux fois deux, tu peux dire que c’est six moins deux, etc.(il écrit 4 = 7 – 3 et puis en dessous, = 2 ´ 2 = 6 – 2). Et bien, dans des exercices, peut-être, que tu pourras résoudre l’exercice, enfin, trouver une solution, parce que le quatre, tu vas pas l’écrire sous forme de quatre, mais tu vas l’écrire sous la forme, euhh, sept moins trois, ou deux fois deux, ou six moins deux, ou que sais-je, quatre fois, euh, quatre fois un, ou des tas de choses. C-à-d, que des fois l’écriture d’un nombre, voire l’expression aussi, l’écriture d’une expression, va faire, vaaa, va pouvoir, le changement d’écriture va permettre de débloquer la situation. Bon, nous on ne sera pas confronter à ce genre de choses en troisième, mais tu penseras au moins dans deux ans, si tu es en première, ah, oui, je pense aux équations du second degré, quand on essaye de factoriser. Euhh, ben, des fois on leur dit, euh, ben, penser que quatre c’est six moins deux et ça va marcher Ben, pourquoi ? Ben ça marche, hein. Mais, bon, quand on a ce que tu proposes ici,

		franchement, entre nous, on fait le calcul tout de suite, on ne va pas s'embêter, hein !!
425	**Er**	S'il y a un x, après on le distribue ?
426	**En**	S'il y a un x ici ? (il demande si c'est à côté du sept)
427	**Er**	Non, mais juste si on remplaçait les trois par des x
428	**En**	Ah ! Si on avait trois. Tu écrirais sept moins x, c'est ça ? Facteur de quatre plus x moins x (il écrit en même temps qu'il dicte (7 – x)(4 + x – x)) Ben, franchement, entre nous, je fais plus x moins x, je fais disparaître les x, et je dirais sept moins x facteur de quatre. Ce serait plus simple, d'accord.
429	**Es**	Est-ce qu'on est sur une identité ?
430	**En**	Ah ! Nonnon, on n'est pas sur une identité remarquable, ok On continue Euuuhh ! Pendant qu'on y ait, vu qu'il nous reste quelques minutes, on va continuer celui-ci. Alors, on va peut-être faire passer quelqu'un au tableau. Alors, pas **Bj** puisque il est, il est équipé (il a une jambe cassé) **Se** tiens (il lui passe le crayon pour écrire sur le tableau) Alors, donc on demande de développer, donc là on rentre, dans le vif du sujet, on rentre dans le vif du sujet. Alors, on doit écrire trois x, euh, trois x. Oh !! Pardon, excuse moi, x plus trois entre parenthèses au carré, plus, ouvrez la parenthèse, deux x moins cinq, fermer la parenthèse, au carré (**Se** écrit $(x + 3)^2 + (2x – 5)^2$) Alors, on demande de développer ceci Alors, est ce que tu reconnais une identité remarquable ?
431	**Se**	Déjà la première
432	**En**	La première, c'est où, où
433	**Se**	La première puis la deuxième
434	**En**	La première puis la deuxième, d'accord. La première ça va donner donc xxx
435	**Se**	Au carré (il écrit en même temps qu'il fait ses calculs)
436	**En**	Au carré
437	**Se**	Plus x fois trois fois deux.
438	**En**	Oui
439	**Se**	Plus six x
440	**En**	Plus six x, dis-tu
441	**Se**	Plus trois au carré, neuf
442	**En**	Oui, plus neuf
443	**Se**	Deux x au carré, c'est quatre x au carré
445	**En**	Quatre x carré dit-il
446	**Se**	Moins cinq fois deux x fois deux, c'est dix x, non, non pas dix, c'est vingt, vingt x
447	**En**	Oui, oui, c'est vingt, vingt x, oui, oui, vingt, t'as raison
448	**Se**	Plusss, cinq au carré
449	**En**	Oui
450	**Se**	Plus vingt cinq (il a écrit : $x^2 + 6x + 9+ 4x^2 – 20x + 25$)
451	**En**	Vingt cinq. Alors ça donne quoi ? Qu'est ce qu'on va grouper ?
452	**Se**	Leees, x au carré
453	**En**	Les x au carré
454	**Se**	x carré plus, alors ça fait cinq x carré
455	**En**	Très bien, cinq x carré dis-tu
456	**Se**	Plusss moins dix x
457	**En**	Moins dix dis-tu ?
458	**Se**	Six x plus quatre x, c'est bien dix
459	**En**	Attention, quatre x est au carré là, me semble-t-il
460	**Se**	Aaaah !
561	**En**	Oui, alors ça fait plus six x, moins vingt x
462	**Se**	Voilà, moins quatorze x
463	**En**	Moins quatorze x, plusss
464	**Se**	Vingt cinq
465	**En**	Alors, vingt cinq, il doit y avoir un autre, plus neuf
466	**Se**	Trente quatre (il écrit : $5x^2 + (-14x) + 34$)
467	**En**	Trente quatre, est ce qu'on peut faire mieux que ça ?

468	**Se**	Oui
469	**En**	Alors
470	**Se**	(il écrit : $5x^2 – 14x + 34$), voilà
471	**En**	Alors, tu écris, cinq x au carré, moins quatorze x, plus trente quatre Merci, euuuhhh, **Mar** tu vas nous faire le suivant ? (elle passe au tableau)
472	**Es**	Monsieur, je peux aller faire au tableau
473	**En**	Tu feras le dernier, on va d'abord laisser, laisser **Mar** nous faire le, lee Alors, Ouvrez une parenthèse, trois x moins cinq **Li** veux-tu suivre ? Excuse-moi **Mar** on reprend. Trois x moins sept, entre parenthèses, facteur de trois x plus sept (**Mar** a écrit $(3x – 7)(3x + 7)$) **La cloche a sonné** Bon, on va s'arrêter là. Alors, ce queeee, je vais vououous demander, demain, il y a la petite interro surprise sur tout ce qu'on a fait jusqu'ààà, jusqu'à maintenant.

Septième séance d'enseignement, période 1 et 2
Enseignant : EnF2

1	**En**	On a des séries d'exo à corriger, mais je voudrais qu'on
2	**Es**	Monsieur, on n'a pas de devoirs
3	**En**	Continue
4	**Ti**	On n'a pas d'exo à corriger
5	**En**	En plus, j'ai pas donné d'exo à corriger. Oh, ben !! On va tout de suite, donc, on va poursuivre dans, la, factorisation. C-à-d que ce qu'on a fait jusqu'à maintenant, on a développé en usant d'une identité remarquable, et donc là, ce qu'on va essayer de voir c'est l'usage des identités remarquables pour effectuer quelques, factorisations C-à-d, vous savez par exemple que si on a (il écrit les identités au tableau en même temps qu'il parle) a plus b au carré, c'est a au carré, plus deux ab, plus b au carré. Donc écrit sous cette forme là ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1)), quand je le lis de la gauche vers la droite, donc c'est le développement. Maintenant, ce qu'on va essayer de faire, ce que vous allez essayer de faire, c'est
6	**Er**	L'inverse
7	**En**	L'inverse C-à-d, je vais vous donner quelque chose qui va ressembler à a au carré plus deux ab plus b au carré, ou bien à a au carré moins deux ab plus b au carré, ou bien sous la forme a au carré moins b au carré (il écrit $a^2 – 2ab + b^2$ (2) et en dessous $a^2 – b^2$ (3) et les deux en dessous de (1)). Et puis, vous allez essayer de les factoriser, c-à-d, si vous reconnaissez a au carré plus deux ab plus bau carré, vous allez pouvoir dire que la forme factorisée, c'est, a plus b, au carré (il écrit à côté de (1) = $(a + b)^2$) Si vous reconnaissez a au carré moins deux ab plus b au carré, vous allez pouvoir l'écrire sous la forme a moins b au carré (il écrit à côté de (2) = $(a – b)^2$). Si vous repérez a au carré moins b au carré, vous allez pouvoir factoriser sous la forme a moins b facteur de a plussss, b (il écrit à côté de (3) = $(a – b)(a + b)$). Donc, si dans les développement votre, votreeeeuuuh, votre objectif c'était de savoir si c'était la première, la deuxième ou la troisième, ici, en regardant carré d'une somme, carré d'une différence, ou produit d'une somme par une différence, a moins b a plus b (il montre les formules qu'il vient d'écrire). Là, vous allez avoir une forme, ou je vais tenter de vous en donner une, peut-être que ça n'a pas marché, mais vous allez essayer de voir si ça correspond au premier modèle, au deuxième modèle ou au troisième modèle (il passe son doigt sur (1), (2), (3) tout en parlant) Et à ce moment là, de répondre par une des formes, ici, (il montre toujours les formules) qui est bien une forme factorisée, puisque ça c'est un produit, a plus b fois a plus b (il montre $(a + b)^2$), a moins b fois a moins b (il montre $(a – b)^2$), là c'est a plus b facteur de, heuuuu, a moins b (il montre $(a + b)(a – b)$). D'accord, donc l'enjeu il est, il est ici Par exemple, si je vous donne, x deux plus six x plus neuf (il écrit $x^2 + 6x + 9$) Qu'est ce que tu repères **Er** ? (qui a levé le doigt)
8	**Er**	Eh ben, le a carré, c'est x au carré
9	**En**	Le a carré, c'est x au carré (il trace une flèche de x^2 et écrit a^2)

10	**Er**	Il faut juste diviser x par x
11	**En**	Diviser x par x
12	**Er**	Ça fait x
13	**En**	C-à-d le carré de x, ça fait x
14	**Er**	Ah ! Oui la racine carré
15	**En**	D'accord, oui la racine carrée. Donc, c-à-d, le a c'est (il penche la tête en avant pour pousser **Er** à répondre)
16	**Er**	x
17	**En**	C'est x (il écrit a = x), et après
18	**Er**	Pour le deuxième, comme a c'est, ben, on, premièrement on divise par deux
19	**En**	Oui
20	**Er**	Donc c'est trois x
21	**En**	Donc, le six x, c'est ça ce que tu dis le six x, si on le divise par deux, donc, c'est (**Cha** voulait intervenir en levant son doigt), attends, on le laisse terminer, puis après tu interviens. Donc, c'est trois x
22	**Er**	Trois x, alors, x fois trois, ça veut dire que b c'est, c'est trois
23	**En**	Donc, d'après le six x, tu divises par deux, donc ça fait trois x, et comme t'as déjà dit que le a c'était x, ça veut dire que le b c'est, c'est trois (il trace une flèche de 9 et écrit 3). Donc deux ab (il trace une flèches de 6x et écrit 2ab), tu dis que b c'est trois
24	**Er**	Et racine carrée de neuf, c'est trois
25	**En**	Et racine carrée de neuf c'est trois. Alors, euh, tu voulais intervenir en disant (il s'adresse à **Cha**)
26	**Cha**	Ben, pourquoi faire le milieu, il ne faut prendre le milieu, ben moi je remplace
27	**En**	C-à-d, que tu as x carré, tu dis, moi je prends x carré, donc, c'est le carré de x. Tu dis, je prend neuf, et neuf, je sais bien, c'est le carré de, de trois. Donc, tu dis, euuhh, ce que je vais mettre, alors, ça va être quoi pour la factorisation ?
28	**Cha**	Eh, ben, euh, entre parenthèses x plus trois
29	**En**	Entre parenthèses x plus trois (il écrit (x + 3)), au carré, j'imagine, hein ! (il ajoute la puissance 2), x plus trois au carré, d'accord Alors, vous savez vu qu'il y a deux, il y a deux démarches. On va faire un petit commentaire ici (il retourne au travail de **Cha**) Bon, si vous n'êtes pas convaincus, vous prenez x plus trois, vous le développez au carré, ça fait x au carré, on aaa, plus deux fois trois fois x, ça fait bien mon six x, plus trois au carré, ça fait neuf Alors, vous avez qu'il y a deux démarches. Il y a une personne qui a dit, je regarde x carré, je regarde le neuf, parce que, euuuh, celui qui est au milieu ça semble être le double produit. Donc, x au carré, c'est le carré de x, neuf, c'est le carré de trois, donc ça marche Et puis, il y a **Er,** lui, qui est parti de façon très, très systématique, qui a dit, je prends x au carré, je prends six x et j'essaie de voir si c'est le double produit, et puis ensuite, je prends neuf et je constate que, en prenant six x et en prenant neuf, je trouve la valeur b égal à trois, l'identification b égal trois marche bien Donc, j'attire votre attention sur deux choses, importantes. C'est que je peux, par exemple, proposer comme ça : (il écrit $x^2 + 8x + 9$), x au carré plus huit x plus neuf. Alors, si je propose quelque chose comme ça, et si je, je prends l'analyse de **Cha** **Cha** va dire, je prends, le carré de x. enfin, oui, enfin x au carré est le carré de x, neuf est le carré de trois, donc, je vais dire que c'est (il écrit $(x + 3)^2$) x plus trois au carré
30	**Si**	Non ce n'est pas résolvable
31	**En**	Si ce n'est pas résolvable comme tu dis, c-à-d qu'alors, il y a un petit problème
32	**Si**	Plus deux x, il faut qu'on est six x, il faut compenser huit x
33	**En**	Voilà, c-à-d, j'ai mis huit x, et j'ai pas mis six x, alors **Si** dit, en fait, c'est ça, huit x, c'est six x plus deux x. Dans le sens, si on fait l'analyse à la mode de **Cha,** je prends les extrêmes, d'accord. Si je prends les extrêmes, il faut que je fasse bien attention que, le huit x, celui que j'ai laissé de côté soit bien le double produit
34	**Cha**	Donc, ça, ça fait quoi ?
35	**En**	Donc, ça fait que je suis coincé, je ne peux pas répondre comme ça, en disant que x carré plus huit x plus neuf, ben, c'est pas une iden, ça ne rentre pas dans le modèle d'une identité (**Cha** lève son doigt). Attends que je termine, ça ne rentre pas dans le modèle d'une identité remarquable, parce que, il y a pas une cohérence entre le trois au carré, c-

		à-d le coefficient trois, et le coefficient, euh, huit x. D'accord Si j'avais, x au carré plus huit x (il écrit $x^2 + 8x$), qu'est ce qu'il faudrait que j'ai pour que ça soit une identité remarquable ici ?
36	**Els**	Quatre
37	**Els**	Huit
38	**Els**	Seize
39	**En**	Attendez, il faudrait que j'aie quatre, huit, seize, alors ?
40	**Si**	Seize
41	**En**	Seize pour que ça marche. Si j'avais mis, x au carré plus huit x plus seize (il écrit +16 à côté de $x^2 + 8x$), à ce moment là, je pourrais le factoriser sous quelle forme ? x plus quatre entre parenthèses au carré (il écrit $(x + 4)^2$) Donc, je termine juste mon propos et je te donne la parole (il s'adresse à **Cha** qui lève son doigt) Vous regardez les extrêmes, certes. Mais vous faites bien attention que ce que vous avez au milieu, c'est bien le double produit. D'accord, parce que M. **Zu** (l'**En** dit son propre nom), qu'est ce qu'il va faire ? Eh, ben, il va faire exprès de se tromper, puis il va dire : « Factoriser si possible » par exemple. Enfin, « Factoriser si possible, en utilisant les identités remarquables »
42	**Ti**	C-à-d que huit x plus neuf là
43	**En**	Eh, ben, c-à-d que en utilisant les identités remarquables tel que c'est proposé ici (il montre $x^2 + 8x + 9$), vous ne pourrez pas répondre, vous ne pourrez pas répondre. D'accord. Alors, ce que je vous ai dit hier, c'est que bon, on a des techniques qui sont hors programme pour nous, mais il y a des techniques queee, vous affinerez au niveau du lycée pour pouvoir répondre à cette question là. Cha voulait intervenir
44	**Cha**	Non, c'est bon
45	**En**	Non, dans mes commentaires, j'ai répondu à tes interrogations ? Donc, donc première idée c'est de bien repérer la cohérence avec la formule a au carré plus deux ab pour b au carré (il écrit toute cette phrase au tableau et la numérote 1), d'accord. Alors, je fais avec l'addition, je ferai la même chose avec la soustraction, vous êtes, vous êtes, euuhh, convaincus de ça Il y a une deuxième chose aussi, sur laquelle je voudrais attirer votre attention, c'est que je pourrais très bien proposer x au carré plus neuf plus six x (il écrit $x^2 + 9 + 6x$)
46	**Er**	Ben, c'est la même chose, sauf vous aveeeeez, ben désarrangé des nombres
47	**En**	Désarrangé, changer l'ordre des termes. C-à-d, quand vous dites je regarde les extrêmes, ce qui est complètement à gauche, et ce qui complètement à droite, le x carré et le neuf (il parle de $x^2 + 6x + 9$). Là, c'est conforme, a carré d'un côté, b carré de l'autre. Dans la pratique, on a souvent, je dirai dans la plupart des cas, on a une expression qui n'est pas toujours écrite dans le bon ordre. Donc, il faut, deuxième conseil, c'est bien repéré ce qui peut jouer le rôle du double produit
48	**Ti**	Ce sera tout le temps avec des x ou des lettres puisqueee on nous proposera de factoriser.

49	**En**	Ben, puisque on vous propose de factoriser, ce sera pas avec des nombres, que des nombres, hein, on a déjà dit, mais il y aura des lettres. Et comme on disait hier, j'ai peut-être perturbé en mettant des lettreees, moi aussi, je mets des lettres de partout comme notre trois r u carré moins quatre t d'hier, on risque un tout petit peu de, deee, d'avoir quelque chose de, de confus, par ce qu'il y a des lettres de partout. Donc, l'indice, l'indice qu'il y ait, euh, une, lettre, x et un coefficient six, enfin un nombre, bon là, c'est assez claire pour repérer le double produit. D'accord, mais, il faudra bien voir queeuuuhhh, ben, s'il y a des lettres partout, euuhh, l'indice sera, peut-être moins évident Donc, en gros, je dirais un deuxième point qui me parait important, c'est que, il faut que vous repériez bien, je dirai en gros, le double produit, qui est le candidat susceptible pour être le double produit. Parce que, une fois que vous repérez le double produit, je dirai, en gros, ouhhh, en gros, vous avez fait une bonne partie du chemin, parce que à ce moment là vous savez, où est le a au carré, qui peut être le a au carré, qui peut être le b au carré. D'accord Donc, c'est pas nécessairement celui du milieu, ne me dites pas que neuf c'est le double produit (il parle de $x^2 + 9 + 6x$). D'accord Donc bien repérer le double produit (il écrit cette phrase en dessous de la phrase1 et la numérote 2). En d'autres termes, en d'autres termes, moi, je ferais une conclusion, si, si on veut être sûr de soi, moi ce que je vous conseille, c'est que quand vous avez, quand vous supposez, quand vous êtes sûr d'avoir trouvé la forme factorisée, eh bien, mentalement redéveloppez, mentalement redéveloppez mentalement redéveloppez votre x plus trois au carré et regardez si c'est bien cohérent avec le résultat que vous avez Bon, après, vous aurez l'habitude, vous sauterez cette étape, mais faites mentalement une petite vérification. D'accord Moi, je vais mélanger, c'est à vous de bien repérer les choses. Bon, faisons encore de, de, d'autres exemples, x carré moins quatre x plus quatre (il écrit $x^2 - 4x + 4$). Alors, ça qu'est ce que ça serait comme identité remarquable ? Encore **Er** (qui lève le doigt) qui est en pleine forme ce matin. Alors
50	**Er**	Mais je l'ai fait ce matin
51	**En**	Ah !! Tu as fait des exercices comme ça ce matin. Alors
52	**Er**	Ben, x carré, ça fait, a c'est x
53	**En**	Oui
54	**Er**	Après pour, je parle de, ben b au carré ça fait quatre
55	**En**	Oui, donc ça va être
56	**Er**	Ben deux
57	**En**	Deux, et le signe
58	**Er**	Ça fait moins
59	**En**	Le moins et donc ça va être
60	**Er**	x moins deux au carré (l'**En** écrit $(x - 2)^2$)
61	**En**	Vous voyez, ici quand il y a x carré moins quatre x plus quatre, pour trouver le double produit, c'est pas difficile ici
62	**Er**	Non
63	**En**	C'est celui qui est précédé du signe moins, ok Si je fais ça : x carré moins quatre vingt un (il écrit $x^2 - 81$) Euuuhhh, **Do**
64	**Do**	C'est la troisième, non ?
65	**En**	La troisième, c-à-d que tu vas ? (4 sec d'attente)
66	**Do**	x carré
67	**En**	La troisième, c-à-d. Rappelle-nous la troisième, qu'est ce qu'elle dit la troisième identité ?
68	**Do**	a plus b au carré fois a moins b au carré
69	**En**	Attends, il y a beaucoup de carrés là. Tu dis
70	**Do**	a plus b
71	**En**	Oui
72	**Do**	Fois a moins b
73	**En**	Voilà, a plus b fois a moins b (qu'il écrit). Et ça, qu'est ce que c'est quand je développe ?
74	**Do**	a au carré
75	**En**	a au carré
76	**Do**	Moins b carré

77	**En**	Moins b carré. Donc, ça veut dire qu'à la place de a tu as mis quoi ?
78	**Do**	Je mets x
79	**En**	A la place de a tu as x et à la place de b, on a mis quoi ?
80	**Si**	Neuf
81	**Do**	Neuf
82	**En**	Neuf. Donc, on va (il regarde **Do** en l'incitant à répondre, mais pas de réponse pour 5 sec) A la place de a on met x, donc, on écrit x
83	**Do**	x moins neuf, non on doit commencer par plus
84	**En**	Ben, comme tu veux, x plus neuf ou a moins neuf, facteur de
85	**Do**	x moins neuf
86	**En**	x moins neuf. Donc, voilà, x plus neuf facteur de x moins neuf (il écrit = $(x + 9)(x – 9)$). Ok Si j'écris ça, x carré, plus, quatre (il écrit $x^2 + 4$, 10 sec de silence)
87	**Si**	Il faut renverser les signes, il faut faire moins x carréhhh, non, pardon
88	**Ti**	Si, si il faut faire moins quatre
89	**Es**	Si moins x carré
90	**En**	Pourquoi là, vous hésitez là. Parce que c'est plus quatre, c'est ça ? Est-ce que vous reconnaissez, est ce que vous reconnaisseeeez, euuhhh
91	**Cha**	On peut faire
92	**En**	Alors, on peut faire quoi ?
93	**Cha**	x carré moins, moins quatre
94	**En**	On peut faire x carré moins, moins quatre dit-elle. (il attend 4 sec, aucun élève ne réagit) C'est pas idiot ça, de faire moins, moins quatre
95	**Si**	Non, mais un carré est toujours positif
96	**En**	Ahhh !! Qu'est ce que tu dis Si, un carré est toujours
97	**Si**	Positif
98	**En**	Oui, alors, quel rapport avec le
99	**Si**	Ça fera x carré, x entre parenthèses, non, x plus, plus euhh, moins deux, non
100	**Ti**	C'est pas possible, puisque moins, moins quatre c'est quatre, il faut
101	**En**	C'est quatre ou moins quatre ?
102	**Si**	Mais en fait c'est pareil
103	**Ti**	Moins moins quatre c'est toujours quatre
104	**Si**	Mais, c'est pareil, c'est pareil
105	**Do**	En fait un carré n'est jamais négatif
106	**En**	Ah !! Il me semble, là quand je dis, bon, la formule, c'est normalement c'est a au carré moins b au carré. Donc pour a, ça ne pose pas de problèmes, on voit bien que c'est x et pour b, ça veut dire que b au carré c'est moins quatre. Or, **Do** vient de nous dire que le carré d'un nombre, le carré d'un nombre réel, il ne peut pas être négatif. Donc là, c'est impossible (il écrit à côté de $x^2 – (-4) \rightarrow$ impossible). Impossible, impossible avec les connaissances qu'on a, impossible de faire une factorisation
107	**Cha**	Après on l'apprendra ?
108	**En**	C-à-d que, euh, après, après suivant l'esprit que vous ferez, vous apprendrez à, à répondre à ce, ce genre de, de questions. Mais, quand vous avez, x carré plus quatre, à cause du plus, bien que vous ayez un bon réflexe, en disant, c'est, c'est moins, moins quatre, à cause du plus, vous êtes coincés. Ça ressemble à a carré moins b carré, mais c'est pas a carré moins b carré, c'est a carré plus, b au carré. Et, bon, si vous vous en apercevez pas, vous vous rendez compte qu'ici, que, ben, vous obtenez un carré qui est négatif, ce qui est à notre connaissance pas possible. Donc, là, résoudre, factoriser si possible les expressions suivantes, là vous me répondrez que c'est pas possible, parce que c'est pas, ça fait pas partie d'une identité remarquable
109	**Do**	On ne peut pas faire, euh, x carré moins plus quatre ?
110	**En**	Eh, ben non !! Si je mets moins plus quatre, x au carré moins plus quatre, moins fois plus, ça fait pas plus, ça fait moins. Je peux changer l'écriture à condition de respecter les règles. Ici, c'est les règles de signe. Tu voulais dire Ch quelque chose (il a levé son doigt)
111	**Ch**	S'il y avait un signe moins devant x au carré
112	**En**	Alors, s'il y avait un signe moins, ça c'est autre chose. S'il y avait un signe moins

		comme ceci (il écrit : $-(x)^2 + 4$ (*)), moins x au carré plus quatre. Alors, est ce que celle-ci je peux la factoriser ?
113	**Cha**	Ben, si on pourrait, on peut la changer (elle mime le changement de l'ordre des termes)
114	**En**	On peut changer, on peut les échanger, on peut changer l'ordre comme dit **Cha**, et écrire quatre moins x au carré (il écrit à la suite de (*) = $4 - x^2$) Donc, si je change l'ordre, je vais écri, bon, je vais camoufler en disant. Bon, si je donne x au carré moins quatre vingt un, je dirais, ça ne pose pas de problèmes. Mais si je donne, moins x au carré plus quatre, donc, je mets pas le signe moins au bon endroit, vous, vous remettez de l'ordre
115	**Ti**	Et s'il y avait moins x carré moins quatre
116	**En**	Attend. Comme tout à l'heure, bien repérer la cohérence de la formule. Vous remettez de l'ordre et vous allez écrire quatre moins x au carré. D'accord et ça on peut le factoriser. C-à-d, ça donne quoi ici ?
117	**Si**	Ça va donner deux moins x
118	**En**	Deux moins x, facteur de
119	**Els**	Deux plus x
120	**En**	Deux plus x, d'accord. Attention, respecte bien l'ordre Cha, hein, le x vient en deuxième position, donc il faut le mettre en deuxième position
121	**Ti**	Et le moins x au carré moins quatre
122	**En**	Alors, il y avait une question, si j'ai moins x carré moins
123	**Ti**	Quatre
124	**En**	Moins quatre. Alors, qu'est ce que vous pensez de moins x au carré moins quatre ?
125	**Cha**	C'est la même chose que plus
126	**En**	C'est la même chose
127	**Cha**	C'est comme si c'était x carré plus quatre
128	**En**	C-à-d, est ce que tu, si c'est la même chose est ce que tu peux le montrer par un petiiiit, une petite manipulation ?
129	**Cha**	Eh, ben, non, je ne sais pas.
130	**En**	Non. Mais **Cha** a bien vu et a dit que c'est la même chose que x plus quatre. Il y a une petite manip pour laquelle je pense
131	**Ti**	On n'a pas le droit d'inverser les signes
132	**En**	Non, mais elle propose ça, elle dit, si il y avait ça (il parle de $-(x^2) - 4$), c'est comme celui là (il parle de $x^2 + 4$). Quel lien y a-t-il entre les, les deux
133	**Cha**	Moins et moins ça fait plus
134	**En**	Parce que moins et moins ça fait plus. Qu'est ce qu'il y a en commun là ?
135	**Si**	Le x carré est négatif, on n'a pas le droit
136	**En**	Oui, enfin, il y a moins x carré, donc ça c'est négatif. Alors, qu'est ce qu, alors
137	**Ti**	Moins entre parenthèses plus x carré, et on ferme la parenthèse
138	**En**	Ah ! J'ai pas envie de fermer la parenthèse. Allez
139	**Si**	Ah ! Plus quatre
140	**En**	Voilà ! (il écrit $-(x^2 + 4)$) Si je mets moins en facteur, **Cha**, si je mets moins en facteur, ça fait moins facteur, bon, de plus x carré, x carré, on est d'accord, plus quatre. Donc j'ai moins et entre parenthèses je retrouve mon x au carré plus quatre. D'accord, et x au carré plus quatre, c'est pareil. C'est qu'en fait, euuuhh, on a changé tous les signes en des signes opposés, d'accord. Donc, là, on se rend compte que ben, comme tout à l'heure, on ne peut pas factoriser, sinon, on est conduit à faire quelque chose qui ne va pas. Donc, il faut faire bien attention à ce qu'on écrit. Moi, j'en poserais une dernière alors, puisqu'on se pose des cas, on se pose le cas où, où ça coince. Et si vous avez ça (il écrit $(-x)^2 - 4$), entre parenthèses moins x au carré et moins quatre
141	**Si**	Moins x entre parenthèses au carré, ça fait plus x, non ça fait plus x carré
142	**En**	Alors, tu dis, moins x entre parenthèses, ça fait moins x fois moins x, c'est la même chose que x carré moins quatre (il écrit à la suite de $(-x)^2 - 4 = x^2 - 4$). Alors x au carré moins quatre, on sait faire, on l'a écrit ici (il montre $(x + 2)(x - 2)$). Ou bien alors, vous dites c'est a carré moins b carré, ce sont bien des carrés. Donc, vous dites que le a ici, c'est moins x, et que le b, puisque quatre c'est deux au carré, vous dites que le b c'est deux. Voilà, donc, ça vous fait, moins x, moins x moins deux, facteur de moins x plus deux (il écrit $(-x - 2)(-x + 2)$). Ok, on a le droit de l'écrire comme ça. C'est bon, vous êtes à peu près au point ?

		Qu'est ce qu'il y a **Pal** ? Tu expliques de, qu'est ce qu'elle n'avait pas compris **Pal** ? (**Pal** et **Liz** discutaient)
143	**Pal**	Je ne sais pas, je
144	**Liz**	Non, puisque c'est x au carré plus quatre, on ne peut pas l'écrire x au carré plus deux au carré ?
145	**En**	Si tu veux, x au carré plus deux au carré (à la suite de $x^2 + 4$, il écrit = $x^2 + 2^2$) Bien sûr qu'on peut écrire ça. Mais, est ce queee, ça te permet une factorisation ? (il regarde **Liz** qui ne réagit pas) Non, parce que c'est x au carré, moins, deux au carré qu'il faudrait avoir et là, t'as plus deux au carré
146	**Es**	Monsieur
147	**En**	A cause du signe plus, tu es coincé. **Es**
148	**Es**	On ne peut pas mettre au carré, élever le tout au carré ?
149	**En**	Est-ce que j'ai le droit d'écrire, Ah ! Question d'**Es** : est ce que j'ai le droit d'écrire ça ? Après tout, est ce que, alors, je reprends, x carré plus quatre , x carré plus deux au carré et puis ensuite, au, d'écrire x carré plus deux carré
150	**Si**	Mais, il y a le double produit
151	**En**	Attends
152	**Es**	J'aurai mis le tout au carré. Parenthèse x plus, et le tout au carré (l'**En** écrit = $(x + 2)^2$).
153	**En**	Alors, **Es** après tout, se fatigue bien la vie, hein, x carré plus deux au carré, selon la loi de M. **Es** c'est x plus deux, entre parenthèses, au carré. Alors, qu'est ce que vous en pensez ?
154	**Si**	Il manque le double produit
155	**En**	Si, alors, je l'ai dit, pensez peut-être, mentalement, à vérifier en développant, si vous êtes sûrs d'avoir factoriser comme ceci (il montre $(x + 2)^2$). Redéveloppe x plus deux au carré, mentalement, qu'est ce que ça donne ? (il s'adresse à **Es**)
156	**Es**	Ben, ça fait x au carré
157	**En**	x au carré, pas mal
158	**Es**	Euh, quatre x
159	**En**	Quatre x, on fait le double produit
160	**Es**	Et puis quatre
161	**En**	Et puis quatre, alors, le x au carré, d'accord, le quatre, c'est deux au carré, et tu m'as parlé d'un quatre x ? J'ai peut-être pas pris mes bonnes lunettes. Est-ce qu'il y a quatre x là (il montre $x^2 + 2^2$)
162	**Si**	Ça va faire moins quatre x, non
163	**En**	Attend, on va, est ce qu'il y a quatre x ici ? Le quatre x n'y est pas, d'accord, le fait de mettre x plus, x au carré plus deux au carré égal x plus deux au carré. Tu fais, je dirais une, je dirais une faute dans le sens que là il y a le double produit (il trace un arc sous $(x + 2)^2$ et écrit double produit), il y a le double produit ici, alors que là il n'y a pas de double produit (il trace un arc sous $x^2 + 2^2$ et écrit : pas de double produit), d'accord. Donc, d'un côté, il y a quelque chose en plus, il y a le double produit qui n'est pas là. Donc t'as pas le droit de dire que ça c'est, que ça c'est pareil, c'est différent. Hein, il faut bien se rappeler que a plus b au carré c'est bien a au carré plus b au carré plus deux ab. Mais a plus b au carré, c'est pas a au carré plus b au carré (il écrit sous les trois formules des identités remarquables $(a + b)^2$ n'est pas égal $a^2 + b^2$) Celle-ci elle est fausse, celle-ci elle est fausse, il faut le double produit, nécessairement il faut le double produit. Oui, encore des questions ? Oui **Ch**
164	**Ch**	Pour moins x au carré plus quatre, on ne peut pas changer les signes, on ne peut pas factoriser ? C'est moins entre parenthèses
165	**En**	Alors, on revient encore à moins x au carré plus quatre. Donc, **Ch** dit : moi, je mets moins en facteur et j'écris
165	**Ch**	x au carré moins quatre
166	**En**	Moins x au carré moins quatre ((il écrit $-(x^2 - 4)$). Bien sûr qu'on a le droit de faire ça, on peut, enfin on a le droit, on peut le faire. Et à ce moment ça donnera quoi ?
167	**Ch**	Moins
168	**En**	Moins
169	**Ch**	x moins deux
170	**En**	x moins deux, oui

171	**Ch**	Fois x plus deux
172	**En**	Voilà, fois x plus deux (il écrit – (x – 2)(x + 2)), d'accord.
173	**Ti**	On se complique la vie, car il y a un plus (il parle de $x^2 + 4$)
174	**En**	Je sais pas si on se complique la vie, on essaye de factoriser, d'accord. On se rend compte, hein, je pense que vous voyez que là, il y a plusieurs analyses qui sont possibles, d'accord. Il y en a qui trouve que ces analyses sont compliquées, d'autres qui sont plus à l'aise dans cette démarche. Et comme je dis souvent, à partir du moment où vous respectez les règles, si tu mets le signe moins en facteur entre parenthèses, et si tu dis, ben voilà, je mets un moins et je change les signes, c'est correct. Si tu tombes sur x carré moins quatre, ben tu peux le factoriser. D'accord. Ici, tu mets le signe moins en facteur, ça fait moins, parenthèses x carré plus quatre, mais là, tu ne vas pas m'inventer une factorisation qui n'existe pas, pour des raisons qu'on a données, c'est que, un carré ne peut pas être négatif. D'accord Donc, vous pouvez, il y a plusieurs façons de raisonner. Puis je dirais, la factorisation peut prendre plusieurs formes, suivant la position du signe moins, etc. Alors, j'aurai juste éveillé votre, votre petiteeuh, votre curiosité, on fera pas tout de suite, mais simplement, pour vous dire, et ce genre de choses (il écrit $x^2 – 2$), est ce que je vais pouvoir la factoriser par exemple, x carré moins deux
175	**Si**	On connaît pas le, le carré de deux
176	**En**	On connaît pas le carré de deux, c'est peut être paaas
177	**Ti**	On fera racine de deux
178	**Si**	Si, racine de deux
179	**En**	Ah !!! Donc, vous êtes en train de me dire que deux
180	**Ti**	C'est pas un carré qui se finit.
181	**En**	C'est pas un carré qui se finit
182	**Cha**	C'est zéro quarante sept
183	**En**	Non, c'est pas zéro quarante sept. Mais
184	**Er**	On a appris ça en quatrième
185	**En**	Oui, vous avez appris ça en quatrième, c-à-d il y a un nombre dont le carré est deux. C'est avec le théorème de Pythagore, hein. C'est le nombre qu'on note symboliquement comment ?
186	**Si**	Racine de deux.
187	**En**	Racine de deux. Donc, je peux toujours écrire que x au carré et puis à la place de deux, je mets racine de deux au carré (il écrit $= x^2 - (\sqrt{2})^2$)
188	**Se**	Du coup, il faut remplacer le deux par son carré
190	**En**	Oui, mais qu'est ce que je reconnais comme identité remarquable ici ? Je vais avoir la troisième x carré moins a au carré, moins racine de deux au carré, donc ça va être x
191	**Si**	x moins racine de deux
192	**En**	x moins racine de deux, facteur de
193	**Si**	x plus racine de deux
194	**En**	x plus racine de deux (il écrit $(x - \sqrt{2}) (x + \sqrt{2})$ D'accord Donc l'intérêt des racines carrées, c'est ça. C'est de dire, n'importe quel nombre positif moins plus deux, n'importe quel nombre positif, en fait, c'est le carré de sa racine carrée. Donc, je vais toujours pouvoir factoriser une expression qui est comme ça, en utilisant si besoin la racine carrée. D'accord Dernier petit, petite remarque au passage et puis après, on fait des exos. Si j'écris ceci, euuuuh, quatre x au carré, plus, plus, euh, douze x, plus neuf (il écrit $4x^2 + 12x + 9$), alors, si vous me factorisez ceci **Ad**, est ce que tu as une idée ?
195	**Ad**	Euh,
196	**En**	Oui, **Ad**, vas-y (pas de réponse) **Bj**
197	**Bj**	On va prendre quatre x carré comme a
198	**En**	Alors, quatre x carré comme a. Euuh, soit un tout petit peu, parce queeee
199	**Do**	C'est pas deux x plutôt ?
200	**En**	Tu, tu dis quatre x carré comme a
201	**Do**	Au carré

202	**En**	J'aurai dit comme a au carré, c'est ça
203	**Bj**	a au carré
204	**En**	Oui, donc
205	**Bj**	Donc, c'est deux x au carré (sous $4x^2$ l'**En** écrit $(2x)^2$). Après, euh (3 sec de silence)
206	**En**	Alors
207	**Bj**	Douze x ça fait, non, on va faire d'abord le b
208	**En**	Oui
209	**Bj**	Neuf ça fait trois au carré (sous 9 l'**En** écrit, 3^2)
210	**En**	Oui, et après ? (on entend des réponses par ci par là) Chuchu, et après
211	**Bj**	Le douze x, ça fait deux fois deux x, fois trois.
212	**En**	(Il écrit $2 \times 2x \times 3$) Deux fois deux, quatre fois trois, douze. Donc, on a bien le double produit ici. Donc, ici, on va répondre que la forme factorisée va être (il attend une réponse de **Bj)** Va être ?
213	**Bj**	Deux x, euuh
214	**En**	Oui, deux x
215	**Bj**	Moins trois
216	**Els**	Plus trois
217	**En**	Plus trois et tout ça, exposant combien ? (il mime les parenthèses)
218	**Bj**	Euh, deux (**En** écrit = $(2x + 3)^2$)
219	**En**	Exposant deux, d'accord. Alors, je suis tombée sur le bon numéro qui, qui a bien pensé, qui a bien pensé, que quatre x au carré, le carré porte uniquement sur le x, donc il faut bien, penser, à quatre, c'est le carré de quoi ? Eh, bien c'est le carré de deux x, tout ceci entre parenthèses, au carré. Hein, bien penser à ça, c'est le carré de deux x. Donc, vous voyez comment il a fait son analyse, quatre x carré, le neuf, il a vérifié que le double produit c'était bien ça (il montre 12x), donc il a pu affirmer que c'est deux plus trois le tout au carré Alors, concrètement, votre boulot d'élèves, hein, toute cette partie qui est ici (il montre $(2x)^2$, $2 \times 2x \times 3$ et 3^2), elle peut être conduite au brouillon, hein. Moi, ce que j'attends, c'est que vous me répondiez, du tac au tac, deux x plus trois entre parenthèses au carré
220	**Si**	Pas besoin de mettre en détail
221	**En**	Nonnon, parce que après ça va intervenir dans des Ouhhh, dernière petite, je dis toujours dernière remarque. Encore une remarque
222	**Ti**	Ça marche à la calculatrice, ça ? (il montre sa calculatrice à l'**En**)
223	**En**	Celle-ci, il n'y a que la mienne qui fait des factorisations. Il n'y a que la mienne. Non, je veux dire sur vos calculatriccces
224	**Ti**	Ils ne font pas des développements ?
225	**En**	Alors,il y a des calculatrices qui font ça, c'est ce qu'on appelle, des calculatrices qui font du calcul symboliques
226	**Si**	C-à-d
227	**En**	C-à-d des calculs qui, des calculatrices qui fonctionnent avec deeees Elle comprend l'expression deux x plus trois. Tandis que vos calculatrices, même les calculatrices graphiques, elle comprend deux fois quinze, ou deux fois sept demi plus trois le tout au carré, ça elle le comprend. Mais, très peu de calculatrices, même les graphiques, les graphiques pourraient définir des fonctions, mais vous ne pouvez pas faire des calculs avec. Sauf, la mienne, celle-ci (il tire sa calculatrice de son cartable et le montre aux élèves), là, il y en a une autre, c'est un vieux modèle, qui fait ce qu'on appelle du calcul symbolique, c-à-d, elle, je, je tape cette expression là (il montre $4x^2 + 12x + 9$), je demande de factoriser, elle me répond, deux plus trois entre parenthèses au carré
228	**Ti**	Vous me la prêterez, monsieur, pour le Brevet ?
229	**En**	On ne la prête pas pour le Brevet. Euheuh Alors, je vais encore poser une petite, une petite question
230	**Do**	Est-ce qu'on a droit à la calculette au Brevet ?
231	**En**	Alors, pour la calculette, je vous rappelle, l'énoncé préciiiise, si, la calculette est autorisée ou pas ?
232	**Cha**	Mais des fois on n'a pas le droit ?

233	**En**	Jusqu'à maintenant, la calculette a été
234	**Cha**	On nous a dit qu'au Bac
235	**En**	Alors, au Bac, ils avaient, ils avaient interdit la calculatrice. Donc, je vais dire, l'énoncé précise Alors, dernière petite remarque que je voulais faire (il écrit $(2x + 1)^2 – (x – 1)^2$) (E1) Imaginons, dernier exemple (les élèves s'agitent beaucoup) Alors, imaginons que je vous propose
236	**Ti**	De factoriser ça ?
237	**En**	Ouvrez la parenthèse, deux x plus un, fermez la parenthèse, au carré, moins, parenthèse, x moins un, fermez la parenthèse au carré (**Er** et **Bj** lèvent le doigt) Et je vous demande deeee, de factoriser cette expression qui est là. **Bj**
238	**Bj**	Ça, (il montre de son doigt $(2x + 1)^2$) ça fait a et ça, ça fait b (il montre $(x – 1)^2$)
239	**En**	Alors, le premier ça, c'est quoi ?
240	**Bj**	Euh, deux x plus un au carré
241	**En**	Alors, a au carré, tu dis, c'est deux x plus un au carré. Et puis
242	**Bj**	Et b, ça fait x moins un
243	**En**	x moins un au carré, ça fait
244	**Bj**	b, b au carré
245	**En**	Donc, il a reconnu, il a reconnu, comme identité, a au carré moins b au carré (sous $(2x + 1)^2$ il écrit A^2 et sous $(x – 1)^2$ il écrit B^2, séparées par un signe (-)). Est-ce que tout le monde la voit bien cette identité remarquable ?
246	**Bj**	C'est la troisième
247	**En**	C'est la troisième. A au carré (il montre avec son doigt que A^2 c'est $(2x + 1)^2$), moins b au carré (de même pour B^2). Vous la voyez celle-ci. Il y en a qui voient peut-être autre chose
248	**Es**	Moi, je vois la première et la deuxième
249	**En**	Tu vois la deuxième
250	**Es**	La première et la deuxième, Monsieur.
251	**En**	Oui, alors, où est ce que tu vois la première ?
252	**Es**	Ben, la première c'est, deux x plus un au carré
253	**En**	Voilà
254	**Es**	Ben, la deuxième, ça fait x moins un au carré
255	**En**	x moins un au carré
256	**Si**	Est-ce qu'on peut calculer comme ça ?
257	**En**	Alors
258	**Ti**	Il faut changer le signe moins entre les deux là
259	**En**	Attends, attends. La question ici, c'est, fac, to, ri, ser
260	**Es**	Hen !
261	**En**	La question ici c'est fac, toriser. Donc, si **Bj**, nous propose, il nous dit : « Moi, je reconnais a au carré moins b au carré ». Quand on a, a au carré moins b au carré, ça va se factoriser comment ?
262	**Bj**	Euh, entre parenthèses, a moins b facteur, euh, entre parenthèses a plus b
263	**En**	Oui, a moins b, facteur, de a plus b (il écrit $(A – B)(A + B)$) Donc, en remplaçant par A et par B, qu'est ce que ça va donner maintenant, sachant queeeee, c'est pas moins A et B, c'est deux x plus un au carré moins x moins un au carré
264	**Bj**	Entre parenthèses
265	**Si**	Entre crochets
266	**Bj**	Entre grandes parenthèses
267	**En**	Entre crochets, on peut mettre des crochets si vous voulez
268	**Bj**	Deux x plus un entre parenthèses, moins, x moins un entre parenthèses
269	**En**	Oui (il écrit en même temps que Bj parle)
270	**Bj**	Euh facteur de, deux x plus un
271	**En**	Entre parenthèses
272	**Bj**	Oui, plus, Entre parenthèses, x moins un
273	**En**	Entre parenthèses ou entre crochets, ça revient au même (il a écrit à côté de (E1) $= ((2x + 1) – (x – 1))((2x + 1) + (x – 1))$(E2) Est-ce que vous voyez bien, qu'on a écrit le moins B, est ce que vous voyez bien le A plus B ? (il les montre par le doigt)

		Cha qui semble viser en fermant, en clignant un œil (elle semblait perdue)
274	**Cha**	Factoriser, c'est pas, c'est pas mettre entre parenthèses ?
275	**En**	Ça veut dire queee, dans les grandes parenthèses, on va arranger un peu les calculs maintenant. On va arranger un peu le calcul. Alors, qu'est ce qu'on va pouvoir écrire dans les grandes parenthèses ici ? (il montre (E2))
276	**Ti**	On peut supprimer les deuxièmes parenthèses
277	**En**	On peut supprimer les, les
278	**Ti**	Petites parenthèses
279	**En**	Voilà, les petites parenthèses qui sont ici (il montre (E2)) Alors, il faut faire attention, quand on supprime les parenthèses
280	**Si**	aux signes
281	**En**	Aux signegneuh
282	**Ti**	Il faut changer les signes de la deuxième parenthèse
283	**En**	Il faut changer les signes de la deuxième parenthèse par ce qu'il y a un signe moins ici Donc, qu'est ce que ça va donner ?
284	**Es**	Deux plus un
285	**En**	Deux plus un
286	**Es**	Plus
287	**Els**	Moins
289	**En**	Moins x
290	**Cha**	Plus un
291	**En**	Plus un, facteur de, deux x plus un, plus x moins un (il écrit en même qu'il dicte : (2x + 1 – x + 1)(2x + 1 + x – 1)) (E2*) D'accord
292	**Es**	Monsieur
293	**En**	Oui
294	**Es**	Vous dites, il faut changer le signe
295	**Si**	On l'a changé
296	**Es**	Ah, oui
297	**En**	Après
298	**Ti**	On va réduire
299	**En**	On va réduire les x, ça va donner quoi ? Alors deux x plus un, moins x plus un, qu'est ce que ça donne ?
300	**Ti**	Trois x plus deux (à voix très basse)
301	**En**	Ça fait trois x plus deux ?
302	**Si**	x
303	**Ti**	Non, pardon, x plus deux.
304	**En**	x plus deux, et le deuxième ?
305	**Els**	Trois x
306	**Pal**	Trois x
307	**En**	Trois x, d'accord (il écrit (x + 2)(3x))
308	**Ti**	On peut développer maintenant, monsieur ?
309	**En**	Si tu veux la forme factorisée, tu vas la laisser sous cette forme là
310	**Ti**	Oui, mais on peut pas développer ça ?
311	**En**	Si tu développes, si, on peut développer. Mais, si tu développes, on perd tout, tu perds tout le, tout le bénéfice de la factorisation
312	**Ti**	Mais, est ce qu'on peut développer ce qu'on a factorisé avec les identités remarquables ?
313	**En**	Est-ce que x plus deux plus trois x est une identité remarquable ?
314	**Ti**	Non, c'est ab, ab
315	**En**	Si tu voulais développer ça, c'est, c'est ka, c'est k facteur de a plus b, c'est ka plus kb. D'accord. Alors, ça si on veut factoriser. Mais, bien évidement, je voulais dire bien évidement on peut aussi
316	**Er**	Développer
317	**En**	Développer. A ce moment là, si je vous avez donné, deux x auuuu, deux plus un au carré, moins x moins un au carré, et si j'avais demandé de développer
318	**Er**	Ben, on fait les carrés.
319	**En**	Vous feriez les carrés. Et à ce moment là, comment disait **Es** tout à l'heure, j'ai reconnu

		deux x plus un, la première identité remarquable, deux plus un au carré, j'ai la deuxième identité remarquable, x moins un au carré, et je peux développer chacune des expressions, d'accord Alors, entre nous, soit dit, au niveau du Brevet, vous aurez souvent une expression qui va ressembler à ça (il montre (E1)). La première question, ça va être en gros, euh, je ne sais plus dans quel ordre, enfin une des questions, ça va être, développer, et puis, l'autre question, ça va être factoriser, d'accord. (3 sec de silence) On aura l'occasion de revoir ce genre d'exercices, peut-être mardi prochain pour voir comment on peut s'en sortirrreuh, etc (il parle de l'épreuve commune, **Cha** lève son doigt) Oui
320	**Cha**	En fait, je ne comprends pas ce qu'on a fait là
321	**En**	Euheuh, où ça ? Qu'est ce que tu, qu'est ce que tuuu
322	**Cha**	Là, on a développé ou on a factorisé ? (elle montre (E1) et tout ce qui a été écrit après)
323	**En**	Donc, je vais effacer, tout ça là. Ah, mince !!! Est-ce qu'on a développé ou est ce qu'on a factorisé ? Oh, en fait, qu'est ce que ça veut dire factoriser ? Chuchuchcu Qu'est ce que ça veut dire factoriser ?
324	**Es**	Oh, mince
325	**Er**	Ça veut dire mettre entre parenthèses
326	**Si**	Mettre en facteur
327	**En**	Alors, mettre en facteur, c-à-d,
328	**Er**	Ben, multiplier
329	**En**	Multiplier (il attend une suite pendant 3 sec) C-à-d que l'expression que vous allez obtenir, ça, ça, il va y avoir, bon, des choses, des lettres entre parenthèses, enfin des expressions entre parenthèses, et entre chaque parenthèse, vous allez avoir des signes, des signes multiplier. Hein, par exemple, euh, si vous avez (il écrit en même temps qu'il dicte), x plus sept, facteur de trois x plus 2, facteur de quatre x moins un, plus, écrits comme ceci (il écrit (x + 7)(3x + 2)(4x – 1)) (E3), entre chaque parenthèse vous avez un signe
330	**Es**	Moins
331	**En**	Multiplier. Donc ça, ça veut dire factoriser Si, par hasard, vous avez, un ou plus quelque chose, ou si vous avez, plus parenthèses x plus quatre (il ajoute à (E3) + (x + 4)), entre chaque parenthèses, il y a « multiplier » ici, multiplier ici, (il écrit le signe (×) entre les parenthèses de (E3)) mais là, il y a un plus (il montre (E3) + (x + 4)), c'est pas factorisée. L'expression écrite comme ceci n'est pas factorisée
332	**Cha**	Comment on peut faire ici ?
333	**En**	Eh, ben comment on peut faire ici ? J'en sais rien. Je crois qu'on est un peu coincé ici, tel que je l'ai écrite, euuuhh, c'est faux. Si vous allez factoriser, c'est un problème qui n'est pas très facile. Vous avez vu hein, c'est pas très facile, il suffit que je joue sur le double produit, il suffit que je fasse pas paraître le terme, le terme, le facteur commun, de façon, même s'il le cache, il est tellement caché, on le voit pas. Vous voyez, c'est pas quelque chose de facile Donc, quand on essaye de factoriser, on essaye de faire apparaître une écriture de la forme suivante (il montre (E2)), avec des parenthèses et entre les parenthèses un signe « multiplier » (il met (×) entre les deux grandes parenthèses). Il faut pas se tromper, il y a des grandes et des petites parenthèses, hein, donc, entre les grandes parenthèses, ici, il y a un signe « multiplier ». Et donc là, c'est a carré moins b carré, donc je dirais, ici, ici (il montre (E2)), on a répondu à la factorisation. Là, on a factorisé. A partir de là (il montre (E2*)), je dirais, ccc'est de la présentation. C-à-d, on fait en sorte que le calcul soit pluuus aiiisééé à lire, eeet à comprendre et un résultat soit écrit de façon beaucoup plus lisible. Trois x facteur de x plus deux Mais, la factorisation, au sens stricte du terme, vous l'avez écrite à partir du moment où vous avez écrit a moins b facteur de a plus b. Ce que je veux dire par là, le contrat, c'est que vous vous arrêtez pas ici (il montre (E2))
334	**Es**	Et si on s'arrête là ?
335	**En**	Ben, vous aurez, je ne vous mettrai pas la totalité des points. Tout ce que je verrai, c'est que vous avez bien reconnu l'identité remarquable, mais écrit sous cette forme là, bon on arrange un petit peu, mais surtout on va pas redévelopper. On laisse sous la forme d'une factorisation, c-à-d avec une multiplication

336	**Es**	Là Monsieur, si, si on a ce calcul dès le début, on peut arriver jusque là ? (il parle de 3x(x + 2) est ce qu'il peut retrouver (E 1))
337	**En**	Si on a x plus deux facteur de trois x, pour arriver, faire le calcul dans l'autre sens, non, je veux dire, si, non, non, non !!! Sauf si on a beaucoup d'imagination. En fait, il faut retrouver, retrouver le chemin qui est ici pour ça. Donc, il y a de forte chance pour arriver, moi je ne peux hein (on entend des rires). Donc, il y a des calculs qu'on peut faire dans un sens, et qui sont très difficiles à refaire dans l'autre sens si on les a pas écrits. Mais **La cloche sonne** Tu poses une question qui est quand même intéressante, c'est qu'une égalité, il faut bien voir, ça se lit dans les deux sens. Donc on la lit dans ce sens là, c'est le sens dans laquelle on l'a faite, mais à la limite, on peut, on peut l'écrire dans, en fait ça se lit dans l'autre sens aussi. Donc, l'égalité, elle n'est pas seulement vraie dans le sens de l'écriture, mais dans l'autre sens aussi C-à-d en gros le x plus deux, vous dites le x, ça revient, un peu, à ce qu'on a dit hier, le x, vous écrivez sous la forme deux x moins x, et le deux sous la forme un plus un, le trois x, vous dites que c'est deux x plus x, et puis vous dites, il n'y a rien après, donc, c'est plus un moins un
338	**Ti**	Mais développer, c'est faire un calcul, mais factoriser c'est
339	**En**	On va, on va y arriver. On y arrivera la semaine prochaine. Ceci va nous servir à résoudre des équations

Huitième séance d'enseignement, période 2
Enseignant : EnF2

1	**En**	Alors, voilà, voilà, je vais pas vous donner vos copies tout de suite, donc, ce que je vais faire c'est, j'ai, sur cette feuille là (il leur montre le Doc 2), j'ai, j'ai relevé des réponses que vous m'avez proposées aux différents exercices, et ce que je vais vous demandez, donc sur le transparent c'est exactement la même chose, ce que je vais vous demander, c'est d'analyser les réponses qui sont proposées On commencera par l'exercice numéro deux, parce que avec le premier groupe, on a fait l'exercice un et une partie de l'exercice deux, et avec vous, on va commencer par l'exercice deux, comme ça, notre observateur aura des informations sur la totalité des, des deux exercices Donc, d'analyser un petit peu les réponses des élèves, donc, ce sont pas des réponses que j'ai inventée, elles ne sont pas surprenantes, hein, je veux dire c'est pas une surprise, euuuhh, c'est d'essayer de comprendre, d'abord, est-ce qu'il y a une erreur ou pas selon vous, et s'il y a une erreur, essayer de comprendre ce qui s'est passé, qu'est-ce que, qu'est-ce que l'élève a mal fait ? Euh, qu'est-ce qui fait qu'il a répondu ça ? Etc, d'accord Donc, ce que je vous propose, c'est qu'on réponde à l'exercice numéro deux, on commence par le deux
2	**Es**	Deux ?
3	**En**	Oui. C-à-d, par les factorisations. Donc, vous commencez au F Alors, on va prendre peut-être deux petites minutes. Là, on va aller un peu plus vite, parce qu'on a passé une phase d'introduction un peu plus longue
4	**Es**	Comment on fait pour
5	**En**	Alors, si tu comprends l'erreur, tu prends ton crayon, tu entoures, tu essayes de, de Donc, en gros, il faut voir s'il y a une erreur ou pas. Si oui, quel genre d'erreur, qu'est ce qu'il a fait etc. (L'enseignant passe dans les rangs et observe le travail des élèves, nous avons fait de même sans trop nous approcher de leur cahier. Nous avons pu remarquer qu'ils travaillaient par groupe de deux, et ils refont la factorisation pour comparer les réponses. Trois minutes plus tard, l'enseignant s'approche de **Do)**
6	**En**	Vous réfléchissez sur le premier alors, sur le F
7	**Do**	Là, il y a en a deux (il montre le 2 dans 2x – 1)
8	**En**	Oui
9	**Do**	Là, il n'y a pas de même (elle montre $(x – 1)^2$)
10	**En**	Oui, j'aurais, j'ai pas, effectivement, j'aurai dû recopier l'énoncé ici Donc c'est ça, factorise x moins un, x plus sept (il lui montre l'énoncé qui se trouve plus haut F = (x – 1)(x + 7) +(2x + 1)(x – 1))

11	**Do**	Non, non, c'est pas possible, puisque entre les deux, il n'y a pas un fois, il y a un plus, donc là ça peut pas être au carré (il parle de $(x-1)^2$)
12	**En**	Donc, ça peut pas être x moins un au carré
13	**Do**	Ben, ça peut pas être au carré, non
14	**En**	Donc, ça serait quoi alors, si c'est pas x moins un au carré ?
15	**Do**	Euh, ça serait x moins un, euuuhhh, plusss x moins un
16	**En**	x moins un plus moins un ?
17	**Do**	Oui
18	**En**	Donc, x moins un, plus x moins un, facteur deee, de ça (il lui montre $[(x + 7) + (2x + 1]$), non ?
19	**Do**	Ben, euh
20	**En**	Prend un crayon et essaye de, essaye de voireuh, de voireuh
21	**Si**	J'ai trouvé
22	**El**	Quoi ?
23	**En**	Bon, **Si,** si tu avances, s'il y en a qui avancent vite, peuveeuh Alors, tu retrouves les bonnes réponses, mais est-ce que tu as vu les, les ? Est-ce que tu serais capable de qualifier les, les, les erreurs ?
24	**Si**	J'ai fait la racine de tout
25	**En**	La racine de tout, le neuf x carré, ça serait pour le J, ça serait trois x, voilà
26	**Ti**	Il faut être prof de math pour comprendre les erreurs des élèves.
27	**En**	C'est comme le reste, hein, je veux dire c'est, c'est
28	**Es**	Monsieur, il faut donner tout simplement les erreurs, n'est-ce pas ça ?
29	**En**	S'il y a des erreurs, essaye de les repérer, comme ici, tu as vu pour le F, donc, on peut laisser tomber le carré. Si on laisse tomber le carré, ça serait bon ?
30	**Es**	Non
31	**En**	Alors, qu'est-ce qu'il faudrait faire alors, si
32	**Es**	Il faut faire le calcul complet, non ?
33	**En**	C'est « factoriser », hein, donc,
34	**Es**	Factoriser, c'est pour moi
35	**En**	Alors, passe, passe au deuxième alors, parce que le deuxième le G Alors, les filles là, **Eq**, et Alors
36	**Eq**	Normalement dans les règles, il faut faire ce qui est multiplication avant les additions, mais ça c'est « développer » et pas « factoriser »
37	**En**	Oui, alors, comment
38	**Eq**	Puisque en fait quand j'ai vu ce
39	**En**	Alors, on parle du F, alors
40	**Eq**	Oui, quand je l'ai vu, je me suis dit queee, lui, il a fait ça, après entre parenthèses, il fait l'addition. Mais, normalement on fait la multiplication, puis l'addition. Donc, tu dois faire ça, ça et après (elle voulait dire développer $(x-1)(x+7)$)
41	**En**	Oui, mais, si tu fais ça fois ça, tu fais le développement
42	**Eq**	Oui, je sais
43	**En**	D'accord. Donc, est-ce que ça ressemble, est-ce que ça ressemble là, si vous prenez vos notes ou les, les documents que vous avez, en gros, elles disent, si j'ai bien compris, elles disent bon, développer j'y arrive, hein, puisque la multiplication est prioritaire, je fais ça fois ça, mais la factorisation, c'est, c'est dans l'autre sens. Alors, quel est le maître mot, quelle est la, la formule, ou quel est le modèle, qu'on utilise pour la factorisation ?
44	**Pal**	C'est k
45	**En**	Alors, voilà c'est ce à quoi je pensais, alors c'est k
46	**Pal**	Fois a plus b
47	**En**	Et ça, c'est
48	**Pal**	a moins b (elle écrit sur la feuille devant elle $k(a + b)$ et en dessous $k(a-b)$)
49	**En**	Tout ça ne veut rien dire, c'est k parenthèse a plus b, k parenthèse a moins b
50	**Pal**	C'est k fois a plus k fois b
51	**En**	C'est k fois a plus k fois b. Alors, essaye de les écrire sur une seule ligne, essaye de relier ce qui va ensemble, essaye de ka plus kb, pour les relier d'une façon mathématique, on met, on met un signe très particulier
52	**Eq**	Egal

53	**En**	On met un signe égal, voilà (**Pal** met = entre k(a + b) et ka + kb) Alors, donc, euuuhhhh, emmmm, alors je vous ai dit dans, suivant le sens dans lequel on le lit, une égalité ça se lit dans les deux sens, suivant le sens dans lequel on le lit, on va parler soit du développement, soit de la factorisation, est-ce que vous souvenez de ça ? Dans le sens où vous l'avez écrit, par exemple, k parenthèse, a moins b, égal ka moins kb, si je le lis dans le sens, dans l'écriture ici, qu'est ce que je fais, un développement ou une factorisation ?
54	**Pal**	Euh
55	**En**	Je fais, je fais un
56	**Eq**	Un développement
57	**En**	Je fais un développement, donc, dans ce sens là, je fais un développement, et si je fais dans l'autre sens ?
58	**Pal**	Une factorisation
59	**En**	Une factorisation. Donc, pour voir une factorisation, il faut que je repère k fois a, k fois b, avec un signe plus ou un signe moins
60	**Eq**	Hmm
61	**En**	Donc, un facteur qui est commun, et si ce facteur j'arrive à l'identifier, je peux, la factorisation dit, que je peux réécrire ce calcul d'une autre façon, en mettant, en mettant le facteur commun, une parenthèse, ce que représente a, moins ce que représente b, ou ce que représente a plus ce que représente b. Alors, si vous regardez le F ici (il leur montre F = (x – 1)(x + 7) +(2x + 1)(x – 1)), est-ce que vous repérez un modèle qui ressemble à k facteur de a plus b, ou ka plus kb
62	**Eq**	C'est ça non (elle montre ka + kb), puisqueee, ces deux là sont pareils, donc, ça c'est k (elle montre (x – 1)), c'est k fois a plus k fois b
63	**En**	Donc. On repère quelque chose comme ça, et on demande de factoriser, donc, ça va être, une lecture à rebours, hein, enfin, on va remonter ici. Donc, le, qui, qui joue le rôle de k ?
64	**Eq**	x moins un
65	**En**	C'est x moins un. Qui joue le rôle de a ?
66	**Eq**	Euh, x plus sept
67	**En**	x plus sept. Qui joue le rôle de b ?
68	**Eq**	Deux x plus un
69	**En**	Donc, en écrivant x moins un, écris le, écris le ici (il lui demande de l'écrire sous les formules que **Pal** a déjà écrit). Donc, je dois écrire, x moins un, parenthèse, alors, le a c'est quoi ? x plus sept entre parenthèses, plus
70	**Eq**	Comme ça ?
71	**En**	Oui, oui, c'est ça, plus deux x plus un, fermer la parenthèse et ferme ton crochet (**Eq** écrit (x – 1)[(x + 7) + (2x + 1)] (C1)) Donc, voilà, une fois. Donc, j'ai k facteur de a plus b, alors le a plus b, je peux faire le calcul de x plus sept entre parenthèses, plus parenthèse deux x moins plus un. Ça donne quoi ça ? Je peux, je peux le simplifier un tout petit peu ce qui est dans le crochet
72	**Pal**	Euh, ça fait
73	**En**	Trois x plus huit, donc trois x plus huit entre parenthèses (elle écrit sous le crochet de (C1) (3x + 8)), ccce qui est entre crochet c'est la même chose que ça (il lui montre (3x + 8)), et j'ai devant toujours mon x moins un, d'accord
74	**Eq**	Oui
75	**En**	Donc, quand j'ai écrit ça, x moins un, crochet, parenthèse, x plus sept, plus parenthèse, deux x plus un, fermer la parenthèse, fermer le crochet, j'ai factorisé, d'accord Alors, maintenant, j'ai un tout petit peueuh, il y a des calculs dans les crochets que je vais pouvoir effectuer, parce que x plus sept, plus deux x plus un, je peux l'arranger sous une forme qui est plus simple, qui est trois x plus huit et j'ai bien sous forme d'un produit, k fois quelque chose Alors, ça, ça semble être la forme factorisée, alors, est-ce que c'est ce que propose l'élève ?
76	**Eq**	Non
77	**Pal**	Non, il a mis au carré
78	**En**	Il a mis au carré. Alors, est-ce que, là, donc là il faudrait, si on enlève, si on enlève le carré, est-ce que c'est juste ou pas ?
79	**Eq**	Non
80	**Pal**	Oui
81	**En**	Ben, oui, par rapport à ce que vous avez fait, ça me semble, si on enlève le carré, ça me

		semble être correct, d'accord Alors, il a mis le carré, alors si on veut essayer de comprendre pourquoi il a mis le carré, on pourrait se dire, peut-être parce qu'il y a le k et le k, il y a deux fois le k, bon on peut penser à ça, il a mis un carré, mais il y a pas de carré à mettre, hein, d'accord, on va rester là avec vous, ok. Il y a pas de carré à mettre, on a déjà repéré le facteur commun Bon, allez, euuuuuuuh, jeeeeeeeeeee, on fait le point ? Alors, on fait le point jeunes gens (12 sec de pause) C'est bon, on peut, on peut reprendre nos, nos (2 sec de pause), notre activité commune ?
82	**Es**	Oui
83	**En**	Alors, monsieur **Es**
84	**Es**	Pourquoi moi ?
85	**En**	Ah ! monsieur **Es**, il veut pas, pourquoi moi ? Alors, qui
86	**Es**	C'est bon, je veux (il se lève pour passer au tableau)
87	**En**	Non, mais « Speak » de ta place, hein. Qu'est-ce que tu penses de la factorisation pour le F ?
88	**Es**	Ben, en fait, euh, l'énoncé, c'est x entre parenthèses x moins un, et x plus sept plus deux x plus un entre parenthèses x moins un
89	**En**	Oui, alors
90	**Es**	Et lui, ce qu'il a fait, c'est x moins un, au carré, et il ne doit pas faire ça
91	**En**	C-à-d, il devait faire quoi ?
92	**Es**	Euh, ben, il a bien repéré que c'était a, car il est deux fois
93	**En**	Il a bien repéré, il a bien repéré que c'était
94	**Es**	x moins un c'était
95	**En**	C'était le facteur commun, d'accord.
96	**Es**	Voilà
97	**En**	C'était k, il a bien repéré que c'était, voilà k, euh, c'est bien x moins un, mais
98	**Es**	Mais, il doit pas le mettre au carré
99	**En**	Il doit pas le mettre au carré, parce que tu fais référence à quoi, peut-êtreeuuh
100	**Es**	k plus a k plus b, égal, à kab, un peu comme ça
101	**En**	Ohlala, c'est un peu flou, k plus a plus k plus b, c'est égal à kab. Donc, alors, si on met dans l'ordre les opérations
102	**Si**	ka plus kb
103	**En**	Voilà, c'est k fois a plus k fois b, égal, k facteur, entre parenthèses a
104	**Es**	ab
105	**En**	Pas ab, a plus b. Donc c'est cette formule là, k fois a plus k fois b c'est k entre parenthèses a plus b (il écrit au tableau ka + kb et en dessous k.(a + b)). Donc, écrit sous cette forme là, k fois entre parenthèses a plus b, moi j'ai mis un point, mais on peut mettre multiplier, c'est donné sous la forme factorisée, d'accord. Donc, t'as bien repéré le coefficient k, qui est commun, chuchu, les garçons, mais, c'est pas parce qu'il y en a deux qu'il faut mettre k au carré, c'est k, d'accord, ok, c'est bein Euh, tout le monde avait bien repéré avec ça Euh, Do avait repéré, tout le monde, **Liz** oui (elle a levé le doigt)
106	**Liz**	Non
107	**En**	Non, t'avais pas repéré pour le F ? Ça te semblait, qu'est-ce qui, t'avais trouvé une autre erreur ou tu avais, ça te semblait normale ?
108	**Liz**	Non, j'ai pas compris
109	**En**	Tu n'as pas compris ?
110	**Liz**	Pourquoi ça été fait ?
111	**En**	Pourquoi ça été faux ?
112	**Liz**	Non, pourquoi ça été fait ?
113	**En**	D'accord, vous n'avez pas compris le raisonnement de l'élève, mais est-ce que
114	**Liz**	Pas le raisonnement de l'élève, mais le calcul en lui même
115	**En**	Bon, et, et, tu veux, tu veux qu'on donne, euh, qu'on donne la réponse finale pour éclairer un peu les choses ou pas ? On a (il écrit en même temps qu'il parle), x moins un facteur de x plus sept, plus
116	**Es**	Entre parenthèses deux x plus un
117	**En**	Plus un, facteur de x plus sept, donc
118	**Es**	Moins sept, moins un
119	**En**	On va y arriver, moins un (il écrit (x – 1)(x + 7) +(2x + 1)(x – 1) (C2))

		Alors, merci, donc, est-ce qu'on identifie bien la forme ka plus kb (il explique en identifiant avec ka et kb qui est écrit au tableau) Tu me fais signe que oui, parce que **Liz**, tu as repéré le facteur commun, c'est qui ?
120	**Liz**	Le k, c'est x moins un
121	**En**	Donc c'est k fois a plus k fois b (il écrit en gros k . a + k . b), d'accord. Le k, c'est x moins un, le a c'est
122	**Liz**	x plus sept
123	**En**	x plus sept, le b c'est
124	**Liz**	Deux plus un
125	**En**	Donc, pour le factoriser, c'est k fois parenthèse a plus b, donc k fois a plus b (il écrit en dessous de k . a + k . b, k .(a + b)). Donc le k, c'est quoi ?
126	**Liz**	x moins un
127	**En**	x moins un, donc c'est tout ça (il écrit en dessous de (C2) = (x – 1)), donc j'ouvre une parenthèse, le a tu m'as dit
128	**Liz**	x plus sept
129	**En**	C'est x plus sept, plus
130	**Liz**	Deux x plus un
131	**En**	Voilà, voilà, deux x plus un et je mets bien entre parenthèses pour bien désigner que le b est tout ce pac là (il mime la parenthèses de 2x + 1, et il écrit en tout (x – 1)((x + 7) + (2x + 1)) (C3)) Et puis après, ça c'est factorisé (il montre (C3)), écrit comme ça, j'ai factorisé, alors, après, on, on présente les calculs de façon, de façon un petit peu plus, un petit peu plueuuh, je dirai accessible, x plus sept plus deux x plus un, x plus deux x ça fait trois x, plus sept plus un, plus huit (il écrit (C3) = (x – 1)(3x + 8)). D'accord
132	**Es**	Je ne savais pas que c'était aussi simple
133	**En**	Tu ne savais pas que c'était aussi simple, mais les mathématiques euh
134	**Liz**	Je pense qu'il y a deux façons pour faire
135	**En**	Alors c'est quoi tes deux façons ?
136	**Liz**	Ou on ouvre la parenthèse, ou
137	**En**	Ah, non, c'est pas deux façons de factoriser. Quand tu as ka plus kb, égal k parenthèses a plus b (il écrit ka + kb = k(a + b)), ce sont deux calculs, ce sont deux calculs qui ont, euh, qui sont identiques, c'est ça qu'il faut bien Le signe égal veut bien dire ce sont deux calculs qui donnent le même résultat, ok Bon, écrit sous cette forme là (il montre ka + kb), c'est ce qu'on va appeler la forme développée, et écrit sous cette forme là (il montre k(a + b)), c'est la forme factorisée. D'accord
138	**O**	Quelles sont ces deux façons ?
139	**Liz**	Les deux façons, on fait le calcul de base, on développe les parenthèses
140	**En**	C'est quoi le calcul de base, par exemple pour x moins ?
141	**Liz**	Non, c'était un peu confus dans ma tête, je ne savais pas quoi
142	**En**	C'était un peu confus dans sa tête, mais enfin bon, est-ce que, est-ce que ? Ecrit sous forme factorisée, c'est donner le résultat sous cette forme là, alors, après, si on peut faire le a plus b, on fait le a plus b et on se rend compte que dans certains, euh, je ne vais pas refaire la même anecdote, après le trois x plus huit, si ça peut s'arranger, on refactorise, etc, etc. Bon, on continue, parce que l'heure tourne, nous sommes au G, alors le G. Qu'est-ce que vous pensez du G, qui est-ce qui va intervenir pour le G ? **Do**
143	**Do**	Non
144	**En**	Non, t'as pas réussi pour le G. C-à-d, tu penses que c'est correct, ou tu penses qu'il y a une faute, et t'arrives paaaas àaaaaa
145	**Es**	En fait
146	**En**	Chuchu, attend
147	**Do**	Euh, je crois qu'il y a une faute avec ces deux là (il montre (5x – 2) (3x + 4))
148	**En**	Ces deux là sont cinq x moins deux et moins parenthèse cinq moins deux
149	**Do**	Il y en a qui saute, c'est pas logique
150	**En**	Il y en a un qui saute, c'est pas logique dit-il, Ah !! Il y en a un qui saute, pour ces deux là, et là (il montre l'expression G), et puis, il y en a un qui a disparu, c'est pas logique, alors
151	**Es**	C'est le moins qui a disparu

152	**En**	C’est
153	**Es**	C’est le moins un qui a disparu, si on fait, il parait que c’est le moins
154	**En**	C’est pareil que là c’est ka plus kb
155	**Es**	Non, non, c’est pas pareil, puisque, c’est a et b, non c’est difficile
156	**En**	Non, c’est difficile, **Si**
157	**Si**	Il a oublié que
158	**En**	Chuchutt, on écoute
159	**Si**	Que cinq x moins deux, c’est fois un. Le un qui était masqué, donc, il a oublié de faire moins dans le second
160	**En**	Voilà, c-à-d que, si j’écris trois x plus quatre facteur de cinq x moins deux moins cinq x moins deux, donc tu dis, il y a, il y a un qui est masqué (il écrit en même temps qu’il parle : (3x + 4)(5x – 2)- (5x – 2))
161	**Si**	Moins un
162	**Ti**	Non, c’est cinq x fois moins deux fois, fois un
163	**En**	Donc, il y a fois deux, moins deux fois un. En fait, il faudrait l’écrire, l’interpréter comme ça (il écrit ´ 1 à la suite de (1))
164	**Ti**	Ça revient au même, comme ça on a, on a
165	**En**	Tu dis ça revient au même, si on écrit fois un ou pas écrire fois un, ça change pas l’égalité, c’est toujours le même calcul, mais, avec fois un ça nous permet de voir quelque chose **Eq** ou **Liz**, ça nous permet de voir, est-ce qu’on est dans le modèle de, de, d’une des deux écritures ?
166	**Er**	Ben, on a k facteur de a plus b. Comme on a déjà k qui est cinq x moins deux
167	**En**	Oui
168	**Er**	Fois a qui est trois x plus quatre, et après, euh, plus b, plus un
169	**En**	Plus, enfin moins, en l’occurrence ici, moins
170	**Er**	Moins un
171	**En**	Moins un. Donc, on voit bien ici, le k fois a moins k fois b, et (il tape au tableau avec la craie pour attirer l’attention des élèves qui ne suivent pas) le fois un, il n’est pas écrit au départ, mais il est là (il montre (1)) D’accord, donc, on doit écrire cinq x moins deux, facteur de, trois x plus quatre, ça c’est le a, moins, un (il a écrit (3x + 4)(5x – 2) – (5x – 2) × 1 = (5x – 2)[(3x + 4) – 1] = (5x – 2)(3x + 4 – 1) = (5x – 2)(3x + 3)) Il y a ce un qui est ici, et **Si, Ti** s’il te plait. Il y a **Si** qui a dit et **Ti** aussi, il y a ce un, il n’est pas mis, mais il est là parce que ça ne change rien. Donc, la factorisation c’est trois x plus quatre, parenthèse, ah non, pardon, cinq x moins deux, parenthèse, facteur de trois x plus quatre, moins, moins un (il écrit en même temps qu’il parle (5x – 2)[(3x + 4) – 1]). Et trois x moins un plus quatre, c’est trois x plus, plus trois Donc, cinq x moins deux, facteur de trois x plus trois. Alors il y a **Ch** qui a poussé le, lele, les, l’élégance en disant trois x plus trois, je peux mettre à nouveau trois en facteur (il écrit = 3(5x – 2)(x + 1)). Je crois que tu as fait ça **Ch,** trois facteur de, x plus un. Alors, pourquoi, t’as, t’as voulu mettre trois en facteur, en plus ?
172	**Si**	C’est mieux ou pas de mettre trois en facteur ?
173	**En**	C’est mieux ou pas ? Là, je n’en sais rien, les avis ne sont pas partagés, Disons que, là, la forme est factorisée (il montre 3(5x – 2)(x + 1)), donnée sous une forme très intéressante, enfin, d’accord, sachant que l’idée c’est de se dire, écrit sous une forme factorisée, après on pourra résoudre facilement des équations. Enfin, un certain types d’équations Alors, dans certains pays, euuhh, et puis certains professeurs dans l’école ici, ils demandent qu’on mette trois en facteur ici (il montre 3(5x – 2)(x + 1))
174	**Si**	C’est plus facile à trouver
175	**En**	Disons, c’est, c’est, si c’est un peu plus difficile à penser à trois, après ça facilite les choses. Par contre, ici, ils disent, non c’est pas la peine de mettre cinq en facteur parce qu’il y a cinq x et moins deux, ça fera pas pareil avec des fractions. Mais bon, parce que là, on a des nombres entiers. Mais moi, ce qui m’intéresse surtout, est-ce que vous arrivez à la forme factorisée qui sera exploitable par rapport au problème ? La réponse c’est oui Alors, revenons à nos moutons, fois un est très important. S’il vous manque un facteur, s’il vous manque un facteur, c’est fois un ici, ok Leeeeeeeeeeeeeeeee H ehhh. Qu’est ce qui s’est passé, alors, il y une petite faute sur les parenthèses ici (il montre (1)), il y a un crochet, une parenthèse, mais c’est pas sur la

		parenthèse que la faute est faite, hein. Il y a un crochet, une parenthèse, quatre x moins deux et après la parenthèse n'est pas fermée
176	**Es**	Qu'est ce qu'il y a ?
177	**En**	Il y en a une qu'il faudrait refermer ici, hein (il montre (1)). Disons que la faute, elle est, elle est, même, même en étant oublié, c'est pas la faute là. Alors, qu'est-ce queuhh (9 sec de silence), qu'est-ce que vous en pensez ? Oui, **Do** (il a levé son doigt) parce que **Ch** (il a aussi levé le doigt) il a vingt sur vingt, donc, il a sûrement la bonne réponse, **Do**
178	**Do**	Il n'a pas divisé, euh, huit x moins quatre par euh, par deux ?
179	**En**	Il a divisé huit x moins quatre par deux. En gros, il a remarqué que huit x moins quatre c'est le double de quatre x euh, quatre x moins deux
180	**Ti**	Oui, mais c'est pas logique
181	**En**	Attends attends, laisse le terminer Donc, est-ce que c'était bien remarqué ou pas ?
182	**Do**	Ben, je sais pas
183	**En**	Ah !!
184	**Si**	Si, il n'a pas compensé
185	**Do**	Il a juste mis un
186	**Es**	Il s'est trompé avec
187	**En**	Il s'est trompé dans quoi ? L'idée que quatre x moins, que huit x moins quatre en divisant par deux c'est quatre x moins deux, c'est une bonne idée. Maintenant, est-ce qu'il l'a bien exploité ? C'est la question, la question qu'il faut se poser. **Ti**
188	**Ti**	Moi je pense, il a raison puisqu'il a dit quatre x moins deux en facteur, qui est commun entre quatre x moins deux et huit x moins quatre. Par contre, je ne comprend pas pourquoi est-ce qu'il a mis la parenthèse avec quatre x moins deux
189	**En**	Ce quatre x moins deux avec la parenthèse qui manque là (il montre (1)). C'est celui là, alors, pourquoi ?
190	**Ch**	Je pense qu'il a mis au carré à la place de fois deux
191	**En**	Ah, alors
192	**Si**	Entre deux fois et au carré
193	**En**	Voilà, et ça je l'ai vu Alors, je reprends l'énoncé (il écrit en même temps qu'il parle) C'est que, huit x moins quatre, alors, **Do** a bien vu que c'est quatre x moins deux, d'accord Euheuh, enfin, c'est le double de quatre x moins deux, et à mon avis, comme **Ch** l'a dit, il a dû confondre deux fois quatre x moins deux avec quatre x moins deux au carré (il écrit $2 \times (4x - 2)$ et en dessous $(4x - 2)^2$). Je veux dire par là, on parlait de la didactique tout à l'heure, je veux dire par là une chose, euh, ce qui me parait important, c'est que souvent vous me dites : « Ah, ouioui, c'est bon, j'ai compris » Vous dites ça, ou « j'ai fait une faute d'étourderie ». Mais, il faut que vous alliez plus loin, c-à-d, l'élève qui a fait ça, il va dire, bon, j'ai bien repéré le quatre x moins deux, c'est un bon point, donc ça **Do** c'est très bien Maintenant, l'erreur qui est faite, dans ma tête, ou ça c'est pas bien claire, et ça c'est une erreur que, rassurez vous, vous êtes pas le premier, et puis, euh, vous serez sûrement pas les derniers à faire cette erreur là. C'est qu'il y a une confusion entre le double et le carré
194	**Ti**	On pourrait pas changer le signe entre
195	**En**	Attends, attends
196	**Ti**	Le carré, et la multiplication
197	**En**	Attends, ça serait encore pire, encore une grosse confusion, heineuh, si, si à la place de deux fois deux, on avait, on pourrait coder la multiplication par quelque chose qui ressemble au carré, ça serait encore, encore l'horreur. Mais c'est vrai, c'est une convention d'écriture Donc la confusion, c'est pas de dire : Ah !! J'ai fait une erreur d'inattention, mais c'est de se dire : Tiens, je suis en train de confondre, le carré de quelque chose avec le double de quelque chose. Comment ça se fait que je confonds le carré avec le double de quelque chose ? Si on avait la réponse, je vous la donnerai, hein. Les didacticiens nous dirons comment, pourquoi on confond toujours le carré et le double?
198	**Er**	On pense à deux
199	**En**	Hein, parce que on pense à deux. Parce que dans sa tête, on dit peut-être, deux au carré

		c'est quatre. Oui, mais oui, quatre c'est deux fois deux. Ah, oui, alors, trois au carré, vous répondez neuf des fois, mais des fois vous répondez six. C'est la même bêtise. Les didacticiens vont nous donnez une réponse
200	**Er**	C'est qu'on confond le double et le double. Alors
201	**En**	Le double et le double
202	**Er**	Le double fois deux, et le double le nombre fois le nombre
203	**En**	Le double et le carré, tu veux dire
204	**Er**	Oui, quand j'étais plus petit, je confonds le carré et le double, le double et le carré
205	**En**	Oui, rassurez vous, c'est une erreur classique Alors, maintenant, qu'est-ce qu'on peut trouver pour que les élèves aient une piqûre de, je ne sais pas quoi, d'antidouble ou d'anticarré pour confondre
206	**Ti**	On propose
207	**En**	Chuchuchu, on propose rien. On continue Donc, l'erreur qui a été faite, l'erreur qui a été faite, c'est ça, c'est que il a confondu, hein, il est dans cette logique là. Et à ce moment, sa démarche, chuchu, s'il vous plait. Sa démarche, ça devient tout à fait logique, sa démarche est tout à fait logique, mais elle est basée sur une faute au départ. Une faute d'interprétation, de confusion, **Pa** et **Eq**, une confusion entre le double et le carré. D'accord Donc, la factorisation, chuchuchu, s'il vous plait, qu'il faudrait mettre, ça serait quoi ? Donc, si on ne confond pas le carré avec le double, ça serait, deux facteur de quatre x moins deux, moins deux x plus un facteur de quatre x moins deux (il écrit en même temps qu'il parle $(8x - 4) - (2x + 1)(4x - 2) = (2 \times (4x - 2) - (2x + 1)(4x - 2)$ (A)), la factorisation, ça serait quoi ? Chuchuchuchu
208	**Es**	Quatre x moins deux
209	**En**	Alors, quatre x moins deux, facteur de quoi ? (il écrit sous (A) = $(4x - 2)$)
210	**Es**	Facteur de
211	**En**	Le facteur commun on l'a ici (il montre $(4x - 2)$ dans (A)).
212	**Es**	Deeuh, deux
213	**En**	Deux
214	**Es**	Euh, moins
215	**En**	Oui, c'est un moins là
216	**Es**	Moins deux x plus un
217	**En**	Deux x plus un (il écrit (A) = $(4x - 2)[2 - (2x + 1)]$ D'accord, alors que la personne qui a proposée, elle a fait ça (il écrit $(4x - 2)^2 - (2x + 1)(4x - 2) = (4x - 2)[(4x - 2) - (2x + 1)]$ Le facteur commun est quatre x moins deux [Inaudible] Donc, comme conclusion, il ne faut pas faire la confusion entre le carré et le double Bon, on passe au suivant, le I, x deux plus dix x plus vingt cinq
218	**Si**	Elle n'a pas vu une identité remarquable
219	**En**	Alors, elle n'a pas vu que c'est une identité remarquable. Elle n'a pas vu
220	**Er**	Elle n'a pas vu le premier
221	**En**	Et alors, et alors, x facteur de x plus dix, fermer la parenthèse, plus vingt cinq, **Eq**, qu'est-ce que c'est comme, commeeuh, est-ce que c'est une forme factorisée ?
222	**Es**	Ah, non !!
223	**En**	Non
224	**Si**	Il y a un plus
225	**En**	Il y a un plus, lequel ? Parce que j'en vois deux, moi, plus
226	**Si**	Plus vingt cinq
227	**En**	C'est le plus de, plus vingt cinq. Alors, à cause de plus vingt, c'est pas une forme factorisée. Donc, on ne trouve pas k fois entre parenthèses a plus b Donc, dans une forme factorisée, la dernière opération qu'on fait, c'est quoi ? Quand j'ai k fois entre parenthèses, a plus b, la dernière opération, c'est quoi ? La dernière opération qu'on fait, c'est une multiplication ?
228	**Si**	C'est une addition
229	**En**	C'est l'addition, d'accord Donc, là, il n'a pas repéré une identité remarquable, il a factorisé une partie, x facteur de x plus dix, il a factorisé quelque chose, mais, le plus vingt cinq [Inaudible] Alors, J égal neuf x carré moins six x plus un. Qu'est-ce que vous en pensez là ?
230	**Do**	Il a factorisé, mais il s'est trompé

231	**En**	Il a factorisé, mais il s'est trompé. Alors, **Do**
232	**Do**	Si on développe neuf x moins un au carré, ça fait quatre vingt un x carré
233	**En**	Alors, tu dis, si on développe neuf x moins un au carré, on obtient quatre vingt un x carré. Donc, la réponse ça devrait être quoi ?
234	**Pal**	Trois x
235	**En**	C'est trois x qu'il fallait faire. Alors, vous avez vu la confusion, vous avez vu la confusion qui a été faite avec les racines carrées ?
236	**Es**	Quand on fait au carré, on peut mettre
237	**En**	En gros, est-ce que neuf x au carré c'est la même chose que neuf x entre parenthèses au carré ?
238	**Es**	Oh, lala !! Encore une fois. Quand on fait neuf x entre parenthèses au carré
239	**En**	Oui (il écrit $(9x)^2$)
240	**Es**	C'est comme si c'était neuf fois x au carré
241	**En**	Neuf fois x au carré, alors
242	**Es**	Et ça fait quatre vingt un x au carré
243	**En**	Et c'est pas la même chose que neuf x carré (il écrit $9x^2$)
344	**Es**	Il y a le x au carré qui vient d'abord
245	**En**	Donc, il y a priorité pour le carré
246	**Es**	Et le neuf ça fait neuf
247	**En**	Alors, neuf x carré, c'est le carré de quoi ?
248	**Es**	Le carré de trois x
249	**En**	Ah !! Le carré de trois x. Alors, quand on dit, trois x carré, est-ce que vous l'entendez comme ça, est-ce qu'on sous entend les parenthèses ou pas ? Est-ce que quand on dit trois x carré, on dit (il écrit $(3x)^2$), on sous entend les parenthèses ou pas ? On voit que pour certains élèves, on ne sous entend pas les parenthèses [Inaudible]
250	**O**	C'est préférable de dire trois x le tout au carré
251	**En**	Oui, donc, au niveau du langage, on peut dire trois x le tout au carré, on fait des périphrases, etc. On dira, on ouvre les parenthèses, on ferme les parenthèses, etc. **La cloche a sonné** Ok, le K, le K, quatre vingt un x carré, moins quarante neuf
252	**Er**	Il n'a pas vu la troisième identité remarquable
253	**En**	Alors **Er** dit qu'il n'a pas vu la troisième identité remarquable, et **Pal** (qui lève le doigt), qu'est-ce que tu en dis
254	**Pal**	Il manque neuf x plus sept
255	**Si**	C'est neuf x moins sept facteur de neuf x plus sept
256	**En**	Voilà, donc, c'est neuf x moins sept facteur de neuf x plus sept. Et le dernier, le dernier, le L
257	**Er**	Il n'a pas la deuxième identité remarquable
258	**Ch**	C'est la troisième, non ?
259	**En**	Alors, c'est la troisième, la deuxième, ou quoi ?
260	**Er**	Il y a la première et la troisième
261	**En**	On fera peut-être ça la prochaine fois

Neuvième séance d'enseignement
Enseignant : EnF2

1	**En**	Chuchuchch. Alors, on va commencer. Je vais vous distribuer en fin du cours, on a travaillé la dernière fois sur les analyses d'erreurs, donc je vous distribuerai, j'aimerai qu'on écouttteuh (il hausse le ton de sa voix), **Ti** Je vais vous distribuer un corrigé. Alors, je me suis pas trop fatigué pour corriger, j'ai pris la, la copie de **Ch**, que j'ai photocopiée. Donc, elle vous donnera le corrigé à ce niveau là. Bien, mais ça je vous le distribuerai en fin d'heure. Je veux qu'on commence, qu'on continue sur les Equations, les Equations Produits. Donc, je vais vous distribuer un document. Alors ce document va nous faire réfléchir sur ces équations, ce qu'on a appelé, les Equations Produits (2 min pour retrouver les photocopies qu'il passe à un élève pour les distribuer) Alors, je vais vous, chuchuchuchuchu, bon, j'aimerai qu'on écoutteuh là, ça suffit Alors, je vous donne un document, euuuh, qu'on va commenter ensemble, sur lequel on va travailler une petite, une petite demi heure (Il expose en transparent sa photocopie du

		Doc 3, mais il cache les réponses) Donc, le document s'appelle, le document s'appelle, donc produit, produit euh, équations produits et factorisation. Donc, alors, ce qu'on va essayer de voir, c'est comment va, quelle propriété, euh, on va utiliser pour résoudre un certain type d'équations. Donc, on va rappeler quelques propriétés qui me paraissent évidentes. C'est que, quand je fais, on va prendre deux petites minutes là, ce qui me parait élémentaire, mais bon, on ne sait jamais, j'aimerai bien que vous me calculerai ses différents produits, rapidement, si on peut allez vite à ce niveau là
2	**Cha**	On multiplie par zéro
3	**En**	Oui, à partir du moment, comme dit **Cha**, à partir du moment où quoi ?
4	**Es**	On multiplie par zéro
5	**En**	A partir du moment où on multiplie par zéro, ça va toujours donner comme résultat la valeur (il regarde la classe pour entendre une réponse)
6	**Es**	Zéro
7	**En**	La valeur zéro. Donc, on peut dire, on peut dire que (il lit les produits de la première colonne), cinq fois zéro, zéro fois douze, zéro fois sept virgule cinquante six , ça fait zéro. Le un milliard fois zéro cinq moins un demi, entre parenthèses, est ce que ça fait zéro aussi ?
8	**Er**	Oui, zéro cinq moins un demi c'est zéro
9	**En**	Oui, voilà, zéro cinq moins un demi ça fait bien zéro (il passe à la deuxième colonne) Maintenant, si je mets des lettres ? t plus un fois zéro
10	**Els**	c'est zero
11	**En**	c'est zéro
12	**Ti**	A partir du moment où il y a zéro dans, dans
13	**En**	A partir du moment où il y a fois zéro quelque part, dans une multiplication
14	**Es**	C'est fini
15	**En**	On peut dire, voilà, c'est fini, c-à-d que le résultat va toujours donner la valeur
16	**Els**	Zéro
17	**En**	La valeur zéro, d'accord. Donc, on a, on doit avoir quelque chose qui ressemble à ça (il montre $(t + 1) \times 0$), c-à-d que, quelque soit la forme du calcul, donc, le produit donne un résultat qui vaut zéro Donc ça va nous permettre de, de compléter les, les deux phrases que vous avez : La première : si vous avez un produit de facteur
18	**Es**	Si un facteur
19	**En**	Ah ! Pardon. « Si un facteur d'un produit, donc, là, vous avez des produits de facteurs, cinq facteur zéro, alors, si un facteur d'un produit est nul, alors » qu'est ce que je peux dire de ce produit ? (3s d'attente pour une réponse) « Il, est, nul » Inversement, inversement, « si un produit de facteurs, si vous avez un produit de facteurs qui est nul » (il souligne en rouge le mot nul), ça veut dire que, à ce moment là, un des facteurs, au moins un, va être égal à (il attend une réponse)
20	**Ti**	Zéro
21	**En**	Zéro. Donc, « au moins un des facteurs est nul » (il souligne en rouge le mot nul) En gros, ce qu'on pourra, ce qu'on pourra résumer, c'est que, on dira des fois
22	**Es**	C'est nul
23	**En**	C'est nul, oui (toute la classe rit) Alors, on dira pas comme ça, on dira, mais, c'est plus qu'attend l'inspection de notre part, mais c'est ce qu'on fait souvent : Un produit de facteurs est nul, si et seulement si, l'un, des facteurs, du produit est égal à zéro. « Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul » (il souligne en rouge les mots nul)
24	**Ti**	On ne peut pas dire c'est l'opposé ou l'inverse
25	**En**	C'est autre chose, on va voir, hein, euh ! Le fait de dire que A fois B est égal à zéro (il écrit en rouge sur le transparent AB = 0), ça veut dire que A est égal à zéro, ou B égal à, B est égal à zéro (il écrit en rouge sur le transparent A = 0 ou B = 0) D'accord, alors, ça, ça me semble, ça me semble assez, assez élémentaire, continuons un petit peu sur cette feuille là (il parle du Doc 3) Alors, l'exemple (il parle du premier exemple dans le cadre du doc 3) que je vous donne me parait assez simple, mais on commence par quelque chose assez simple. Je donne

		deux exemples. Je prends une première expression que j'appelle grand E, qui dépend de la lettre x, qui dépend de x, qui est égale à moins cinq x (on lit dans le Doc E = -5x). Donc, il est bien clair que ce produit, cinq fois e, cinq fois e ne peut être nul que si je donne à x la valeur
26	**Es**	Zéro
27	**En**	Zéro Si je prends F, quatre tiers de cinq plus euuhhh, de x plus cinq ou cinq plus x, ce produit ne peut être nul, ou il sera nul, si je donne, si je dis que le nombre, le nombre ici, cinq plus x est égal à, zéro. Puisque je vais avoir un produit qui est nul, comme c'est pas quatre tiers qui est nul, ça on le sait, ça veut dire que x plus cinq est égal à zéro, à savoir que x est égal à (il demande par un geste de tête une réponse de quelqu'un)
28	**Es**	Moins cinq
29	**En**	Moins cinq, ok Donc, le fait d'avoir une expression grand E égal à zéro, ou grand F égal à zéro (il souligne en rouge sur le diap à côté de l'exemple E = 0, F = 0), ça va nous permettre de trouver des valeurs ou des conditions sur petit x. En gros en d'autre terme ça va nous permettre de résoudre une équation. Ok Alors, je voudrais juste, dans ce petit tableau ici (il montre le second cadre du Doc 3), que, l'on donne, un tout petit peu, les conditions, n'est ce pas **Liz**, les conditions sur x, sur les lettres qui apparaissent, pour que le produit en question soit égal à, à zéro D'accord, alors, il faut compléter, j'ai barré une partie de la phrase, il faut compléter, donc, vous avez x plus quatre fois cinq est égal à zéro (il lit la première équation : (x + 4) × 5 = 0), qu'est ce que je peux dire sur x ? Si a facteur de b moins un est égal à zéro, alors qu'est ce que je peux dire, sur a ou peut être sur b ? (il explique la deuxième équation : a × (b – 1) = 0) Alors, **Es** (qui lève le doigt)
30	**Es**	x est égal à, moins quatre
31	**En**	Alors, pour le premier, je peux dire que quand j'ai x moins quatre égal à zéro, je peux dire que x égal moins quatre, nous dit votre camarade (il écrit -4 en rouge sur le transparent à la suite de x =) Vous êtes d'accord que si je remplace x par moins quatre, moins quatre plus quatre, ça fait zéro, zéro fois cinq, ça fait bien zéro. Ça marche. Euh, quand j'ai a fois b moins un égal zéro, qu'est ce que je peux dire de a ?
32	**Els**	a égal zéro
33	**En**	Le a, il fait que ça soit égal à zéro. Parce que zéro fois b moins a, b moins un, c'est égal
34	**Si**	Il faut que b soit égal à moins un
35	**En**	Ou bien, voilà, ou bien, b, il faudrait qu'il soit égal à
36	**Er**	Plus un
37	**En**	Plus un, parce que a fois plus un moins un, ça fait a fois zéro, ça fait, ça fait zéro (il écrit -0 ou b = 1 en rouge sur le transparent à la suite de x =) x moins un fois x plus deux égal zéro (il lit la troisième équation : (x – 1) × (x + 2) = 0), qu'est ce que je vais pouvoir dire sur le x ?
38	**Er**	Soit il égal à un soit il est égal à moins deux
39	**En**	Voilà, soit il est égal à un, soit il est égal à moins deux. Donc, soit x égal un, si je remplace x par un, un moins un fois un plus deux, ça fait zéro fois trois, ça fait bien zéro. Et si je remplace x par moins deux, moins deux moins un, ça fait moins trois, fois deux, moins deux plus deux, ça fait zéro, et moins trois fois zéro, ça fait bien zéro
40	**Ti**	En ce cas là alors, on dit qu'il y a deux valeurs possibles
41	**En**	Alors, on verra, on verra en terme de résolution d'équations, ça veut dire que il y a deux valeurs possibles pour x, hein ! Si a facteur de a plus cinq égal zéro (a(a + 5) = 0), qu'est ce que je peux dire de a ?
42	**Es**	Soit c'est zéro
43	**En**	Soit c'est zéro, soit c'est
44	**Es**	Moins cinq
45	**En**	Soit c'est moins cinq (il écrit 0 ou a = 5 en rouge sur le transparent à la suite de x =) Et si je prends y plussss, quatre, fois y moins un, égal dix, qu'est ce que je peux dire de y ? (il lit la cinquième expression (y + 4)(y – 1) = 10) Oui (il donne la parole à **Be**)
46	**Be**	Soit moins quatre soit un

47	**En**	Soit moins quatre soit un
48	**Be**	Ah, mais c'est dix
49	**En**	Ah !! Qu'est ce que tu dis ??
50	**Be**	C'est égal à dix
51	**En**	C'est égal à dix. Ah ! C'est égal à dix. Alors, qu'est ce qui va C'est égal à dix, ça veut dire quoi **Be** ? Quand tu avais répondu moins quatre et un, je crois que tu avais confondu quelque chose
52	**Be**	Eh, ben, soit six, soit un
53	**En**	Alors quelle règle tu utilises ? Pour me dire que c'est six et pour me dire que c'est
54	**Be**	Un
55	**En**	Alors, quelle règle tu utilises ?
56	**Be**	Euh, c'est euh, y plus quatre est égal à dix
57	**En**	Oui
58	**Be**	Ça fait six, fois un moins un ça fait zéro
59	**Els**	Non
60	**Be**	Ah, non !!!
61	**Si**	On ne peut changer de valeurs
62	**En**	Ben, ce produit de facteurs, il est égal à dix, est ce que dans ce produit de facteurs, quand pour avoir dix, est ce que ça veut dire que l'un des facteurs, à savoir, y plus quatre ou y moins un, est ce que ça veut dire que l'un des facteurs est égal à dix ?
63	**Be**	Non
64	**En**	Ben, non. Vous pouvez avoir deux, vous pouvez avoir cinq, vous pouvez avoir dix, euh, dix neuvième et puis neuf, c-à-d un produit de facteurs est égal à dix, ben, si un produit de facteur est égal à dix, c'est tout ce que, on peut rien dire sur les facteurs a priori Par contre, si c'est égal à zéro, donc, il faudra bien faire attention, si c'est égal à zéro, c-à-d si vous avez une forme factorisée et si vous voulez prédire des valeurs sur y, prédire des valeurs sur a, prédire des valeurs de a et de b, il faut bien s'assurer que après le signe égal vous avez bien zéro, si vous avez dix, vous ne pouvez pas répondre directement. Peut être qu'on peut le faire autrement, ça dans les classes supérieures vous apprendrez à la faire
65	**Ti**	y est différent de quelque chose
66	**En**	Ben, j'en sais rien. On peut, on peut, on peut rien dire de, de précis écrit comme ça, d'accord
67	**Si**	Ça veut dire que y est différent de moins quatre déjà, parce que si non, ça ferait zéro
68	**En**	Ah, on peut dire que y différent de moins quatre, Oui ! Tu peux trouver des valeurs, c'est sûrement pas moins quatre, parce que moins quatre plus quatre, par moins quatre moins un, ça fait sûrement pas dix, puisque c'est zéro fois, mais on peut dire aussi ça peut être différent de un, ça peut être diffèrent de deux, parce que deux plus quatre, ça fait six, on va toutes les passer en revue, hein, six facteur de deux moins un, ça fait un Bon, ce qu'on essaye de trouver, c'est les valeurs pour que ça marche, par ce qu'il y en a très peu, alors que pour les valeurs où ça marche pas, il y en a beaucoup Le suivant là, alors, j'ai bien mis égal à zéro ($x \times (x + 7) + (x - 1) = 0$), qu'est ce qu'on peut dire ? Oui (il donne la parole à **Er**)
69	**Er**	x est égal à zéro, ou moins sept, ou un
70	**En**	Alors, on me dit x égal à zéro ou bien x, alors j'ai x égal à zéro parce que j'ai x fois quelque chose, x égal moins sept parce que j'ai x plus sept, et puis x égal un parce que j'ai xxx moins un
71	**Si**	Non, par ce qu'il y a plus quelque chose. Il faut que, il faut que la deuxième, non la troisième non la deuxième parenthèse soit nul, il faudrait que ça soit un et si c'est les autres, forcément il n'y aura pas de zéro et il n'y aura pas de facteurs qui seront nuls
72	**En**	Parce que c'est un signe
73	**Si**	Plus
74	**En**	Parce que c'est un signe plus. Alors, attention, par exemple, si vous remplacez, Es, si vous remplacez x par zéro, ça fait bien zéro fois sept, donc ça fait zéro, plus zéro moins un, ça fait moins un, et moins un n'est pas égal à zéro. Donc, en remplaçant x par zéro, ça ne marche pas. En remplaçant x par moins sept, ça ne marche pas non plus, pour les mêmes raisons, d'accord. Et en remplaçant x par moins un, ça ne marche pas non plus,

		parce que ça vous fait, un fois un plus sept, ça fait huit, une fois huit, huit, et huit plus zéro, c'est pas égal à zéro Donc, pour pouvoir utiliser cette propriété là, il faut, donc, un produit de facteurs est nul, alors ce produit nul, ou si, si un des facteurs du produit nul alors ce produit est nul, donc a fois b est égal à zéro, si seulement si, équivaut à dire a égal à zéro ou b égal à zéro, il faut absolument que vous ayez d'une part égal à zéro, donc si c'est égal à dix, on est coincé. Et il faut d'autre part, dans la première partie, dans le premier membre de l'égalité, il faut que vous ayez une forme qui soit fac, to, ri, sée, sous forme de produit. **Do** (il a levé le doigt)
75	**Do**	Vous avez dit que les valeurs c'était
76	**En**	Pour celle-ci, pour la deuxième
77	**Do**	Non
78	**En**	Là, a facteur de a plus cinq
79	**Do**	Oui, je ne l'ai pas pris
80	**En**	Alors, je vais vous mettre mon transparent (il cherche son transparent sur lequel il y a les réponses), alors vous avez comme valeur, celui qui est là (il montre la troisième équation) Donc, on a zéro, un ou moins deux, ça marche, Oh ! Pardon, on a un ou moins deux, ça marche. Là, c'est factorisée (il revoit les équations l'une après l'autre), là c'est factorisée, là c'est factorisée, on a bien égal à zéro, là aussi, par contre pour les deux dernières, on peut pas conclure comme ça, puisque, on a ssssssoit égal à dix, ce qui nous convient pas, soit quelque chose qui n'est pas factorisée, ok Donc, cette propriété là, cette propriété là, cette série de propriétés : un produit de facteur est nul, si et seulement si l'un des facteurs est nul, il faut s'assurer que vous ayez bien, une multiplication, donc, en d'autres termes, une forme factorisée. Et, d'autre part, que ça soit bien égal à zéro, d'accord. Passons maintenant aux équations Alors, les équations, vous les avez déjà observé, déjà résolu en cinquième, en quatrième. En cinquième, on ne les appelait peut être pas équation, on les appelait peut être opération à trou, mais vous avez de toute façon, vous avez déjà manipuler des équations bien évidement. Alors, rapidement, je voudrais, euh, je voudrais qu'on examine en détail tout ça. Donc, qu'est ce que c'est qu'une équation ? Est-ce que vous savez, est ce que vous pouvez me dire ce que c'est une équation, qu'est ce que euh
81	**Si**	Quelque chose qui est égal à quelque chose d'autre
82	**En**	Quelque chose qui est égal à quelque chose d'autre
83	**Si**	Avec une lettre
84	**En**	Avec une
86	**Si**	Avec une lettre ou un facteur qu'on connaît pas
87	**En**	Avec une lettre ou un facteur qu'on connaît pas, **Ti** s'il te plait
88	**Cha**	C'est une opération où il y a au moins un inconnu
89	**En**	C'est une opération où il y a
90	**Cha**	Au moins un inconnu
91	**En**	Où il y a au moins une inconnue
92	**Es**	Un inconnu
93	**En**	Un inconnu, une inconnue on dit plutôt, puisque c'est une valeur, une lettre, d'accord
94	**Cha**	Un nombre
95	**En**	Et c'est un nombre. Alors, est ce que c'est une inconnue, un inconnu, euheuh, d'usage, on dit plutôt une inconnue, enfin bref. En tout cas, en tout cas, effectivement, il y a une égalité, il y a une égalité et il y a une lettre, alors en général, cette lettre on l'appelle x, on peut l'appeler autrement, ça n'a pas d'importance, il y en a au moins une, hein, tu as dit (il regarde **Cha**), il y a au moins une inconnue, euh, et puis il peut y avoir plusieurs, deux, trois, quatre, cinq, six. En général, déjà deux, on ira jusqu'à deux. Et, euh, c'est, euh, alors, il y a une expression, c'est une égalité, souvent cette égalité, en gros, ce que vous vous allez rencontrer, c'est une égalité qui va être du genre, une expression, où est ce que je vais l'écrire ? (il cherche de la place sur son transparent pour écrire) Ici, une expression, c'est ce que j'ai écrit ici, (il montre le transparent), qui dépend d'une variable, qui s'écrit avec une variable, petit x par exemple, vous allez avoir, trois x plus cinq égal, mettons quatre x, on peut avoir ça (il écrit dans la place qu'il a recherchée $3x + 5 = 4x$). Ou bien x au carré égal x, on peut

		avoir ça aussi, ok. Donc une expression qui va être égal à une autre expression. Et, qu'est ce que, qu'est ce que, euh, qu'est ce qu'on fait à ce moment là ? Le fait d'avoir une égalité, d'avoir une égalité, entre deux expressions, qu'est ce qu'on en fait ?
96	**Ti**	Calcul
97	**Si**	On détermine x
98	**En**	On essaye de déterminer la valeur de x qui permet de dire quoi ?
99	**Es**	D'avoir un résultat
100	**En**	Alors, qu'est ce qu'on doit vérifier ? Qu'est ce qu'on doit. Par exemple, si j'écris, si j'écris euh, si j'écris ça, je vais prendre les deux exemples dont j'ai parlé, j'ai parlé de x au carré égal x, j'ai parlé de trois x plus cinq, je crois, égal quatre x (il écrit au tableau $x^2 = x$ à gauche du transparent) Alors, quand j'écris ça, x au carré égal x, est ce que ça veut dire que d'aurénavant, le carré d'un nombre c'est égal au nombre lui-même ?
101	**Els**	Eh, ben non
102	**En**	On vous dit suffisamment, attention, ne confondez pas le x au carré avec le x, c'est pas la même chose, d'accord Par contre, quand vous vous posez, quand vous étudiez ceci sous forme d'équation, vous vous posez une question : N'y a-t-il pas des valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie ? D'accord, parce que je sais bien que x au carré c'est pas la même chose que x. Néanmoins, y a-t-il des valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie ? Je dirai se poser cette question là, se poser cette question là, c'est, c'est faire quoi ?
103	**Ti**	Un
104	**Si**	Il y a un et zéro
105	**En**	Il y a un et zéro. Bon, mais se poser cette question là, c'est ce qu'on appelle
106	**Cha**	Réfléchir
107	**En**	Réfléchir, oui, ça c'est réfléchir pour retrouver un et zéro. Mais, quand je vous dit : y a-t-il des valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie ?
108	**Si**	On admet une valeur, et je sais si ça change
109	**En**	Je sais pas si on admet, mais ça, c'est ce qu'on appelle : on va ré sou dre l'équation. Et le fait de dire que un et zéro sont les seuls nombres qui permettent d'écrire l'égalité, de vérifier cette égalité, c'est dire que un et zéro sont les so lu tions, sont les solutions de l'équation. Reprenez l'exemple, souvent vous dites, euh, x au carré égal à deux x, et moi, je fais tout mon cinéma, en disant : ne dites pas que le carré c'est la même chose que le double. Par contre, on peut se poser la question : est ce qu'il y a des nombres, des valeurs de x, est ce qu'il y a des nombres pour lesquels cette égalité là elle est vraie ? D'accord Répondre à cette question, c'est résoudre l'équation, et on sait qu'il y a deux nombres pour lesquels ça marche
110	**Si**	Il y a deux
111	**En**	Il y a deux et
112	**Si**	Zéro
113	**En**	Et il y a zéro. D'accord, alors
114	**Ti**	De toute façon, zéro, il marche avec tout
115	**En**	Zéro, il marche avec tout. Eh, ben, il marche avec celui là, trois x plus cinq égal quatre x ?
116	**Ti**	Ah !! Non !!
117	**En**	La réponse là, si je remplace x par zéro, c'est sûrement pas une égalité qui est vraie, d'accord. Donc
118	**Ti**	Quand il n'y a que des x ça marche
119	**En**	Si, si je change la forme de l'équation, je vais pouvoir trouver effectivement des solutions, hein, d'accord Donc, alors, c'est ce que je vous ai mis, c'est ce que je vous ai mis un petit peu ici dans le document (il parle du doc 3), donc, une expression qui dépend de la variable, qui, qui est souvent noté x, mais, c'est pas, c'est pas systématique, on peut l'appeler autrement. Alors, vous savez, je ne suis pas remonté au, au au début, hein, vous savez, vous pouvez transformer les équations de façon à toute amener dans le premier membre de l'égalité. Hein, avec des règles, des opérations, je dirai mathématique, par exemple, quand j'écris trois x plus cinq égal quatre x, qu'est ce que je peux faire pour transformer cette euuhh, oui **Cha** (qui lève le doigt)

120	**Cha**	Je crois que je peux écrire cinq égal quatre x moins trois x
121	**En**	Voilà, je peux écrire cinq égal quatre x moins trois x (il écrit sous 3x + 5 = 4x, 5 = 4x – 3x) **Pal** on écouttteuh. Alors, cinq égal quatre x, x moins trois x, alors qu'est ce que j'ai fait pour passer de la première à la deuxième ligne ?
122	**Cha**	J'ai changé de signes
123	**En**	Alors, soit tu dis je passe trois x de l'autre côté, je change de signes, ou alors, ça c'est une règle qu'on peut retenir, mais mathématiquement qu'est ce qu'on a fait ? Er
124	**Er**	On a soustrait x des deux côtés
125	**En**	Alors, c'est pas x, mais c'est
126	**Er**	Trois x
127	**En**	On a soustrait trois x de chaque côté, de façon à pouvoir transformer l'écriture ici (il montre 3x + 5 = 4x), et est ce que je peux avoir, en gros, est ce que je peux me débrouiller pour avoir zéro d'un côté, et puis l'expression, une expression de l'autre ?
128	**Els**	Oui
129	**En**	C-à-d que quand j'ai cinq égal, je vais faire le calcul, quand j'ai cinq égal x (il écrit par-dessous les deux équations 5 = x), bon, j'ai, j'ai la solution de mon équation ici, mais je pourrai aussi transporter, transposer la valeur cinq dans le premier, dans le second membre. Alors, est ce que je peux mettre tout d'un même côté quand j'ai x carré égal x ?
130	**Es**	Non
131	**Ch**	Oui
132	**Si**	Ben si
133	**En**	Oui, non, qu'est ce que je pourrai faire ?
134	**Si**	Ben, x carré moins x
135	**En**	Je peux enlever x de chaque côté, qui est x carré moins x qui est égal à
136	**Els**	Zéro
137	**En**	A zéro, alors
138	**Ti**	Je crois, c'est absurde, parce que si on écrit, si on fait moins cinq de chaque côté, ça fait zéro égal quatre x, quatre x moins trois, x, moins cinq
139	**En**	Oui, c-à-d, j'aurai zéro égal x moins cinq ici (il montre 5 = 4x – 3x et écrit 0 = x – 5), d'accord. Mais, si j'écris, zéro égal x moins cinq, je peux écrire cinq égal x ou x égal cinq. En gros, ce que je veux vous dire par là, c'est que dans une équation, eh bien, on peut toujours écrire une équation sous la forme grand E égal zéro, une expression est égale à zéro, et si on n'y arrive pas, il suffit de transposer ici Vous voyez pourquoi c'est intéressant d'avoir égal à zéro par rapport à ce qu'on a vu tout à l'heure. Hein, quand on avait y plus quatre facteur de y moins un égal dix, le dix nous gênait, on peut le passer de l'autre côté, mais c'est pas fini. Euh, si on le passe de l'autre côté, certes on a égal à zéro, mais il faut que ça soit, une forme
140	**Els**	Factorisée
141	**En**	Une forme factorisée. Euh, si je passe le dix de l'autre côté, ça ne va pas être une forme factorisée, ok. Alors, qu'est ce que ça veut dire qu'un nombre est solution de l'équation ? Vous l'avez plus ou moins dit. Tout à l'heure, vous m'avez dit, quand je remplace x par un et zéro dans x carré égal x, ça marche, l'égalité est vraie, **Ti** on écoute, alors que quand je remplace x par deux, ici, dans x carré égal x, l'égalité n'est pas, n'est pas vraie. Donc, voir si un nombre, on peut vous donner un nombre, **Liz**, on peut vous donner un nombre, et vous demander si ce nombre est solution de l'équation, d'accord. Alors pour savoir si un nombre est solution de l'équation, et bien, il suffit simplement de remplacer dans l'expression la lettre x par le nombre qu'on vous donne et de voir si l'égalité est vraie ou fausse, d'accord Alors, j'aimerai que vous me fassiez, euh, le calcul pour grand A, calculer l'expression grand A et me dire si les valeurs un, zéro et deux sont solutions de l'équation A égal à zéro. Est-ce que là, il y a des solutions de A égal à zéro (7 sec de silence) Alors, ça veut dire quoi pour voir si les solutions
142	**Es**	Ouieh (après 6 min de silence)
143	**En**	Alors, ouieh pour lequel ?
144	**Es**	Pour x égal un
145	**En**	Alors, pour x égal un, c'est, c'est, on a grand A égal combien ?
146	**Es**	Zéro
147	**En**	Qu'est ce que tu as fait comme calcul ?
148	**Es**	En fait, j'ai fait x est égal à plus un, et ça fait zéro, et du fait que c'est multiplié

149	**En**	Voilà, c'est pas la peine de faire un calcul très compliqué, parce que quand je remplace x par un ici (il montre x – 1), j'ai zéro fois quelque chose. Donc quand x vaut un, j'ai A qui vaut
150	**Els**	Zéro
151	**En**	Zéro. Alors, quand x vaut zéro, qu'est ce que ça donne quand x vaut zéro, est ce queee ça fait aussi grand A égal à zéro ?
152	**Es**	Non, non
153	**En**	Je remplace x par zéro, donc ça fait
154	**Es**	Moins un
155	**En**	Zéro moins un, ça fait, moins un
156	**Es**	Après, ça fait zéro, zéro
157	**En**	Ça fait zéro et zéro
158	**Es**	Moins sept
159	**En**	Moins sept. Donc, j'ai moins un et moins sept, ça fait
160	**Es**	Sept
161	**El**	Huit
162	**En**	Ça fait sept et pas huit comme tu, moins huit comme tu voulais. Donc, quand x égal zéro, j'ai sept. Ensuite, **Pal** qui me dit qu'elle écoutait, mais certes elle discute pas, mais elle est ailleurs. Alors, **Pal** pour x égal deux, qu'est ce que ça donne ? Tu as trouvé combien ?
163	**Pal**	Mais, je comprends rien, Monsieur (elle discutait avec **Liz**)
164	**En**	(Il s'énerve et lui dit par un ton très fort) Remplaces x par deux et fais le calcul (4 sec de silence) Pas bien compliqué ça, si tu n'écoutes pas
165	**Pal**	Mais
166	**En**	Alors, fais moi un calcul, quand on remplace x par deux, qu'est ce que ça donne ? (Toujours avec le ton de l'enseignant énervé)
167	**Pal**	C'est où Monsieur ?
168	**En**	Eh ben alors, alors on suit pas. Alors c'est pas que tu comprends pas, tu as toujours le nez par la fenêtre. Alors le grand A c'est quoi ? **Pal** le grand A, c'est quoi ? (Il attend 5 sec)
169	**Pal**	(Elle parle dans sa langue maternelle, elle est du Chili)
170	**En**	T'as pas suivi depuis le début, ça fait la troisième remarque que je te fais. Alors x moins un facteur de
171	**Es**	De moins un
172	**En**	x carré plus x moins sept. Alors, quand je remplace x par deux, qu'est ce que ça donne ?
173	**Es**	Moins un
174	**Pal**	Six
175	**En**	Quand je remplace x par deux, quel calcul j'ai à faire ? C'est quoi ?
176	**Els**	Moins un
177	**En**	Chuchu, je veux entendre euh **Pal.** Je remplace x par deux, qu'est ce que ça donne ? x moins un vaut combien ?
178	**Pal**	(Elle ne répond pas)
179	**En**	(Sur un ton très fort) **Pal** je remplace x par deux, que vaut x moins uuun ?
180	**Pal**	(8 sec après, on lui souffle la réponse) Un
181	**En**	Un. Que vaut x carré plus x, quand je remplace x par deux ? (14 sec d'attente d'une réponse de **Pal**, et les élèves discutent entre eux la réponse en faisant trop de bruit) x au carré plus x, quand x vaut, vaut deux, la compréhension n'est pas au niveau des identités remarquables, elle est en amont là, hein. Donc, x carré plus x, c'est deux au carré, puisque x vaut deux, c'est deux au carré, plus deux, deux au carré plus deux, ça fait combien ? Ça fait six. Donc deux au carré plus deuuux moins un, ça fait combien ? Six moins un, ça fait
182	**Si**	Moins sept, Monsieur
183	**En**	Moins, moins sept, pardon, ça fait
184	**Els**	Moins un
185	**Pal**	Moins un
186	**En**	Moins un, et on avait un fois moins un, donc ça donne comme résultat la valeur moins un. Donc, ça vous donne les résultats suivants : Si x égal un, on a A égal zéro. Si x égal à zéro on avait trouvé huit, et si x égal 2, on a trouvé moins un (il écrit, sur le diap, en

		dessous de A = (x – 1) × $(x^2 + x – 7)$. Si x = 1 alors A = 0 ; si x = 0 alors A = 8 ; si x = 2 alors x = –1) Donc, qu'est ce qu'on va pouvoir dire ? Ce qu'on a dit, c'est que un, c'est bien solution de l'équation, grand A égal à zéro. Mais que, zéro et deux ne sont pas solutions de l'équation, d'accord, parce que, on trouve pas zéro, on trouve moins un, et on trouve huit, on trouve pas zéro, d'accord
187	**Se**	Monsieur, moi j'ai trouvé pour la deuxième sept
188	**En**	Pourquoi sept. Deux au carré, quand vous faites x égal deux, deux au carré
189	**Se**	Mais
190	**En**	Ah, oui, c'est sept, j'ai mis huit, c'est sept. Ah, ouioui, sept sept sept. Ouioui, on l'a dit tout et je l'ai pas recopié comme il faut, sept, d'accord. En tout cas, ce ne sont pas les solutions de l'équation, ok. Alors, donc, ce qui est important et que vous ayez bien en tête, c'est que ce qu'on a dit tout à l'heure, on se pose la question sur les valeurs de x, donc résoudre l'équation E, une équation quelconque égal à zéro, c'est trouver toutes les valeuuurs, trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité en question E égal à zéro, cette égalité, elle est vraie (il lit la phrase du Doc 3) Alors, ce que je veux vous demander, dans le tableau qui suit, vous avez différentes expressions, différentes équations, et de me dire dans ces équations, quelles sont, celles qui sont, les valeurs qui sont solutions ou pas de l'équation en question. Quelles sont celles qui sont solutions de l'équation, ou qui ne sont pas solutions Alors, comment on va faire **Pal** pour savoir si un nombre est solution ou pas d'une équation ?
191	**Ch**	On fait le calcul
192	**En**	On fait le calcul. Merci **Pal, Cha** On fait le calcul de quoi ? En utilisant quoi ? (6 sec d'attente) **Pal** ou **Cha**, on fait le calcul de quoi ? Quel calcul ? Avec quoi ?
193	**Ch**	Avec chaque nombre
194	**En**	Avec chaque nombre ? alors, les nombres sont : moins trois, moins deux, moins un, zéro, un et deux, et avec chaque nombre, on regarde si, on a grand A qui est égal à zéro ou si grand E égal à zéro, grand F égal à zéro, grand G égal à zéro (4 sec de silence) Ou bien alors, on essaie si on peuuuut, il y a peut être d'autres moyens La première **Liz**, qu'est ce que tu en penses ?
195	**Liz**	On peut faire comme tout à l'heure (elle montre du doigt l'exemple 3x + 5 = 4x)
196	**En**	Ah !! On peut faire comme l'exemple que j'ai mis au tableau
197	**Liz**	Trois x moins trois égal zéro, trois x égal trois
198	**En**	Ce que tu veux dire, c'est que tu veux essayer deeee
199	**Liz**	De reprendre l'exemple
200	**En**	De reprendre, c-à-d tu veux
201	**Liz**	De retourner l'équation de façon à trouver x
202	**En**	De retourner l'équation de façon à trouver x. Alors, **Liz** nous dit, la première équation que j'ai, ça serait ça (il écrit au tableau, 3(x – 1) = 0), c'est celle-ci ?
203	**Liz**	Oui
204	**En**	C'est la première, hein. Trois facteur de x moins un. **Liz** dit : « Eh ben, moi, j'aimerai bien trouver la valeur de x » Alors, est ce que je peux trouver le x là ?
205	**Er**	Oui, Monsieur c'est un, parce que un moins un, ça fait zéro, et trois fois zéro, ça fait zéro
206	**En**	Voila, si je remplace x par un, j'ai bien, chut chuchuchu, trois fois un moins un qui vaut zéro. Est-ce qu'il y a d'autres valeurs pour lesquelles c'est possible ?
207	**Els**	Non
208	**Els**	Oui
209	**En**	Oui, non
210	**Es**	Non
211	**En**	Parce que si je vais avoir égal à zéro, comme trois n'est pas égal à zéro, il faut que x moins un, alors qu'est ce qu'on met en œuvre quand on dit ça ? On a, qu'est ce qu'on met en œuvre ? Trois fois x moins un égal à zéro, ça veut forcément dire que x moins un est égal à zéro. On est en train de dire, on est en train de dire, si ça (il montre 3(x – 1)) est égal à zéro, ça veut dire ou trois c'est zéro, mais ça, ça me semble bien possible, ou bien x moins un est égal à zéro, donc ça veut dire x est égal à

212	**Er**	Zéro
213	**Es**	Mais, non !!
214	**Els**	Un
215	**En**	Non, pas x est égal à zéro, x est égal à un, d'accord Donc la solution
216	**Es**	Il n'y en a qu'une ?
217	**En**	Il n'y en a qu'une parce que les autres valeurs, à la limite, c'est pas même la peine de les calculer, on sait que ça va pas donner la valeur zéro
218	**Es**	Ah !! Mais, il faut trouver d'autres s'il y en a d'autres ?
219	**En**	Ben, s'il y en a d'autres, ben, j'en propose cinq, six ici, Donc euuuh (il coche en rouge sur le transparent la case de 1) Alors, x carré moins xxxxxx. Alors, pour avoir zéro, pour que ça soit égal à zéro là. On a plus ou moins fait tout à l'heure
220	**Ad**	C'est égal à un
221	**En**	Alors, si je donne à x la valeur un, oui **Ad**
222	**Ad**	Un oueh zéro
223	**En**	Il y a un ou zéro
224	**Ti**	Ça parait impossible
225	**Es**	Non, il n'y a pas impossible
226	**En**	Ouiehhh, c'est tout, parce que si je fais, moins trois, moins trois au carré fois, moins, moins trois, ça ne peut pas donner zéro. Moins deux au carré, moins, moins deux, ça ne peut pas donner zéro. Moins un au carré, moins, moins un ça donne pas zéro. Deux au carré, quatre, quatre moins deux, donne deux, c'est pas zéro Donc, sur les valeurs que j'ai, j'en ai deux ici, x carré plus deux x plus un (il coche en rouge les cases de 0 et 1)
227	**Es**	Un
228	**Si**	Moins un
229	**En**	Alors, vous me donnez moins un, est ce qu'il y en a d'autres ?
230	**Els**	Non
231	**En**	Vous êtes sûrs ?
232	**Si**	Ben, il faut la mettre sous la forme factorisée
233	**Es**	Ouieh
234	**En**	Ah ! On peut factoriser x carré plus deux x plus un
235	**Es**	Oh !! Oui
236	**Si**	C'est une identité remarquable
237	**En**	Ah !! C'est une identité remarquable. C'est (il demande une réponse de **Si**)
238	**Si**	C'est la première
239	**En**	C'est la première, alors, concrètement x carré plus deux x plus un c'est quoi si je factorise ?
240	**Si**	x plus un au carré
241	**En**	C'est x plus un au carré. Donc, j'ai x plus un au carré qui est égal à (il demande une réponse par un regard à l'ensemble classe)
242	**Els**	Zéro Quel est le nombre dont le carré est égal à zéro. Ben, c'est, c'est quoi ?
243	**Si**	C'est zéro !
244	**En**	C'est zéro. Donc, ça veut dire que x plus un, ça doit être égal à zéro, c-à-d que x égal à
245	**Es**	Zéro
246	**Els**	Non, un
247	**Es**	Nonnonnon, en fait il y a beaucoup de zéro, Monsieur
248	**En**	Ah !! Il faut bien gérer tout ça. Mais, comme on le fait oralement il faut (il coche en rouge la case de –1) Allons, le suivant x moins deux au carré moins neuf, alors là !
249	**Si**	C'est une identité remarquable
250	**En**	Alors, qu'est ce que vous voulez dire, c'est une identité remarquable
251	**Si**	Trois carré, c'est a carré moins b carré
252	**En**	Donc, vous voulez factoriser ça alors (il montre l'expression G)
253	**Si**	C'est plus simple
254	**En**	C'est plus simple. Alors, x moins deux au carré moins neuf, est ce que ça peut se factoriser ça ? Comment ? (4 sec d'attente pour une réponse)

		Alors, c'est quelle identité remarquable, celle-ci ?
255	**Si**	C'est a carré moins b carré
256	**En**	C'est a carré moins b carré. **Pal**, tu es d'accord ?
257	**Pal**	Oui
258	**En**	Alors, ça se factorise comment **Pal** ? (10 sec d'attente et **Pal** ne répond pas) donc, neuf, il a dit c'est trois au carré (il écrit au tableau $(x – 2)^2 – 9 = (x – 2)^2 – 3^2$), alors, c'est quoi comme identité remarquable ? C'est la troisième, c'est a au carré, moins b au carré (il écrit $A^2 – B^2$), et ça, ça se factorise comment avec la formule**, Bj,** a carré moins b carré
259	**Bj**	a moins b facteur de a plus b
260	**En**	Merci **Bj**. a moins b facteur de a plus b (il écrit (A – B)(A + B)) Le a, ici, c'est quoi ?
261	**Si**	x moins deux
262	**En**	Et le B, c'est quoi ?
263	**Es**	Trois
264	**En**	Trois. Donc, vous écrivez, alors, x moins deux (il écrit en même temps qu'il dicte)
265	**Es**	Plus
266	**Si**	Moins
267	**En**	Plus ou moins, c'est comme tu veux
268	**Si**	Donc, moins trois, comme on a écrit euhhh
269	**En**	Moins trois, si on suit le modèle, facteur de x plus deux
270	**Si**	Non, moins deux
271	**En**	Moins deux
272	**Si**	Plus trois
273	**En**	Plus trois, et ça, ça donne quoi ?
274	**Se**	x plus un facteur de, euh, x, x moins cinq
275	**En**	Non, x moins cinq, facteur de, x plussss, x plus un, d'accord (il a écrit : $(x – 2)^2 – 9 = (x – 2)^2 – 3^2$ $= \quad A^2 \quad – B^2$ $= (A – B)(A + B)$ $= [(x – 2) – 3][(x – 2 + 3]$ $= (x – 5)(x + 1)$) Donc, si on voulait le factoriser, si on voulait factoriser, on peut faire quelque chose comme ça, ok. Alors, sous une forme factorisée, qu'est ce que ça voudrait dire ? Est-ce que je peux en déduire ? (il tape avec la craie sur le tableau pour faire taire les bavards) **Ti**, on écoute Qu'est ce qu'on pourrait dire de, euh, des valeurs de x pour avoir G égal à zéro, puisque certains me proposent une factorisation ? Je rappelle que vous avez dit que G
276	**Si**	Soit cinq, soit moins un
277	**Cha**	Il y a pas cinq
278	**Si**	Ah oui !!! Soit cinq
279	**En**	x moins deux au carré moins neuf, x moins cinq facteur de x plus un (il écrit de nouveau $(x – 2)^2 – 9 = (x – 5)(x + 1)$) Donc, alors, **Si**
280	**Si**	Soit cinq, soit moins un
281	**En**	Soit cinq, soit
282	**Si**	Moins un
283	**En**	D'accord, donc dans la série qu'on nous propose, qu'elle est celle qu'on va cocher ?
284	**Si**	Mois un
285	**En**	Donc, ça va être la valeur moins un, ok. On va cocher la valeur moins un (il coche en rouge la case de –1) Alors, comme le dit **Cha**, dans la série, on propose pas la valeur. Quelle serait l'autre, l'autre solution de l'équation ? Plus cinq, hein, c'est ça. On propose pas celle-ci
286	**Ti**	Ça peut pas être moins trois ?
287	**En**	Est-ce que ça peut pas être moins trois ?
288	**Ti**	Puisque moins trois moins deux, ça fait moins cinq et moins cinq au carré, ah, non, j'ai rien dit
289	**En**	Alors, si, si on fait pas comme **Si** le proposait, si on pense pas à la factorisation, qu'est ce qu'il faut faire pour savoir si le nombre proposé est solution ou pas ?

290	**Ti**	Plus neuf
291	**En**	Hein, je vous donne les valeurs, moins trois, moins deux, moine un, zéro, un et deux, si on fait pas comme vous l'avez proposé, c-à-d. si on pense, si on factorise pas, pour savoir si un nombre est solution ou pas de l'équation proposée, qu'est ce qu'il faut faire ?
292	**Ti**	C'est moins un, qu'il faut
293	**En**	Tu réponds pas à la question que je pose. **Liz**
294	**Liz**	Je ne sais pas
295	**Ti**	Il faut que x moins deux au carré ça fasse plus neuf
296		Il faudrait que x moins deux au carré soit égal à plus neuf, d'accord. Mais je vous donne la valeur de, je vous donne par exemple moins trois, ou moins, moins quatre, moins deux, etc. Si, je vous demande de vérifier si un nombre est solution d'une équation qu'est ce que vous pouvez faire ?
297	**Es**	On va la développer et ensuite
298	**Si**	Remplacer
299	**En**	Alors
300	**Si**	Il faut remplacer x par un
301	**En**	On remplace x par la valeur qui vous est donnée, et vous regardez si l'égalité est, est vraie, c'est écrit en haut, hein (il parle de la définition donnée dans le Doc 3) Et les solutions, quand on remplace la lettre x par le nombre donné, on vérifie si l'égalité est vraie, si c'est bien égal à zéro, au quel ça c'est solution, si c'est pas égal à zéro, au quel ça c'est pas solution, de l'équation
302	**Es**	On peut pas aussi faire développer avec x
303	**En**	On peut, après tu peux, pour remplacer, tu peux faire tout ce que tu veux, hein. T'as visé à développer, etc. Et, puis après à remplacer, tu peux remplacer dès le départ, tout ce que tu veux, d'accord. Alors, la dernière H, comment on peut faire ? **Eq**, qu'est ce que ça donne pour H, qu'est ce que t'as trouvé ? (elle travaillait devant elle, elle n'a pas répondu) Qu'est ce que t'as trouvé pour H ? (il attend une réponse d'**Eq** pour15 sec), **Do**
304	**Do**	J'ai trouvé x égal un
305	**En**	T'as trouvé x égal un. Quand je fais x égal un, alors en faisant le calcul, on remplace x par un, ça donne, un moins cinq, ça fait moins quatre (il écrit en même temps qu'il dicte)
306	**Es**	Oui
307	**En**	D'accord, moins quatre fois
308	**Es**	Moins trois
309	**En**	Un moins quatre, ça fait moins trois, moins un moins cinq, ça fait moins quatre, fois deux fois un moins cinq
310	**Es**	Moins quatre
311	**En**	Alors, ça fait moins trois, hein, d'accord. Donc, vous avez moins quatre, fois, moins trois, moins, moins quatre, fois moins trois (il a écrit au tableau à droite du transparent : -4 ´ (-3) ´ (-4) ´ (-3)) Douze moins douze, et douze moins douze, ça fait bien zéro, ok, bon. Est-ce que la méthode, de Si était valable ici ? Est-ce que on aurait pu l'utiliser ici **?** qu'est ce que vous remarquez sur l'expression qui est donnée grand H, grand H. **Be**
312	**Be**	On peut factoriser
313	**En**	Oui (avec un ton de joie), on peut factoriser vous voyez le facteur commun ?
314	**Es**	Il y a x moins cinq
315	**En**	Il y a x moins cinq, x moins cinq (il montre (x – 5) dans l'expression H), alors, comment ça se factorise ça ?
316	**Er**	x moins cinq entre parenthèses
317	**En**	Alors, x moins cinq entre parenthèses (il écrit en même temps qu'il dicte) **La cloche a sonné**
318	**Er**	Entre parenthèses, x moins quatre
319	**En**	Oui, chuchuchcu, x moins quatre
320	**Er**	Moins
321	**En**	Moins
322	**Er**	Deux x moins cinq
323	**En**	Deux x moins cinq, ok Donc, j'ai une forme factorisée, et si je cherche

324	**Ti**	C'est cinq, mais il n'est pas sur
325	**En**	Et ben, il y est pas, donc, euheuheuh, on euh, on répond avec ce qui est proposé. Donc, donc, ça veut dire que sous une forme factorisée, je cherche grand H, les valeurs de x pour lesquelles grand H est égal à zéro. Donc, je peux voir, alors, qu'est ce que je vais pouvoir dire pour x ? Qu'est ce que je vais pouvoir dire pour x ? **Be**
326	**Es**	Bon, alors, on remplace par un
327	**Be**	Soit ça va être cinq, soit quatre
328	**En**	Soit, ça va être le nombre, alors, il faut effectuer le calcul qui est ici, x moins deux x, ça donne
329	**Er**	Moins x
330	**En**	Moins x, et moins quatre, moins, moins cinq, moins quatre plus cinq, ça va donner plus un. x moins cinq, facteur de, moins x plus un, donc, il faut que x soit égal à
331	**Si**	Un, non moins un
332	**En**	Alors cinq, ou bien x est égal à
333	**Els**	Un
334	**En**	A un (il écrit $(x – 5)(x – 4) – (x – 5)(2x – 5) = (x – 5)[(x – 4) – (2x – 5)]$ $= (x – 5)(–x + 1)$) Donc, vous allez, attention **Si**, c'est moins x. Donc, vous allez voir que, avec la factorisation, eh bien, quand on va avoir une expression égale à zéro, on va pouvoir, euh, factoriser et résoudre l'équation grand H égal à zéro Alors, pour Lundi, je vais vous demandez de résoudre l'équation qui est en bas, deux x moins un facteur de x plus quatre égal à zéro. Et de voir dans les expressions qui sont là (il les montre sur le transparent), de voir si on peut résoudre, comment faire pour résoudre les équations ? Est ce que les équations qui sont ici sont des équations produits ? Et, est ce qu'on peut, si elles ne sont pas des équations produits, est ce qu'on peut les transformer sous forme d'équations produits ? C-à-d, des équations de la forme a fois b égal zéro, d'accord. Donc, essayer de répondre à ces questions là, on fait le point Lundi

Dixième séance d'enseignement
Enseignant : EnF2

1	**En**	Chuchuchch, allez on écoute Alors, donc, vraisemblablement demain, il y aura des équations, des équations produits. Alors, qu'est ce qui est important, pour cela je me dépêche, euh, euh, qu'est ce qui est important dans une équation produit ? Qu'est ce que c'est qu'une équation produit ? A quoi la reconnaît-on ? **Eq**
2	**Eq**	C'est quand, quand deux choses sont ensemble égal à zéro, enfin le produit égal à zéro
3	**En**	Oui, quand on repère dans une équation, un produit, qui est égal à
4	**Eq**	Zéro.
5	**En**	Donc, c'est ça qui va vous permettre de mettre en œuvre une stratégie de résolution. Alors une stratégie de résolution ou en d'autres termes, une méthode de résolution Cette méthode de résolution va s'appuyer sur une propriété qui est très importante, et qui dit quoi, cette propriété ? Quand vous devez résoudre deux x moins un facteur de x plus quatre, égal à zéro
6	**Si**	Il faut que l'un des facteurs soit nul
7	**En**	Il faut que au moins l'un des facteurs, des deux facteurs, soit nul, dit **Si**. En d'autre termes, quand vous avez un produit de facteurs, deux, trois, quatre, cinq, six, sept huit facteurs, en occurrence, vous aurez en général deux. Quand vous avez un produit de deux facteurs qui est égal à zéro, pour résoudre ceci, vous direz, ça équivaut à dire, que le facteur deux x moins un est égal à zéro, ou bien que le facteur x plus quatre est égal à zéro, ce qui revient à écrire la chose suivante (il change de transparent et met en vue le sien qui est avec les réponses justes) Euh, quand vous aurez à résoudre ça, vous direz, ben voilà, un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, donc, vous pourrez dire, ou bien le facteur, c'est écrit un peu petit, je suis désolé, ou bien le facteur deux x moins un est égal à zéro, première solution possible, ou bien, deuxième solution, le facteur x plus quatre qui est égal à zéro
8	**Es**	Monsieur, pourquoi ?

9	**En**	Parce que tu as deux nombres qui se multiplient, deux expressions qui se multiplient, et en les multipliant, tu obtiens comme résultat zéro, c'est ce qu'on veut avoir. Donc, la seule possibilité pour qu'une multiplication donne zéro, c'est que tu ais multiplié quelque part par zéro
10	**Es**	Mais, monsieur, vous avez écrit plus quatre, c'est pas moins quatre ?
11	**En**	J'ai écrit x plus quatre égal à zéro
12	**Es**	Ah !!
13	**En**	Soit le zéro, il se cache dans deux x moins un, soit il est là (il montre 2x – 1), ou bien, autre possibilité, il se cache dans le x plus quatre (il montre x plus 4) Donc, ça veut dire que j'ai deux possibilités ici, soit c'est deux x moins un qui vaut zéro, soit c'est x plus quatre qui vaut zéro, j'ai un choix, ok. Ce choix, je la fie en disant : bon, si deux x moins un est égal à zéro, ça veut dire quoi ? Eh, bien, ça veut dire x vaut combien ?
14	**Cha**	Un demi
15	**En**	Voilà un demi ou zéro virgule cinq. Et puis, si x plus quatre est égal à zéro, ça veut dire quoi, pour x ?
16	**Es**	Moins quatre
17	**En**	Ça veut dire que x égal à moins quatre. Donc, deux solutions s'offrent à nous, x égal à un demi, ou bien x égal à moins quatre, ce sont les deux valeurs possibles qui annulent l'expression deus x moins un facteur de x plus quatre Si vous remplacer x par un demi, vous avez deux fois un demi moins un multiplié un demi moins quatre, donc deux fois un demi, ça fait un, un mois un ça fait zéro, donc le calcul que vous faites, c'est zéro multiplié par un demi moins quatre, mais zéro fois un demi moins quatre, ça fait (il écrit à droite du transparent, en même temps qu'il parle $(2 \times \frac{1}{2} - 1) \times (\frac{1}{2} - 4)$) $0 \times (\frac{1}{2} - 4)$
18	**Es**	Zéro
19	**En**	Ça fait bien zéro, ou bien l'autre solution, c'est deux fois moins quatre moins un, entre parenthèses, fois quatre moins quatre, et là, le calcul que vous avez c'est, deux fois moins quatre, moins huit, et moins huit plus un, moins sept, moins sept fois zéro, de toute façon, ça va faire comme résultat (il écrit en même temps qu'il parle (2(-4) – 1) ´ (4 – 4) -7 ´ 0 = 0)
20	**Si**	C'est moins un
21	**En**	Donc ça fait, moins un pardon, donc ça fait moins neuf (il efface -7 et le remplace par -9), donc moins neuf fois zéro, ça donne comme résultat zéro, ok Donc, l'idée pour vous, en gros, ça va être la chose suivante. Quand vous allez avoir une équation, quand vous allez avoir une équation très compliquée, la première chose, ça va être d'écrire une expression égale à zéro, l'idée ça va être ça. Et une fois que votre expression sera égale à zéro, vous allez essayer de factoriser (il écrit à gauche du transparent en même temps qu'il parle Expression = 0 Factoriser) Vous allez faire une factorisation d'expression. Et cette factorisation d'expression égale à zéro, vous pourrez dire, eh ben voilà, une fois que j'ai factorisé, je vais avoir un produit de un, deux, trois, quatre facteurs, je vous dit entre nous, pour nous c'est pas un grand secret, il y aura deux facteurs en gros._Ces deux facteurs, et bien, ils vont être égaux, le produit va être égal à zéro, donc, ça veut dire que chacun sera, soit le premier ou le deuxième sera égal à zéro Donc, si vous avez deux facteurs, vous aurez deux équations, si vous avez trois facteurs, vous aurez trois petites équations, si vous avez quatre facteurs, vous aurez quatre petites équations. **Ti** (qui a levé le doigt)
22	**Ti**	Et si on a la forme factorisée, on écrit directement x égal machin ou, euh, machin

23	**En**	Si tu as la forme factorisée, et ben, tu écris, ces deux petites phrases ici (il montre les deux phases écrites en gros dans le transparent du Doc 3). Le contrat c'est que tu écrives : un produit de facteur est nul si et seulement l'un des facteurs est nul, les deux petites équations, puis après les solutions des petites équations. On va en faire quelques uns Voilà, c'est bon là Alors, par exemple, si je reprends, alors, il y avait différentes équations, je vais reprendre ma feuille muette ici (il change de transparent), euheuh, différentes petites équations que vous avez sur votre document, par exemple, deux x moins un, fois x plus quatre, égale à moins quatre (il lit dans le Doc 3 (2x – 1)(x + 4) = -4), est ce que ça c'est une équation produit ou pas ?
24	**Eq**	Non
25	**En**	Alors, pour quelles raisons c'est pas une équation produit ?
26	**Eq**	Parce que c'est pas égal à zéro
27	**En**	Parce que c'est pas égal à zéro. Donc
28	**Ti**	Monsieur
29	**En**	Attend, on va voir après Donc, ça c'est pas, c'est pas, texto une équation produit. Quand j'écris x carré plus deux plus un égal zéro (il lit $x^2 + 2x + 1$), est ce que écrit comme ça, c'est une équation produit ?
30	**Els**	Non
31	**En**	Pour quelles raisons ?
32	**Ti**	Par ce qu'elle n'est pas factorisée
33	**En**	Par ce qu'elle n'est pas factorisée Alors, posez-vous la question : est ce qu'on peut, si c'est pas factorisée, j'ai bien égal à zéro, est ce qu'on peut la factoriser, est ce qu'on peut la factoriser ? Alors
34	**Eq**	Non
35	**Els**	Oui
36	**En**	Alors, oui, non
37	**Ti**	C'est une identité remarquable
38	**En**	Ah !! Il y en a qui repère que, une identité remarquable Ensuite, deux x moins un plus x plus quatre égal à zéro (il lit (2x – 1)(x + 4) = 0)
39	**Si**	Non, non, c'est une addition
40	**En**	C'est une addition, alors, en gros, est ce que c'est une équation bien compliquée à faire, ça ? Est-ce qu'on a besoin de connaître la théorie des équations produits ici ?
41	**Si**	Non
42	**En**	Ben, non. Parce que quand on va, quand on va supprimer les parenthèses, on va avoir deux moins un, comme il y a un signe plus, on peut retirer les parenthèses sans problème, on va avoir une équation dans laquelle on va voir apparaître a priori des x, et puis un nombre, et on va pouvoir trouver la solution sans trop de problèmes Est-ce que la dernière, x moins cinq, facteur de x moins quatre, moins x moins cinq, facteur de deux moins cinq, égal à zéro (il lit (x – 5)(x – 4) – (x – 5)(2x – 5) = 0), est ce que c'est une équation produit ?
43	**Eq**	Non
44	**En**	Non, mais est ce qu'on peut la transformer ? (Si fait signe que non) Alors, pour quelles raisons ?
45	**Si**	Ben, il y a un moins
46	**En**	Parce que il y a une soustraction, le moins qui est ici (il montre le signe (-) entre les deux termes de l'équation), elle est bien égal à zéro
47	**Si**	Il faut la factoriser
48	**En**	Est ce qu'on peut la transformer sous forme d'une équation produit ?
49	**Eq**	Peut être
50	**En**	Peut être, à condition qu'on puisse
51	**Be**	Je ne sais pas, peut être par ce qu'il y a un facteur commun
52	**En**	Il y a un facteur commun qui est x moins ccccinq. On va effectivement pouvoir factoriser (il parle en faisant le tour de la classe de ses yeux) Alors, a priori la dernière, on peut, peut être factorisé. Euh, la seconde, j'ai entendu murmurer, me semble-t-il, une identité remarquable. Euh, la troisième, je parle en désordre, la troisième, j'entendais qu'il y avait un plus, mais j'ai suggéré qu'on pourrait faire peut être autrement

53	**Si**	La première, c'est moins quatre de l'autre côté
54	**En**	Et la première là, elle est bien factorisée, mais c'est égal à moins quatre
53	**Si**	On peut faire passer le moins quatre
55	**En**	Oui, on peut, peut être passer le moins quatre de l'autre côté, comme dit votre camarade, c-à-d ajouter quatre de chaque côté, de façon à avoir égal à zéro, et alors, après, est ce qu'on va pouvoir euhhh
56	**Si**	Ben si, puisqu'après, ça fait, euh, zéro virgule cinq x, il faudrait faire peut être, euh, comme il manque euhhh un plus quatre
57	**Ti**	Si on soustrait quatre de chaque côté, on aura
58	**Si**	Il manque un plus quatre, ça veut dire que euhhh
59	**En**	Ah !! en gros l'idée, c'est que peut être que, bon, si on passe le, le, si on ajoute quatre de chaque côté, on a bien égal à zéro, mais on n'a plus une forme factorisée, et on voit pas très bien, comment on va pouvoir, alors on va la regarder en détaille celle-ci Alors, vous avez deux x moins un, facteur de x plus quatre, égal à quatre, à moins quatre. Alors, ce n'est pas une équation produit pour les conditions qu'on avait dit. **Li**, elle voulait proposer quoi ? (Elle a levé le doigt)
60	**Li**	Non, j'ai pas eu une feuille (elle était absente hier et elle n'a pas eu le Doc 3)
61	**En**	Hahhh !! Tu poursuis pour l'instant et je te passe une après, tu suis avec **Ma** Alors, deux x moins un, facteur de x plus quatre, égal à moins quatre, alors, qu'est ce que, c'est pas factorisé, c'est, c'est une forme factorisée mais c'est pas égal à zéro. Alors vous m'avez suggéré de mettre deux x moins un, facteur de x plus quatre, et puis d'ajouter quatre, donc de faire plus quatre ici et plus quatre là (il montre les deux membres de l'équation), donc, on va avoir plus quatre égal moins quatre plus quatre, ça fait zéro (il a écrit en même temps qu'il parlait (2x – 1)(x + 4) = -4 + 4 (2x – 1)(x + 4) + 4 = -4 + 4 (*) (2x – 1)(x + 4) + 4 = 0) Donc, vous avez, deux x moins un facteur de x moins quatre plus quatre égal zéro. Alors, écrit comme ça,
62	**Es**	Monsieur, excusez moi
63	**En**	Oui
64	**Es**	Vous n'avez pas oublié un plus quatre de l'autre côté ?
65	**En**	Ben, moins quatre plus quatre
66	**Si**	Zéro
67	**En**	Le plus quatre il est là (il lui montre (*)), d'accord. Parfois vous dites, quand on change par rapport au signe égal, je change le, le signe. Alors est ce que c'est bien égal à zéro ?
68	**Es**	Ouieh !
69	**En**	Oui. Est-ce que c'est bien une forme factorisée ?
70	**Si**	Non
71	**En**	Est-ce que, il y a un facteur commun ?
72	**Ti**	Non, euh, si
73	**Es + Ti**	Si
74	**Ti**	Non
75	**En**	Il y a un produit, c'est deux moins un facteur de x plus quatre, alors, et puis l'autre côté, ici, c'est quatre. Alors, est ce que, euheuh, ben ça peut être, ou deux moins un, est ce qu'il apparaît plusieurs fois le deux x moins un ?
76	**Ti**	Non
77	**En**	Non. Est-ce que c'est x plus quatre ?
78	**Els**	Non
79	**En**	Non. Est-ce que c'est quatre ?
80	**Els**	Non
81	**En**	Non, alors
82	**Ch**	Monsieur, on ne peut pas développer ?
83	**En**	Alors, on peut, peut être, alors, là je vous, vous donne un, un truc, c'est que quand on n'arrive vraiment pas à factoriser, ce `qui serait une bonne idée, alors à ce moment là, tu proposes quoi ? De (il s'adresse à **Ch**)
84	**Ch**	Développer

85	**En**	De développer. Et puis, je dirai, on croise les doigts, en se disant peut être qu'en développant il va se passer quelque chose. Alors, regardons voir un peu, on va voir, et puis, si jamais il ne se passe rien, eh ben, on est dans les beaux draps. Alors, ça veut dire que la technique qu'on va avoir, euh, va pas marcher si on n'arrive pas à factoriser. Alors, qu'est ce que ça donne **Ch** si on développe ?
86	**Ch**	Deux au carré
87	**En**	Deux x au carré ('il écrit en même temps qu'il parle), tout le monde voit pourquoi c'est deux x au carré, ensuite
88	**Ch**	Plus sept x
89	**En**	Alors plus sept x, tu vas un tout petit peu vite. Deux x fois quatre, ça fait, huit x, moins un fois x, ça fait moins x, huit x moins une fois x, ça fait, sept x.
90	**Ch**	Et moins quatre
91	**En**	Alors, moins un fois quatre, ça fait, moins quatre
92	**Ch**	Et plus quatre
93	**En**	On annote plus quatre qui est ici, égal à, égal à zéro (il a écrit $2x^2 + 7x – 4 + 4$) Alors, qu'est ce qui se passe dans ce cas là **Ch** ?
94	**Ch**	On peut supprimer les quatre
95	**En**	On peut supprimer les quatre, puisque j'ai moins quatre, plus quatre, ça fait combien ?
96	**Els**	Zéro
97	**En**	Ça fait zéro. Donc, il me reste quoi ?
98	**Es**	Deux x au carré, plus sept x
99	**En**	Deux x carré, plus sept x, égal à zéro (il écrit $2x^2 + 7x = 0$)
100	**Si**	Est-ce que je peux factoriser maintenant ?
101	**En**	Est-ce que je peux factoriser ?
102	**Si**	Ça fait x facteur de deux x plus sept
103	**En**	Oui, je peux mettre x en facteur. x facteur de deux plus sept (il écrit $x (2x + 7) = 0$), et là, est ce que je peux dire que c'est une équation produit ?
104	**Els**	Oui
105	**En**	Oui, quelles sont, une équation produit dont les deux facteurs, à savoir, x et deux x plus sept, le produit est égal à zéro, donc, qu'est ce que je vais pouvoir dire ?
106	**Si**	Soit x égal zéro, soit
107	**En**	Soit x est égal à zéro, soit deux x plus sept est égal à zéro. D'accord Soit x est égal à zéro, ou bien deux x plus sept est égal à zéro (il écrit $x = 0$ ou $2x + 7 = 0$) Quelle est la solution de l'équation $x = 0$?
108	**Es**	On ne peut pas, il n'y a pas
109	**En**	Il n'y en a pas ? Quelle est la valeur de x quand x est égal à zéro ? Qu'est ce qu'il faut donner à x comme valeur ?
110	**Si**	Zéro
111	**En**	Zéro, d'accord L'équation x égal à solution, a une solution zéro, ça me semble évident, **Er** (qui parle avec son voisin) La deuxième équation, deux x plus sept égal à zéro
112	**Es**	Là, c'est oui, car si on fait x égal moins trois virgule cinq
113	**En**	Alors, si je remplace x par moins trois virgule cinq, qu'est ce que ça donne ? Deux fois
114	**Si**	Ça fait moins sept
115	**En**	Voilà, deux fois moins trois virgule cinq, ça fait, moins sept, moins sept plus sept, ça fait zéro. Donc, comment je vais la résoudre ? Parce que, moins trois virgule cinq, peut que tout le monde n'a pas vu d'où est ce que ça venait ? Comment je résous deux x plus sept égal zéro ? J'écris
116	**Ti**	Deux x égal moins sept
117	**En**	Deux x égal moins sept. J'ajoute moins sept ou j'enlève moins sept, j'enlève sept de chaque côté, et quand j'ai deux x égal à moins sept, qu'est ce que je peux dire ensuite ?
118	**Es**	Eh. Ben, je coupe à la moitié, sept
119	**En**	On coupe à la moitié comme tu dis, c-à-d, si deux x égal sept, x c'est quoi ?
120	**Ti**	C'est moins sept divisé par deux
121	**En**	Voilà, c'est moins sept divisé par deux. Donc, x égal, moins sept divisé par deux. Donc, j'ai une première équation, c'est x égal à zéro, la solution c'est

122	**Es**	Zéro
123	**En**	Zéro. Et, j'ai une deuxième, si x égal moins sept demi, la solution c'est
124	**Be**	Moins trois virgule cinq
125	**En**	Moins sept demi ou moins trois virgule cinq, d'accord. Alors, attention, ici, c'est un cas qui peut se produire, c'est qu'on vous piège, vous souvenez ? On vous piège, en ne mettant pas égal à zéro, on vous met égal à moins quatre, par ce qu'en pense qu'on est des petits et vous, vous êtes grands, qui vont dire : eh, ben, il faut qu'un produit de facteurs soit égal à moins quatre, si et seulement si, ils vont me dire deux x moins un égal à moins quatre, ou, x plus quatre égal à moins quatre. Non, c'est pas une équation produit, alors, pourquoi ça se passe bien ici ? Pourquoi ça se passe bien ?
126	**Si**	Parce que les quatre s'annulent
127	**En**	Parce que les quatre s'annulent. Vous voyez, j'aurai été très mal à l'aise si à la place ce moins quatre j'avais mis
128	**Si**	Moins cinq
129	**En**	Moins cinq. On aurait beaucoup de difficultés pour résoudre cette équation là
130	**Ti**	Ça serait impossible
131	**En**	Ce ne sera pas impossible, vous verrez au lycée, comment on peut résoudre dans ce cas là. **Do** (qui avait le doigt levé)
132	**Do**	Pourquoi à la deuxième ligne, on peut pas dire que c'est une forme factorisée (il parle de $(2x – 1)(x + 4) – 4= 0)$
133	**En**	Ici, là (il s'assure de la ligne), elle n'est pas factorisée à cause du plus quatre ici, d'accord, c'est pour ça. Il y avait une question, **Se**
134	**Se**	C'était, euh, euh, oui. Si on se retrouve avec un exercice pareil, mais moins cinq à la place de moins quatre
135	**En**	Si vous avez moins cinq à la place de moins quatreuheuheuh Non, non, vous n'aurez jamais un cas comme ça. On fera toujours en sorte que vous puissiez, soit factoriser, et si vraiment vous ne pourrez pas factoriser, Ch dit : tiens, moi j'ai pensé à développer, je vais voir qu'est ce que ça donne. Et en général, si vous développez, ça peut, ça peut bien se passer. Mais, si jamais ça ne se passe pas bien, ce que vous verrez en seconde et en première, à ce moment là, on vous donne une, une recette. Donc, on ne va pas vous demander d'inventer une recette tout seul, ok Donc, c'est vraiment un cas où, trouver une équation produit c'est peut être pas très facile. Mais, le deuxième là, x plus un, x plus deux plus un égal à zéro, est ce que c'est facile de factoriser cette expression là ?
136	**Si**	x plus un au carré
137	**En**	Alors, qu'est ce que tu dis ? (il s'adresse à **Si**) x au carré plus deux x plus un égal à zéro, qu'est ce que ça donne ? Est-ce qu'on peut factoriser ? Ça, je l'ai entendu, mais
138	**Es**	Ben, oui, x plus un au carré
139	**En**	C'est x plus un au carré égal à zéro. Alors, un carré qui égal à zéro, c'est quoi comme produit ça ? Comme équation produit ?
140	**Er + Es**	Ah ! C'est la première identité remarquable
141	**En**	Oui, c'est la première identité remarquable. Quels sont les deux facteurs ? Hein, quels sont les, les, est ce que c'est un produit de facteurs x plus un au carré ?
142	**Ti**	Oui
143	**En**	Oui !! C'est x plus un, fois
144	**Ti**	Fois, x plus un
145	**En**	Fois x plus un. Donc, pour que x plus un au carré soit égal à zéro, qu'est ce queeuh, qu'est ce que ça veut dire ? (il écrit $(x + 1)^2 = 0$) **Be** (elle a levé le doigt)
146	**Be**	Euh, x, euh, doit être égal à moins un
147	**En**	Alors, quelle est l'équation que je vais d'abord écrire avant de trouver x égal à moins un ? Que x
148	**Be**	x plus un, fois x plus, euh, x plus un égal
149	**En**	Voilà, x plus un, fois, x plus un, égal à zéro, c-à-d que x plus un est égal à
150	**Be**	Zéro
151	**En**	Zéro, ou bien x plus un est égal à zéro, j'écris deux fois la même équation (il écrit $x + 1 = 0$) Donc, ça veut dire quoi sur x ?
152	**Es**	Moins un

153	**En**	Que x est égal à moins un, ce que tu avais annoncé, d'accord (il regarde **Be**) Est ce que ça (il montre l'équation), on a dit que c'était pas une équation produit, mais est ce qu'on peut la résoudre quand même ?
154	**Si**	Oui
155	**En**	Oui, vous m'avez dit, c'est un plus, donc, comment on peut la transformer ce deux moins un plus x plus quatre
156	**Si**	On supprime les parenthèses
157	**En**	On supprime les parenthèses, ça fait quoi ?
158	**Be**	Trois x
159	**En**	Trois x
160	**Be**	Plus trois
161	**En**	Plus trois
162	**Es**	Egal à zéro
163	**En**	Egal à zéro (il a écrit 3x + 3 = 0). Et quand j'ai trois x plus trois égal à zéro, qu'est ce que
164	**Es**	On met trois entre parenthèses
165	**En**	Trois entre parenthèses x plus un, fermer la parenthèses, égal à zéro (il écrit 3(x + 1) = 0) Et qu'est ce que je peux dire à ce moment là ?
166	**Be**	x plus un égal à zéro
167	**Es**	x est égal à moins un
168	**En**	Voilà, parce que, j'ai trois fois quelque chose qui est égal à zéro, donc, ça veut dire que ce x plus un, il est égal à
169	**Es**	Zéro
170	**En**	Zéro, et quand x plus un est égal à zéro, qu'est ce que ça veut dire sur x ? x égal à moins un, d'accord Et si je prends la dernière ici, qu'est ce que je vais pouvoir faire **Liz ?** (il parle de la dernière expression : (x – 5)(x – 4) – (x – 5)(2x – 5) = 0 (1))
171	**Liz**	Il y a plusieurs fois le même facteur, donc, il suffit d'annuler le cinq, le moins cinq
172	**En**	(4 sec) Attends, attends, tu as dit combien de fois le même facteur, il suffit d'annuler (il regarde **Liz** pour qu'elle reprenne sa phrase)
173	**Liz**	D'annuler le moins cinq
174	**En**	D'annuler le moins cinq, c-à-d, t'as envie de dire, que si
175	**Liz**	x égal cinq
176	**En**	Tu vois déjà que x égal cinq c'eeeeessst, c'est la so, c'est une solution, j'ai failli dire la solution. Elle dit, elle a dit, d'après ce que j'ai compris, elle a dit, x moins cinq et x moins cinq, il apparaît ici et là (il montre les (x – 5) de (1)). Donc, on voit déjà, en remplaçant x par cinq, ça va bien donner zéro, parce que tu as fait bien un calcul dans ta tête qui serait quoi ?
177	**Liz**	[inaudible]
178	**En**	Est-ce que là, j'ai bien un facteur ? Est-ce que c'est bien factorisé là ?
179	**Es**	Non
180	**En**	Non, mais, alors, est ce qu'on pourrait le factoriser ?
181	**Els**	Oui
182	**Er**	Il y a un facteur commun
183	**En**	C'est
184	**Er**	Entre parenthèses x moins cinq
185	**En**	Oui
186	**Er**	Facteur de x moins quatre moins deux x moins cinq (En écrit en même temps)
187	**En**	Alors moins deux moins cinq, je l'écris comment ?
188	**Er**	Eh, ben, moins et entre parenthèses
189	**En**	D'accord, comme ceci alors, égal à zéro (il a écrit sous (1) : (x – 5)[(x – 4) – (2x – 5)] = 0) **Liz** me regarde avec des grands yeux
190	**Liz**	Moi, je voudrais voir si
191	**En**	Alors, **Liz** voudrait voir si son raisonnement, il est bon ? Alors, on a bien x moins cinq, t'as bien x moins cinq, fois quelque chose, hein, donc, ça va être conforté dans ton idée. Donc, x moins cinq, après, dans ces crochets ici, qu'est ce

		que je vais avoir ? Qu'est ce que je vais pouvoir écrire ?
192	**Pal**	x moins quatre
193	**En**	x moins quatre, oui **Pal** qui est en pleine forme cet après midi
194	**Pal**	Euh, moins deux plus cinq
195	**En**	Moins deux plus cinq. Ah !!! J'aime **Pal** quand elle est comme ça. Donc qu'est ce que ça donne ? Donc x moins cinq facteur de
196	**Es**	Trois x
197	**Els**	Non
198	**En**	Pas trois x
199	**Pal**	Moins x
200	**En**	Alors, **Pal**, on va laisser la parole à **Pal**
201	**Pal**	Moins x
202	**En**	Moins x, x moins deux, moins x
203	**Pal**	Plus un
204	**En**	Plus un égal à zéro (il a écrit : $(x - 5)[x - 4 - 2x + 5] =0$ $(x - 5)(-x + 1) = 0$) Alors là, qu'est ce qu'on dit ? Est-ce que c'est une équation produit ?
205	**Els**	Oui
206	**En**	Oui, donc, je vais écrire : un produit de facteur si et seulement si, est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. Première équation que je peux écrire, et c'est là où **Liz** va être contente, première équation que je vais pouvoir écrire
207	**Es**	Ben, x est égal
208	**En**	Alors, première équation, puis la solution si on veut. x moins cinq facteur de moins x plus un égal à zéro, première équation
209	**Els**	x
210	**En**	x moins cinq égal à zéro, ou bien la deuxième équation
211	**Es**	Ben, moins x plus un égal à zéro
212	**En**	Moins x plus un égal à zéro (il écrit : $x - 5 = 0$ ou $-x + 1 = 0$) **Liz**, qu'est ce qu'on trouve comme solution ? Pour la première ?
213	**Liz**	x égal cinq
214	**En**	x égal cinq, tu l'avais déjà vu depuis bien longtemps. x égal cinq, on écoute les garçons. C'est une équation, c'est une solution queque, que **Liz** avait vu tout de suite. C'était dit que si x égal cinq, ben ça fait zéro fois quelque chose plus zéro fois quelque chose (il explique sur le transparent), zéro plus zéro égal zéro Hein, zéro fois quelque chose, plus zéro fois quelque chose, ça fait zéro, ou bien par contre, ou bien **Liz** n'avait pas vu l'autre, c'est que x égal moins un, oh pardon, x égal un, est la deuxième, enfin une deuxième solution. Est-ce qu'il y en a d'autres ?
215	**Els**	Non
216	**En**	Non, et on remplace, quand on remplace, et bien on constate que ça fait bien zéro dans les deux cas quand on remplace x par les valeurs qui sont trouvées Donc, l'idée, et ça vous en savez maintenant autant que moi, l'idée c'est : quand c'est égal à zéro, quand c'est égal à zéro (il montre les expressions 2, 3 et 4 du transparent en tapant par son crayon sur 0), on essaye de factoriser, si c'est pas factorisé. Et puis, si c'est pas égal à zéééroooo (avec son crayon il tape fort sur l'expression 1), ben, on passe tout du même côté, le cas que **Ch** nous a proposé, et puis, on essaye de voir si on peut factoriser, ou si on a quelque chose qui permet de, d'obtenir une équation produit, d'accord Ce que je vous, c'est qu'on fasse des exercices maintenant, par ce qu'il faut s'entraîner. Alors, on va prendre son livre et on va envoyer des personnes, euh, au tableau, avec des équations produits. Bien, s'il vous plait (on entend trop de brouhaha, l'**En** s'occupait à ranger l'appareil et de la mettre de côté) On va résoudre, leee, on va prendre quelques uns
217	**Ti**	C'est page combien ?
218	**En**	Alors, page trente neuf. Alors on va faire passer des gens au tableau
219	**Es**	C'est où ?
220	**En**	Page trente neuf
221	**Es**	Toute la page ?
222	**En**	Non, pas toute la page, hein. Alors, qui est ce qui veut venir au tableau essayer ?

223	**Ti**	C’est, c’est quel numéro ?
224	**En**	**Eq,** allez (elle passe au tableau) Je vous propose de faire l’exercice numéro, alors, on ne va pas tout faire, l’exercice numéro trente page trente neuf, on va pas tout faire, on va commencer par le a, eh ben le a déjà x au carré, plus neuf x, égal à zéro (il lit très lentement, **Eq** écrit $x^2 + 9x = 0$) Alors, comment on va faire? Est-ce que c’est une équation produit ?
225	**Eq**	Non
226	**En**	Non. Est-ce qu’il y a des indices quiii, qu’est ce qu’il faut faire pour la transformer en une équation produit ? Qu’est ce qu’il faudrait faire ?
227	**Eq**	Factoriser
228	**En**	On va essayer de factoriser, puisque on a bien égal à zéro, on va essayer de factoriser, alors
229	**Eq**	C’est x (elle écrit $x(x + 9) = 0$)
230	**En**	Voilà, x carré plus neuf, elle dit que c’est x facteur de x plus neuf égal à zéro Alors, il y a une phrase magique qu’il faut écrire, qu’on va ssse contenter d’annoncer ici, c’est que la phrase magique pour pouvoir continuer : c’est qu’on a un produit de deux facteurs qui est nul, et ce produit est nul si et seulement si l’un des facteurs est égal à zéro. Donc, quels sont les deux facteurs qui apparaissent ?
231	**Eq**	Ben, x et 9
232	**En**	xxxx, c’est le premier facteur, et l’autre facteur c’est quoi ?
233	**Eq**	Neuf
234	**En**	C’est neuf simplement ?
235	**Do**	C’est x plus neuf
236	**En**	C’est x plus neuf. Donc, le premier facteur c’est x, donc, soit le premier facteur x est égal à zéro (il mime avec son doigt = 0), ou bien x plus neuf égal à zéro. (**Eq** écrit $x = 0 \quad x + 9 = 0$) Alors, on met bien le ou comme ça (il ajoute ou ainsi : $x = 0$ <u>ou</u> $x + 9 = 0$) Alors, x égal à zéro, la solution, c’est zéro. Et x plus neuf égal à zéro, la solution, c’est quoi ?
237	**Eq**	Eh ben, moins neuf
238	**En**	Voilà, les solu, alors x égal à zéro, ou x égal moins neuf. Tu écris : les solutions de l’équation sont, il y en a deux, zéro et moins neuf ((elle écrit : les solutions de l’équation sont 0 et -9) Merci, euh, **Do**, **Do**, la d, la d (**Do** passe au tableau)
239	**Es**	Pourquoi on fait pas le c
240	**En**	Parce que j’ai envie de la d. La d, quatre x au carré, quatre x au carré égal trente six (**Do** écrit $4x^2 = 36$). Alors, est ce que c’est égal à zéro ? (5 sec d’attente) Comment on peut faire ?
241	**Do**	Trente six, c’est alors, c’est
242	**En**	Trente six c’est égal à, il est entrain de réfléchir sur trente six
243	**Do**	Ah, oui, neuf fois quatre ?
244	**En**	C’est neuf fois quatre. Ouieh, trente six, c’est neuf fois quatre, pourquoi pas. C’est aussi quoi trente six ?
245	**Es**	Six fois six
246	**En**	Six fois six, je dirai les deux, les deux chevals Alors, on a dit que quand on avait quatre x au carré, enfin, une expression égale quelque chose, qu’est ce qu’on s’est débrouillé par faire au départ ? Souviens toi quand on avait, euh, l’exemple qui était ici là, je remontre deux x moins un facteur de x plus quatre (il allume l’appareil pour montrer l’expression $(2x - 1)\times(x + 4) = -4$). Qu’est ce qu’on a fait ? Egal à moins quatre, là, qu’est ce qu’on avait fait ?
247	**Es**	On avait fait plus quatre
248	**Do**	Plus quatre
249	**En**	Voilà, ici, qu’est ce qu’on va faire si on adopte
250	**Do**	On enlève moins trente six (il écrit $4x^2 - 36 = 36 - 36$)
251	**En**	Moins trente six. C-à-d qu’on va passer le trente six, on enlève trente six de chaque côté.

		Donc, ça fait. Donc moins trente six, alors, ça fait, moins trente ici, donc, tu vas écrire quoi ? (**Do** continue à écrire $4x^2 - 36 = 0$). Quatre x au carré moins trente six égal à zéro. Alors, ça c'était dit, quand on a ça, qu'est ce qu'on fait ?
252	**Do**	On factorise
253	**En**	On va essayer de factoriser, alors quatre x au carré moins trente ssssix, est ce qu'on peut factoriser cette expression là ?
254	**Do**	C'est quatre, c'est quatre x, non
255	**En**	Oui, oui il y a du bon là
256	**Do**	C'est deux xxxeuh, moins, euh
257	**En**	Oui, deux x facteur de deux x moins nananana Est-ce qu'il y a un facteur commun qui te saute aux yeux ?
258	**Do**	Quatre
259	**En**	Ah !! Tu veux essayer de mettre quatre en facteur, ton idée d'écrire quatre, que trente six c'est, alors, mets quatre en facteur, allez zoom Alors quatre facteur de quoi ? Il veut mettre quatre. Tu nous avais dit que trente six, c'est neuf fois quatre (Do écrit $4x^2$ ( ) Quatre x au carré, nonnon (on entend des non de partout) Quatre facteur de x au carré, moins, et trente six, c'est quatre fois combien ?
260	**Do**	Quatre fois neuf
261	**En**	Voilà, donc, moins neuf. Quatre parenthèse, x au carré moins neuf, fermer la parenthèse égal zéro (**Do** écrit $4(x^2 - 9) = 0$). Bon
262	**Es**	Monsieur, excusez moi, pourquoi vous mettez moins neuf ? J'ai pas compris
263	**En**	Parce que, quand on développe, je crois la meilleure idée, quand tu redéveloppes, quatre fois x au carré, c'est quatre x au carré, quatre fois moins neuf, ça fait, moins, trente six
264	**Ti**	Mais, monsieur, lorsqu'il y a plusieurs solutions comme ça, est ce que, on les met tous, ou faire à chaque fois
265	**En**	Qu'est ce que t'appelles comme solution ? Chchchut
266	**Ti**	Puisque il y a ici, une identité remarquable
267	**En**	Alors, on peut voir plusieurs choses, ce qu'il faut essayer, c'est de trouver, bon, comme je dis souvent, vous avez le droit de voir plusieurs choses à la fois, mais respectez bien les règles, respectez bien les formules, si vous voyez des identités remarquables, sachant que vous, dans votre tête, il faut que vous essayez de fffactoriser, ok
268	**Ti**	Si, par exemple, au lieu de prendre les identités remarquables, on va pas retrouver le même résultat du
269	**En**	La question, il est en train de se poser la question, suivant l'analyse que l'on fait de la factorisation, si on ne suit pas le même chemin que **Do,** est ce que ou pas le chemin de « M **Zu** » (c'est l'enseignant), est ce que on va nécessairement trouver le même résultat ?
270	**Si**	Ben, oui, c'est logique, parce que
271	**En**	Mais, c'est peut être pas évident, oui on va arriver, mais ce que je veux dire, est ce que le chemin, il faut que le chemin soit correct. Si le chemin que tu utilises est correct, c-à-d si tu respectes bien les règles, je ne te demande pas les règles de **Ti**, les règles, les règles sur mesure, hein, à ce moment là ton, ton raisonnement s'il est correct, il va te conduire au même résultat, d'accord Alors, on verra, par exemple, le trente six, il y en a qui ont vu dans trente six, il y en a qui n'ont pas vu quatre fois neuf, mais qui ont vu, d'après ce que j'ai compris, six au carré. Donc, vous avez vu une identité remarquable qui n'est pas sûrement la même que, que celle de M.**Do** ici (il montre la factorisation de **Do**), d'accord. Donc, on va voir quelle identité remarquable tu vois dans x carré moins neuf, est ce que t'en vois une ?
273	**Do**	Non
274	**En**	Ah ! On n'en voit pas. Ah ! C'est embêtant Alors, les, est ce qu'on voit une identité remarquable ? (il s'adresse au groupe classe) Qu'est ce qui te manque pour voir une identité remarquable ? (il s'adresse à **Do**) Est-ce peut être un facteur commun qu'on voit tout de suite, alors t'as vu quatre. Mais est ce que quatre va te permettre de trouver la valeur de x ?
275	**Si**	Il y a un qu'il faut imaginer
276	**En**	Oui
278	**Si**	Il y a un un qui manque, il faut l'imaginer
279	**En**	Est-ce qu'il y a un un qu'il faut imaginer ? C'est ce que, alors, **Liz** **Liz** a envie de dire quelque chose

280	**Ti**	Alors, là on peut pas dire queeuh
282	**Liz**	Est-ce que je peux donner le résultat de x ?
283	**En**	Ah !! c'est **Liz**, elle veut donner déjà le résultat de x Alors, qu'est ce que tu peux trouver pour x ?
284	**Liz**	x égal trois
285	**En**	Alors, on trouve x égal trois
286	**Ti**	Si on fait x au carré moins neuf égal zéro
287	**En**	Ah !! Il y a
288	**Eq**	Et moins trois
289	**En**	Il y a Eq qui dit : et moins trois ? Est-ce que moins trois est solution ou pas ?
290	**Ti**	Oui, parce que moins trois au carré est neuf
291	**Do**	Un carré, un carré n'est jamais négatif
292	**En**	Un carré, il est toujours positif Alors, **Liz**, elle est, elle est vachement au point pour trouver une solution, mais, elle oublie toujours une, hein, j'ai l'impression. En réalité, il faut toujours garder, peut être en tête les solutions que tu trouves comme ça intuitivement, mais il faut s'assurer, est ce qu'on les a toutes ? D'accord. Alors, qu'est ce que, est ce qu'on peut factoriser ce x au carré moins neuf là ? (il montre $4(x^2 – 9) = 0$). Est ce qu'il y a des propositions ?
293	**Ti**	C'est la troisième
294	**En**	C'est la troisième identité remarquable. Comment ça c'est la troisième, comment tu l'as vu ?
295	**Ti**	Parce queuh, pare ce que il y a pas, il y a pas de double produit
296	**En**	Il y a pas de double produit. Et qu'est ce qu'il y a alors ? C'est, qu'est ce qu'il faut voir ?
297	**Ti**	On peut voir que x, on peut voir, on peut trouver la racine carré de x, et on peut trouver aussi la racine carré de neuf
298	**En**	Et c'est quoi la racine carrée de neuf ?
299	**Ti**	C'est deux au carré
230	**Els**	Non
231	**En**	C-à-d que neuf c'est le carré de quoi ?
232	**Es**	Eh, ben de trois
233	**En**	C'est le carré de trois. Donc, c'est x au carré moins trois au carré (il écrit en rouge $4(x^2 – 3^2) = 0$). Et ça, est ce que tu reconnais une identité remarquable ?
234	**Do**	C'est la troisième
235	**En**	C'est la troisième. Est-ce que tu sais la factoriser cette troisième identité remarquable ?
236	**Do**	Euh, il y a le quatre (il écrit 4( )
237	**En**	Bon, le quatre, il va être devant, facteur de quoi ? (il attend une réponse de **Do**) Quatre facteur de, **Eq**, s'il te plait (elle bavardait) Alors, x au carré moins trois au carré, c'est quoi ? C'est x, la troisième identité remarquable (il s'adresse toujours à **Do**)
238	**Do**	C'est, c'est a moins b, facteur de, a plus b
239	**En**	Voilà ! a moins b, facteur de a plus b. Donc, x, moins trois, facteur de, x plus trois (il écrit $(x – 3)(x + 3) = 0$) Alors, qu'est ce que ça donne ? Alors, là, j'ai combien de facteurs ? J'ai combien de facteurs ?
240	**Si**	Trois
241	**En**	Alors, j'en ai trois. Lesquels ?
242	**Si**	Le quatre
243	**En**	Il y a le facteur, le facteur quatre, mais franchement, est ce que le quatre c'est égal à zéro ?
244	**Si**	Non
245	**En**	Donc, là, ce problème, il est réglé. Qu'est ce qu'on a comme autre facteur ?
246	**Do**	x moins trois
247	**En**	x moins trois, tu vas écrire x moins trois, qu'est ce que je peux dire de x moins trois ? Il faut qu'il soit égal à combien ?
248	**Es**	Zéro
249	**En**	Il faut qu'il soit égal à zéro. Donc x moins trois égal à zéro, ou bien x plus trois égal à zéro Donc, qu'est ce que je trouve comme solutions ? Qu'est ce tu trouves comme solutions ?

		(il s’adresse à **Do**) x moins trois égal à zéro, qu’est ce qu’on trouve pour x ?
250	**Do**	x égal trois
251	**En**	Et pour x plus trois égal à zéro, qu’est ce qu’on trouve pour x ?
252	**Do**	Moins trois (**il a** écrit en même temps qu’il répondait aux questions de l’**En :** $x - 3 = 0 \quad x = 3$ ou $x + 3 = 0 \quad x = -3$)
253	**En**	Moins trois. Alors, là, **Liz** avait trouvé une solution, c’est trois, mais, il en manquait une, c’est moins trois Alors, l’autre factorisation, merci M.**Do**. L’autre factorisation qu’on pouvait voir, je donnerais juste comme solu, comme indice, tu pensais à quoi **Ti** ? Quand on avait écrit ça (il montre $4x^2 - 36 = 0$), tu pensais à quoi ?
254	**Ti**	Je pensais à quatre, enfin à la racine carrée de quatre x au carré
255	**En**	Alors, quatre x carré, c’est le carré de quoi ?
256	**Ti**	C’est le carré de deux x
257	**En**	C’est le carré de deux x.
258	**Ti**	Et trente six, c’est le carré de six
259	**En**	C’est le carré de six. Donc, on écrit deux au carré moins six au carré (il écrit $(2x)^2 - 6^2 = 0$) Alors, si tu écris ça, est ce que tu vas retrouver les mêmes solutions ou pas ? (il s’adresse à **Ti**)
260	**Cha**	Oui
261	**Els**	Non
262	**En**	Alors, oui, non. Qu’est ce que tu as fait comme factorisation ? (il s’adresse à **Cha**)
263	**Cha**	En fait, c’est deux x moins six, facteur de, deux x plus six, égal zéro
264	**En**	Egal à zéro
265	**Cha**	Donc, deux x moins six égal à zéro, ou, deux x plus six égal à zéro. En fait, x égal trois ou x égal moins trois
266	**En**	Voilà, deux x moins égal zéro, ça veut dire que x égal à trois, et deux x plus égal à zéro, ça veut dire que x égal à moins trois (il a écrit : $(2x - 6)(2x + 6) = 0$ $2x - 6 = 0 \quad x = 3$ ou $2x + 6 = 0 \quad x = -3$) Donc, à mon avis, cette démarche est un peu plus facile, mais, il a droit, entre guillemet, on peut pas lui empêcher de mettre quatre en facteur, hein. Donc, à partir du moment où vous respectez bien les règles sur les carrés, vous faites bien attention sur, au priorité et tout ça, les factorisations, n’est ce pas **Liz**, sont tout à fait correctes, d’accord Autre petit exercice, et maintenant j’ai perdu mon livre, il est là, oui **Ch** (il voulait prendre la parole)
267	**Ch**	Est-ce qu’on peut pas faire
268	**En**	Chuchuchu
269	**Ch**	Est-ce qu’on peut pas diviser par quatre les deux côtés ? donc, on
270	**En**	On peut aussi, on peut diviser par quatre, diviser par quatre, c-à-d écrire x au carré égal neuf (il écrit $x^2 = 9$), et après ?
271	**Ch**	On fait la racine carrée de neuf
272	**En**	Ah, ouieh !! Le problème, c’est que dire que x au carré c’est égal neuf, ça ne veut pas dire que x égal trois.
273	**Ch**	x est égal à la racine carrée de neuf
274	**En**	Oui, mais ça ne veut pas dire simplement que x est égal à la racine carrée de neuf.
275	**Ti**	Pourquoi ?
276	**En**	Eh, ben, parce que tu vas trouver que la valeur trois, tu vas pas trouver la valeur moins trois x ici, ça représente pas, ça représente aussi bien un nombre réel qui peut être aussi bien positif ou négatif. Donc, attention à cette erreur ici, c’est un peu ce que disais **Liz**, c-à-d, vous avez tendance à travailler avec, avec, à trouver une solution, mais oublier la deuxième. Il y a souvent deux solutions dans les équations
277	**Cha**	Est-ce possible d’avoir une ou trois ?

278	**En**	Pardon
279	**Cha**	Est-ce possible d'avoir une ou trois ?
280	**En**	Il peut y avoir une, comme ça serait dans x plus un au carré, ça serait, c'est donner à x la valeur moins un. Et puis, il peut en avoir trois, si je fais x plus un, facteur de x plus deux, facteur de x plus cinq, vous allez avoir plusieurs solutions. D'accordAllez, un autre exercice, on continue. Euh, allez **Es,** le trente et un, euh**,** alors **Es**, tu vas nous faire le petit b Allez, M. **El** (qui est déjà au tableau), le petit b du trente et un. Ouvrez une parenthèse, x moins cinq, fermez la parenthèse, facteur de x plus deux, plusssss, ouvrez une parenthèse, x moins cinq, fermer la parenthèse, il faut que tu effaces le tableau là, facteur de deux plus un, donc facteur de, ouvrez une parenthèse, deux plus un (9 sec d'attente pour que **Es** termine d'écrire la diction de l'**En**), égal à zéro (**Es** a écrit (x – 5)(x + 2) + (x – 5)(2x + 1) = 0) Alors, qu'est ce que tu nous écris M. **Es**, est ce que c'est une équation produit ?
281	**Es**	Je suis stressé
282	**En**	Mais pourquoi tu es stressé, tu n'as pas à stresser, je ne t'ai pas encore mangé, pas tout de suite en tout cas.
283	**Do**	On sort un facteur
284	**En**	Oui
285	**Es**	En fait, il y a un facteur, un facteur commun, voilà, c'est x moins cinq (il montre (x – 5) avec le crayon)
286	**En**	C'est x moins cinq, oueih !!! (d'un ton de joie) Allez, on factorise. Comment est devenu le pro de la factorisation ? (**Es** écrit en silence : (x – 5)[(x + 2) + (2 + 1) = 0) Deux x, tu as oublié le x, (**Es** corrige : (x – 5)[(x + 2) + (2x + 1)= 0) Alors, il met x moins cinq facteur de, entre crochets, x plus deux, plus deux x plus un, il manque un crochet quelque part, il faut que tu fermes (**Es** ajoute le crochet de fermeture), égal à zéro. Alors, comment on peut ranger cette expression là ? Donc, x moins cinq, facteur de, alors
287	**Es**	On calcule
288	**En**	On calcule
289	**Es**	Ça fait plus trois
290	**En**	Donc, plus trois quoi ?
291	**Es**	x
292	**En**	Trois xxxeuh, plus
293	**Es**	Plus trois
294	**En**	Plus trois égal à zéro. Alors, est ce que c'est une équation produit ?
295	**Es**	Oui
296	**En**	Oui, qu'est ce que je vais pouvoir utiliser comme propriété ? (**Es** le regarde ne sachant pas quoi répondre ?) Un produit de facteur
297	**Es**	Ah, ouieh !! un produit de facteur, un produit de facteur
298	**En**	Un produit de facteur, nanananana Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un
299	**Es**	L'un des facteurs est nul
300	**En**	Voilà, alors, qu'est ce que ça va donner pour le premier facteur ? C'est qui ?
301	**Es**	x moins cinq
302	**En**	x moins cinq, alors, qu'est ce que je peux dire de x moins cinq ?
303	**Es**	x moins cinq doit être égal à zéro
304	**En**	Oui. Par écrit, fais voir, donc x moins cinq
305	**Do**	x égal cinq
306	**En**	Donc x égal cinq nous souffle **Do,** ou, donc x égal cinq, ok (**Es** écrit x – 5 = 0 x = 5) Et la deuxième, le deuxième facteur, c'est
307	**Es**	Ben, x va être égal moins un, non, non
308	**En**	Alors, dis-nous quelle est la deuxième équation que tu vas résoudre ?
309	**Es**	Ben, x, trois x plus trois
310	**En**	Trois x plus trois, égal quoi ?
311	**Es**	Zéro
312	**En**	Egal zéro. Trois x plus trois égal à zéro. Qu'est ce que ça donne comme solution pour x ?

313	**Es**	euheuheuh
314	**En**	Trois fois quelque chose plus trois égal à zéro Trois x plus trois égal à zéro, il faut que x, alors comment on peut résoudre ça ?
315	**Es**	Moins un
316	**En**	Oui, x égal à moins un Trois fois moins un, égal à moins trois, moins trois plus trois, égal à zéro, ok. Donc, les solutions, il y en a deux. **Ma** **La cloche a sonné**